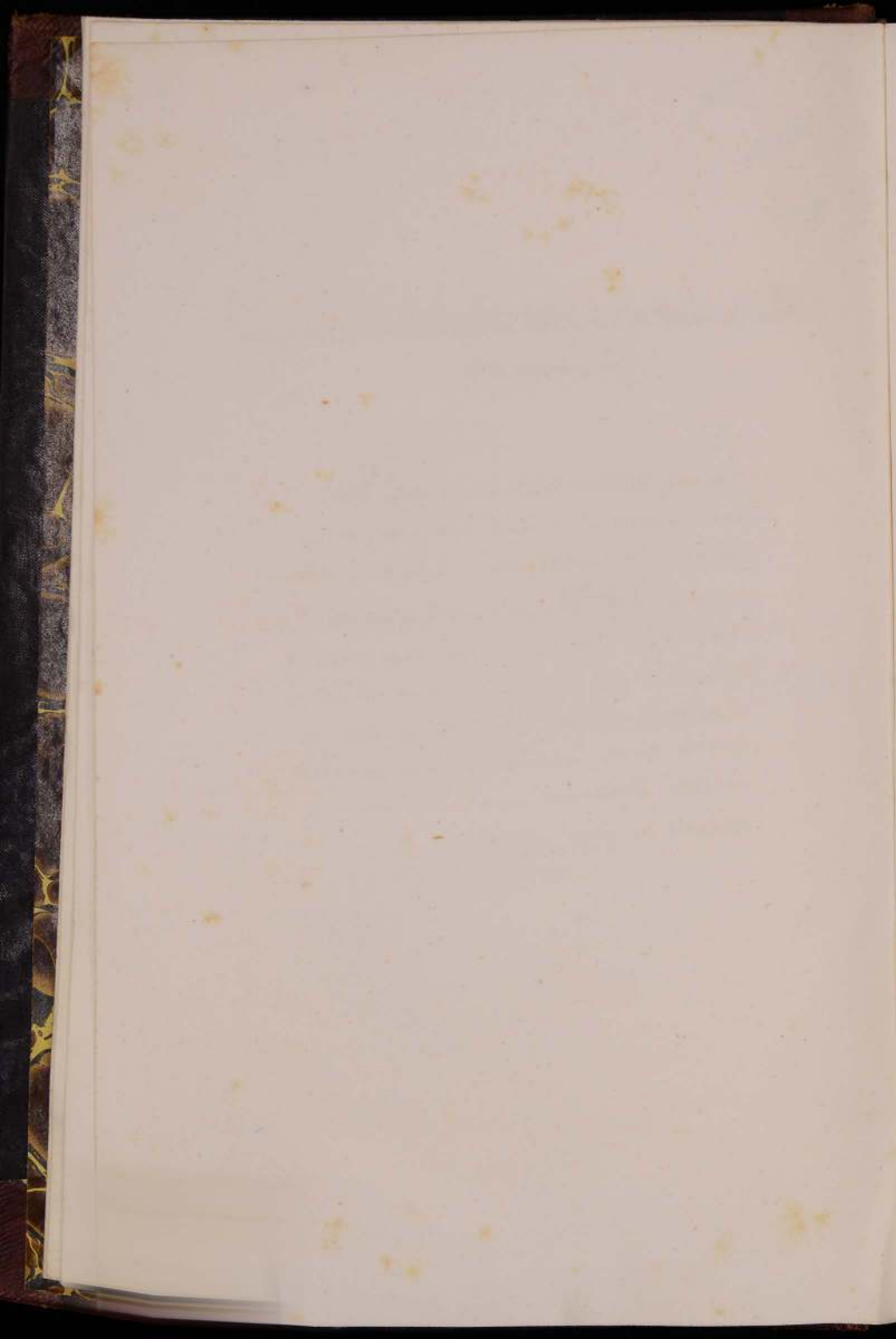
Fac-simile del carattere di Giandomenico Romagnosi dopo l'anno 1812

Coll'esame associato delle tre idee madri della
Potenza normale e della vita degli stati ne
risultano l'organizzazione e la politica Fisiolo-
gia senza la cognizione quali non può esistere l'Arte
sociale. Colle condizioni e colle leggi dell'ordi-
namento e delle funzioni normali si deduco-
no le massime della Politica Igiene ossia de
Optima tuenda valetudine, come pure della
così detta Terapeutica ossia arte di curare le
malattie dei corpi politici.

Barozzi

OPERE

DI

G. D. ROMAGNOSI

RIORDINATE ED ILLUSTRATE

DA

ALESSANDRO DE GIORGI

DOTTORE IN LEGGI

CON ANNOTAZIONI, LA VITA DELL' AUTORE, L' INDICE DELLE DEFINIZIONI E DOTTRINE COMPRESE NELLE OPERE, ED UN SAGGIO CRITICO E ANALITICO SULLE LEGGI NATURALI DELL' ORDINE MORALE PER SERVIRE D' INTRODUZIONE ED ANALISI DELLE MEDESIME.

VOL. I. P.^{E} II.

SCRITTI FILOSOFICI

MILANO

PRESSO PERELLI E MARIANI EDITORI

1841

RICERCHE

SULLA

VALIDITÀ DEI GIUDICII DEL PUBBLICO

A DISCERNERE IL VERO DAL FALSO

Opera postuma

DI

G. D. ROMAGNOSI

Nec sumit aut ponit secures
Arbitrio popularis aurae.

HORAT. *Carm.* Lib. III. Od. II.

AI LETTORI

Avendo stabilito di unire in questo primo Volume tutti quegli scritti del Romagnosi che spettano alla Dottrina della Ragione, cioè alla Filosofia propriamente detta, le *Ricerche sulla validità dei giudicii del Pubblico a discernere il vero dal falso* trovano qui luogo opportuno. Se in quest' Opera il lettore incontrerà soventi volte alcun che a desiderare, si rammenti che fu pubblicata soltanto dopo la morte dell'Autore, il quale, se per tanto tempo lasciolla giacere fra le sue carte, chiaro mostrò di averne conosciuto i difetti. Ciò non pertanto fu degno consiglio quello di chi volle sottrarla a più lunga dimenticanza; chè molto profitto in vero può trarsene. Nè io saprei così bene informare i lettori del suo valore, e della circostanza che vi diede occasione, quanto riferendo ciò che si legge in fronte alla prima edizione di essa fatta in Milano nel 1836, un anno dopo la morte dell'Autore.

« La presente Opera, che giacque inedita più di quarant' anni, fu provocata da un quesito filosofico proposto dall'Accademia di Mantova negli ultimi anni dello scorso secolo, quando gli studii in Italia venivano già innalzandosi dalla condizione di ozii letterarii alle esigenze della sociale utilità. »

« La guerra scoppiata nel 1796 non solo interruppe le deliberazioni dell'Accademia, ma portò seco lo smarrimento del manoscritto che Romagnosi le aveva inviato, e fu in seguito cagione a lui di molesti ed acerbi casi. Questa edizione si ebbe dunque a trarre da una copia rimasta presso l'Autore. In quel concorso scientifico non si sa che Romagnosi avesse altro competitore, che il Segretario della stessa Accademia Idelfonso Valdastri, il cui Saggio forma il primo dei *Discorsi filosofici* pubblicati a Mantova coi tipi Virgiliani nel 1806.

Ma quel Discorso è più notabile per una certa copia e fluidezza di stile, che per alcun valore d'indagine e d'analisi. »

« La velocità colla quale Romagnosi dettò quest'Opera, e la dovizia delle materie che vi stanno accumulate, mostra che le meditazioni dell'Autore avevano di lunga mano prevenuto gli eccitamenti dell'Accademia, e che il quesito non fu se non un filo casuale, a cui egli commise dottrine che nel secreto della sua mente stavano già pronte ad ogn' invito. »

« Ma l'indole di questa proposta diede loro un ordine e un atteggiamento estraneo alla loro intrinseca natura; dimodochè se una mano diligente e rispettosa, come quella di Dumont, prendesse ad invertirne il tessuto e a schierarle sotto altra rubrica, ne verrebbe a formare un corso di elementi filosofici, le cui lacune potrebbero facilmente riempirsi, ove si ricorresse ad altre fonti dello stesso Autore. »

« Si trovano raccolte in quest'Opera varie materie di logica e di critica, di psicologia, di ontologia e di estetica; e dall'ideologia dell'individuo si vede, sulle tracce di Vico e di Stellini, sorgere l'Autore alle più sublimi investigazioni della progressiva ideologia delle genti, che noi ci siamo omai accostumati a chiamare *la scienza nuova.* »

« Vi si trovano varie ricerche sulla natura dell'essere pensante, sulla sua unità e semplicità, sull'idealismo, sulla prima idea, sull'ente, sull'esistenza delle cose, sull'armonia prestabilita. Si studiano le facoltà dell'anima, e massime la memoria e l'attenzione, e il nesso di questa colla natura esterna, e colle leggi dell'inerzia e delle passioni. Si tratta del metodo, e dell'identità fondamentale del metodo nelle scienze fisiche e nelle morali; dell'arte di maneggiare le idee generali; e soprattutto di quel metodo gradualmente analitico e ricapitolante, il quale condusse l'Autore a tanta altezza di studii, e che lo distingue più che ogni altra cosa da Bentham, cioè dal contemporaneo che gli va più vicino di merito, e nella estimazione dell'Europa lo vince tuttora. Collo studio

del metodo si connettono alcune idee sull' albero enciclopedico del sapere, e una teoria del progresso delle scienze e dell' influenza che sopra di esse ha il caso; si parla degli scopritori del vero, e dell' utilità che verrebbe dallo studio delle loro vite a conoscere la natura degli stimoli che più secondano la spinta naturale degl' intelletti. Alla dottrina della scoperta si collega l' esame della resistenza degli uomini al nuovo vero, della tarda accettazione della verità, della prontezza di certe celebrità, della lentezza di certe altre, e dei progressi del senso comune. Quindi si misura l' autorità dei giudicii del Pubblico sulla bellezza, sul merito, sulla giustizia, sulla morale, sulla legislazione, nonchè l'autorità del giudicio degli stessi dotti. Le quali cose tutte formano una teoria dell' autorità e della testimonianza, e fondano principii di critica che s' adattano al successivo progresso del genere umano. »

« Le allusioni scientifiche e polemiche dell' Autore si riferiscono naturalmente ai sistemi che avevano lasciato più recente e profonda traccia negli studii di quella generazione, la quale omai è quasi tutta sparita dal nostro consorzio. Ma se vi si allude più di frequente, che ora non si faccia, alle massime di Leibnitz, di Montesquieu, di Rousseau, di Elvezio, degli Enciclopedisti; ciò almeno che riguarda i due risorti sistemi dell' idealismo e del senso comune non ha nulla perduto della sua scientifica opportunità. Noi vorremmo raffrontare questo scritto ad un utile e prezioso fossile che l'opera di un secolo riservò al godimento della successiva età. In mezzo alla fortuita giacitura delle questioni vi traspare mai sempre quella potenza organizzante, che tendeva inflessibilmente a costringere in nesso scientifico le tumultuose e discordi asserzioni del secolo, e ad armonizzare elementi che sembravano nati ad eterno dissidio. Mal si perverrebbe a segnare il vero senso e il valore di queste dottrine, ove non si sapesse riferirle a quell'edifizio vastissimo di cui sono una parziale membratura. C. C. »

ADG

PRELIMINARE

Esposizione del quesito.
Imparzialità e rispetto dell' Autore.

Si chiede in quali materie, dentro a quali circostanze e fino a qual segno il giudicio del Pubblico si abbia a tenere per un criterio di verità.

§ 1. Strana a prima vista può sembrare la situazione di un privato scrittore che assuma di rispondere ad un così fatto quesito. Imperocchè al primo istante ch' egli divisa di pronunciare una qualche decisione, sembragli che gli converrebbe d' essere un Dio, onde sfuggire la taccia di adulatore o di ribelle. Collocato infatti, mercè di questa ricerca, a fronte del suo giudice supremo, o a dir meglio di una repubblica sovrana ed assoluta di giudici, ad oggetto di decidere della competenza dell'autorità e della giustizia delle sentenze di lei; posto nella inevitabile alternativa o di guadagnare la di lei approvazione, o di subire una irrefragabile proscrizione; come mai non si supporrà ch' egli senta le angustie della forza sempre preponderante dell' amore della propria riputazione sull' ingenua e tranquilla spinta dell' imparziale verità?

§ 2. Se quindi, anche mosso dalle voci del proprio intimo senso, egli opina in favore di quel Pubblico cotanto temuto; di quel Pubblico, avanti del quale parecchie volte gli scrittori genuflessi implorano clemenza; non rimarrà forse dubbio ch' ei ne voglia sollecitare il favore anche a danno degl' interessi della verità?

§ 3. Che se poi con un ragionato coraggio egli attentasse di spogliarlo della esercitata prerogativa di giudice del bello e del vero, non correrebbe egli pericolo di attirarsi la indignazione assegnata ad un temerario insultatore della di lui maestà, e di subire le pene inflitte da quell' onnipossente opinione, che dalla capanna al trono regge imperiosamente la sorte dei nomi e delle riputazioni? Ove avrebbe egli ricorso? a chi potrebbe egli appellare contro di una siffatta tirannica maniera d' impero?

§ 4. Se la generazione che succede cangia talvolta il giudicio sulla fama e sulle opinioni d'uno stesso soggetto, ciò non si deve mai riguardare come conseguenza d'una supposta superiorità di lei su di quella che la precedette; ma invece conviene rassomigliarla alla condotta del successore di un Monarca assoluto, il quale rapporto all'antecessore suo esercita con maniere opposte un pari impero, senza che dir si possa dotato d'un' autorità maggiore se ne rovescia i regolamenti e ne rivoca gli editti.

§ 5. E quand'anche accadesse che la generazione attuale cangiasse d'avviso intorno ad uno stesso soggetto, nemmeno allora dir si potrebbe che ciò avvenga per un appello a qualche esterna autorità che ne padroneggi i giudicii; ma bensì questa rivoluzione di giudicio molte volte pareggiar si dovrebbe ai cangiamenti di un despota, che in un'ora del giorno ricolma di beneficenza un suo suddito per un' azione per la quale un'ora prima lo sottopose a supplicio.

§ 6. D'altronde quanto rimota ed aerea è dessa mai la soddisfazione che un uomo può trarre dall'appello di un secolo all'altro, mentre attualmente sentesi depresso dalle umiliazioni ricevute da' suoi contemporanei!

§ 7. Ora se fatale cotanto è la sorte che talvolta tocca a quelle produzioni le quali in nulla riguardano la *persona* medesima del Pubblico, con quanto maggiore ragione dovrassi temere che tale riesca a colui che attentasse di rivocare in dubbio o di negare a lui la prerogativa di cui si mostra possessore imperturbato? E se non v'ha potestà a cui ricorrere per indurre una riforma, come potrà egli invocarla in suo favore?

§ 8. Quindi dovrò io riguardare come deciso il mio destino, avendo divisato di scrivere sull'esposto quesito, anche avanti ch' io palesi l'opinion mia?.... Se più addentro io riguardo le cose, parmi di travedere che, malgrado tutte le premesse osservazioni, non lo si possa per anco chiaramente prevedere.

§ 9. Non io, mercè l'aspetto imponitore dell'autorità, pretendo di riscuotere la pubblica approvazione; e nemmeno aspiro a conciliarmi una vaga persuasione, opera d'un gusto arbitrario, o d'un presentimento di congettura o d'una inclinazione di probabilità: ma bensì io sento, che se nell'ardua alternativa o di ottenere l'involontario assenso d'una certezza irresistibile, o di subire invece gli anatemi che pendono sul capo della rivoltosa temerità e della orgogliosa indipendenza, io giunga a dimostrare l'opinion mia; io sento, dissi, che quantunque la mia decisione vada a ferire il Pubblico, ella sarebbe solennemente accettata e riconosciuta come irrefragabile. Allora non è più lo scrittore privato che parla, ma è bensì la suprema ragione che manifesta i suoi oracoli per la bocca del suo interprete. Allora, rivestito del carattere d'inviato di colei a cui il Pubblico stesso riverente piegar deve i suoi pensieri e la sua condotta, lo scrittore privato ne trattiene o ne modera i trascorsi, o ne corregge i giudicii; non altrimenti che talvolta il Ministro della religione in un dispotico governo di molti barbari è l'unico ente capace a frenarne le stravaganze.

§ 10. Dalle condizioni adunque ch'io impongo a me stesso nel trattare questo argomento è ben agevole cosa arguire di quanta riverenza io mi professi compreso e di quanta sentita stima ripieno verso del Pubblico, del quale io debbo ragionare, qualunque riesca la soluzione del proposto quesito. Quindi senza indugio rivolgo su di esso l'attenzion mia.

PARTE I.

Stato della quistione.

CAPO I.

Supposto del quesito. — Ordine delle ricerche.

§ 11. Chiunque rifletta per un momento sulla esposizione del quesito, tosto si avvede che tutte le risposte *possibili*, che a lui dare si possono, riduconsi alle tre sole seguenti: 1.° *mai*; 2.° *sempre*; 3.° *talvolta* il giudicio del Pubblico può essere e deve quindi tenersi quale criterio di verità. — Quest'ultima risposta trae seco altre ricerche subalterne, e sono appunto: su quali oggetti ed in quali circostanze un tale giudicio possa essere e si debba tenere come criterio di verità.

§ 12. È ben chiaro che le sovraindicate risposte presuppongono la esposizione d'una quistione più generale ancora; cioè — se *giammai* il giudicio del Pubblico possa essere veramente un criterio di verità; — ed è chiaro altresì, ch'essa nell'ordine delle idee precede il quesito proposto. Imperocchè se il risultato della discussione fosse che *mai* il giudicio del Pubblico possa essere criterio di verità, ciò renderebbe assurdo l'indagare in quali materie, dentro a quali circostanze e fino a qual segno essere lo possa; conciossiachè un tale risultato, essendo una pura ed illimitata esclusione di ogni caso possibile singolare *affermativo*, rende metafisicamente contradditorio il supporne qualcheduno esistente.

§ 13. Che se poi invece si ritrovasse che *sempre* il giudicio del Pubblico riguardar si debba come regola di verità, ciò renderebbe totalmente superfluo l'indagare quando essere lo possa; poichè la conclusione abbracciando *ogni* caso singolare, renderebbe assurdo lo escluderne qualcheduno.

§ 14. Laonde da siffatte premesse è forza dedurre che il mentovato quesito ravvolga dentro di sè come fermo supposto la tesi formale, che *talvolta* il giudicio del Pubblico debba tenersi quale criterio di verità; a meno che non vogliamo avvolgerci in una formale ripugnanza, o supporre che l'esposizione non corrisponda all'intenzione del suo autore: delle quali cose non lice nemmeno di fare parola.

§ 15. Ma questo medesimo supposto è egli poi vero? Avanti di deciderlo esponiamo le nostre ricerche nell'ordine loro naturale. — Il giu-

dicio del Pubblico può egli essere per avventura criterio di verità? — E se essere lo potesse, lo sarebbe egli *sempre*, o solamente *qualche volta?* — E se soltanto *per qualche volta*, su di quali materie, ed in quali tempi e circostanze essere lo potrebbe? — Parmi che, in tal guisa ordinando le quistioni, riesca del tutto libero il corso all'attività delle ricerche, ed affatto imprevenuta la manifestazione della verità, qualunque sia la occulta opinione di chi la espone.

§ 16. Ma per lo contrario (mi si perdoni se ardisco di farlo osservare) parmi che, lasciando tralucere il supposto del programma, potrebbe avvenire che taluno avvedendosene s'inducesse a rispettarlo fors'anche per riverenza verso quel Corpo illustre da cui egli aspira di essere favorevolmente giudicato. E quindi non avendo coraggio di gettare su di esso uno sguardo di diffidenza, onde naturalmente apprezzarne la validità, lo riguardasse come un punto fisso, inalterabile e incontroverso, d'onde incominciare la sua trattazione; e quand'anche a lui sorgesse qualche dubbio, crederebbe grave temerità il sottometterlo a discussione.

§ 17. Ma se d'altronde dalla sorte di esso dipende, come sopra si è veduto, quella degli ulteriori teoremi, perchè mai lo lasceremo inesaminato, ancorchè fosse vero? Non si renderebbe forse per lo meno precaria la certezza d'ogni nostro ulteriore pensamento? — Quindi dal canto mio, benchè io mi rechi a gloria di non cedere ad alcuno in istima verso di codesta Regia Accademia, io credo necessario di dirigere le mie ricerche giusta l'ordine da me sopra divisato; siccome appunto io farò incontanente, trattovi da quell'obbligazione inviolabile che lega ogni essere intelligente alla schietta verità, ma che ad un tempo stesso ama di rispettare ogni altro rapporto morale e d'istituzione, il quale non possa colliderne o snervarne i vincoli venerandi.

CAPO II.

Considerazione di quei rapporti che possono servire a determinare lo stato della quistione. — Della testimonianza del Pubblico.

§ 18. Noi ricerchiamo primieramente, se il giudicio del Pubblico possa essere mai un criterio di verità. A fine però di scoprirlo con certezza è necessario di esporre prima chiaramente i termini della quistione, e di fissarne esattamente i confini.

§ 19. Ad ottenere poi quest'intento io credo indispensabile di riguardare la quistione: 1.° rapporto agli oggetti dei giudicii del Pubblico disegnati dallo spirito del quesito stesso; 2.° rapporto alla nozione della

persona del Pubblico; 3.° rapporto al modo dei di lui giudicii. Ciò fatto, passare alla soluzione diretta della quistione. — Ecco gli argomenti, la trattazione dei quali dovrà occuparmi in questa prima Parte. Io entro in materia.

§ 20. Per ciò appunto che si parla del *giudicio* del Pubblico, non si parla nè delle sensazioni, nè degli affetti, nè delle deliberazioni, nè delle azioni di lui; ma bensì di quegli atti del di lui intendimento, o, a dir meglio, degli *atti conformi* dell'intendimento di molte persone, pei quali esse affermano o negano esistere convenienza fra due o più oggetti determinati, comuni alla loro cognizione. — Tutto questo è per sè tanto noto, che non abbisogna d'essere dimostrato, essendo il risultato necessario della natura stessa delle cose che si chiamano a disamina.

§ 21. E in verità, parlando primieramente delle *sensazioni*, basta la più piccola parte di buon senso per accorgersi che il semplice e diretto sentire non è giudicare, ma bensì subire unicamente quelle impressioni le quali vengonci o recate dall'azione attuale degli oggetti esterni, o riprodotte dalla memoria.

§ 22. Che se piacesse di considerare il giudizio come cosa appartenente alla sensazione, ed anzi appellar si volesse con Elvezio un modo di sentire dell'anima umana (1), sarebbe non pertanto vero ch'egli costituirebbe una specie di sentimento ben diversa dalla schietta percezione, sofferenza e accorgimento, dirò così, delle idee. Imperocchè la sensazione è un effetto *diretto* del moto dei sensi o esterni o interni; ma il giudicio n'è un distintissimo interno risultato, e tutto proprio dell'anima. Ad ottenere la sensazione bastano organi suscettibili d'irritamento, e capaci di trasmettere all'anima le impressioni ricevute; basta che l'anima stessa, simile ad uno specchio che accoglie tutte le immagini che a lui vengono contrapposte e in lui riflesse dalla luce, sia situata sotto rapporti di attività degli organi, e *passivamente* (per parlare in un modo volgare) si presti all'impressione, nulla ostando che l'impressione sia unica, o siano parecchie. Ma, per lo contrario, ad ottenere il giudicio conviene prima di tutto che l'anima paragoni scambievolmente più idee o deliberatamente o per necessità, e quindi che ne abbia più di una; conviene che ne senta le somiglianze o le differenze: il quale sentimento paragonato (a senso dell'Elvezio medesimo) costituisce il giudicio (2).

§ 23. Ond'è, che questo sentimento per necessità di concetto presupponendo tutte le annoverate condizioni, nè potendo essere in sè stesso

(1) Ved. *De l'esprit*, Disc. I. Cap. I. — (2) Ibid.

nè l'una nè l'altra delle presentate idee, ma bensì una *terza* modificazione dell'umana sensibilità, costituisce una specie di sentire del tutto distinta e *diversa* dalla sensazione, la quale diviene, per dir così, totalmente appropriata ed intima all'anima, benchè immediatamente risulti dall'azione unita delle nude sensazioni sull'anima, non avendo di comune con esse altro che il soggetto in cui risiede, cioè a dire la facoltà di sentire.

§ 24. Ma di questi giudicii alcuni stanno talmente avviluppati, per dir così, tra le forme e le connessioni delle sensazioni, che sembrano servir loro come di semplici *riempitivi*, e rappresentarvi, rapporto all'attenzione, una parte del tutto secondaria, e riuscire quasi indipendenti dalla mente che n'è spettatrice.

§ 25. Altri poi, assai più svolti ed espressi, sembrano divenire una maggiore proprietà di lei, benchè colle sensazioni affatto congiunti. Questi, perchè più specialmente richiamano l'attenzione nostra sotto la forma schietta di giudicii, ricevono eziandio una più distinta considerazione.

§ 26. I primi servono in certa guisa di *complemento* alle sensazioni complesse, e di vincolo di *connessione* nelle loro serie successive; i secondi si riguardano direttamente e precipuamente quali compositori dei rapporti anche semplicemente possibili delle cose, e di rapporti spesso del tutto diversi da quelli, la comprensione dei quali viene direttamente occasionata dalle esterne impressioni. I primi ci sono comuni con ogni essere che abbia le nostre sensazioni, senza avere per altro la ragionevolezza; i secondi, se non tutti, almeno in gran parte, sono proprii dei soli esseri intelligenti.

§ 27. Ora, malgrado pure che i primi tuttodì esistano, e debbansi rigorosamente distinguere dalle nude sensazioni, come poco fa si è osservato, pure nel comun modo di pensare vengono naturalmente confusi ed immedesimati colle sensazioni stesse, attesochè l'attenzion nostra viene allora tratta più sull'idea, che sul giudicio. E quindi, considerati come parti integranti di esse, vengono anche dall'uso comune di favellare compresi entro di una sola denominazione.

§ 28. Per tal motivo, benchè per rilevare le parti, le forme e le proporzioni di un giardino, di un teatro, di una biblioteca, e per seguire le successioni di un viaggio v'abbisognino molti paragoni fra parte e parte, e quindi per connettere il tutto insieme nascano molti giudicii concreti; pure non si usa mai di dire: *io ho giudicato o raziocinato un giardino, un teatro, una biblioteca;* ma bensì dicesi semplicemente: *ho veduto ed osservato le suddette cose, ed in esse le tali e tali particolarità.*

§ 29. Per la qual cosa le *espressioni* di siffatte mescolanze di sensa-

zioni e di giudicii non si appellano nè *proposizioni*, nè *giudicii*, nè *raziocinii*, ma bensì *testimonianze*, *racconti*, *storie*, *relazioni*, *aneddoti*.

§ 30. Laonde l'espressione diretta di tutti que' fatti, dei quali il Pubblico è stato ed è egli stesso testimonio, non può venire compresa nel senso del quesito, benchè in lei si racchiuda una folla di reali giudicii, come testè osservai.

§ 31. Della validità però di essa, e dei gradi d'influenza sulla morale certezza, che sì largamente si estende in tutta la vita umana, dirò sulla fine di questo scritto, essendo tal cosa rigorosamente rimota, ma non estranea allo spirito del programma; poichè una cosa che di buona fede si testifica, si giudica anche *vera*. Mercè di quello che ne diremo si assegnerà al Pubblico forse l'unica di lui competenza; e d'altronde le ricerche, che là dovremo intraprendere, ci gioveranno per altri rapporti del principale lavoro, come si vedrà in progresso.

§ 32. Guardiamoci però dal confondere l'*asserzione* del Pubblico sull'esistenza attuale o sull'avvenimento passato di una data cosa colla *sincera testimonianza* di lui intorno alla stessa esistenza. La prima può essere ed è soventi volte comune colla semplice *credenza*, dovechè la seconda è sempre inseparabile da uno sperimento di sensazione. — È util cosa sentire l'importante differenza che passa fra queste due cose, e quale rapporto la *credenza* aver possa collo stato della quistione che esaminiamo.

CAPO III.

Della credenza del Pubblico.

§ 33. È incontrastabile, che ciò che si crede si giudica anche *vero*. Ma l'atto di credenza, considerato per sè stesso, è nondimeno assai diverso dal giudicio schietto, e preso in un senso generale; ed è diverso eziandio dal giudicio di *esperienza* e di *sensazione*. Di ciò noi rimarremo agevolmente convinti ogni qual volta comprenderemo in qual guisa si crei in noi la credenza.

§ 34. Supponiamo che io vegga in una notte serena, a cagion d'esempio, il pianeta Venere nel dato segno dello zodiaco. Se ripiego l'attenzione sopra di me stesso, io m'avveggo di potere affermare che Venere risplende nel dato segno dello zodiaco; io m'accorgo di sentirne l'esistenza mercè la coscienza della sensazione della visione; e finalmente sentendo che nel mio interno io non posso esimermi dal vederlo mirando il dato punto di cielo, concepisco un sentimento che appello *certezza*. D'onde io fo il giudicio, che certamente Venere esiste in quel dato se-

gno dello zodiaco. Questo è ch' io appello *verità di sensazione* rapporto a me. — Dunque nell' esperienza attuale delle sensazioni il sentire la presenza di un dato oggetto ed esserne fermamente conscii, e l' affermare l'esistenza reale, sono cose del tutto connesse.

§ 35. Ma siccome un' abituale associazione e ripetizione di siffatte cose rende la riproduzione loro fedele e rapida, così ne viene che l' uomo le prova piuttosto a forma di un sentimento e di un giudicio non bene avvertito, che di una esplicita, avvisata e distinta successione di atti; e ciò molto più s' egli abbia rivolta altrove l' attenzione, come per lo più avviene.

§ 36. Ciò ritenuto, fingiamo che il ricordato pianeta tramonti, o che io rechi altrove la mia vista e la mia persona; ma che, ciò non ostante, io voglia render conto a me stesso di quanto accade in me mercè di questo cangiamento.

§ 37. Tosto io m' avveggo ch'egli non è più presente a' sensi miei, poichè veggo altre cose; ma che pur tuttavia ne ritengo una languida immagine: la quale situazione così combinata appelliamo *rammentare* o *rammemorare*. — M' accorgo inoltre e sono persuaso di averlo realmente veduto nel dato punto del cielo, e ciò in forza della persuasione avutane nel momento della sensazione; la quale ora riversandosi soltanto sulla memoria, si spiega in tempo passato. — Quindi rimango certo che Venere esisteva nel dato punto del cielo, ed io lo affermo per l' unione e riproduzione accoppiata delle ricordate operazioni. Senza siffatta unione come potremmo noi distinguere una cosa passata da un puro sogno, o da un' arbitraria e riprodotta fantasia?

§ 38. Nell' atto però che io esprimo una tal cosa, è chiaro che io ripongo l'anima mia nella stessa situazione in cui io vidi quel pianeta; ed io mi trasporto coll' immaginazione in questo stesso luogo, tempo e circostanze: o (per parlare più esattamente), mercè il magistero della mia memoria, io sento rinnovarsi e continuare in me quelle stesse sensazioni ed affezioni tutte che io provava mentre contemplava il cielo.

§ 39. Ciò ritenuto, se nel giorno successivo avvenga ch' io dica a taluno: *in questa notte Venere esisteva nel dato punto del cielo;* o veramente: *io in questa notte ho veduto Venere nel dato segno dello zodiaco;* e ch'egli intenda il mio linguaggio, che cosa accade nello spirito di lui? È naturale che l' idea della notte, di Venere, dello zodiaco e di quel dato segno si sveglino incontanente nella di lui anima, e che colla fantasia è situato come io sono a rimirare il pianeta da me espresso nel dato punto dello zodiaco.

§ 40. Che se poi egli d'altronde non abbia argomenti, onde dubitare dell'asserzion mia nè dal canto della verosimiglianza della cosa, nè dal canto del mio carattere, egli aggiunge eziandio il giudicio, che Venere *veramente* esisteva nel dato punto del cielo.

§ 41. Siccome però egli non l'ha *veramente* veduta cogli occhi proprii, ma soltanto colla immaginazione sua situata in tal guisa dal mio racconto; quindi egli non può nè formare, nè sentire dentro di sè il giudicio di averla veduta.

§ 42. Perciò egli, in confronto di me che la vidi, ha questo giudicio di meno, che in questo fatto lo diversifica dal mio sentimento; ed ha invece la narrazion mia, che fa in lui le veci dello *sperimento* della sensazione.

§ 43. Questo è appunto ciò che forma la differenza fra l'*esperienza* e la *fede*; e quindi ciò che costituisce quest'ultima è lo immaginare, mercè la testimonianza o asserzione altrui, l'esistenza di una cosa qualunque, e il provare su di ciò un sentimento di *certezza* rassomigliante a quello d'una sensazione provata, col sentire simultaneamente di non averne sperimentata la presenza.

§ 44. Da ciò adunque si scorge che l'*affermare* l'esistenza di una cosa può derivare, come sopra si è osservato, tanto dalla mera *credenza*, quanto da uno sperimento di sensazione; e che perciò dalla nuda asserzione del Pubblico sulla verità di un fatto mal dedurrebbesi ch'egli ne sia stato testimonio.

§ 45. Ma il programma non chiedendo direttamente se la credenza del Pubblico, ma bensì se i di lui giudicii siano criterio di verità, perciò non la comprende direttamente nell'oggetto delle sue ricerche. — Forse cadrebbero piuttosto sotto la sua ispezione i giudicii di lui intorno la verità di un fatto creduto, i quali poi vanno a risolversi sui fondamenti della credenza. Ma di ciò sarà più opportuno dire altrove.

CAPO IV.

Del gusto del Pubblico.

§ 46. Dietro all'esame delle idee succede quello dei piaceri e dei dolori che vanno a loro annessi. Rammentiamoci, che siccome tutti gli oggetti possibili dei giudicii umani, e quindi tutte le materie sulle quali il Pubblico può recar giudicio, non possono essere che le idee, e le loro particolarità, combinazioni e connessioni; e siccome altresì nelle idee stesse non si può distinguere da una parte altro che il loro stato asso-

luto o relativo, e dall'altra la loro attività piacevole o dolorosa, e niente più; così tutte le classi possibili delle materie, sulle quali il Pubblico può giudicare, riduconsi o alle qualità diverse degli oggetti gli uni relativamente agli altri, o relativamente a noi, o al piacere e al dolore che l'uomo ne può ritrarre. — Da ciò nascono soltanto due specie di giudicii, e di generi universali di scienze e di arti: la prima di giudicii o di scienze ed arti di semplice convenienza o ripugnanza fra le cose; e gli altri, od altre, di gusto e di utilità.

§ 47. Ciò ritenuto, è d'uopo osservare che il diletto o il disgusto si può riguardare sotto due punti di relazione; vale a dire o isolato, mercè di un'astrazione; o in quanto va naturalmente connesso a determinate idee, le quali nei loro paragoni sono sempre feconde di rapporti di convenienza o di ripugnanza o interna o finale.

§ 48. Ora contemplando il piacere o il dispiacere in sè stessi, non entrano nella serie delle attuali ricerche; conciossiachè non si chiede direttamente se il *gusto* del Pubblico possa essere criterio di verità almeno per connessione, o se possa essere regola di gusto o per rapporto al privato, o per rapporto ad un altro Pubblico; o finalmente se la testimonianza del Pubblico di sentire intorno a certi oggetti un dato piacere o disgusto sia un giudicio o no (la qual cosa sarebbe superflua a proporsi a qualunque uomo dotato di senso comune); ma bensì si chiede direttamente, se il giudicio del Pubblico possa essere criterio di verità.

§ 49. Sogliono, è vero, per lo più gli uomini denominare *bello* o *brutto*, *utile* o *nocivo* quello che reca loro piacere o dolore nell'atto che provano classi diverse d'idee, o che ne preveggono per connessione lo sperimento. Queste denominazioni sono in sostanza altrettanti *giudicii*. Ma è vero altresì che questi sono giudicii dedotti, dirò così, e di conseguenza del sentimento, e non mai sono espressioni dirette del piacevole o doloroso sentimento. Questo mi piace, o è capace di recarmi piacere: dunque è bello, o è buono. Questo mi dispiace, o è acconcio a recarmi disgusto: dunque è brutto, cattivo, pericoloso, ec. Ecco l'inavvertito e tacito raziocinio che fa il Pubblico quando da ciò che a lui piace o dispiace denomina un oggetto *bello* o *buono*, *brutto* o *nocivo*. — A suo luogo esamineremo se questa maniera di ragionare sia sicura, e conforme alla verità, o no. Per ora bastami di osservare, che l'espressione del sentimento del piacere o del dolore, considerata in sè stessa, non è direttamente contemplata dal programma.

CAPO V.

Della opinione pubblica.

§ 50. Dall'affinità delle precedenti idee siamo naturalmente condotti ad indagare se quella che dai moralisti e dai politici appellasi *opinione pubblica* assumere si debba come oggetto contemplato dalla presente quistione.

§ 51. A parlare però con verità, si distinguono in essa due parti fra loro assai diverse; l'una delle quali è opera dell'intendimento, e l'altra del cuore. La prima, essendo un formale giudicio, può appartenere a questo argomento; ma l'altra, non essendo che un mero affetto, ne resta esclusa. E per verità qui si chiede di ciò che può riuscire *criterio di verità*, non di quello che può ispirare stima o disprezzo, conciliare onore o infamia, riscuotere biasimo o lode.

§ 52. Ma siccome il dividere la parte del cuore dalla parte dello spirito egli è un distruggere formalmente la nozione dell'opinione pubblica, la quale essenzialmente risulta dall'unione solidale di ambe queste parti; così presa come tale, vale a dire presa l'opinione pubblica nel suo vero e complesso senso, non può entrare nella considerazione del quesito. A fine di sentire esattamente la verità di questo ragionamento non v'ha miglior partito di quello di addurre la vera nozione dell'opinione pubblica, e precisamente di quella opinione, la quale essendo nei rapporti della *verità*, cioè a dire che ne' suoi giudicii coincide col vero merito delle cose, sembra eziandio avere la più intima connessione col presente argomento, in cui si ricerca del *criterio di verità*. Certamente esistono molte specie di opinione, alle quali abusivamente si applica il nome di *opinione pubblica*. Ma è ben chiaro, che se ve n'ha taluna alla quale attribuir si debba il diritto a divenire criterio di verità, quella sarebbe certamente, la quale essendo conforme ai rapporti dell'ordine morale, ed a quell'unità sistematica che passa fra il vero, il giusto e il solido utile del genere umano, comparte alle persone, alle azioni ed ai sentimenti onore od infamia, giusta il loro merito reale.

§ 53. Ora quest'opinione pubblica io la definisco = una guisa di pensare uniforme e costante della massima parte d'una nazione, mercè la quale ella giudica qual cosa buona o cattiva, e ad un tempo stesso stima o disprezza, loda o biasima, ascrive ad onore o ad infamia tutto quello che è giovevole o contrario, conforme o difforme alla verità ed alla costante di lei felicità o perfezione. = Quest'opinione pubblica, le cui ca-

gioni, leggi, direzioni, forze, ajuti, aumento e decremento sono oggetti i quali non sono stati peranche nè ben compresi, nè apprezzati, nè sviluppati; quest'opinione, che è la parte precipua della legislazione, dal successo della quale sembra dipendere quello delle altre tutte; questa, che sembra l'anima e lo scopo del quale il grande e filantropo legislatore si occupa in segreto, mentre ch'egli sembra limitarsi a particolari regolamenti; questa, benchè tanto importante, tanto estesa, tanto possente, non può partecipare, per l'aspetto suo totale e complessivo, alle presenti nostre ricerche.

§ 54. Che se, come si è osservato, la parte intellettuale, cioè il mero giudicio che ne forma parte, può venirvi compreso, egli cadrebbe propriamente sotto il problema generale, se i giudicii del Pubblico in materia di morale, di politica, od anche di bello, e di qualunque altra cosa che interessa il di lui cuore, possano per la parte del *vero* essere riguardati come criterio di verità. Ma ciò tramuta affatto l'oggetto della ricerca; non altrimenti che nell'ipotesi, che taluno proponesse ad un filosofo di addurgli le dottrine complete appartenenti alla musica, egli si limitasse invece a riguardare il propostogli argomento sotto l'aspetto solo delle fredde e generali teorie delle sensazioni; e si restringesse a spiegare come l'anima senta le note, come le distingua, come le giudichi ora simili ed ora diverse, ora lente, ora rapide, ora appartenenti ad un istromento, ora ad un altro, e niente più. In breve, l'opinione pubblica, considerata come tale, non entra, almeno direttamente, nel piano delle attuali nostre ricerche, e non è uno dei termini della quistione proposta.

CAPO VI.

Della nozione del Pubblico.

§ 55. Ma che cosa è questo Pubblico, e specialmente questo Pubblico che reca giudicio di qualunque cosa? Io credo, a parlare con esattezza, che questa quistione si possa più sciogliere mercè la considerazione di un'ipotesi, che di un fatto reale, segnatamente se venga rivestita di tutte le circostanze richieste dal quesito.

§ 56. E per verità è incontrastabile che pochi privati non formano un Pubblico, come è evidente: non formano nemmeno il Pubblico certe classi o società, benchè numerose, di uno Stato. Dall'altra parte l'unione delle nazioni non è veramente il Pubblico qui contemplato: sì perchè esse propriamente formano l'intero genere umano; e sì perchè appena si potrebbe verificare la conformità del giudicio che si suppone,

o almeno ad ognuno che bramasse di fare dei di lui giudicii un criterio di verità sarebbe impossibile di rilevarne l'opinione; e sì perchè finalmente nell'accettazione comune la denominazione di *Pubblico* non importa una estensione cotanto immensa di concetto.

§ 57. Nemmanco sotto tal nome s'intendono molti uomini erranti in seno di una selvaggia indipendenza, poichè non v'è fra loro colleganza e comunione di pensiero. D'altronde senza un esteso linguaggio non essendo *intelligenti*, non possono propriamente recare giudicio sui varii oggetti dello scibile umano, e molto meno un giudicio che possa servire di criterio di verità.

§ 58. Per questa ragione una nazione ancor barbara, le cui nascenti idee sono peranco ravvolte ed aggravate nel pesante e grezzo infarcimento dei sensi, i quali non permettono altre combinazioni, che quelle le quali vengono tessute dai primitivi bisogni, nè suggeriscono altre dottrine che quelle di un'accidentale ed organica contemplazione degli oggetti mista alle illusioni di una prepotente e sensuale fantasia; una tale nazione, dico, non può certamente costituire il Pubblico contemplato dal quesito.

§ 59. Rimane adunque che una nazione per lo meno mediocremente incivilita e illuminata, di un comune linguaggio, e vivente in colleganza, sia il soggetto del quale qui si chiede.

§ 60. Ma questa stessa estensione del numero degl'individui componenti la persona del Pubblico, presa almeno come carattere essenziale della nozione di lui, è forse soverchia. Infatti, se una cosa venga presentata ad una popolata città; come, per esempio, una tragedia su d'un teatro, uno spettacolo su d'una piazza; e di siffatte cose dagli spettatori venga recato qualche giudicio, si suol dire: la tale tragedia o il tale spettacolo furono applauditi o biasimati dal Pubblico; e, individuando, si dice pur anche da quella città, o dal Pubblico di quella città. Ma così favellasi del pari se ciò avvenga in molte città successivamente; talchè sotto la denominazione del *Pubblico* molte città e molti Pubblici, dirò così, si abbracciano.

§ 61. Per la qual cosa a questo ente così indeterminato, creato dall'umano arbitrio, non altrimenti che ad una stessa figura fisica suscettibile di varia grandezza, in forza del comune modo di legare le idee alla denominazione, conviene assegnare limiti più o meno ampii, senza costringerlo rigorosamente ad alcuno.

§ 62. Avvi però di comune in tutte queste modificazioni della nozione del Pubblico una specie di *unità* ed una certa *circonferenza*, che ne racchiude l'estensione e lo separa da ogni altro, la quale necessariamente

deve essere quella medesima che d'altronde naturalmente e politicamente distingue una società qualunque o piccola o grande da qualsiasi altra o vicina o lontana.

§ 63. La circostanza adunque, che la nozione del Pubblico di sua natura esclude, si è la divisione delle parti di una stessa società; cioè a dire, che non si può appellare *pubblica* una cosa qualunque, quando dalla posizione attuale escluda in fatto o in potenza una qualche parte d'individui che la compongono. Io mi spiego: si affigge, a cagion d'esempio, uno scritto in un luogo ove tutti lo possono leggere; si espone una cosa in un luogo, e con condizione per cui tutti vi possono intervenire. Benchè forse il numero di coloro che leggono l'affisso, o concorrono a vedere la cosa, sia talmente piccolo che non ecceda il numero degl'individui componenti una famiglia; pure la sola possibilità, la facoltà ampla, e le circostanze tutte dal canto degli oggetti ad essere veduti da tutti, fa sì che diconsi *esposti al Pubblico.* Laonde ogni cosa acquista la denominazione di *pubblica* per la sua relazione a tutti gli individui di una società. Onde è chiaro che nel concetto comune la nozione del Pubblico avvolge la considerazione di tutti gl'individui di un paese, di una città, di una nazione.

§ 64. Per lo contrario, benchè un numero assai maggiore intervenisse in altro luogo a vedere altri oggetti, ma che fosse destinato o per alcuni, o per una certa classe soltanto di persone, quantunque effettivamente maggiore fosse il numero degli spettatori che colà concorrono di quelli che si recano alle cose esposte al Pubblico, pure un tal luogo e gli oggetti quivi presentati riterrebbero sempre il nome di *privati;* così dicesi *un teatro privato, una privata accademia.*

§ 65. Quando si parla d'una universalità d'uomini componenti una o più società non si deve estendere la significazione così rigorosamente, che debba abbracciare tutti affatto gl'individui, niuno escluso; ma bensì basta legarvi l'idea d'una universalità morale, cioè a dire della *massima parte* degl'individui, mentre al di sotto di tale misura la collezione cessa d'essere pubblica, e rimane del tutto privata.

§ 66. È però conveniente, che siccome si parla di un Pubblico che deve riuscire giudice di verità, così in forza di tale veduta è d'uopo precipuamente ed a preferenza comprendervi la parte *più illuminata,* non tanto per un riguardo all'eccellenza di lei, quanto anche per la relazione al fine per cui si contempla.

§ 67. Ma v'è ancor di più. Il programma parla del Pubblico in generale, nè si limita a quello dei paesi, nè a quello delle città, nè a quello

delle nazioni. Perciò nelle ricerche attuali noi tutti li comprenderemo indistintamente.

§ 68. Non è inutile di osservare, che impropriamente nei ragionamenti comuni si accenna l'esistenza anche di un'altra tal quale specie di Pubblico, la quale viene composta dalle persone colte ed intendenti, sparse a rari intervalli nei paesi inciviliti. Ma, a parlare esattamente, essi piuttosto disegnar si debbono col titolo speciale di *dotti*, anzichè di *Pubblico*, e conviene riguardarli come parti del Pubblico, e come il fiore più scelto di lui, anzichè costituirne un Pubblico intero. Infatti essi sono divisi in classi diverse, ed appellansi o *metafisici*, o *fisici*, o *politici*, o *moralisti*, o *poeti*, e non *Pubblico*. Così i giudicii sulle diverse materie da loro recati emanano da varii dipartimenti staccati così esclusivamente, che quelli di uno non vengono mai riguardati come appartenenti ad un altro diverso. Ond'è, che per questo rapporto i dotti non vengono giammai tutti avvolti entro di una sola denominazione collettiva, che li faccia riguardare ripetutamente nelle diverse materie come individui di un tribunale unico e stabile, che sempre giudichi di tutte le materie disparate, e sia naturalmente lo stesso nel recare giudicii differenti. Ma, se ben si ritengono le annotazioni precedenti, essi da un'altra parte vengono di già compresi nella considerazione totale di quel Pubblico, al quale o per dimora o per lingua appartengono.

§ 69. Il Pubblico ha anch'egli una certa vita a lui propria, la quale non è ristretta al corto giro di quella degli umani individui. Egli, al pari degli altri corpi tutti morali, come si suol dire, non muore mai. Sotto di questo rapporto tutte le vicende di opinione si considerano avvenire in un solo soggetto, benchè appartengano a parecchie generazioni diverse. Così, oltre all'estensione naturale del suo corpo, egli ha un'estensione successiva di esistenza, la quale, ragionando della verità, che è per sè stessa immutabile, assoggetta i di lui giudicii a condizioni le quali possono forse sembrare rigorose, ma che nondimeno sono necessarie e naturali ai rapporti reali delle cose.

§ 70. Raccogliamo le idee. Il *Pubblico*, del quale si ragiona in questo argomento, si deve riguardare come l'unione della massima parte degl'individui componenti le società incivilite, compresevi specialmente le persone colte che vi esistono.

CAPO VII.

Del modo dei giudicii del Pubblico.

§ 71. Qualunque giudicio, che recar si può dall'uomo intorno ad una o più cose, deriva dalla *cognizione* perfetta o imperfetta dell'oggetto su del quale si giudica, o deriva da una ragionevole o non matura *deferenza* all'altrui discernimento. Qui non v'ha mezzo. La prima specie di giudicii può dirsi *di scienza*, e la seconda *di credenza;* la prima *originale*, e la seconda *di tradizione;* la prima *propria*, e la seconda *di autorità altrui.*

§ 72. Questa differenza però riguarda la situazione interna, dirò così, del giudicio e le fonti di lui. Ond'è che per tal motivo spesso ella rimane occulta all'occhio di chi ascolta, e ne raccoglie l'esterna espressione.

§ 73. Ben è vero però, che talvolta può avvenire che ne riescano palesi le sorgenti. In tal caso convien pure usare di regole diverse per misurarne il valore. Questo modo adunque, benchè interno, riesce allora una quantità filosofica, cui ne' calcoli dell'estimazione morale non conviene trasandare inapprezzata. Diffatti se il giudicio è originale, conviene valutarlo colle regole logiche dei raziocinii umani, in quanto si riferiscono allo stato delle cose e della natura dell'uomo. Che se poi è di pura *credulità*, conviene salire ai fondamenti dell'autorità da cui viene trasmesso (come più ampiamente si ragionerà qui sotto). Conciossiachè non avendo allora che un valore puramente precario, e tutta la verità sua risolvendosi sulla prima fonte d'onde derivò, sarà sempre o mal sicuro, o precipitato, o falso, se sarà stato adottato o con dubbii fondamenti, o senza ragione, o contro ragione.

§ 74. D'altronde questa maniera di giudicii se sotto di un aspetto può dirsi pubblica, perchè dal Pubblico viene professata, parmi ciò non ostante che a rigore al Pubblico non si possa imputare: poichè egli non è propriamente autore, ma solo crede; non inventore, ma solo copista; non sciente, ma solo credente.

§ 75. Il filosofo adunque, assumendo in considerazione una siffatta classe di giudicii nei rapporti della ricerca attuale, è costretto ad indagare se la credenza del Pubblico, non in materia solo di fatti, ma eziandio di riflessioni, di principii, di scienze, possa essere criterio di verità; o, a dir meglio, se i fondamenti e le maniere colle quali il Pubblico adotta un giudicio qualunque sull'asserzione altrui siano tali, onde la credenza che ne emerge si possa accogliere quale criterio di verità. —

Ecco quale differenza di considerazioni tragga seco questa interna differenza de' modi dei giudicii umani.

§ 76. Un altro modo interno dei giudicii di più uomini, cui meglio appellar si deve o *difetto* od *ostacolo* al pubblico giudicio, si è la frequente *discrepanza* di opinioni degl' individui sociali. Se però soventi volte i cervelli degli uomini sono come i loro oriuoli, i quali mai non sono perfettamente d'accordo nello stesso punto, ed ognuno crede al suo, come dice Pope; pure ogni risultato derivante da questa circostanza rimane escluso dalle attuali ricerche: imperocchè se la discordanza è tale che impedisca un comune ed uniforme consenso su di qualsiasi oggetto della massima parte di società, è ben chiaro che s' impedisce o si toglie l'esistenza di qualunque pubblico giudicio. Ora noi ragioniamo nel supposto che tale giudicio esista.

§ 77. Così dicasi dell' assoluta *ignoranza* o della *noncuranza* del Pubblico a giudicare di qualsiasi oggetto, intorno al quale per altro potrebbero cadere dei giudicii. È troppo chiaro che colla prima non si può giudicare nè bene nè male, e che colla seconda non si giudica di niente; e così tanto nell' uno quanto nell' altro caso non esiste giudicio di sorte alcuna.

§ 78. Rapporto poi al modo esterno dei giudicii del Pubblico, il quale propriamente consiste nell' espressione o manifestazione di lui, io credo che non si possa a buon diritto e con sicurezza attenersi che ad un solo, il quale è appunto la *favella* o vocale o scritta: mercè di essa gli uomini esprimono le loro idee direttamente; ogni altro mezzo rimane equivoco, fallace, e talvolta perfettamente contrario. Così, benchè le azioni, i costumi, gli usi, le mode, e cento altre cose di fatto, possano per una naturale connessione connotare in generale l'esistenza di un giudicio di approvazione o di disapprovazione, di piacere o di dispiacere di un Pubblico intorno agli oggetti relativi; pure se da ciò si volesse dedurre il pensamento preciso di lui intorno ai principii pratici di siffatte azioni ed usi, si tesserebbe, cred' io, una fatica per lo più frustranea, di un esito equivoco, e del tutto vana pei progressi o per la scoperta della verità. Quante volte infatti molti uomini, ognuno dei quali meglio d'ogni altro dev' essere consapevole dei motivi precisi delle proprie azioni, prendono degli abbagli, e fanno illusione a sè medesimi sulle ragioni di molte loro azioni, di molte loro pratiche e di molti ragionamenti! Quante volte lo stesso atto in tempi differenti parte da motivi non solo diversi, ma eziandio opposti! Ora se tanto avviene in ogni singolare individuo mentre che ognuno ha l' intimo scrutinio del proprio pensiero, cosa dir si dovrà

di colui che si rivolge al Pubblico col fine di dedurre dalle azioni i caratteri dei giudicii di quello? Non si trova egli forse in una tale posizione, in cui non solo manca di siffatto soccorso, ma viene collocato nella massima distanza possibile, ed avvolto nelle tenebre le più impenetrabili, onde scernere le interne speciali ragioni di fatto delle pratiche di cui egli è spettatore? Non dev'egli conoscere infinitamente meglio, pei rapporti concreti di *fatto*, la sua famiglia, i suoi amici, il suo ceto? Ora riguardo a questi ardirebbe egli infallibilmente di fissare i principii speculativi degli usi e della condotta? Pure per potersi giovare di loro a mo' di criterio converrebbe accertarsene chiaramente come d'ogni altra cosa di *fatto*.

§ 79. Ma, rapporto agli usi del Pubblico, noi soventi volte abbiamo esperienze che ci possono servire di caparra onde congetturare, che quando anche ci fosse permesso l'accesso nei cervelli umani, ci asterremmo forse dall'assumerci la fatica del loro esame. Quante volte infatti gli uomini seguono in comune una pratica unicamente perchè la veggono in altri, senz'altra ragione o giudicio teoretico possibile intorno alla bontà o malvagità, opportunità o sconvenienza, decenza o indecenza, attitudine ad abbellire o a deturpare!

§ 80. Per la qual cosa quello che appellasi *linguaggio delle azioni* nel presente caso, non si deve assumere mai non solo come fedele interprete, ma nemmeno come contrassegno naturale di una specie precisa di giudicii regolatori, o di opinioni risguardanti la verità o la falsità, la convenienza o la disconvenienza di alcuna nostra idea.

§ 81. Attenendoci adunque al solo modo della espressione vocale o scritta, qui non possono cadere in considerazione che quei soli giudicii del Pubblico, i quali in tal guisa vengono da lui manifestati.

§ 82. Dopo ciò si potrebbe far ricerca in qual modo propriamente constare ci debba che un giudicio qualunque sia veramente del Pubblico. La risposta è semplice; ma l'atto è pressochè impraticabile, o almeno non mai praticato. E in verità, se consta che non si può dire *pubblico* un giudicio se non è veramente esteso alla maggior parte di una società; se non si può essere veramente certi dell'esistenza di lui se non mercè la favella; è ben chiaro che nel caso che taluno dovesse farne uso come di regola di verità, dovrebbe raccogliere le opinioni del maggior numero, incominciando sempre dalla parte più colta, non altrimenti che in un congresso democratico si raccolgono i voti.

§ 83. Questa fatica però renderebbesi del tutto superflua, se supposta anche per ipotesi l'esistenza di un siffatto giudicio, si dimostrasse che non può servire di veruna istruzione. Ora se ciò sia vero, o no, lo ve-

dremo incontanente; e dedurremo quindi se dobbiamo sollevare il ligio amante del Pubblico da questa serie di visite e di richieste agl'individui che lo compongono.

§ 84. Quello che ora mi sembra non inutile di osservare si è, che non avendosi mai praticata una siffatta raccolta di opinioni in verun genere, noi supponiamo una cosa possibile, cui per altro ignoriamo se esista, o no; contenti piuttosto di un semplice saggio fatto sopra di alquante persone, che di un esteso sperimento ripetuto sopra il maggior numero: conchiudendo che debba bastare per le altre tutte da noi non consultate; quasichè ci constasse di una tanta uniformità di pensare fra gli uomini, che dal modo di opinare di uno o di pochi ci fosse lecito dedurre quello di molti, o di assai più. Da ciò si scorgerà se con ragione all'incominciamento del Capo precedente io abbia osservato che qui versavamo più su di una considerazione ipotetica, che reale.

CAPO VIII.

Ricapitolazione.

§ 85. Tutte le materie possibili dei giudicii umani sono le idee che l'uomo può avere intorno a qualsiasi oggetto. Ora fra lo sperimentarne l'impressione ed esserne privi non v'è mezzo; come non v'ha mezzo fra il loro concetto assoluto ed il loro concetto relativo. Inoltre non v'è distinzione nè divisione in ogni idea, che quella che passa fra la loro qualità e forma, e la loro attività aggradevole o disaggradevole.

§ 86. Ma considerate le idee nei loro rapporti alla verità, le affezioni loro piacevoli o dolorose, tutti gli effetti che ne derivano restano esclusi dal quesito.

§ 87. Inoltre ritenendo che debbonsi contemplare i giudicii che riguardano le dette idee, e non la diretta loro impressione, restano perciò queste del pari escluse dalle attuali ricerche, e quindi anche ogni espressione ad esse relativa.

§ 88. Per la qual cosa scorgesi che tutte le possibili materie, sulle quali può cadere la ricerca del programma, sono state comprese dalle precedenti osservazioni almeno in una guisa generale, e separatene le straniere. Circoscritto così tutto l'orbe degli oggetti delle presenti ricerche, e presentato il tenore generale della quistione, giova ora passare alla soluzione di lei.

PARTE II.

Soluzione del quesito.

CAPO I.

Risposta al quesito. — Esposizione dell'aspetto preciso cui è d'uopo di chiamare ad esame.

§ 89. Premesse le cose sopra discorse, mi si chiede di nuovo se il giudicio del Pubblico possa essere giammai un criterio di verità. Riteniamo che qui si parla delle verità di riflessione.

§ 90. A ciò rispondo: o consta abbastanza su quali fondamenti il Pubblico appoggia i suoi giudicii; vale a dire, si conoscono i principii e le combinazioni delle prove da cui risultano, o no. Nel primo caso il giudicio del Pubblico non può essere mezzo a discernere la verità, perchè diviene *superfluo;* nel secondo esserlo non può, perchè rimane *incerto.*

§ 91. Il primo è chiaro; perchè il criterio è propriamente tale solamente avanti di possedere la cognizione della verità, e non dopo che si è scoperta e riconosciuta: conciossiachè il criterio di natura sua è diretto ed ordinato a scoprirla, e a distinguerla dall'errore; talchè in questo stesso uso e direzione consiste precisamente la di lui essenza. Criterio di verità, a senso di tutti i logici, altro non è che una regola di cui si serve l'uomo per acquistare la cognizione della verità; un mezzo onde distinguere il vero dal falso. Ora quando consta pienamente in vigore della cognizione intrinseca dei rapporti degli oggetti, e delle loro convenienze o ripugnanze, diviene superfluo il soccorso di qualsiasi altro metodo, benchè altronde esistesse, per iscoprirla e comprovarla; poichè abbiamo di già ottenuto il nostro intento. — Tale infatti è eziandio la pratica della ragione umana. Conoscendo, a cagion d'esempio, per dimostrazione intrinseca che tutti gli angoli d'un triangolo, presi insieme, sono eguali a due retti, non sentiamo noi che sarebbe ridicolo d'implorare il giudicio del Pubblico, quand'anche pensasse così, onde affermare che questa è una verità? Di questo particolare adunque non facciamo più parola. Passiamo all'altro membro della distinzione.

§ 92. Immaginiamoci che taluno tessesse un corso di geometria sui giudicii del Pubblico, e che, soppresse le dimostrazioni, dicesse al suo allievo: il Pubblico circa le tali proposizioni giudica in tal guisa; quindi adot-

tate le sue sentenze per vere, servitevene con fiducia ne' vostri ulteriori progressi nelle matematiche. Se questi aderisse ai suggerimenti del suo precettore, veramente dir non si potrebbe ch'ei sappia la geometria, ma bensì che la crede soltanto. — Ma se però, volendo anche prescindere dalle dimostrazioni singolari d'ogni proposizione, egli amasse tuttavia di assicurarsi, almeno in generale, del fondamento dei proprii giudicii, egli chiederebbe per lo meno per quale ragione rimettere si possa con sicurezza all'autorità del Pubblico in materie geometriche, e non anzi dubitare della di lei validità. — Allora è ben chiaro che il suo precettore dovrebbe assicurarlo su di ciò o col dimostrargli ad una ad una ogni proposizione di geometria, e quindi fargli sentire che il Pubblico effettivamente non s'inganna; o almeno col tessere un discorso ben convincente, con cui dimostrasse teoreticamente e, come si suol dire, *a priori* che in materia di geometria il Pubblico non si possa ingannare. Nel primo caso egli esaminando i fondamenti dell'autorità del Pubblico, la renderebbe superflua al suo allievo, com'è evidente; nel secondo poi converrebbe provare in generale, che tale sia l'indole delle verità matematiche, e tale la loro relazione colla mente umana, e tale la forza della legge che fa concorrere molti ingegni umani nello stesso sentimento, da rendere impossibile al Pubblico di errare. — Senza di quest'ultima circostanza il Pubblico non godrebbe veramente verun maggior privilegio sopra d'ogni singolare individuo; ed anzi siccome è per questa sola ch'egli si distingue dal privato, così da questa deve dipendere in ultima analisi la preferenza de' giudicii suoi, se la merita, sopra quella dei privati. — Se la ricercata prova poi veramente riuscisse, allora cotesto allievo, benchè non potesse nutrire una certezza, dirò così, diretta ed intrinseca delle verità di geometria prodotta dall'intima cognizione dei loro rapporti, avrebbe però una certezza di connessione prodotta dalla cognizione intima di quelle leggi generali che le dettarono al Pubblico. Di là, come da fonte comune, la certezza si spanderebbe sopra tutti i loro prodotti, e renderebbe indubitato ogni giudicio pubblico di geometria per ciò solo che derivasse da lui. — È però manifesto, che tanto nell'una quanto nell'altra maniera ogni privato diviene per diritto di ragione *unico* giudice della verità, e del Pubblico stesso. Infatti supponiamo che, a fronte di un'asserzione del Pubblico su qualche oggetto, io avessi tali argomenti in mano, onde ne risultasse la falsità: potre' io mai dissuadermi ch'egli non s'inganni?

§ 93. E qui per l'appunto cade un'osservazione sul vero aspetto della quistione che esaminiamo. Abbiamo detto che quando si conoscono in-

trinsecamente e chiaramente i rapporti dimostranti una verità, il giudicio del Pubblico non può servire di criterio. Quando si conosce la falsità di un sì fatto giudicio, non si può nè si deve a lui rimettere la nostra opinione, benchè egli sia dell'opposto partito; ma il privato è in diritto di aderire al proprio privato sentimento. O almeno, se amasse di apprezzare soverchiamente l'autorità pubblica, dovrebbe per necessità rimanere in dubbio fra entrambe: ond'è, che nemmeno allora il giudicio del Pubblico potrebbe servire di criterio di verità.

§ 94. Dunque la quistione tende propriamente a scoprire se quella specie dei giudicii del Pubblico, de' quali soltanto *s'ignora* la intrinseca ragione, si possa assumere come mezzo onde discernere una verità per anche *incognita;* talchè ogni cosa che convenga con loro debba dirsi vera, ed ogni cosa che con essi non convenga si debba riputar falsa.

§ 95. Io non ho detto di quei giudicii, de' quali le ragioni determinanti il Pubblico ci sono occulte, ma bensì di quelli dei quali s'ignora la intrinseca ragione. Imperocchè i sostegni della verità possono nello stato reale dei rapporti essere ben diversi da quelli che esistono nello spirito del Pubblico; potendo benissimo accadere, come tuttodì veggiamo, che una verità venga adottata mercè argomenti del tutto privi di valore dimostrativo.

§ 96. Nel caso adunque che tali motivi insussistenti mi fossero palesi, ma che d'altronde avessi prove della verità del giudicio, io dir potrei non che il Pubblico s'inganni, ma bensì ch'egli è persuaso della verità per ragioni frivole, ed anche assurde.

§ 97. Nel caso poi che non avessi d'altronde prove dell'intrinseca verità o falsità dell'asserzione, e che ad un tempo stesso mi fossero note le ragioni determinanti in fatto il giudicio del Pubblico, ma che le sentissi ad un tempo stesso inconcludenti, io non potrei dire perciò che il di lui giudicio fosse falso, ma soltanto che non ne vengono addotte valide prove; e ciò per la ragione sovra indicata.

§ 98. In tal caso quest'ultimo modo di giudicio dovrebbe dal privato pareggiarsi a quei pensamenti de' quali a lui vengono occultate le ragioni; colla sola differenza, che nell'un caso ei sa che la deduzione espressa è vana, e nell'altro ignora se sia dimostrativa, o no.

§ 99. Ben è vero che il vedere la causa della verità sostenuta da un patrocinio palesemente invalido ingerisce comunemente una sinistra prevenzione contro di lei, essendo scarsissimo il numero di quelle menti che si sappiano contenere entro i limiti di una filosofica moderazione nel limitare la sfera d'influenza anche dei difetti, e che sappiano bene divi-

dere i vizii delle cose dai vizii dei loro trattatori. Ma di ciò non è nostro istituto di ragionare.

§ 100. Forse mi si chiederà, come possa avvenire che al privato siano occulte le ragioni moventi il Pubblico ad un dato giudicio, per ciò stesso ch'egli è pubblico. Ma io rispondo: che siccome questo Pubblico è un complesso d'uomini, e siccome non è d'essenza ad un uomo che mi palesi la ragione di una sua opinione perchè solo me la propone: così può avvenire (ed è ciò appunto che per lo più accade) che io, anche rapporto a molti, sappia bensì il contenuto di essa, senza ch'io ne sappia le interne e mentali cagioni.

§ 101. Ritorniamo all'assunto. Dal fin qui detto parmi di potere a ragione conchiudere, che nel caso che il Pubblico o in tutti o in taluno degli oggetti delle umane cognizioni si dovesse tenere per un criterio di verità, ciò avverar non si potrebbe se non in quei soggetti ne' quali non si veggono le dimostrazioni.

§ 102. Il caso si verificherebbe nella seguente maniera. Esiste un dato soggetto, sul quale io non so che cosa mi debba pensare: esiste però intorno ad esso un giudicio del Pubblico. Si chiede s'io debba, o almeno possa, sicuramente rimettermi a lui per farne norma al mio giudicio. Ma è chiaro che a produrre in me una tale sicurezza converrebbe prima che, almeno per una ragione generale, mi persuadessi che il Pubblico o non si possa ingannare mai, o almeno non si possa ingannare su di quelle materie a cui appartiene il soggetto, intorno al quale io bramo d'istruirmi. Ora, rapporto a questo, io ho detto che il giudicio del Pubblico devesi riguardar sempre come *incerto*, e quindi non mai come criterio di verità.

§ 103. Il dimostrare che un criterio il quale non fosse *sicuro*, cioè a dire un mezzo della cui costanza nel farci discernere il vero dal falso o in tutti gli oggetti, o anche in qualcheduno speciale, si dovesse diffidare, non sarebbe propriamente un criterio di verità nè generale nè speciale, ma invece un mezzo fallace, e quindi non più criterio; il dimostrare, dico, una tal cosa sarebbe fatica del tutto superflua, poichè ciò è posto in chiaro dal concetto stesso della cosa. Quello piuttosto che giova al caso nostro di osservare si è, che la nozione medesima del criterio c'indica il carattere della prova che dobbiamo usare, onde dimostrare la verità della risposta sopra allegata.

CAPO II.

Qual genere di prova richieggasi dall' indole del quesito.

§ 104. Se il giudicio del Pubblico o in tutte le materie, o in taluna, o sempre, o in alcun tempo potesse essere un criterio di verità, ciò avvenir dovrebbe in forza d'un principio costante e generale di natura. Imperocchè, se si risguardi il caso contemplato dalla quistione, tosto si scopre ch' ei non riguarda il Pubblico di un dato paese o di un dato secolo, nè certi individuali oggetti, nè certi anni, ma bensì abbraccia il Pubblico d'ogni secolo e d'ogni paese; ch' è quanto dire una universalità d'uomini e di cose, fra le quali non vi può essere di comune che ciò che è proprio della natura.

§ 105. Del pari volendo elevare i di lui giudicii alla dignità di criterio di verità o generale o speciale, conviene dimostrare in essi un tal carattere costante di verità, che in tutti i casi, in tutti i tempi, o almeno sempre che ritornano certe circostanze e certe materie, eglino non ismentiscano giammai la propria attività a farci discernere il vero dal falso. Infatti senza una tale immutabile rettitudine di giudicio o su tutti gli oggetti, o su certuni, quello del Pubblico sarebbe per ciò stesso mal sicuro, benchè spesso fosse conforme alla verità. A che mi gioverebbe che sovente non errasse, se pur talvolta egli lo facesse? Non è egli chiaro che nell' ipotesi che dovessi farne uso, e perciò nei casi singolari dovendo io appoggiarmi totalmente e alla cieca sulla di lui autorità, come sopra si è dimostrato, io potrei a buon diritto dubitare se quello per avventura fosse il caso dell' errore; e così ad uno ad uno potendo io applicare questo dubbio, non potrei essere certo giammai se l' autorità del Pubblico sia fonte e norma di verità? In tale situazione pertanto cesserebbe d' essere criterio, o, a dir meglio, non potrebbe mai divenirlo; poichè ripugna che un mezzo mal sicuro possa essere criterio di verità.

§ 106. Laonde tanto rapporto alla persona del Pubblico, quanto rapporto alle disposizioni a giudicare, conviene salire ad un principio costante e generale, onde decidere adequatamente la quistione, qualunque ne sia la soluzione; e ciò pure debbo fare io stesso, a fine di comprovare la mia risposta.

§ 107. Ma benchè questo sia l' unico genere di prova confacente alla natura delle ricerche attuali, e benchè non si tratti del Pubblico di Atene o di Roma o di Londra, ma generalmente d'ogni luogo e d'ogni tempo; siccome dall' altra parte consta che lo stato delle società si può can-

giare, ed anzi va cangiandosi, non solamente riguardo alle circostanze politiche (cosa alquanto indiretta a questo momento di considerazione), ma assai più a riguardo delle circostanze intellettuali, e ciò in vigore di cagioni costanti fondate in natura, come si vedrà più sotto: così pare, che sebbene la soluzione del quesito debba dipendere dall'esame di cagioni comuni operanti sullo spirito umano, cagioni risultanti dalle leggi di natura universali; pare, dico, che ciò nonostante si potrebbe risolvere soltanto in certe circostanze e su certe materie.

§ 108. Per la qual cosa se la mia risposta è vera, debbe escludere anche l'effetto speciale di siffatte cagioni. Ma riteniamo sempre, che richiedesi ch'esse non siano nè possano essere giammai o versatili o fallibili nei loro effetti.

CAPO III.

Inefficacia della prova tratta dai soli fatti.

§ 109. Io sento bene a qual genere di prova io venga astretto. Perciò mi convinco essere mestieri ommettere tutte le osservazioni vaghe tratte dai fatti, tutte le accuse che si danno ai secoli, tutte le topiche, benchè vere ed appoggiate alla storia, delle quali sono ripieni i libri dei filosofi, dei politici e dei moralisti, per elevarmi all'altezza delle generali teorie, e di là attingere le prove del mio pensamento.

§ 110. A che mi gioverebbe infatti il ripetere con Elvezio, che « non v'ha secolo che, atteso qualche suo giudicio o affermativo o negativo, non presti argomento di riso a quello che lo segue, e che una follía passata di rado illumina gli uomini sulla loro follía presente? » Che mi varrebbe il far osservare con Bacone, che gli uomini amano il falso non per la fatica sola a scoprire il vero, ma per diletto della stessa falsità (1)? O riflettere con Fontenelle, che « gli uomini non possono in qualsiasi genere giungere a qualche cosa di ragionevole, se non dopo di avere in questo stesso genere esauste tutte le sciocchezze immaginabili, e che noi diremmo pur tuttavia assai bestialità, se gli antichi non le avessero di già dette prima di noi, e non ce le avessero, per dir così, tolte di mano? » Queste e cento altre sentenze simili, tratte anche da fonti che per moltissimi sono infinitamente rispettabili, ancorchè ammesse come

(1) « Verum nec difficultas sola, laborque, quem homines subeunt in *veritate* invenienda, nec quae, ex ea inventa, cogitationibus imponitur captivitas, *mendaciis* favorem conciliat; sed ipsius mendacii, naturalis (utcumque corruptus) amor. » — Francisci Baconis de Verulamio *Sermones fideles I.*

vere, basterebbero esse a convincere qualunque uomo che non fosse persuaso della verità della mia decisione?

§ 111. Per verità, io dovrei temere d'essere forzato a restringere l'accusa mia, ed a specificare su di quali oggetti gli uomini, non singolari, ma in comune siansi ingannati. E dopo anche avere percorsa tutta la serie delle materie diverse, circa le quali caddero in errore; e dopo lunghe recensioni dei varii modi del loro inganno; e dopo faticose controversie e dimostrazioni complicate della falsità delle opinioni che adottarono; io dovrei temere che mi si soggiungesse, essere bensì dimostrati gli errori nei quali cadde lo spirito umano, e quindi che i giudicii del Pubblico intorno tali argomenti furono incerti: ma che però, siccome coll'addurre una lunga serie di cose particolari non consta veramente ch'io abbia racchiusi nelle mie prove tutti gli oggetti possibili dei quali il Pubblico possa semplicemente giudicare; così non consta nemmeno ch'io v'abbia comprese quelle tali materie, delle quali potrebbe per avventura riuscire giudice *non fallace*, e sulle quali per conseguenza i di lui pensamenti estimar si dovessero quale criterio di verità.

§ 112. E quand'anche constasse ch'io abbia abbracciati tutti gli oggetti delle cognizioni, ed abbia dimostrato l'inganno generale del Pubblico, ancora non sarebbe mostrato ch'io abbia contemplati i popoli in quell'epoca di lumi ed in quelle circostanze speciali, nelle quali divenendo essi capaci di giudicar rettamente, le opinioni loro avrebbero pur dovuto venerarsi quali regole certe a distinguere la verità dall'errore.

§ 113. Quanto adunque in un tema generale, come il presente, il metodo di provare per mezzo dei soli fatti riuscirebbe laborioso, lungo, intralciato; altrettanto sembrerebbe fallace, ed insufficiente a dimostrare la verità della mia risposta. Di questo metodo è lecito usare con buon successo solo allorquando dalla parte opposta si oppongono fatti o si suppongono cagioni speciali, per le quali certi fatti apparenti si debbano riguardare come effetti loro corrispondenti.

CAPO IV.

Teorema sulla fallibilità perpetua dei giudicii del Pubblico.
Modo di dimostrarlo.

§ 114. Ridotto pertanto ad intraprendere una prova teoretica, e di un' attività universale e costante, io vengo indeclinabilmente spinto a volgere le mie meditazioni su l'origine e le leggi doverose e le usate dei giudicii umani. E dopo un ponderato esame scopro il seguente teorema.

= Esistono costanti ed universali cagioni, in forza delle quali su di qualsiasi soggetto ed in qualunque circostanza gli uomini debbano assai facilmente e frequentemente errare, mentre pure che un gran numero di essi in comune convengono in una sola opinione. =

§ 115. Egli è ben chiaro, che se io riesco a dimostrare questa necessaria fallibilità del maggior numero degli uomini su di qualunque materia ed in qualunque circostanza, nell'atto pure che convengono in una sola opinione, si avrà pure riuscito a dimostrare che il giudicio del Pubblico non potrà essere giammai criterio di verità; conciossiachè questa necessaria ed universale fallibilità, in favor della quale non vi sono costanti eccezioni, lo rende sempre mal sicuro, come sopra si è dimostrato, e per ciò stesso del tutto inabile a divenir mai regola certa a discernere il vero dal falso.

§ 116. Ad ottenere siffatta prova parmi che non siavi metodo migliore, che l'indagare quali siano le condizioni cui le verità tutte esigono di lor natura dall'uomo ond'essere ben comprese; e che cosa gli uomini anche uniti dal canto loro in ogni circostanza e su di qualsiasi materia possano di loro natura e generalmente contribuire per acquistarne la conveniente cognizione. Io non mi trattengo a dimostrare l'opportunità di questa prova, perchè essa immediatamente e necessariamente viene suggerita dai termini stessi del proposto teorema.

§ 117. Ma a fine di procedere con ordine nella prima di queste due ricerche, e produrre un risultato dimostrato, è manifesto che conviene prima richiamare alla mente i caratteri tanto assoluti quanto relativi delle verità tutte risguardate dal canto dei loro soggetti: donde sarà agevol cosa lo scorgere quali condizioni debba l'uomo verificare dal canto suo per acquistarne la cognizione ed escluderne l'errore. Questo è appunto ciò che incontanente io tenterò di eseguire.

SEZIONE I.

Di ciò che l'uomo necessariamente e generalmente debba contribuire per conoscere la verità.

CAPO I.

Stato della verità in generale.

§ 118. Io lo ripeto: noi non ragioniamo qui delle verità di *sensazione*, ma bensì di quelle di *riflessione*, per le ragioni altrove discorse. Le prime sono piuttosto *realità* riguardo all'uomo, che *verità*; alle seconde questa denominazione propriamente conviene. Per conseguenza qui noi dobbiamo assumere in considerazione quelle che versano sui *rapporti* che passano tra le cose fisiche e morali.

§ 119. La verità in tutte le scienze possibili altro non è che = la cognizione dei rapporti che si trovano fra le cose, o, a dir meglio, fra le idee loro corrispondenti. = Essa non è che la comprensione delle nozioni relative derivanti dalla cognizione delle convenienze e delle disconvenienze, dell'origine e della dipendenza, della combinazione, della concorrenza, coesistenza e successione fra le nostre percezioni, fra le nostre idee astratte, e fra le une e le altre vicendevolmente.

§ 120. Io non mi arresterò qui a dimostrar vere queste nozioni, per non divergere soverchiamente dal sentiero che ora debbo percorrere. A chi ne sorgesse dubbio mi lusingo di poter soddisfare più sotto.

§ 121. Ritenuta pertanto l'allegata nozione, ne viene che quante esistono e possono esistere specie diverse d'idee e di oggetti dell'umana cognizione, altrettante possono esistere specie diverse di verità e di scienze. Se i rapporti debbono variare quanto variano i termini su cui sono fondati, debbono pur anco variare altrettanto tutti i risultati possibili che ne derivano.

CAPO II.

Delle verità semplici. — Dell' evidenza.

§ 122. Ma fra gli oggetti altri sono *semplici*, ed altri più o meno *composti*, siano essi o materiali o intellettuali. Vero è che gli oggetti composti possono sciogliersi nei loro elementi, o aumentare o diminuire. Ma è vero altresì, che ciò non è possibile a praticare, se non distruggendo

la semplice e rigorosa idea di unità che li costituisce; e perciò conviene necessariamente rispettarli nella loro integrità. A questa immutabile integrità è raccomandato lo stato stesso della verità: poichè per lo stesso diritto che un'idea composta si può scemare o sciogliere nelle sue semplici ed elementari, potendosi anche accoppiarne delle altre ad una semplice per farla divenire composta; ciò toglierebbe qualunque punto fisso di rapporti fra di esse, e quindi annullerebbesi ogni verità. D'altronde non si potrebbe mai negare che l'una non sia diversa dall'altra, e che una unità collettiva non sia, come tale, del pari semplice, quanto è semplice una unità rigorosamente singolare. Ma anche di questo si parlerà di nuovo più sotto (vedi Parte III. Capo V).

§ 123. Quello che giova di far osservare qui egli è, che nascono due specie di verità, cioè a dire le une *semplici* e le altre *complesse*. Nelle prime corrispondono oggetti, i quali non avendo che un solo aspetto, non somministrano che un solo rapporto ed un solo punto di paragone. Ivi la mente, per recarsi a due di questi, onde sentire la differenza che passa fra l'uno e l'altro, non deve caricarsi che di una sola idea. Ivi il contatto che fanno nella sensibilità è unico, ed è sempre diverso o almeno distinto. Quando però è solamente distinto, allora accade una mera ripetizione della stessa idea. Ivi per conseguenza il risultato è semplice, immediato, facile. Questo risultato è una verità. Il sentimento di sicurezza, cui siffatti oggetti producono intorno alla loro intera comprensione, cui recano seco, è appunto quello che appellasi *evidenza*. Quindi tali verità si appellano *evidenti*, ed evidenti *per sè;* mentre l'uomo, presenti che ne abbia gli oggetti, non deve, per dir così, porvi nulla del suo, onde scoprirle, discernerle e persuadersene. Tali sono gli assiomi matematici, ai quali si suole attribuire, più che ad altri oggetti, questa specie di evidenza.

CAPO III.

Che l' evidenza può appartenere a tutte le scienze.

§ 124. Non è però che l'evidenza non possa competere a qualunque siasi altro soggetto. Nelle altre scienze infatti non esiste nè una mente umana diversa da quella che studia le matematiche, nè una maniera di sentire diversa da quella che si ha in matematica; ma soltanto una più graduale ed aggirata attenzione su diversi termini di paragone avanti di giungere ai loro risultati.

§ 125. Accade all'uomo nell'apprendere coll'intendimento le verità delle scienze precisamente lo stesso di quello che gli accade nell'appren-

dere coll'occhio fisico le verità visuali riflesse. Per tal motivo se sopra di un tavolino esistano o due mediocri sfere, o una sfera ed un prisma, non dura nè fatica nè tempo alcuno per comprenderne tutte le rassomiglianze e le differenze; basta un' occhiata. Così nasce una verità visuale semplice *per sè* evidente. Tali sono rapporto allo spirito le accennate di matematica, ed altre molte.

§ 126. Ma se per lo contrario vengano presentati all'occhio due lavori d'intaglio, egli è chiaro che, per rilevarne tutte affatto le rassomiglianze e le differenze, conviene esaminare a parte a parte tanto l'uno quanto l'altro, e confrontarli entrambi; ed in fine con una rapida ricapitolazione conchiudere ove sono differenti e dove conformi. Ed ecco un'altra specie di verità visuale, ma complessa.

§ 127. È ben chiaro che questa è del pari certa, luminosa ed evidente all'occhio, quanto quella che nacque prima dall'esame dei corpi di forma semplice; talchè nissun altro uomo dotato di occhi sani, e che volga su di essi una pari attenzione, si potrà esimere dal confessarne e dal sentirne irresistibilmente i punti di diversità e di uniformità.

§ 128. Ma è del pari certo che a rilevare i rapporti dei primi l'uomo non abbisogna che di una occhiata, e negli ultimi di più successive occhiate; cosicchè si può dire che nei primi oggetti l'opera dell'occhio e dell'attenzione fu minima, e negli ultimi fu assai maggiore e grande. Ora tale differenza fa sì, che il merito dell'evidenza si attribuisca più all'oggetto, che all'uomo; e quello della seconda si attribuisca più all'uomo, che all'oggetto; e che perciò la prima specie di verità appellasi *per sè evidente*, e l'altra *per sè non evidente*.

§ 129. Ma siccome negli uomini e negli oggetti, a parlare precisamente, è l'uomo che rivolge la sua attenzione alle loro forme e particolarità; e nel passare dagli uni agli altri cangia non d'occhio o di metodo di vedere, ma solamente nell'ultimo caso ripete più o meno a lungo quello stesso atto ch'egli eseguì una sola volta nel primo caso; nè d'altronde la prestezza o la tardanza di una cosa può cangiarne per maniera alcuna la intrinseca qualità; e siccome altresì l'evidenza è propriamente un sentimento appartenente all'uomo, e non già una qualità inerente alle cose: così conchiuderebbesi a torto, che agli oggetti più composti non si possa applicare una rigorosa evidenza, pari a quella che conviene agli oggetti più semplici.

§ 130. In tal guisa si dimostra che l'evidenza può appartenere a tutte le scienze possibili. Qui si parla, come ognun vede, di quella evidenza la quale risulta dalla combinazione dei rapporti delle cose, e non di quella

che per avventura riguardar potesse la integrità o la verità in genere della loro esistenza. Qui non si parla della creazione delle cose, ma bensì della contemplazione del creato.

CAPO IV.

Del metodo ad ottenere l'evidenza. — Necessità assoluta di lei, e quindi del metodo opportuno alla cognizione della verità. — Dell'uomo superiore al suo secolo, e dell'uomo prontamente celebre.

§ 131. Dal fin qui detto si deduce quale esser debba la grand'*arte* ad ottenere l'evidenza. La scomposizione dei soggetti complessi nei loro ultimi elementi (necessaria affatto alla limitata e successiva maniera di vedere naturale alla mente umana, come si vedrà al Capo XI. di questa Sezione), accompagnata dall'accurato paragone o fra elemento ed elemento, o fra l'elemento e l'idea, o fra le idee intere; in una parola, una minuta e ragionata analisi scorgesi essere il metodo necessario in tutte quelle scienze, delle quali o si nutre ignoranza o dubbio, o esistono controversie; e, come a proporzione che l'analisi è più minuta, v'abbia più vicinanza fra i termini del paragone, e quindi a proporzione si avvicini lo spirito alla evidenza, e si escluda l'errore.

§ 132. E siccome d'altronde non avendola ottenuta intorno di qualsiasi soggetto, non si può veramente dire d'avere acquistata la *cognizione* della verità, conciossiachè quante sono negli oggetti complessi le *particolarità* di rassomiglianza e di differenza, altrettanti sono i termini di paragone, onde sorgono o interni o esterni rapporti di convenienza o di ripugnanza; così altrettante sono le verità che ne possono scaturire. Quindi ne viene, che tutte quelle cautele e tutte quelle minute osservazioni, tutti quei tessuti concatenamenti che riescono orridi ad un gusto lezioso, ed angustiano la sfrenata, volgare, puerile e zotica intolleranza d'ogni attenta riflessione, sono tutte cose assolutamente necessarie all'uomo per la scoperta o per la dimostrazione della verità; e solo è lecito prescinderne quando negli oggetti nulla rimanga di sconosciuto.

§ 133. Allora soltanto è lecito di ridurre le cose a metodo d'*istruzione;* allora si può compendiare in principii generali le dimostrate e già vedute connessioni singolari: imperocchè i principii generali in tanto sono certi, in quanto solamente racchiudono e risvegliano alla mente connessioni particolari già note e complete; altrimenti essi sarebbero temerarii, pericolosi, incerti, non avendo di loro natura e dentro di sè che un valore puramente precario, come ben si vede dalla loro stessa generalità.

§ 134. Quindi è, che se in un soggetto *conosciuto* si prescinde dall'usare una fredda e minuta analisi, non prescinde però lo spirito dall'avere quelle stesse singolari idee cui egli avrebbe mercè dell'analisi, perchè la notorietà di esse fa sì che spontaneamente si risveglino alla mente umana, e facciano le veci dell'analisi ragionata. Ond'è, che se si trovasse qualche uomo, nello spirito del quale, mercè di questo spontaneo risvegliamento, non si supplisse agl'intervalli lasciati dalle espressioni di chi parla, egli dir non potrebbe veramente di conoscere la verità delle cose di cui l'altro ragiona.

§ 135. Ecco il perchè molte volte alcuni uomini riescono *superiori* al loro secolo; ecco una delle ragioni non ree, per la quale molte opere o delle scienze o delle arti, e molti stabilimenti furono negletti, o lasciati sconosciuti ed inonorati, e sovente anche dalla presuntuosa ignoranza calpestati ed oscurati; e dopo all'apice della perfezione furono esaltati da una più istrutta generazione, e cinti d'un pieno lustro di gloria e di celebrità. Prescindiamo ora dallo spirito di cabala e di partito. Tale sventura sempre accadrà ogniqualvolta un uomo s'inoltri assai in qualsiasi carriera, e, soppressa la traccia dei passi ch'egli percorse, segni soltanto a rari intervalli i punti del suo cammino.

§ 136. Quindi è forse colpa sua se per questa cagione soffre della sconoscenza del suo secolo, alla quale parecchi grandi uomini furono sottomessi, e ne fecero lagnanza.

§ 137. Il risorger poi dalla oscurità e dalla umiliazione, e il salire alla celebrità ed alla stima, sempre accadrà ogniqualvolta da parecchi vengano conosciute le idee *intermedie* cui l'autore ommise, le quali servono d'anelli di connessione fra gli estremi da quello enunziati. La qual cosa, siccome è opera dell'industria non di lui, ma della succedente generazione; così il merito di essa attribuir non si può a lui se non assai imperfettamente. Egli o senza avvertirlo o a bello studio cercò più di recare stupore, che istruzione; e più la gloria della propria superiorità, che l'utile de' suoi contemporanei.

§ 138. Da ciò altresì giova dedurre quanto la *pronta celebrità* d'una produzione scientifica riesca inconcludente a provarne la intrinseca *eccellenza;* mentre è troppo chiaro ch'essa non può essere che affatto *relativa* allo stato dei lumi in cui trovasi una nazione; e ad un tempo stesso, per la ragione sopra addotta, ch'essa non può eccedere di molto la loro misura. Con ogni verità, e forse per la stessa ragione, a siffatte produzioni, ed alla riputazion loro presso del Pubblico, si può applicare quello che Bacone dice della stima professata dalla moltitudine alle virtù mo-

rali: vale a dire, che — le minori le strappano le lodi, le mediocri le incutono una certa ammirazione e stupore; ma le sublimi sfuggono affatto al di lei senso ed alla di lei percezione (1). —

§ 139. Per la qual cosa anche l'effetto della certezza e dell'incertezza, che accompagna l'ommissione del metodo necessario alla scoperta e alla dimostrazione primitiva della verità, dimostra la *necessità* perpetua dell'*evidenza* e dell'*analisi* allo spirito umano. Ecco le condizioni a cui sta legata la vera scienza.

§ 140. Siccome però gli uomini nascono ignoranti; così ne viene che ognuno, una volta almeno in vita sua, è obbligato, su di quel qualunque soggetto del quale vuole o professare o conseguire la scienza, a tessere i minuti, complessi e concatenati paragoni sopra assegnati, e quindi avanti ogni cosa applicarvi una ben compiuta analisi. Ciò, è vero, richiede fatica e pena, anche perchè l'uomo deve reprimere quella intemperante voglia di vedere prontamente e facilmente molte cose, e di provare molti e variati piaceri in breve tempo. Ma egli è vero altresì, che senza di tale magistero non si potrà mai dire che alcun uomo *sappia*, ma bensì che egli crede soltanto una scienza, e che la crede sulla parola del suo istruttore, il quale soventi volte dal canto suo l'ha ricevuta in tal guisa da altri.

§ 141. Ecco la ragione morale, perchè gli autori originali sieno tanto pochi, e molti i copisti; il genio tanto raro, e men raro l'ingegno, e frequente la semplice dottrina; perchè i falsi sistemi possano dominare tante generazioni, e l'autorità far le veci della ragione.

§ 142. Da ciò si vede quanto, in mezzo al colmo stesso dei lumi scientifici, i libri *analitici* su di qualsiasi soggetto siano di un' assoluta *necessità*; esistendo sempre una generazione ignorante, la quale abbisogna d'istruzione, e s'incammina ad essa in mezzo ad una generazione dotta che più non ne abbisogna.

CAPO V.

Esclusione delle verità per sè *evidenti dalle ricerche del programma.*

§ 143. Noi abbiamo veduto poco fa quale sia il carattere delle verità *per sè* evidenti. Da esso risulta, che fra l'intenderne il significato ed il rimanerne perfettamente certi non v'è *mezzo* alcuno nella mente umana.

---

(1) *Virtutes minores ab iis laudes extorquent; mediae admirationem quamdam aut stuporem illis incutiunt; sublimes autem in sensum aut perceptionem eorum prorsus non veniunt.* — Francisci Baconis de Verulamio *Sermones fideles,* Cap. LI.

Quindi i giudicii che riguardano siffatte verità, quando vengono ad altri espressi, o non saranno affatto intesi nel loro significato diretto, o tosto che verranno intesi rimarranno eziandio dimostrati.

§ 144. Laonde volgendo la nostra attenzione allo spirito del programma, possiamo conchiudere che i giudicii del Pubblico risguardanti verità *per sè stesse* evidenti non possono essere propriamente *mezzi* a discernere il vero dal falso, giacchè si ottenne tale scoperta al momento stesso che il giudicio venne a notizia, e si ottenne in forza della cognizione intima dei rapporti delle idee che racchiude. Perlochè questi escluder si debbono dallo scopo delle nostre ricerche, per restringerle alle verità *complesse*, delle quali s'ignora la dimostrazione. Dopo ciò proseguiamo la storia naturale della verità nei rapporti delle attuali ricerche.

CAPO VI.

Avvertenze sulla necessità di limitare le nostre osservazioni a quei rapporti generali delle verità complesse, per cui rendonsi necessarie certe operazioni dello spirito umano a ben comprenderle.

§ 145. I caratteri delle verità complesse sono moltiplici, come pure moltiplici sono le loro relazioni sì interne che esterne. Imperocchè a proporzione che lo spirito umano contempla un oggetto qualunque, o vi ravvisa qualche cosa di simile o dissimile, o lo riporta a qualche punto interno od esterno, o che fra molti oggetti scopre un carattere comune, o che egli stesso per ottenere da molti certi effetti, benchè differenti, deve ciò non ostante impiegare una stessa operazione, o che da molte cagioni considera derivare lo stesso effetto, o che molti oggetti si riportino ad un fine comune; egli classifica, denomina, abbraccia in diverse maniere molte cose; ma ad un tempo stesso molte cose singolari inchiude entro la stessa sfera o di denominazione, o di effetto, o di fine, o di relazione. Quindi nascono altrettante verità, ed altrettante collezioni di differenti verità, a cui si annette un nome comune. D'indi nascono differenti denominazioni o generali o speciali di altrettante scienze. Quindi le verità e le scienze concrete e le astratte, le fisiche, le metafisiche, le morali, le religiose, le politiche, le estetiche.

§ 146. Ma di tutte queste cose non è del mio instituto di ragionare se non se per quei soli rapporti che non possono influire sulla *certezza* umana. Quindi abbandonandone la distinta enumerazione, e la storia della vera e naturale loro procedenza all'enciclopedista illuminato, a me conviene rilevare in esse quelle sole particolarità, le quali esigono dallo

spirito umano certe operazioni piuttosto che certe altre, onde non andar traviato pei sentieri dell'errore.

§ 147. E qui credo necessario di far osservare, che le *condizioni* a conoscere le verità sopra ricordate, e dimostrate indispensabili, creder non si debbono riservate ai soli dotti; talchè da esse gli altri uomini si possano dispensare, e giudicare tuttavia rettamente dei varii oggetti delle umane cognizioni. Imperocchè siccome l'uomo non ha nè due specie di occhi, nè due specie di orecchi, nè due specie di odorato o di tatto, onde doverne adoperare una quando si trova solo, e l'altra soltanto quando è unito cogli altri; come non meno, che in forza della pura considerazione di un pensatore, il quale dal fondo del suo gabinetto lo riguarda ora in sè stesso, ora unito agli altri, cangiar non può il modo di conoscere, di giudicare, di astrarre e di sistemare, ma realmente è la stessa ragione che ha le stesse forze, sostiene gli stessi rapporti colle cose esterne, e veste le stesse spoglie e in casa e in piazza: così ne viene che le leggi sovraccennate, le quali, come vedemmo, riescono di una indispensabile osservanza a ben conoscere le verità, si estendono pur anche a tutto il Pubblico, il quale non è che un complesso di uomini; talchè, senza la pratica loro, i di lui giudicii riescono necessariamente *incerti* su di qualsiasi soggetto.

CAPO VII.

Delle coesioni e delle dipendenze fra le verità. — Dell'attenzione, e della di lei natura. — Sua necessità a fissare le idee nella memoria.

§ 148. Esistono fra le idee rapporti di coesione e di dipendenza, alcuni dei quali sono tracciati dallo stato reale degli esseri esistenti, e gli altri vengono formati dall'arbitrio umano. Per conseguenza esistono connessioni e dipendenze fra le verità, alcune delle quali sono d'un ordine *necessario* ed inviolabile all'uomo, e le altre di un ordine da lui *dipendente*, ma non arbitrario, se si proponga un qualche fine. Le prime sono propriamente quelle che appartengono alle scienze; le seconde formano i teorici fondamenti delle arti. Alle prime l'uomo applica il nome di *ordine* e *legge di natura;* alle seconde quello di *combinazione fattizia*, di *ordine umano*, o d'*istituzione*. Nelle prime l'uomo non è che semplice scopritore; nelle seconde per una parte riesce creatore. Nelle prime esercita l'osservazione, ed è, dirò così, seguace e dipendente dal filo delle cose, onde raggiungere la verità; nelle seconde esercita un potere attivo, ed è signore indipendente nell'accoppiarle, anteporle e posporle

in cento guise differenti. Vero è però che, fissatene una volta le forme, o stabilitane la vicinanza, i rapporti di paragone ne sono necessarii, e quindi l'arbitrio non può estendersi a tramutarne i risultati. — Quindi se i materiali e il loro ordinato avvicinamento sono ipotetici, non ne riesce però ipotetica la totale struttura. Se le supposizioni ne sono arbitrarie o contingenti, ciò non ostante tali non sono le conseguenze. Esse ne sono necessarii risultati.

§ 149. Un esempio di queste finzioni o intellettuali o fantastiche lo abbiamo appunto nelle ipotesi, e nelle romanzesche e poetiche finzioni. Le prime sono finzioni che appartengono e servono in certa guisa alle scienze ed alla riflessione; le seconde al gusto ed ai fatti. Nelle ipotesi la composizione dei fatti è più subalterna al suo fine, che nelle poetiche finzioni. Nelle ipotesi i fatti servono per ragionarvi sopra, e per giungere in ultima analisi a qualche scopo scientifico; nelle altre finzioni lo spirito si occupa precipuamente nel comporre i fatti stessi, e senza altra serie di raziocinii o concatenamento di teorie ha per fine l'altrui diletto, o l'esecuzione conforme di qualche opera dell'arte, o finalmente quello di esercitar solamente l'attività di chi le crea.

§ 150. Elvezio ha detto che tutte le operazioni dello spirito si riducono a giudicare (1). Se ciò fosse vero, noi non avremmo realmente che quelle sole idee e quelle loro combinazioni, le quali ci venissero somministrate dalle circostanze *esterne;* poichè il sentirne la convenienza o la disconvenienza (ciò che costituisce il *giudicio*, a senso dello stesso Elvezio (2)) non ne altera nè la forma, nè il numero, nè la connessione, nè la successione.

§ 151. Ma è cosa di esperienza, che lo spirito nostro accoppia, dissocia, compone, scompone, lascia e tramuta da uno in altro luogo tanto le forme intere delle idee, quanto le loro originali e interne strutture. Dunque tutte le operazioni del nostro spirito non riduconsi soltanto a giudicare.

§ 152. Qual uomo infatti non sente di non essere dotato solamente di una inerte e passiva facoltà di stare immobile contemplatore dello spettacolo dell'universo fisico e morale, ma di avere inoltre in sè stesso un *vero* ed *attivo* potere di reazione, cui egli esercita operando sulle idee, o, a dir meglio, sugli organi eccitatori delle idee? Della esistenza del

(1) « Toutes les opérations de l'esprit se réduisent à juger. » *De l'esprit*, Discours I. Chap. I.

« Toutes les opérations de l'esprit se réduisent à l'observation des ressemblances et des différences, des convenances et des disconvenances que les divers objets ont entr'eux et avec nous. » *De l'homme et de son éducation*, Sect. II. Chap. IV.

(2) Ibid.

quale potere ei viene appunto avvertito dalle idee stesse, le quali ne sono gli effetti; conciossiachè è impossibile ch'egli *senta* il potere proprio attivo per altra via, che per la sensibilità. D'altronde l'atto di sentire non è nè può essere mai simile all'atto di produrre in altri soggetti un effetto qualunque: egli non consiste nel movere una cosa, o nel reagire all'occasione di un urto ricevuto; ma bensì egli è soltanto un soffrire ed un accogliere in sè le esterne impressioni fatte dagli oggetti nell'anima.

§ 153. Egli è questo potere *attivo* di reazione che accompagna tutte le nostre operazioni dalla prima materiale sensazione della nostra vita fino ai voli più stupendi dell'intendimento; egli forma le più energiche deliberazioni della volontà, e compie le opere più ammirande della mano dell'uomo; o, a dir meglio, egli è l'unico fabbricatore di tutte queste cose. Dammi i materiali, dammi un serbatojo atto a conservarli, e in tutto il resto lascia pensare a me; pare che qui dica l'uomo alla natura. Quando questi materiali saranno giunti a me, sarà mia cura il riporli nel luogo destinato a conservarli; sarà mia cura altri scomporli, altri ammassarli, ed altri travolgerli in cento maniere. Su di essi, e loro mercè, erigerò fabbriche d'idee per cento guise differenti, e infinite opere della mia mano così erette riusciranno poi a me di aggradevole e importante spettacolo, e di oggetto a' miei studii ed alla mia utilità. Io debbo però confessare, prosegue egli, che io sarò costretto dall'indole mia irresistibile a dare sempre la preferenza a quei soli che più interesseranno il mio cuore, o per accoglierli, o per rigettarli.

§ 154. Parliamo in modo diretto. È vero che, giusta il modo nostro d'intendere, a fine di sentire non avvi d'uopo che d'una specie di passione o d'un accoglimento della percezione nell'anima nostra; ma è vero altresì, che per *fissare* nella memoria una percezione ricevuta evvi pur d'uopo di *attenzione*, a confessione dello stesso Elvezio, e come anche viene dimostrato dall'esperienza. Ora, benchè quest'attenzione, a riguardo della umana cognizione, non si possa definire che una *persistenza* più o meno lunga dell'anima sulla stessa idea, perchè una definizione qualunque non potrà giammai esprimere altra cosa, che affezioni della facoltà di sentire, vale a dire delle idee; pure, se scrutiniamo più a fondo la realità delle cose, dobbiamo confessare che la permanenza dell'idea nell'anima altro non è che un puro effetto apparente di un potere attivo di lei, il quale si esercita mentr'essa attende; e che l'attenzione è realmente una vera *reazione* dell'anima stessa sulla sede fisica dell'idea; quindi, ch'essa è l'esercizio di un potere attivo di lei, il quale si fa sentire alla sensibilità mercè l'effetto che in lei produce; il qual effetto è appunto quello che

deve corrispondere al di lei esercizio. Conciossiachè siccome un dato organo, mosso da un oggetto, produce nell'anima un'idea; così se venga prolungato o rinnovato o aumentato il movimento stesso da una forza qualunque, deve produrre per la stessa ragione l'effetto medesimo nella sensibilità, altro non essendo l'idea, nè potendo essere in ultima analisi, che il risultato dei rapporti che passano fra l'anima e gli organi, e gli organi e l'anima; rapporti fondati sulla natura degli uni e dell'altra.

§ 155. Io credo poi che non faccia mestieri dimostrare che l'attenzione sia l'esercizio d'un potere *attivo* che reagisce nella guisa sovra spiegata; mentre dall'esperienza risulta che mercè di essa *si aumenta* la forza di alcune impressioni esterne, e *si rintuzza* l'apparenza di alcune altre, col sottrarre l'anima fino ad un certo segno dal loro impero. Mercè di essa si sperimenta eziandio che l'anima passa dalle più forti alle più deboli impressioni e per la noja di una forte e lunga sensazione, e per l'amore dell'uomo alla varietà, e per cento altre morali relazioni.

§ 156. Ora se l'uomo può, mercè dell'attenzione, aumentare l'impressione d'una cosa, segnatamente se venga prodotta dalla memoria; e se, malgrado la sollecitazione di altri sensi, non si presta alle loro forti richieste, ma passa a suo piacimento alle più deboli; non dovremo noi dire che dunque l'anima nell'esercitare l'attenzione non è puramente *passiva?* perchè in tal caso essa non potrebbe avere che quelle idee e quel grado solo di sentimento, il quale derivasse dal grado della impressione degli oggetti esterni. Inoltre essa sarebbe tratta unicamente a beneplacito del concorso delle idee cui l'accidente solo esterno guidasse ad occupare la di lei sensibilità, e le quali cacciate poi da altre attendessero d'esserne pure sbandite da altre successive. Allora infatti l'anima, simile al passivo ed inerte cratere di un mare, altro far non potrebbe se non se accogliere nel suo seno una folla d'idee, le quali al pari delle onde lascierebbe necessariamente scorrere e incalzarsi a piacimento dei venti, e delle altre cagioni che le spingono nel vario loro corso ed agitazione. — Conchiudiamo: nell'attenzione si esercita un *potere attivo* dell'anima che reagisce; e l'esercizio di un tal potere è *necessario* a fine di fissare le idee nella memoria.

CAPO VIII.

Continuazione. — Necessità dell' attenzione *a formare le* idee astratte *e le* generali. — *Necessità dei* segni *e dell'* attenzione *per conservarle.*

§ 157. È cosa nota e fuori di controversia presso tutti i filosofi, che a formare le *idee astratte* richiedesi necessariamente il magistero dell'*attenzione*, e che anzi a lei sola devesi la loro formazione. Imperocchè è sentenza nota, che l'astrazione non è altro che una fissazione dell'attenzione medesima su alcune particolarità di un oggetto qualunque complesso, sia fisico, sia morale, mercè la quale la vista o interiore o esteriore dell'anima viene su di essa concentrata e limitata; non badando allora, nè accorgendosi, nè apprezzando le altre particolarità tutte circostanti.

§ 158. Quest'idea speciale, in tal guisa contraddistinta da tutte le altre appartenenti allo stesso soggetto, e la quale per un modo metaforico si *separa*, appellasi perciò *idea astratta*, cioè staccata dalle rimanenti, colle quali prima giaceva unita, le quali tutte per questa ragione avevano il nome di *idee concrete*.

§ 159. È noto inoltre, dalla facoltà di *astrarre*, e quindi dall'esercizio dell'*attenzione*, derivare quella di *generalizzare* fra loro le idee, come dicono i filosofi (parlando degli oggetti complessi, parte simili e parte dissimili); mentre il formare un'idea o una nozione generale altro non è che separare da molti individui quelle qualità che a tutti convengono, ommettendo tutte quelle che sono proprie e particolari, e formare di tutte un aggregato, o, a dir meglio, un'associazione tale di idee accoppiate e di giudicii, per cui sentiamo che quella tale idea, che noi ravvisiamo, l'abbiamo contraddistinta in tanti differenti soggetti. Ciò avviene sì perchè molte idee simili non sono poi che la stessa idea ripetuta in più soggetti diversi; e sì perchè tale essendo l'indole dell'esser nostro, che mercè la memoria siamo necessariamente ricollocati nella stessa situazione in cui fummo un tempo per rapporto alla sensibilità; è forza che molti dei soggetti, da cui abbiamo tratta l'idea generale, si riproducano; e si riproducano sotto la posizione medesima in cui li contemplammo al momento dell'astrazione e dell'associazione loro cogli altri tutti simili coi quali li paragonammo.

§ 160. Ecco perchè alcuni filosofi hanno appellato le idee generali col nome di *forme vaghe ed incerte;* ch'è quanto dire non rigorosamente individuali, ma che però dentro certi confini hanno una rassomiglianza. Ed ecco ancora perchè alcuni altri filosofi più superficiali, confondendo

le associazioni sole accidentali delle idee generali coll'esistenza del principale soggetto, hanno detto che ogni idea generale altro non sia che una *immagine concreta* d'una cosa materiale ed esterna, o di molte cose sensibili dello stesso genere; non avvedendosi primieramente, che ciò non si può verificare in tutti, e che inoltre quantunque sia vero che una data particolarità esista in un soggetto, nulladimeno non si può dire ch'essa o lo componga tutto intero, o venga contemplata confusa con lui, benchè a lui sia congiunta. Ora questo è il caso delle idee generali appartenenti a molti soggetti di una parziale rassomiglianza, le quali non sono in sostanza che molte idee simili, cioè a dire molte particolarità simili appartenenti a differenti soggetti insieme risvegliate nell'anima.

§ 161. Appena è necessario di rammentare che alla formazione delle idee generali è necessario il magistero della *memoria;* mentre niuno ignora che senza la *presenza* di molti individui, dai quali si traggono le idee simili e comuni, ed ai quali poi eziandio si applicano in progresso per applicarle pure a molti altri, sarebbe impossibile di compiere questa operazione; alle quali cose può soccorrere unicamente la memoria.

§ 162. Non sarà forse inutile di richiamare ancora, che a fine di ritenere le idee astratte, e d'impedire che, cessata la forza dell'attenzione, la quale, per dir così, ha staccati i fogli dall'ammasso intero, essa non debba un'altra volta rifare l'opera sua, lasciandole ricadere di nuovo nel loro primitivo stato concreto, si richieggono i *segni* delle idee stesse, mercè i quali le astrazioni, quasi da vincoli legate e dipendenti, si scuotano, e rendansi presenti all'anima tali e quali furono astratte. Così quelle porzioni dell'idea concreta, cui l'attenzione di già staccò, vengono presentate all'intelletto; e senza siffatto magistero la ragione e la sperienza mostrano che tutta l'idea concreta sarebbe perpetuamente riprodotta appuntino come nella prima volta; e l'uomo, dopo d'avere per infinite maniere ripetute le astrazioni, non sarebbe niente superiore ai bruti.

§ 163. Tutto questo si vede che con pari diritto applicar si deve anche alle *nozioni generali*, le quali, al pari delle *idee astratte*, abbisognano dei *segni* ond'essere ritenute, conservate e riprodotte.

§ 164. Quindi giova osservare di passaggio quanto la perfezione del *linguaggio* sia necessaria ai progressi dell'umana ragione; e che una nazione è sempre barbara e fanciulla riguardo alle cognizioni, fino a che non abbia aumentato ed esteso fino ad un certo segno il suo Dizionario. Questa sarà la vera e naturale norma indicante la misura dei progressi intellettuali d'ogni popolo della terra.

§ 165. Ma siccome per associare tutte le ricordate idee coi loro segni

è d'uopo dell'effetto dell'*attenzione*, com'è già noto, e per conservare l'associazione è necessaria la *memoria;* così anche per formare e per conservare le idee astratte e le generali richiedesi il magistero dell'*attenzione* e della *memoria.*

CAPO IX.

Continuazione. — Altre riflessioni sulla necessità dell' attenzione analitica *a formare le* idee generali.

§ 166. Una mente che astrae è una mente che si può fissare e si fissa sopra gli elementi delle idee complesse; ed una mente che eseguisce una siffatta operazione può ad una ad una tutte sentirle, discernerle le une dalle altre, e così per una *chimica sentimentale* scomporre tutto intero il tessuto ideale; la quale operazione appellasi metaforicamente *analisi.* Ma dopo ciò può anche ricapitolare tutte le distinte ed enumerate idee, ed esprimerle; ciò che formerà una *descrizione* o una *definizione*, giusta il soggetto o individuale o generale su del quale si sarà occupata.

§ 167. Quindi ne viene, che se il fondamento d'ogni scienza sono le buone definizioni, il fondamento, o, a dir meglio, il mezzo ad ottenere le buone definizioni è l'analisi accurata. L'analisi non è che una successiva astrazione sulle parti tutte dell'oggetto, accompagnata dal sentimento paragonato delle loro scambievoli diversità; cioè un' attenzione forte, paziente e seguíta, che fa apprendere alla sensibilità le forme e le differenze di tutte le parti di un'idea qualunque complessa o fisica o morale.

§ 168. Parmi d' avere qui sopra fatto vedere quanto l'analisi sia necessaria all'evidenza nei soggetti già formati, di qualunque genere si fossero; e quanto questa lo sia alla cognizione della verità. Ora mi propongo dimostrare quanto sia necessaria alla *formazione* stessa dei soggetti intellettuali, sia che parliamo delle idee generali delle cose della natura, sia che contempliamo le altre che si creano dalla forza della immaginazione, delle quali anche abbiamo di sopra ragionato. Da ciò si potrà dedurre a quali condizioni la natura abbia legato l' acquisto delle verità intellettuali, ed ardisco anche aggiungere del bello il più completo; e quindi se la capacità del Pubblico sia a ciò proporzionata.

§ 169. Per verità, questo assunto potrà sembrare strano a qualche pensatore; perchè a prima vista apparisce ripugnare all'indole dell'analisi, la quale non pare potersi conciliare col *generalizzamento* (se m'è permesso il dirlo) delle idee e delle loro arbitrarie composizioni. Imperocchè nell'analisi la mente si chiude entro i confini di una sola idea

complessa, di cui va discernendo le parti tutte; e, ciò fatto, ha finito l'ufficio suo: all'incontro nel rendere generale un'idea molte ne percorre, anzi tutte quelle che hanno fra di loro una data rassomiglianza. Nell'analisi si tien conto esatto egualmente di tutti gli elementi di un soggetto, e tutti si registrano nella storia dell'attenzione: ma nel rendere generale un'idea non si tien conto che delle sole particolarità rassomiglianti dei soggetti, trasandate le altre tutte; e le prime in tal guisa delibate non si recano nel deposito comune della ragione. Nell'analisi l'interesse dell'attenzione si estende ugualmente a tutte le parti del soggetto: ma al contrario nel formare l'idea generale si restringe ad un aspetto solo di tutti gl'individui contemplati.

§ 170. Malgrado questo, io dico che l'analisi deve presiedere alla retta formazione delle idee generali. E in verità supponiamo quattrocento oggetti, ognuno dei quali abbia cinque primarie qualità semplici che ne costituiscano il carattere individuale. Supponiamo inoltre che cento di questi si rassomiglino fra di loro per quattro qualità, e che ognuno di essi ne abbia una differente; che gli altri cento rassomiglino a questi per tre sole qualità; e gli altri cento a tutti i precedenti per due sole; e gli altri cento per una. Ciò supposto, chieggo io: per classificare come conviene tutti questi oggetti, e per applicare a tutti le idee che hanno veramente comuni, non conviene forse sapere che i primi cento hanno quattro qualità simili, i secondi tre, i terzi due, e gli ultimi una sola? Ora a scoprire questo con certezza come far si potrà, se non coll'esaminare attentamente tutti gl'individui classificati in ogni loro parte, e, distinguendo e ravvisando le loro intime forme, tener conto delle simili, e trasandare le differenti? E ciò non è forse usare del magistero dell'analisi (1)?

§ 171. Ma tutte le classi possibili di specie e di generi, sì primarii che secondarii, che cosa altro sono mai, che qualità simili estese ad un minore o maggior numero di soggetti, cioè a dire la stessa idea contemplata dall'uomo qual elemento ch'entra nella composizione di un numero più o meno esteso di idee complesse? Queste poi formano il maggior corredo dell'umana ragionevolezza. La cognizione estesa della progressiva e non interrotta gradazione dall'individuo a tutti i più alti generi, e delle connessioni che indi ne nascono, caratterizza in gran parte

(1) Io non dico perciò che l'analisi *sola* presieda alla formazione delle idee generali; v'entra dopo la facoltà di *comporre*, che, ricapitolando ed associando le separate comuni qualità, le congrega in un solo corpo o nozione, e ne presenta il quadro all'anima, lo imprime nella memoria, e lo riflette unito nella sensibilità, come in uno specchio fedele.

il genio scientifico. Da ciò ne viene, che l'attenzione analitica è la madre immediata della ragionevolezza umana e del genio.

CAPO X.

Necessità dell'attenzione analitica nella deduzione dei rapporti ipotetici *e nella perfezione delle opere del* bello.

§ 172. Inoltre anche nella composizione arbitraria delle idee è necessaria l'analisi per ottenere il fine loro consueto. E infatti, o si uniscono idee astratte o concrete per confrontarne fra di loro i caratteri, e dedurne i rapporti di semplice convenienza o disconvenienza; ciò che tende alla scoperta delle verità di supposto per altro sommamente *ipotetico:* ed allora è cosa evidente che ricercasi l'analisi al pari che nelle altre verità di supposto totalmente *necessario.* O siffatta composizione tende a produr diletto: ed è pur vero che per ottenere il maggior diletto possibile da quella unione d' idee, ciò che è lo scopo delle belle arti e delle belle lettere, deve precedere l'analisi. Infatti, o il *bello* che si vuole esprimere è di *pura imitazione*, o è di *pura invenzione*, o è misto dell'una e dell'altra. Se è di pura imitazione, è evidente che l'espressione di esso non sarà giammai perfetta, se non accoppierà in sè le rassomiglianze tutte visibili ed anche inavvertite, le quali nell'originale fanno ciò non ostante un reale e sentito effetto sui sensi umani. Ora come potrà così accoppiarle senza conoscerle perfettamente, e come potrà tanto finamente conoscerle senza una squisita e profonda analisi degli originali?

§ 173. Che se poi il *bello*, che si cerca di esprimere, è di pura invenzione; allora siccome egli risultar deve da un collegamento arbitrario di idee, i rapporti delle quali producano il maggior numero possibile di piaceri tanto assoluti quanto relativi, accoppiando la varietà con l'unità in guisa che ne risulti nelle date circostanze il maggior possibile diletto: così è pur chiaro rendersi assolutamente necessario che preceda una cognizione analitica delle particolarità tutte delle idee, onde poter discernere quelle che sono valevoli a produrre meglio l'effetto inteso; e così presentarle piuttosto sotto di un aspetto che sotto di un altro, cioè a dire fissando l'attenzione dello spettatore più su di una parte che su di un'altra delle idee fantastiche e delle intellettuali. Montaigne ha detto che Orazio frugava incessantemente nel magazzino delle idee, per rappresentarsele nel loro più vivo lume.

§ 174. Ancora una riflessione su questa specie di *bello*, il quale non può qui risguardarsi che sotto un aspetto solo. Egli è certo che il *bello*

tutto letterario di pura invenzione vien tratto precipuamente dai *tropi*; mentre senza di essi lo stile è puramente *storico*, o rivolgasi alla nuda esposizione dello spettacolo della natura, o dei fatti degli uomini, o delle nude idee delle scienze (anche in tal caso però sarebbe fondato su di un *attento esame* della cosa descritta). Ora tutti i tropi possibili in ultima analisi riduconsi a risvegliare, mercè dell'espressione di una idea, un'altra idea o per semplice associazione di circostanze, o per analogia. Ma in quanto maggior numero veggonsi le particolarità nelle idee fisiche e morali che si accoppiano e si fanno contrastare piacevolmente nell'animo, non si hanno forse tanti punti di più di paragone, e tante più feconde sorgenti di *bello* letterario, e, quel ch'è più, maggiori occasioni ad esporre più corretti e più squisiti modelli di bellezza? Ma il ben vedere tutte le ricordate intime differenze degli oggetti letterarii non dipende forse dall'*analisi?*

§ 175. L'operazione adunque che costituisce il merito principale del filosofo, quella stessa eziandio prepara e feconda il gusto corretto dell'artista e del letterato. Per tal motivo se la natura, come dicesi volgarmente, forma il grande artista per creare le aggradevoli produzioni, per animarle, e per superare l'inerzia dominatrice della comune degli uomini; la filosofia ne depura il gusto, ne previene gli sviamenti, e ne agevola il libero corso fra i più occulti seni ed i più angusti recessi dell'universo *ideale*, onde possa conquistare spoglie recondite e peregrine, arricchirne le sue produzioni, e rapire i fremiti sublimi, i sospiri dilettevoli, e gli applausi entusiastici delle anime sensibili.

CAPO XI.

Perchè l'uomo debba necessariamente contribuire dal canto suo tutte le sovra enunciate operazioni a fine di conoscere la verità.

§ 176. Fingete un uomo d'una illimitata capacità di conoscere. Credete voi ch'egli, a fine di comprendere lo stato assoluto e relativo delle cose, e così le verità tutte possibili, abbisognasse di assoggettarsi a tutte le sovra descritte operazioni, o che anche lo potesse?

§ 177. È ben chiaro che un tal uomo nè fare lo potrebbe, e neppure ne abbisognerebbe. Imperocchè per ciò stesso, ch'egli fosse dotato di una illimitata comprensione, non potrebbe angustiare l'intendimento suo nè su di un'idea singolare, nè su di una parte sola di un'idea; ma per una necessaria e naturale forza, respingendo ogni costringimento, rimarrebbe nella sua ampiezza naturale.

§ 178. D'altronde, in forza della illimitata sua intelligenza, tutte vedrebbe ad un solo tratto presenti le idee degli oggetti, e tutte le raffigurerebbe nelle loro precise forme; tutte ne sentirebbe le differenze scambievoli, e quindi i rapporti tutti che fra le une e le altre esistono: talchè la cognizione delle verità tanto assolute quanto relative, tanto di sensazione quanto di riflessione, sarebbe l'opera d'una semplice visione *intuitiva.* Per lui tutte le verità non sarebbero che *per sè* evidenti, ed egli non avrebbe che giudicii diretti.

§ 179. Quindi egli non abbisognerebbe di astrazioni, le quali non sono che attenzioni parziali, come si è già detto; e a lui sarebbero anche impossibili ad eseguirsi.

§ 180. Non abbisognerebbe d'idee generali, le quali in sostanza non sono, come si è già veduto, se non astrazioni rapidamente ripetute sopra molti soggetti, o ripetizioni della stessa idea intera su molte cose simili.

§ 181. Non abbisognerebbe di analisi, nè di raziocinio, nè di altro qualsiasi metodo, com'è evidente; e tutte anche siffatte funzioni gli riuscirebbero di una insuperabile impossibilità.

§ 182. Se dunque elleno riescono indispensabili all'uomo, come la esperienza lo dimostra, ciò deriva dalla *limitata* capacità della di lui facoltà di conoscere.

§ 183. Esse pertanto sono contrassegni indubitati di un *difetto*, e non di una *perfezione;* o se pure riguardar si volessero come doti significanti *eccellenza*, esse non potrebbero riuscir tali se non relativamente ad altri esseri aventi una pari limitazione, ma che fossero sprovveduti di pari mezzi a scoprire i rapporti delle cose. Laonde dir si potrebbe meno imperfetto di loro, ma però sempre assai inferiore in potenza ed in mezzi ad una intelligenza, la quale con un'assai maggiore sicurezza, celerità, e con nessuna pena giunge allo stesso scopo.

§ 184. Se viceversa esistesse un uomo di una tanto limitata e indifferente capacità di sentire, che non avesse se non ad una ad una le idee singolari e concrete, e non ne provasse nè piacere nè dolore disuguale, egli non avrebbe nè astrazioni nè idee generali, non eseguirebbe analisi alcuna, non tesserebbe raziocinii; ed altro non sentirebbe, che le immediate e momentanee differenze nel passare dalle une alle altre concrete sensazioni. Così un tal uomo della massima limitazione mentale rassomiglierebbe in qualche parte all'uomo dell'illimitata intelligenza, e sarebbe di una condizione totalmente opposta. Così anche in questa ipotesi si verificherebbe che gli estremi si toccano senza confondersi. Ma e l'uno e l'altro sono puramente fittizii.

§ 185. Se poi si chiegga quali sono i *gradi* della limitata capacità di conoscere dell'uomo, tosto l'esperienza ce li indica; poichè è chiaro che i limiti di essa si racchiudono entro quelli della vista *intuitiva* dei rapporti delle idee. La capacità naturale dell'intendimento umano finisce ove incomincia il raziocinio: conciossiachè se il raziocinio, giusta il pensamento di tutti i filosofi, è quell'atto per cui non potendo l'intelletto scoprire immediatamente le relazioni di due cose, ossia di due idee, le paragona amendue ad una terza, colla quale entrambe abbiano una relazione già conosciuta, per dedur quindi la relazione che hanno fra di loro; è chiaro adunque, che dove incomincia a rendersi necessario il raziocinio, ivi finice la estensione naturale della forza intelligente dell'uomo.

§ 186. Ora il raziocinio incomincia precisamente (come la esperienza il dimostra) a rendersi necessario quando, oltre la comprensione dei rapporti di due idee semplici, l'intelletto nostro tenta scoprire la relazione di una terza. Dunque risulta che la estensione naturale della capacità intellettuale umana a conoscere i rapporti delle idee, e quindi a scoprire la verità, non oltrepassa l'estensione di due idee semplici; e quindi tutto ciò che al di là di tal confine si eseguisce è opera di pura *industria* umana, che ripete le operazioni originali della facoltà di conoscere, e le ripete colle stesse leggi della vista intuitiva e ristretta naturale all'intendimento. Così l'uomo nel percorrere un lungo cammino ripete sempre un *solo* passo; e se egli naturalmente non può abbracciare che un breve spazio, pure ripetendo un tal atto abbraccia nel suo viaggio tutta la circonferenza del globo.

§ 187. E quand' anche la forza sua mentale si estendesse a qualche cosa di più, ciò sarebbe infinitamente poco in proporzione dell'aspetto sommamente *complesso* e del numero illimitato delle verità che rimangono a conoscersi.

§ 188. Dalle premesse cose pertanto si deduce fino a quale prossimità ridur si debbano gli aspetti delle cose in iscambievole paragone, a fine di produrre la *intera certezza;* e se con ragione altrove io abbia asserito che un' *evidenza* pari a quella che si ottiene dalle verità rigorosamente semplici rendesi assolutamente necessaria in tutti gli oggetti possibili delle umane cognizioni, onde rilevare la verità delle cose; e quindi che è pur necessaria l'analisi accurata, minuta e completa delle idée.

CAPO XII.

Quistione sulla necessità delle nozioni e dei principii generali ad acquistare la cognizione dei veri rapporti delle cose.

§ 189. Sopra abbiamo intraveduto in una maniera superficiale come l'uso delle nozioni e dei principii generali sia utile, e fors' anche necessario, a conseguire la cognizione dei rapporti che esistono fra le cose. Ma sono esse veramente necessarie? donde risulta una tale necessità? in quale maniera risulta nelle circostanze attuali dell'uomo? — Queste sono ricerche del tutto importanti, mentre cerchiamo quali siano le condizioni che la natura stessa delle cose esige dallo spirito umano, onde conseguire la cognizione delle verità; ed a fine di scoprire da ciò se il Pubblico per legge generale possa costantemente praticarle, onde riuscire giudice sicuro, almeno in qualche materia.

§ 190. Inoltre più sopra abbiamo asserito che le nozioni ed i principii generali e le diverse categorie formano il migliore, anzi l'unico corredo dell'umana ragione; ed è precisamente per questo solo che l'uomo si distingue dai bruti. Per la qual cosa gli uomini, in quanto che sono ragionevoli, sono esseri naturalmente *metafisici*, ossia forniti di nozioni metafisiche; poichè la metafisica è per sè stessa rivolta a dominare colle viste *generali* gli aspetti delle cose. La religione e le leggi ce li suppongono tali, e le grammatiche e i dizionarii ce ne indicano i diversi gradi di dottrina nelle varie parti del globo.

§ 191. Laonde, ciò supposto, si scorge che l'uomo, in forza del solo possesso delle nozioni e dei principii generali, rendesi propriamente giudice competente di ogni verità; conciossiachè nello stato di *essere* senziente, e ristretto a particolari giudicii, non dissimile dai bruti e ridotto ad una perpetua infanzia, non potrebbe giammai riuscire giudice di *verità* in alcuna materia. Certamente non di un Pubblico di bestie, ma di un Pubblico d'uomini, e d'uomini *ragionevoli*, parla il programma. Ora tale essendo egli non mercè della sola capacità comune anche all'infanzia, ma dell'attuale possesso delle nozioni generali, perciò si scorge che lo sforzo principale delle nostre ricerche debb'essere precipuamente concentrato a scoprire i *doveri* dell'intelletto umano, a norma dell'indole e dell'ampiezza e delle relazioni di siffatte nozioni e di siffatti principii *generali*, ed a fissare l'esistenza e la direzione delle cagioni più o meno proporzionate a produrre o retti o erronei giudicii. Ciò premesso, rivolgiamoci alle quistioni proposteci di sopra.

CAPO XIII.

Necessità d'una breve analisi delle idee generali, onde scoprire la ragione per cui l'uomo ne abbisogna a conoscere le verità.
Degli oggetti simili.

§ 192. L'utilità che si può trarre da una qualsiasi cosa certamente dipende dalle di lei qualità confacenti e proporzionate al fine che se ne vuol conseguire. Come dunque potremo noi conoscere evidentemente se le nozioni ed i principii generali siano *indispensabili* al genere umano a scoprire i varii rapporti delle cose, se prima non ravvisiamo chiaramente le loro vere qualità e determinazioni essenziali? Un tale esame adunque, divenutoci necessario, ci obbliga ad una breve analisi delle nozioni e dei principii generali e degli universali.

§ 193. Per tal fine se ci rechiamo presente il *concetto* della generale nozione, noi troviamo ch'essa altro non è che = un'idea semplice o complessa, in quanto viene *applicata* ad un numero più o meno grande di oggetti distinti o diversi. = Ond'è che ciò che in genere si può affermare o negare delle proprietà e dei caratteri di una sola di dette nozioni, considerata cioè in quanto è nozione o principio generale, si può con pari ragione affermare o negare di tutte. Ciò posto, supponiamo esistere in natura cinquecento individui, i quali possano cadere sotto la cognizione umana, e dei quali la mente nostra voglia scoprire i comuni caratteri. È evidente ch'essi o sono in tutto simili fra di loro, o in tutto dissimili; o simili in alcune parti solamente, e differenti nelle altre. Qui non v'è mezzo. — Se sono in tutto simili fra di loro, o siano di un carattere rigorosamente semplice, o anche complesso, egli è chiaro che l'idea completa dell'uno esprimerà perfettamente l'idea di tutti. Quindi l'intelletto avendo l'idea di uno solo, avrà pur anche quella di tutti gli altri.

§ 194. Così acquistando l'idea degli altri, non farebbe che ripetere la prima. Vero è però, che se avesse l'idea completa di uno solo, e che ad un tempo stesso *ignorasse* che ne esistano *altri* simili, non avrebbe una idea *generale*, ma sì bene un'idea soltanto *individuale*. D'altronde esistendone in natura altri quattrocento novantanove, ignorerebbe una verità di fatto, che è appunto l'esistenza di questo numero di altri simili.

§ 195. Perlochè l'uomo, a fine di non commettere un errore pensando che non esistano altri individui che quello solo ch'egli conosce, e a fine di fare un giudicio adequato allo stato reale delle cose, è tenuto indispensabilmente di annettere all'idea ch'egli ha dell'oggetto anche il

giudicio che ne esistono *altri molti* simili, o definirne il numero, o non limitarlo ad alcun confine.

§ 196. L'idea dunque *generale* anche la più completa, nel racchiudere l'espressione dei caratteri comuni fra molti individui, è necessariamente accoppiata ad un *giudicio* dell'esistenza di *più* individui, il numero dei quali o dev'essere determinato a norma del loro numero reale, o almeno non deve escluderne i confini.

§ 197. Inoltre nel caso che questi individui fossero *tutti* d'una totale apparente *somiglianza*, è evidente che ogni astrazione o composizione sarebbe del tutto ingiusta ed assurda; imperocchè se gl'individui fossero d'un aspetto rigorosamente semplice, e perciò unico, ogni astrazione sarebbe metafisicamente *impossibile:* l'aggiungervi poi qualche cosa sarebbe ripugnante al loro stato reale, il quale dall'ipotesi è assolutamente semplice.

§ 198. Se poi il loro aspetto fosse *complesso*, allora renderebbesi del pari ingiusta ogni detrazione od aggiunta; poichè tutti gl'individui si rassomigliano fra di loro in tutti i caratteri che racchiudono, i quali sono in un dato numero ed in un dato aspetto, al quale non si può nè aggiungere nè levare alcuna benchè minima cosa senza distruggere la loro indole ed alterare il loro concetto reale. Ragionando quindi sulle idee che a loro corrispondono è forza conchiudere, che quando esse ne esprimono tutti i caratteri, ogni detrazione od aumento, cioè ogni astrazione o composizione che tentare si volesse, sarebbero ingiusti e contro la verità.

§ 199. Da ciò si vede che l' *astrazione* non è *d'essenza* delle nozioni generali, come pare che la comune dei filosofi abbia supposto fino al presente; e che solamente si può verificare là dove gli oggetti sono di carattere complesso, e ad un tempo stesso si rassomigliano fra di loro in qualche parte e diversificano per altre, come si vedrà in progresso.

§ 200. Del pari si scorge che ogni distribuzione in *classi* differenti di *specie* e di *generi* ripugna totalmente alle nozioni generali appartenenti a quegli oggetti che hanno fra di loro una totale rassomiglianza; e che invece siffatte classificazioni convengono unicamente alle idee di quegli oggetti che hanno una *parziale* convenienza di caratteri, come si sentirà più sotto. E perciò nè anche siffatte distribuzioni o gradi più o meno elevati di aspetti generali non sono d' *essenza* di tutte le idee generali, ma solamente di una sola specie: la qual cosa non so se sia stata peranche bene avvertita dai metafisici.

tenzione parziale ripetuta egualmente su tutti gli oggetti, e che ne forma un concetto solo ideale, a cui si accoppia il giudicio ch'egli appartenga ad un numero più o meno esteso di cose reali esistenti in natura.

CONSEGUENZA.

§ 209. Ogni idea generale applicata a siffatti oggetti dunque *non esiste*, nè può veramente esistere sotto di un tale rapporto.

COROLLARIO II.

§ 210. Quanto più *alto* si sale nelle classi delle idee generali appartenenti ad oggetti complessi di rassomiglianza parziale, tanto più le idee divengono *meno complesse;* ma in contraccambio tanto più si perde di caratteri *reali* proprii degli oggetti esistenti in natura.

CONSEGUENZA.

§ 211. Se le nozioni generali appartenenti ai ricordati oggetti quanto più sono generali, sono più semplici nel loro concetto, e viceversa; e quanto sono o più generali o più semplici, altrettanto sono più rimote dal concetto corrispondente allo stato naturale delle cose alle quali si fanno appartenere; è dunque dimostrato, che quanto più in esse si avvicina ad un concetto che può somministrare più facilmente l'*evidenza* dei rapporti, altrettanto siamo *rimoti* dallo stato naturale delle cose.

COROLLARIO III.

§ 212. Ogni idea generale di siffatti oggetti racchiude un maggiore o minor numero di *frammenti* dell'oggetto intero, cioè a dire un maggiore o minor numero delle speciali idee, le quali erano parti integranti della idea concreta primitiva, tal quale era determinata dai rapporti reali delle cose nella umana cognizione.

CONSEGUENZA.

§ 213. Ogni idea generale di questo genere, se è fatta come conviene, si deve dunque poter *riscontrare* in qualche sensazione, anzi in parecchie sensazioni o sentimenti a cui appartenga, come un frammento appartiene al suo tutto. Così ogni proposizione e teoria generale astratta si deve poter *ridurre* ad un qualche fatto o a più fatti *sensibili*.

COROLLARIO IV.

§ 214. Benchè ogni idea generale della specie, di cui parliamo qui, si riferisca ad oggetti che hanno reali differenze; pure nell'aspetto, sotto del quale si applica loro, si considerano come se fossero tutti perfettamente *simili*.

CONSEGUENZA.

§ 215. L'intelletto umano è dunque in tal caso situato in guisa, come se avesse una *sola idea* presente; a cui deve aggiungere soltanto un giu-

dicio di un numero qualunque, per cui si debba ripetere non altrimenti che nella intera rassomiglianza reale degli oggetti.

§ 216. Ed ecco la ragione, per la quale il corso dei ragionamenti resta *agevolato* dalle nozioni generali, e perchè nelle scienze si possa ottenere una certa rapidità di concetto nell'esame dei rapporti delle cose in tal guisa classificate, i quali sarebbero impossibili ad afferrare quando fosse necessario percorrerli in *particolare*.

§ 217. Ecco eziandio perchè alcuni stimabili metafisici hanno detto che le idee generali sono come altrettante maniere *compendiate* delle idee singolari. Ciò però non è esattamente vero, se riguardiamo lo stato reale delle cose, almeno di quelle che appartengono a soggetti *in parte* soltanto fra loro simili; poichè in essi le idee generali non rappresentano che una parte sola più o meno estesa di simiglianze comuni, diffalcatene positivamente le altre differenti, che pur sono reali ed esistono in natura, le quali cumulate colle altre formano il carattere dell'oggetto esistente. Ora il compendio d'una *parte* di una cosa non è il compendio della cosa stessa. Io crederei con maggior diritto poterle rassomigliare piuttosto ad altrettante *rappresentanti* di un popolo or maggiore ed or minore di idee astratte presso dell'anima, la quale dalla fisonomia della rappresentante immaginando giustamente quale sia quella di tutte le sue compagne, non deve essere sollecita d'altra cosa, che d'informarsi del *numero* delle altre ch'ella trae seco.

§ 218. Assai meno esatto poi, anzi dirò *ingiusto* per ogni maniera, è il tenore col quale altri le hanno risguardate, denominandole e facendole comparire come altrettante cose *insignificanti* e quantità algebraiche. La qual cosa è doppiamente erronea, o si risguardino per sè stesse, come si scorge tosto dalla loro indole, o si riportino agli oggetti reali di natura, i quali o rappresentano in tutto (se sono fra loro totalmente simili), o pure elleno non pretendono di rappresentare che per qualche *parziale* aspetto or più ed or meno ampio (se parliamo degli altri). In ogni caso però esse sono effettive e determinate *nozioni*, le quali non vengono espresse da alcun segno eterogeneo, nè dal canto loro rappresentano *in figura* qualche cosa di diverso da sè stesse, ma bensì recano in corpo ed in anima, se m'è permesso il dirlo, la cosa medesima a cui si riferiscono.

ALTRE OSSERVAZIONI.

§ 219. Quanto abbiamo detto dei soli *caratteri* degli oggetti si può agevolmente e con pari verità estendere alle loro *qualità attive* o *passive*. Per tal motivo, siccome il concetto di queste viene determinato dai

loro effetti, o, a dir meglio, dall'*apparenza* dei loro effetti per le ragioni che ne diremo a suo luogo; come sarebbe a dire la forza che fa muovere i corpi dall'idea del moto, che n'è l'effetto; quella d'attrazione dall'avvicinare i corpi, che è del pari il suo effetto; la forza che fa pensare e volere dal pensiero e dalla volizione, che ne sono effetti: così colla legge stessa, con cui si rendono generali le schiette rassomiglianze, si rendono pure generali le idee dei poteri attivi o passivi, accoppiandole ad un numero più o meno grande di soggetti (ved. Aristotele).

§ 220. Ciò non è tutto. Può accadere che lo stesso oggetto racchiuda una capacità a produrre *più* effetti di specie fra di loro diversa, mentre che altri oggetti non abbiano una tanto moltiplice attività; ma che ciò non ostante quei pochi poteri, di cui sono dotati, gli abbiano *simili* a quelli che appartengono al soggetto fornito di più numerosi poteri. In tal caso nasce una classificazione di generi e di specie di *cagioni* pari a quella delle qualità delle cose sopra esposte. — Questa è forse la parte più importante dei raziocinii umani, mentre la fisica, la morale e la politica debbono costruire le loro teorie coll'accozzamento di siffatte nozioni generali, le quali se non sono state prima convenientemente caratterizzate e classificate portano ad errori di una conseguenza inestimabile.

CAPO XVI.

Occasione di esaminare le nozioni ontologiche.

§ 221. Le nozioni *universali*, dopo il fin qui detto, pare che esigano la nostra attenzione, mentre dal buon uso di esse sembra dipendere la rettitudine dei raziocinii, e la maggiore evidenza delle stesse idee generali. Ogni genere può abbracciare bensì una provincia intera d'idee, ma però non *tutte* le idee. La vista e il tatto somministrano categorie molto estese di generi. La storia naturale classificata, la distinzione delle diverse specie di elementi, di animali, di piante, di minerali, di fossili, di sali, di meteore ec., non appartiene forse in massima parte al senso della vista? Ma tutte queste, pei rapporti della verità tanto interni quanto esterni, non dipendono forse dalle leggi delle nozioni *universali*, le quali dappertutto fanno sentire le leggi immutabili ed eterne delle convenienze e delle ripugnanze, dell'unità e del numero, della stabilità e della successione, delle qualità e degli accidenti? In una parola, l'*ontologia* non pare forse l'anima secreta non solo delle scienze risguardanti le idee derivanti da un solo senso, ma da tutti i sensi diversi? E (a dir di più) non è forse ella che in ultima analisi costituisce la scienza? Un momento solo di con-

centrata attenzione ci persuade che (presa nuda e per sè sola) rimane, come le altre scienze astratte, del tutto *speculativa* e sterile; ma che però, applicata ai ragionamenti tutti dell'intendimento, ha un reale *effetto* ed una estesissima influenza, non altrimenti che l'*aritmetica*, ch'è un *ramo* dell'ontologia, riesce utilissima agli affari della vita umana.

§ 222. Ciò pertanto ritenuto, veggiamo che cosa siano propriamente queste nozioni *universali*, di qual uso riescano alla scoperta della verità, e che cosa esigano dall'intendimento umano.

CAPO XVII.

Degli universali e della loro vera estimazione.

§ 223. Gli universali, a prima vista, non sono altro che = l'espressione delle convenienze o delle ripugnanze che esistono fra *tutte* le idee possibili appartenenti anche a diversi sensi, *detratte* tutte le loro differenze organiche. =

Così, a cagion d'esempio, sia l'anima avvertita dell'azione di un oggetto dal ministero dell'occhio o dell'orecchio o del tatto, o degli altri due sensi; essa può sempre dire ch'egli *esiste*, ossia ch'ella lo sente; e lo sente per una irresistibile necessità. Ecco l'idea di *esistenza*, idea ontologica, ma *comune* a tutti gli oggetti presentati dai sensi diversi. Così pure se da qualunque senso venga eccitata una *singolare* sensazione, l'intendimento potrà affermare che l'oggetto è *unico* e determinato. In tal guisa l'idea di *unità* e di *determinata forma* è propria a *tutte* le cose possibili, cioè a dire a tutte le idee possibili dell'anima. — Del pari l'idea di *successione* e di *permanenza*, di *uniformità* e di *discrepanza*, di *stato assoluto* e di *stato relativo*, di *essere* e di *nulla*, non sono che espressioni del carattere comune fra le idee tutte di qualunque senso o attuale o possibile.

§ 224. Perlochè, giusta il nostro modo d'intendere, se l'uomo acquistasse anche un *sesto* senso, o ne acquistasse migliaja di più, o fosse ridotto ad averne un numero assai minore, e fin anche ad essere ristretto ad un solo; o, se si vuole, venisse anche privato di tutti, ma che l'anima avesse pur tuttavia qualche idea, essa potrebbe sempre verificare le idee universali suddette. Laonde in qualche guisa dir si può che le altre idee (o siano singolari o siano collettive, o astratte o concrete, alle quali l'intendimento fa corrispondere forme, qualità e forze diverse delle cose) si riferiscono agli *esseri esterni*, ai quali corrispondono; ma per lo contrario le idee universali si riferiscono necessariamente allo stato dell'*ani-*

ma. Le altre idee esprimono i diversi risultati degli esseri, in quanto vengono a fare impressione nell'anima umana; ma le universali esprimono tutto ciò che l'anima contribuisce in tal caso *dal canto suo*, giusta la sua *natura*.

§ 225. Quindi raffigurare l'*ente* in genere e le di lui proprietà come qualche cosa, anche per sola *relazione*, diversa dall'anima, e che racchiuda proprietà riferibili alle cose *esterne* e a loro comuni, è un modo del tutto falso di pensare.

§ 226. Si noti bene che io non parlo della follia di rendere *reale* l'ente in genere, ma bensì dell'*appropriare* le cose che di lui si dicono alle cagioni *esterne* delle nostre idee, e non piuttosto all'anima ed all'anima *sola*, come verificabili in lei sola e come unica appartenenza di lei. Dir si può che le scienze esprimono i rapporti delle idee verso dell'anima, e l'ontologia esprime i rapporti dell'anima verso delle idee.

§ 227. Se uno specchio rifletta diverse immagini di fiori, frutti, animali e case, ed ora ferme ed ora sfuggevoli, è certo che noi, colpiti per questa parte da tante diversità, dir potremmo ch'egli è un soggetto capace di assai cose e d'infinite mutazioni. Noi poi le scorgiamo in lui a norma delle varietà e delle posizioni diverse degli oggetti in lui riflessi. Ma o sia l'immagine d'un palazzo, o quella di un fumo o di un cocchio che passa rapido, o di qualunque altra o ferma o volubile cosa di colore e di mole varia, è ben chiaro che dal canto dello specchio non si fa che una *sola* operazione, ch'è quella di riflettere la luce mandata in lui; operazione risultante dalla diafaneità e levigatezza del cristallo e dalla sottoposta lucida patina, le quali unite costituiscono la natura dello specchio.

§ 228. Per tal motivo in *ogni* immagine, benchè diversa, dir si deve in generale che lo specchio riflette la luce, e che questa immagine esiste per tale ragione generale. Del pari si può anche dire che la circostanza di essere riflettuta riesce in certa guisa come una qualità *comune* a tutte le immagini; ma ciò si verifica ed è sempre tale perchè corrisponde alla *natura* dello specchio, che non si cangia. Ma cesserebbe appunto ogni riflessione ogniqualvolta si cangiasse qualcheduna delle naturali di lui proprietà, malgrado pure che si presentassero gli oggetti, e che ci fosse la luce la più attiva. Ecco una immagine benchè imperfetta del pensiero sovra esposto.

§ 229. Per la qual cosa, se lo *stato* delle idee ontologiche è sempre lo *stesso;* se l'anima non ne può essere privata, e può anzi sempre verificarle in tutte le classi possibili di sensazioni e di idee, o si aumentino o si restringano, o sia accoppiata ad un corpo, o ne sia disgiunta; si deve

dunque dire ch'esse siano del tutto *proprie* della di lei natura, ch'esse siano l'*espressione* delle affezioni naturali della di lei forza intellettuale o sentimentale in qualunque tempo e circostanza.

§ 230. Ciò non è tutto. Convien dire ch'esse *tutte intere* esprimano le varie maniere colle quali la facoltà di sentire o di conoscere si esercita in ogni circostanza; poichè le idee ontologiche senza aumento o diminuzione alcuna si verificano, o si figuri l'anima soggetta ad una sola specie d'idee, o ad infinite, varie di numero e di caratteri.

§ 231. È anche certo che appunto perchè l'anima possiede l'uso di questi universali, ella può ascendere a formare le *classi generali* entro tutte le provincie delle sensazioni. Infatti le idee di rassomiglianza e di differenza, di unità e di moltiplicità non sono esse per avventura idee ontologiche? E queste non sono forse le dominanti e le comuni nelle nozioni generali? Inoltre esse sono pur applicabili a tutte le specie possibili di idee anche *individuali*, appartenenti non solamente allo stesso senso, ma a tutti i sensi possibili ed a tutti i modi possibili, anche sconosciuti, di sentire dell'anima umana.

§ 232. Le idee ontologiche, prese nel loro vero aspetto, sono dunque i *fondamenti* perenni ed immutabili della ragione umana, in qualunque stato possibile ella si trovi. Se Cartesio aveva sbandita l'ontologia dal catalogo delle scienze, non avevane però sbandite le idee. Dir si poteva ch'egli avea bensì deviato da esse l'esplicita attenzione de' suoi seguaci, ma che non ne aveva impedito il tacito uso. L'impedirlo è impossibile senza annichilare lo stesso *essere* pensante.

§ 233. Il *numero* adunque delle idee ontologiche esprime il numero delle *operazioni* tutte possibili, necessarie, naturali e costanti dell'umana sensibilità all'occasione che ha delle idee.

§ 234. Paragonate molti vocaboli annessi alle une ed alle altre, e ritroverete una conferma delle sopra esposte riflessioni. L'idea di *differenza* è, a cagion d'esempio, un'idea universale ontologica. Siccome le cose non esistono a riguardo dell'uomo se non in quanto ne ha idea, così si verifica la differenza ogniqualvolta l'anima ha presenti due sensazioni diverse, a qualunque senso appartengano. La idea della differenza corrisponde adunque al *discernimento*, che è un'operazione della sensibilità; ed applicata ontologicamente, è lo stesso che dire: l'anima ha una proprietà naturale di *discernere*.

§ 235. Conchiudiamo. L'ontologia, ossia la scienza dell'ente in generale, cioè in quanto egli è un essere, non è altro precisamente che la scienza di quelle operazioni dell'*anima umana*, le quali ella perenne-

mente e invariabilmente eseguisce nell'esercitare la sua facoltà di sentire: ella è una ragionata storia naturale eterna delle operazioni dell'umana cognizione. Le denominazioni in essa usate formano il dizionario delle affezioni sempre ripetute dell'anima, in quanto s'impiega a percepire e a conoscere; e tutti i ragionamenti tessuti con siffatte idee significano in sostanza, che quando ha luogo una data operazione di lei non vi ha luogo un'altra determinata, o viceversa.

§ 236. Io scorro rapidamente su di questi oggetti, i quali non hanno colle presenti ricerche che una rimota relazione. Quindi a modo di cenni osservo:

I. Che questo modo novello di riguardare l'ontologia, fondato da una parte sulla verità incontrastabile dei fatti, e corroborato dall'altra dalla ragione generale, che a riguardo dell'uomo gli esseri non sono propriamente che le sue idee (come si vedrà nella terza Parte), fa ruinare da cima a fondo tante belle speculazioni dei filosofi antichi e moderni, ad alcune delle quali era stato fissato uno scopo infinitamente rispettabile.

II. Ci fa sentire che nell'uso dei raziocinii umani le idee ontologiche riguardar non si debbono più come le nozioni le più *astratte* e le più *universali* dopo le classi generali delle cose, ma bensì conviene tutte trasportarle ad una categoria affatto *diversa*, o, a dir meglio, ad un oggetto del tutto diverso, cioè all'*interno* dell'anima. Perlochè la testa di tanti alberi dei generali e degli universali piantati e ramificati dai filosofi vecchi, dove tosto si leggeva fitto in mezzo *ens*, e dei quali in sostanza il Wolf co'suoi seguaci hanno dato il commentario; quella testa, dico, deve restituirsi al suo vero corpo. L'origine di questo errore è visibile. Dopo l'idea dell'immagine e delle sue particolarità resta l'idea della riflessione dello specchio e delle sue proprietà naturali, le quali vi furono sempre compagne ed uniformi e comuni alle immagini, e perciò sembrano *universali*.

III. Si deduce che, per verità, le idee ontologiche non sono *astratte*, se si riguardino dalla parte del soggetto a cui veramente appartengono, poichè esprimono tutto *intero* l'atto pratico che l'intendimento eseguisce nel distinguere, numerare, vedere ed accoppiare le idee.

IV. Ci fa presentire da lontano, che a qualche uomo di genio sarà un giorno possibile non solo di fissare ed annoverare le leggi tutte naturali dell'umana ragione, in qualunque stato anche diverso da quello della vita presente, nella guisa stessa che sono state fissate quelle del moto dei corpi; ma di schiudere eziandio con una specie di sorpresa allo spirito umano infiniti profondi risultati, cui l'illusione al presente tiene ravvi-

luppati entro una certa nebbia di mistero, ed i quali allora quale non mai veduto ed improvviso teatro ai conoscitori della verità si presenteranno.

V. Ed appunto perchè l'ontologia è come una materia che egualmente serve di *lega* a tutte le scienze possibili, ed è per sè stessa l'espressione delle operazioni dell'intendimento umano applicato alle idee, per ciò stesso ella rimane un mezzo affatto *inutile* a farci scoprire le verità ignorate: sì perchè essa non determina nulla nè sul carattere, nè sulle relazioni, nè sulle connessioni delle cose, nè all'attenzione inspira verun interesse nè direzione a indagarne lo stato; ma solamente allorquando la verità si è già fatta sentire all'anima *ripete* in certa guisa che l'anima l'*ha sentita*, e niente più. Ecco tutta l'incombenza della ontologia nella scienza delle cose; nè ad altro potrà ella mai servire, come si scorge dalla di lei indole naturale. Ora a scoprire il sapore di un cibo che giova ch'io dica a me stesso: questo cibo ha un tal sapore, quando lo sento di già?— E quand'anche le nozioni ontologiche giovassero per qualche conto alla scoperta delle verità ignorate, non sarebbe il loro ministero oggetto di arte *umana*, poichè l'uomo le reca seco dalla natura stessa, come si è già veduto. Di esse pertanto non facciamo qui ulteriore parola.

CAPO XVIII.

Fondamento ed estensione della necessità *delle idee generali.*

§ 237. Io entro in un vastissimo giardino, che serve al pubblico passeggio, popolatissimo di persone le quali incessantemente vanno e vengono e si rinnovano. Tutte le suddette persone, e tutte le parti e le delizie del giardino possono essere conosciute da me. Ma come ciò eseguire si può in pratica? Mentre io miro chi viene, altri partono; ed io non li veggo: frattanto io sono in una parte occupato a considerare le azioni dei circostanti; altri in altre parti fanno ed azioni e discorsi a me ignoti.

§ 238. Questa è una ristrettissima immagine dell'uomo collocato in mezzo all'immenso spettacolo della natura. Non è necessario di provare che questa similitudine è bene applicata. La estensione infinita delle cose da conoscere, e la strettissima e già dimostrata limitazione dell'umana comprensione sono la nota cagione di siffatta sproporzione.

§ 239. Che far può dunque l'uomo a dilatare, per quanto è possibile, la sfera delle sue cognizioni? Far egli le osservazioni di fatto, e farne eseguire da altri. Egli occupato su di una parte, ed altri su altre parti, ritenere le cose osservate, e scambievolmente comunicarsele: e così rad-

doppiare, anzi estendere la cognizione di un solo individuo, quanto è estesa la cognizione di molti uniti.

§ 240. Ecco la necessità della *relazione*, ossia storia esatta e naturale dei fatti, ad ampliare le vere cognizioni umane. Io dico dei *fatti*, e non dei *giudicii* o delle *riflessioni* sui fatti. Le scienze più vaste e le più importanti non solo non se ne possono esimere, ma ne debbono fare la loro fondamentale e precipua cura, se non vogliono riuscire chimeriche. La fisica, la metafisica, la morale, la teologia, la politica, l'estetica, tutte riposano sui *fatti;* ma sui fatti sinceri, ben comprovati, e presi in una vista or più ed or meno generale. Questa riflessione è d'una massima notorietà.

§ 241. Ma l'uomo non può spesso verificare colla *propria esperienza* quei fatti che a lui vengono riferiti, altri perchè già passati, ed altri anche presenti, attesa la brevità della vita, la quale al pari del lampo fa un solco nel seno dell'eternità, e poi sparisce. Molta parte della di lui scienza è dunque necessariamente fondata sulla pura *credulità*.

§ 242. Ma ogni uomo non vede attorno a sè altro di reale, che gli esseri componenti l'immenso maraviglioso teatro dell'universo, e le varie successioni delle ammirande infinite scene che vi appariscono, ed inoltre altri esseri simili a lui, e nulla più. Così tutti i rapporti reali, ai quali in ultima guisa risolvonsi le sue osservazioni, sono i rapporti *fisici* ed i rapporti *morali*. I rapporti *metafisici* non esistono che per la *maniera* sola di vedere dell'umano intendimento, ed anzi sono fondati soltanto su di essa, come sopra si è già osservato. Lungi pertanto d'indicare una classe *reale* di cose esistenti in natura, questi suppongono invece una estrema limitazione nell'umana cognizione.

§ 243. I rapporti religiosi esistono; ma a riguardo del genere umano non si verificano che per semplice *deduzione*, mentre non consta che la Divinità faccia conoscere la sua esistenza mercè d'un commercio *immediato* coll'uomo, ma bensì mercè le opere sue, che sono le fisiche e le morali.

§ 244. Gli altri rapporti poi è cosa già nota risolversi o negli uni o negli altri dei sovraccennati. Onde lo ripeto: i rapporti fondamentali di tutto lo scibile umano sono i fisici ed i morali; cioè a dire, la scienza della *natura* e quella dell'uomo sono le due uniche ed originali, sulle quali riposano tutte le altre.

§ 245. Per conseguenza la primaria ed universale cognizione dei fatti deve essere quella delle cose fisiche e delle morali. L'esperienza e la storia versar debbono adunque, avanti ogn'altra cosa, a raccorre ac-

curatamente e fedelmente siffatti fenomeni d'ogni genere, tanto fisici quanto morali; e questo appellar si deve: radunare i *materiali* delle verità di riflessione in tutte quelle classi di rapporti, cui l'uomo può conoscere nella presente sua situazione.

§ 246. Ma posto egli in mezzo della folla immensa di tanti e sì svariati fatti, come mai potrebbe cogliere le scambievoli loro *relazioni* di convenienza e di ripugnanza, di cagione e di effetto, di mezzo e di fine? Come potrebbe conoscere che molti si debbano attribuire ad una *sola cagione*, e che molte cagioni concorrano a produrre un *solo effetto*, se egli fosse costretto a riandarli sempre ad uno ad uno, come necessariamente richiede la limitata sua comprensione (1); e se non potesse ridurne *molti* sotto di un *solo* vessillo, dirò così, ed associarne altri ad un solo punto di procedenza; mercè il quale congregamento la mente versandosi su breve spazio, estendesse a grandi distanze la sua influenza intelligente (2)? Senza di un tale soccorso non dovrebbe essere egli condannato, quasi umile e lento insetto, a trascinare il corto suo intelletto in una corta vita da uno in altro particolare, e dopo tutto questo ire alla tomba limitato alla più bassa e ristretta cognizione?

§ 247. L'angustia dunque naturale all'anima umana (cui non è possibile di vieppiù ampliare, poichè si trova sempre al di sotto delle richieste dei sensi, le quali l'esperienza dimostra non poter ella abbracciare in un solo punto quando sono contemporanee), posta in confronto col numero immenso delle cognizioni cui le circostanze esterne e reali possono somministrare all'uomo, forma la *cagione composta*, per cui rendesi evidentemente necessario l'uso delle idee e dei principii generali per abbracciare, in una qualche estensione ora maggiore ed ora minore, i rapporti delle cose. Mercè di esse infatti lo spirito umano sembra acquistare una specie di rapida attività, onde penetrare negli arcani delle scienze, e spiegare i più variati ed i più stupendi fenomeni dell'universo. Col loro ajuto egli spicca un ampio e sublime volo, mercè il quale parendo sollevarsi al di sopra del mondo materiale per poggiare su punti di vista più o meno elevati, di là egli avvisa di abbracciare in qualche modo tutto il creato, e renderlo soggetto alla sua cognizione; e ardisce anche descriverlo col linguaggio stesso con cui da sublime specola dipinge le meraviglie ed i confini di un vasto orizzonte esteso sotto de' suoi sguardi.

---

(1) Vedi il Capo XI. di questa Sezione. — (2) Vedi il Corollario IV., colla sua conseguenza, del Capo XV.

§ 248. Malgrado però quest'artificiale rapidità, quante cose rimangono ancora a sapersi dall'uomo! Dopo la più profonda e vasta dottrina non sembra egli rimanere in una dotta ignoranza? L'uomo estremamente ignorante e l'uomo estremamente dotto convengono entrambi di non saper nulla: l'uno, perchè conosce assaissimo quanto rimanga a sapere; l'altro, perchè conosce di non saper nulla. Così gli estremi si toccano senza confondersi; così si scorge se l'uomo veramente grande abbia in faccia della natura un irrefragabile motivo ad essere modesto intorno al proprio sapere.

§ 249. Persuadiamoci che le scienze sono vaste, lo studio immenso, e per ciò stesso meschino il frutto che se ne ritrae. *Inopem me copia fecit*, può con ogni ragione dire qualunque uomo; poichè le accurate analisi delle qualità delle cose, i lunghi paragoni, e gl'intralciati raziocinii che compongono l'enorme corpo delle scienze, non sono che le *vie* onde giungere allo scopo. L'utile si trova al fine della carriera. Le scienze sono appunto tanto ampie, perchè sono tanto ristretti i limiti delle nostre cognizioni; sono tanto lunghe, perchè l'uomo è d'intendimento tanto corto. — Quindi a proporzione che un uomo è più dotto in un genere, deve riuscire ignorante in un altro; ed a proporzione che egli è grande in una scienza, deve restar più piccolo in un'altra: quindi un *genio universale* è impossibile fra gli uomini. Da ciò nacquero i vergognosi errori, lo strano ridicolo e la frivolezza estrema di parecchi grandi uomini, che ardirono di trattare vasti e complicati soggetti estranei affatto al genere che prima fortemente li occupò. L'*age quod agis* degli antichi è il più savio di tutti i precetti, cui l'uomo seguir debba con un angusto intelletto nel corto spazio della vita, in mezzo alle infinite cose presentategli dall'ordine della natura.

§ 250. Ma è omai tempo di porre a profitto le premesse osservazioni sulle idee generali a pro dell'argomento che qui ci occupa, e vedere quali siano le condizioni ch'esse esigono dall'intelletto umano per essere usate in guisa onde riescire a scoprire con certezza la verità.

CAPO XIX.

Delle regole proprie *alle nozioni ed ai principii generali, onde rettamente ragionare.*

§ 251. Qual'è l'*arte* di ragionare colle nozioni e coi principii generali, onde scoprire le verità? Io qui chieggo di quelle sole regole che sono *proprie* a siffatte idee, e le quali vengono dettate dalla cognizione

speciale dei loro caratteri naturali, e dei rapporti immediati che ne derivano; e non di quelle che sono a loro comuni con ogni altra specie di principii e di nozioni. Quando si trattasse solamente di queste *comuni* regole, i più noti precetti dell'arte di pensare potrebbero supplire a quanto dirne potrei. Ma nessun trattato di logica ha forse insegnato quanto era necessario sull'uso *speciale* delle idee generali richiesto dalla verità, o, a meglio dire, sul contegno dello spirito umano nel versare fra le idee ed i principii generali.

§ 252. Ora la cognizione di siffatte regole era pure d'una massima importanza singolarmente alle scienze *pratiche*, come si vedrà, non tanto per promovere l'istruzione, l'utilità ed il benessere degli uomini, quanto anche a fine di prevenire errori infiniti, sommamente umilianti la ragione umana, e fatali alla tranquillità ed al benessere tanto fisico quanto morale delle intere nazioni.

§ 253. Io però non ho altrimenti divisato di supplire a siffatto mancamento: l'indole di questo lavoro non me 'l concede che assai imperfettamente. Solo contento di restringermi a quelle osservazioni cui lo scopo di questo scritto richiede, abbozzerò in generale quelle più grandi e precipue traccie, dalle quali lo spirito umano non può deviare senza errare solennemente. Da ciò sarà lecito ed agevole dedurre se il Pubblico sia poi proporzionato a seguirle fedelmente; e rilevare si potrà se nelle ordinarie leggi, che presiedono ai pensamenti di un gran numero d'uomini già dirozzati in tutti i tempi ed in tutti i luoghi, si ravvisino impulsi costanti a percorrere il cammino segnato dalla sana filosofia nel regno delle idee generali.

§ 254. Noi non trattiamo qui della sola necessità di avere chiaramente *presenti* alla mente le forme e le parti tutte delle nozioni e dei principii generali, e nemmeno della necessità di ridurle scambievolmente a così vicini *paragoni*, che l'umano discernimento sia costretto a recare giudicii evidenti; ma bensì trattiamo precipuamente della necessità di ben comprendere le relazioni loro originali alla verità nelle loro classi diverse: cioè a dire, noi contempliamo soltanto i loro naturali rapporti (in forza della loro diversa collocazione nelle varie loro categorie) allo stato reale delle cose; e inoltre noi divisiamo di accennare i doveri che indi ne nascono per l'intelletto umano ad assumere certe precauzioni ed a fare certe avvertenze, per non andare traviato.

§ 255. Le prime diligenze, dalle quali abbiamo detto di prescindere, sono *comuni* a qualsiasi altra idea, la quale non sia nè anche generale. Infatti, sia un'idea concreta singolare, o sia anche di un carattere co-

mune a molti individui i quali si rassomiglino interamente nel loro stato naturale: è ben chiaro che, a fine di rilevare i rapporti ch'essa può avere con altra idea concreta, o con altre specie di idee generali, è d'uopo prima ravvisare chiaramente l'aspetto di entrambe, ed inoltre avvicinare sì bene le loro forme, che ne emerga una chiarissima cognizione dei rapporti loro. Ma non è ulteriormente necessario indagare quale *prossimità* o *lontananza* esse abbiano colla realità delle cose (parlando cioè di quella realità cui è possibile alla mente umana di avere), conciossiachè in tante ipotesi non v'è distanza fra le idee dei fatti e le idee dei raziocinii.

§ 256. All'opposto anche dopo che si è ottenuta una siffatta chiarezza di concetto delle nozioni e dei principii generali, dopo di averli eziandio combinati nelle forme dell'evidenza, rimane tuttavia a sapere quale *allusione*, per dir così, essi abbiano alla vera costituzione delle cose tali e quali sono a riguardo dell'uomo *in natura*, e se *vicina* o *rimota* sia questa loro allusione; ed è cosa importantissima a scoprire a qual *punto* di prospettiva la mente umana sia collocata mercè di una idea generale più che di un'altra per rapporto allo stato reale delle cose.

§ 257. Questo è il punto di *differenza* che passa fra le idee ed i principii generali, e le altre nozioni tutte concrete o soltanto ripetute; la quale differenza merita più specialmente la considerazione dell'uomo. E questa è appunto quella che qui in una guisa più attenta dev'essere compresa, onde dedurre quali esser debbano i *doveri logici* dell'uomo risguardanti specialmente siffatte idee.

§ 258. Che poi tale sia il fondamento caratteristico delle regole appartenenti a tali nozioni e principii si può agevolmente dedurre da quanto sopra ne abbiamo ragionato. Qui però si parla di quelle che risguardano oggetti parte simili e parte dissimili, tali essendo tutti quelli che compongono il mondo fisico ed il morale, su cui, come osservammo, versa lo scibile umano. Imperocchè abbiamo osservato essere bensì vero che ogni idea generale racchiude un maggiore o minor numero di *frammenti* degli interi oggetti reali a cui corrisponde, ed i quali è lecito riscontrare nelle cose stesse (1); ma è vero altresì che per ciò stesso i loro sembianti non ritrovandosi espressi interamente nelle nozioni generali, elle risguardar si debbono come cose puramente *fattizie*, e non esistenti in natura (2). — Inoltre abbiamo osservato, che quanto più alto si sale nelle idee generali, cioè a dire a proporzione che abbracciano un nu-

(1) Vedi Capo XV. Corollario III. — (2) Ivi, Corollario I.

mero *maggiore* di oggetti, tanto più ancora si *discostano* dallo stato *reale* delle cose, e vi mancano tanto più caratteri e particolarità, onde uguagliare la vera loro naturale condizione (1).

§ 259. Ciò ritenuto, se vogliamo far uso delle idee e dei principii generali per ragionare sulla *verità* concreta e pratica delle cose, conviene per necessità aver presente non solo ch' essi esprimono aspetti soltanto *parziali* delle cose, ma inoltre ch' essi sono or più *vicini* ed or più *lontani* dallo stato intero e reale delle cose medesime. Ciò presupposto, egli è pur vero che nelle posizioni diverse *variano* le vedute ed i raziocinii, e che si può ragionare degli stessi oggetti in tante guise *differenti*, quante sono le diverse classi delle idee che li risguardano. Infatti, non è egli vero che, collocata la mente a *varie* distanze, ha pure differenti punti di vista, d' onde riguardare gli stessi prospetti, e ritrarne concetti *diversi?* Ma è pur vero altresì, che tutte queste classi hanno un diritto di tendenza alla realità, nè la classe più generale può escludere la meno generale, nè questa escludere la più vicina e la più speciale da siffatta tendenza. Quindi, a fine di togliere tutte le ingiuste pretensioni di ognuno che, avendo le sane idee di una categoria, s' avvisasse per avventura di escludere altri punti di vista, o di asserire che non siano egualmente veri della veduta ch'egli ha, perchè è certo di contemplare le cose sotto di un dato aspetto; a fine, dico, di prevenire un siffatto errore è mestieri cogliere estesamente tutti i *gradi* della *scala* delle idee generali delle cose di cui si ragiona; è mestieri ordinare successivamente tutte le *categorie* delle nozioni differenti, sì per fissare quanto manchi di valore reale alle idee che si maneggiano, e sì per iscorgere a quale grado preciso dell'altezza delle idee generali la mente sia situata, onde non escludere nè le più alte e rimote, nè le più basse e vicine nozioni appartenenti allo stesso soggetto.

§ 260. Nella elevazione delle considerazioni umane intorno allo stato reale delle cose accade all' intelletto precisamente lo stesso di quello che avviene all' occhio fisico nelle elevazioni visuali. Se dal piano molti uomini ascendano su di una montagna, e che ognuno ad un' altezza differente guardi in giù gli stessi oggetti, tutti questi uomini potranno dire con verità di vedere le medesime cose, ma non però di vederle nella stessa maniera. Gli individuali caratteri svaniscono a poco a poco, a proporzione che si sale ai gradi più sublimi dell'altezza, per confondersi nei caratteri comuni.

---

(1) Vedi Capo XV. Corollario II.

§ 261. Ma se l'uomo, che sta sulla vetta della montagna, pretendesse che l'idea ch'egli ha degli alberi, i quali vede sotto di sè, fosse quella stessa ch'egli avrebbe davvicino, o quella stessa cui possono avere gli altri che stanno di sotto; o se, viceversa, ognuno di quei di sotto pretendesse che la propria idea fosse quella che debbono avere gli altri tutti che riguardano da più alto; non meriterebbero forse costoro d'essere trattati da insensati? È vero che ognuno di essi ritiene quella tale maniera d'idea cui deve avere nella data posizione, e che veramente essa deriva dall'oggetto reale; ma è vero altresì, che altri ne hanno del pari di diverse maniere collo stesso diritto e colle stesse condizioni. Ond'è, che pretendere di escluderle è un impugnare un risultato effettivo derivante dai rapporti reali delle cose.

§ 262. Ecco l'abbaglio madornale di parecchi scrittori di fisica, di diritto e di politica, anco stimabili, nel ragionare delle cose naturali, o dei diritti pratici personali e politici degli uomini; e specialmente di molti di quelli che di buona fede pretesero recentemente di favellare dell'eguaglianza, della libertà e degli altri primitivi diritti umani, come forse vedremo di passaggio più sotto. Molti credettero di farsi un merito, per l'istruzione umana e pei progressi della verità, protestando che parlavano unicamente degli uomini di tutti i secoli e di tutti i paesi. Ma a proporzione che abbracciavano nelle loro vedute un maggior numero di individui, tanto più si elevavano ad astrazioni più generali, ed escludevano gli uomini della loro nazione e del loro continente, per offrire delle teorie di sole premesse, e la prima materia di un utile lavoro.

§ 263. Da questo modo inconsiderato di apprezzare le nozioni generali relativamente allo stato reale degli oggetti come esistono in natura, da questa inavvertenza sulla vera posizione e distanza della mente dal centro della realità nacquero in passato parecchie celebri controversie fra uomini di prima sfera, le quali fanno pietà al filosofo che scorge a qual grado della scala delle idee generali erano collocati i contendenti, i quali non avevano torto sulla intrinseca verità delle idee, ma soltanto nell'*applicazione* loro; e quindi non avevano altro punto di disparere scambievole, che quelle stesse misure di vedere, le quali venivano loro somministrate dai punti differenti ai quali si erano elevati, ed in cui senza avvertirlo si ritrovavano.

§ 264. La inalterabile considerazione adunque, cui un solido pensatore, che ragiona sulle cose di fatto, deve tenere perpetuamente presente si è, che in natura non esistono nè possono esistere altro che *individui singolari*; e che per essere idoneo a ragionare colle dovute restrizioni

ed estensioni deve sapere ascendere così alle viste generali, e discendere, tenendo il filo di esse, alle speciali; talchè sempre si aggiungano le circostanze reali e provate di *fatto*, che somministrano le gradazioni intere delle loro astrazioni: e facciasi, come in chimica, una ripristinazione degli elementi separati.

§ 265. Per ragionare in fatto non basta che un'idea generale sia *vera*, vale a dire realmente competente a molti oggetti; ma conviene pensare inoltre ch'essa non è completa e proporzionata ai soggetti *interi* tali e quali esistono in natura; cioè a dire, che applicata da sè sola praticamente riesce *falsa*. Non ci dipartiamo dall'esempio sopra allegato. Se si può dire che tutti gli alberi, nella considerazione *generica*, hanno tutto di *comune;* per lo contrario convien dire che nel carattere *specifico* hanno tutto di *diverso*.

§ 266. Quindi se, ragionando di molti alberi in complesso, tutto ciò che ne dico riescir deve *uguale*, debbo ciò non pertanto avvertire che parlo su di un'*astrazione* generale. Perlochè, siccome da una parte cadrei in errore se volessi negare che l'aspetto, su cui io giudico, sia tratto dalla natura, e se volessi prescinderne; così, dall'altra parte, se pretendessi di parlare dei caratteri specifici ed individuali facendo uso soltanto delle nozioni generali, di cui in quel momento l'intelletto fosse fornito, cadrei pur anche in errore: conciossiachè tali idee (come soventi volte si è già detto) non sono che puri *frammenti* di un tutto individuale, e per conseguenza non possono esprimere l'individuo come *esiste* in natura. Per ragionare *praticamente*, io lo ripeto, oltre le idee generali conviene avere le specifiche e le singolari, e pensar sempre che, quantunque le generiche siano vere, non sono però o complete o proporzionate ai soggetti, se non se nel dato grado della *scala* delle varie e numerose categorie.

§ 267. Conchiudiamo. 1.° *Riscontrare* un'idea o un principio generale coi soggetti reali a cui si fa corrispondere, e raffigurarne chiaramente i caratteri. — 2.° *Pensare* che rapporto allo stato individuale non è che una cosa incompleta, parziale e fattizia. — 3.° *Saper situare* la mente nel vero punto di vista, nel quale la idea generale colloca l'intelletto relativamente agli oggetti reali; ed *avvertire* i gradi della prossimità o della lontananza (i quali sono in sostanza le classi frapposte) del punto di veduta, dal quale si considerano gli oggetti fisici e morali. — 4.° *Discendere* gradatamente dal generale al particolare in guisa di aggiungere successivamente al corpo della nozione e del principio generale i frammenti successivi delle astrazioni radunati nelle categorie

inferiori, per le quali l'intelletto passar deve nel discendere alle più specifiche, onde ne nasca una specie di *ripristinazione*, mercè le circostanze reali successivamente aggiunte, fino a che la nozione somministri finalmente la specie più vicina agl' individui, o la mente ramifichi l' attenzione agli aspetti puramente individuali; ed *avvertire* espressamente ogni mossa nello scendere per ciaschedun grado della *scala*, cioè a dire per ogni categoria generica o specifica.

Ecco le *condizioni* cui le nozioni ed i principii generali esigono dalla mente umana ad evitare l' *errore* ed a cogliere gli aspetti del *vero*; ecco i canoni logici specialmente proprii a tali nozioni e principii, cui è indispensabile di seguire onde giudicare rettamente dei complicati ed estesi rapporti del mondo fisico e morale; ecco le regole supreme che il Pubblico rispettar deve ne' suoi giudizii, a fine di decidere rettamente degli oggetti più grandi e più importanti dello scibile umano, e senza delle quali essi riuscir debbono assurdi, ingiusti, e sommamente ingiusti. Ma quest' arte è forse stata conosciuta o praticata almeno dagli stessi dotti?

CAPO XX.

Ricapitolazione delle condizioni *necessarie allo spirito umano, onde conoscere e giudicare della verità.*

§ 268. 1.° *Radunare*, mercè l'osservazione, le idee dei caratteri delle cose, e delle cagioni e delle maniere diverse degli effetti del mondo fisico e morale, e far sì che i *fatti* riescano i primi materiali delle umane cognizioni.

2.° *Ridurre* siffatti rozzi materiali, e raffazzonarli ad uso dell'umano intendimento mercè le astrazioni, le nozioni ed i principii generali.

3.° Ridotti poi in tal guisa, *ordinarli* e *connetterli* in modo che la mente ne possa rilevare con certezza i veri rapporti mercè l' avvicinamento massimo degli aspetti concatenati a produrre l'evidenza.

Ecco le tre grandi operazioni che le antecedenti osservazioni ci hanno dimostrate *necessarie* allo spirito umano in forza dei rapporti delle cose e della sua indole naturale, onde giudicare rettamente di qualsiasi materia.

§ 269. A compiere come conviene la grande opera dell'*esperienza*, o della scienza dei fatti, che è la prima fondamentale operazione, è chiaro esservi d'uopo di buoni sensi, di occasioni numerose della esperienza, e di una vasta, tenace e fedele memoria, capace ad accogliere, conservare, e riprodurre fedelmente e vivamente le cognizioni attinte dai sensi. Ma ad un tempo stesso abbiamo osservato rendersi indispensabile il magi-

stero di una forte, esatta ed universale *attenzione*, onde imprimere nella memoria stessa le tracce tutte dei fatti sì fisici che morali; ed essere pure indispensabile in parte una buona *critica*, a depurare e ad accertarsi dei fatti da noi non esperimentati: poichè abbiamo veduto che molta parte della scienza dei fatti è fondata necessariamente sulla pura credulità. D'altronde la pura verità non potendo essere giammai altro che la cognizione risultante dai soli reali rapporti delle cose, o per una esperienza diretta dei fatti, o per una cognizione di tradizione, ma conforme all'esperienza; così l'assicurazione altrui dei fatti non potrà avere, relativamente alla verità, valore alcuno se non in quanto *fedelmente* esprime lo stato degli accennati rapporti. Ora ad assicurarsi della veracità altrui quanti *modi* conviene usare?

§ 270. A *ridurre* poi le particolari e concrete acquistate cognizioni dei fatti all'uso dell'intendimento, a sgombrarle dalle eterogenee parti che seco traggono dalla miniera, ed a renderli *maneggevoli* all'uso del raziocinio mercè appunto l'astrazione ed il generalizzamento, abbiamo sentito esservi d'uopo pur anco d'una fedele e temperata *memoria*, che rechi esattamente e vivamente presenti all'anima le materie dell'edificio mentale, e ve le mantenga per tanto tempo, che l'attenzione, a cui appartiene di fabbricare siffatte opere, possa perfettamente compiere le morali sue manifatture; ed inoltre, che somministri eziandio i particolari recessi a conservarle separate dalle primitive e rozze materie mercè i vincoli ed il sostegno delle idee, i quali sono i loro *segni*. Onde anche in questa seconda classe di funzioni preliminari la buona *memoria*, e l'*attenzione* analitica assai più forte di essa, e l'arte di *dirigere* l'attenzione medesima sulle parti degli oggetti astratti o ridotti a categorie, sono le *facoltà* umane e le *maniere* loro del tutto necessarie, le quali concorrono all'opera.

§ 271. Finalmente a cogliere, accozzare, e sì ben tessere e coordinare gli apparecchiati pezzi, cioè le idee tanto concrete quanto astratte, tanto le speciali quanto le generali, già prima ben formate e costrutte, abbiamo veduto essere mestieri che la *memoria* le riproduca fedelmente, e con una placida e temperata successione; che l'*attenzione* le percorra accuratamente nelle loro parti tutte; e che finalmente l'*attività* industre dell'intelletto le scelga, le simmetrizzi e le diriga con tal'arte, e così le ravvicini negli aspetti, che tendano al gran fine di produrre nell'anima il sentimento irresistibile dell'*evidenza*.

§ 272. Dunque anche nella *scoperta* e nella *dimostrazione* della verità richiedesi il ministero d'una buona *memoria*, e di una forte, ana-

litica e ben diretta *attenzione*. — 1.° *Presenza* delle idee all'anima, prodotta dall'azione delle parti del mondo fisico e morale, o dall'altrui descrizione fedele, cioè a dire *occasione* dell'istruzione sui fatti. — 2.° Buona *memoria*, ed *attenzione* forte ed esatta nell'imprimerli e nel ritenerli. — 3.° Buona *memoria*, ed *attenzione* attiva e ben diretta nel ridurre le idee ad uso della limitazione umana. — 4.° Buona *memoria*, ed *attenzione* esatta e ben diretta a connetterle ed a subordinarle a metodo di evidenza. — Ecco le condizioni che la verità esige necessariamente dall'uomo in qualunque tempo ed in qualsiasi materia, oltre le speciali regole già espresse, proprie delle idee e dei principii generali; ecco le cure che il Pubblico prestar deve costantemente, onde emanare retti giudicii, e dalle quali egli non può esimersi per le ragioni altrove allegate.

§ 273. Separando quindi tutti gli strumenti e le funzioni che concorrono alla cognizione ed al buon giudicio delle cose, si trova ridursi tutti: 1.° all'*azione* degli oggetti che vengono a notizia dell'uomo mercè la loro impressione sui varii organi di lui; 2.° alle *facoltà naturali* dell'uomo, le quali sono la *sensibilità*, la *memoria*, ed il potere attivo dell'*attenzione;* 3.° all'*arte* dell'uomo, ossia all'esercizio delle sue stesse facoltà, ordinato alla cognizione dei rapporti delle cose.

§ 274. A riguardo della prima delle annoverate cose l'uomo non deve contribuire dal canto suo che l'*attenzione* nell'osservazione dei fatti: poichè l'*esistenza* degli esseri componenti l'universo fisico e morale, le *occasioni* le quali presentano le apparenze loro alla nostra percezione, e il grado di *attività* fisica dell'impressione, derivante in ragion composta della loro forza e della organizzazione dei sensi, non dipendono in nulla dall'uomo.

§ 275. Del pari la *natura* e l'*estensione* della sua sensibilità, e del potere attivo ad attendere, la tempra de' suoi sensi e della sua memoria; in una parola, l'acconcia o la inetta indole, l'ampiezza o la ristrettezza originale delle sue facoltà naturali non istanno in suo potere, ma bensì il suo spirito dipende da loro.

§ 276. Quello che può sembrare essere di spettanza dell'uomo si è l'*arte* o l'*esercizio* delle sue facoltà dopo che ha presenti le idee. Ora di questo appunto ragionar ci conviene. — È cosa questa da ponderare esattamente nel presente argomento. Mercè di questa osservazione si depura e si riduce a' suoi veri e naturali termini, e si circoscrive entro i suoi proporzionati confini la sfera dei doveri intellettuali dell'uomo, riducendoli al solo esercizio, ed alla direzione dell'attenzione nelle sensazioni, nelle astrazioni, nelle composizioni, nelle dimostrazioni. Il resto,

cioè l'esibire le occasioni a radunare i materiali delle verità, e il dotare l'uomo delle proporzionate facoltà, sono doveri della natura.

§ 277. Per la qual cosa noi presupporremo che la natura dal canto suo abbia adempiuto siffatti doveri, e quindi abbia fornito l'uomo di tutte le capacità a conoscere le verità; ciò che appellasi *perfettibilità*. Una tale facoltà, o, a dir meglio, un tale *complesso* di facoltà lo aggiudicheremo al Pubblico con tanto maggior ragione, quanto più è conforme all'ordine della natura che le eccezioni dei difetti non siano che speciali, come lo sono le mostruosità nel mondo fisico; e che quindi i difetti in genere di costituzione non si debbano calcolare, parlando del Pubblico intero, che come inconcludenti *eccezioni*.

§ 278. Non sarà però inutile il ben rilevare tra queste facoltà naturali, appartenenti all'organizzazione dell'uomo, la più importante nella grande opera dello svolgimento della perfettibilità e nell'uso della ragione, cioè a dire la *memoria;* e quali requisiti debba avere, onde giovare all'acquisto della cognizione delle cose.

CAPO XXI.

Appendice sulla memoria. — *Delle qualità della* memoria, *relativamente alla umana ragionevolezza.*

§ 279. 1.° *Fedeltà* a riprodurre le idee tali e quali furono dapprima presentate dai sensi, ed impresse dall'attenzione. 2.° *Sufficiente forza* di movimento per rendere discernibile la forma delle idee dapprima ricevute. 3.° *Temperata rapidità* nella successione dei moti ricevuti, talchè si agevolino i confronti delle idee riprodotte, non precipitando nè ritardando soverchiamente gl' intervalli fra l' apparire e il tramontare delle idee. Queste sono le qualità che costituiscono la buona *memoria*, relativamente al gran fine della ragionevolezza umana.

§ 280. La *bontà* della *memoria* risulta così dal *complesso* inseparabile di tutte e tre le ricordate qualità, che una sola che manchi la rende affatto inetta a supplire al gran fine della perfettibilità per cui è conformata.

§ 281. Infatti supponiamo primieramente un cervello, il quale o non *riceva* o non *ritenga* sufficientemente, anche mercè il magistero dell'attenzione, le impressioni ricevute dai sensi, e che perciò non riproduca le idee se non mutilate, o in una guisa disordinata. È ben chiaro che l'ente sciagurato, a cui fosse toccato in partaggio un tale cervello, o sarebbe più stupido delle bestie, o un pazzo balordo.

§ 282. Questo difetto potrebbe derivare o da una soverchia durezza

delle fibre, le quali non cedessero quanto basta all'azione ordinaria degli oggetti, derivante forse da una soverchia coesione delle molecole elementari, e dalla sovrabbondante dose di *caput mortuum*, componente un tessuto troppo fermo; o, nel caso opposto, da una eccessiva tenerezza del tessuto fibrillare, derivante dalla poca coesione degli elementi organici, i quali non sapendo resistere alle successive scosse delle funzioni vitali, e particolarmente della nutrizione, per le quali in qualunque cervello alla lunga si cancellano le impressioni, le lascia sfuggir troppo presto. Quindi la buona tempra della memoria per questa parte sta fra questi due estremi.

§ 283. In secondo luogo supponiamo che un altro cervello riproduca bensì fedelmente le impressioni ricevute, cioè le ripeta nella specie, nell'ordine e nel grado di forza fra l'una e l'altra impressione proporzionale ai diversi gradi della loro forza originale; ma che però tutte siano riprodotte così *languidamente*, e con gradi soli differenti di languore, talchè non interessino l'attenzione; ovveramente, anche interessata per qualche motivo estrinseco, non valga, mercè la sua reazione d'una intensità e durata proporzionale alla successione delle idee o dei movimenti fisici, a rendere ben discernibile l'aspetto delle immagini riprodotte. Allora è certo che la mente, benchè attentissima, attese queste che io appellerei *sfumature d'idee*, non può sentire quelle ben contrassegnate *distinzioni*, e non può tessere quei decisi paragoni, onde o astrarre o rendere generali le idee, o connetterle a dimostrazione, onde produrre l'evidenza; ma invece avrà confusi barlumi, e fantastiche e quasi sognate larve, ed una mal ferma e svaporata *fatuità*.

§ 284. Questo languore di movimento, accoppiato per altro ad una certa fedele tenacità, potrebbe forse derivare da un rilassamento, ossia dalla mancanza di un sufficiente grado d'irritabilità della fibra, o da una mancanza di sufficiente elettricismo, appellato *spiriti animali*, stimolante con forza la detta irritabilità. Ma per altro in tale ipotesi la fibra è per sè stessa bene organizzata ed ubbidiente, e solo manca del grado sufficiente di movimento. Quante volte i migliori cervelli hanno momenti di atonía! E in tali momenti, ove la testa è per dir così svaporata, come poter eseguire rettamente le funzioni mentali?

§ 285. La buona tempra dunque della *memoria* deve per questo rapporto risultare da una moderata irritabilità, e da una proporzionata copia di elettricismo stimolante, per cui le idee si presentino in una sufficiente vivacità e chiarezza di aspetto.

§ 286. Finalmente all'esercizio perfettibile delle umane facoltà abbiamo detto essere necessaria una *temperata rapidità* nella successione dei

moti ricevuti. Infatti una soverchia tardanza od una soverchia rapidità nei movimenti delle fibre, producendo un' estrema lentezza od una estrema celerità nell'apparire delle idee, si oppongono alle operazioni necessarie dell'umana ragionevolezza. E per verità, se mentre che l' anima ha presente un'idea avvenisse che le altre successive fossero troppo lente nel comparire, è ben chiaro che allora la mente non potrebbe tutte ravvisare le somiglianze loro comuni; poichè mentre sopravviene l'una, l'altra non è già più. Dunque è impossibile il formare come conviene le idee generali; è impossibile distribuirle in categorie differenti, a norma di quello che richieggono le loro convenienze estese, ed appartenenti ad un numero più o meno grande di soggetti. Del pari quando si tratti di tessere connessioni e di ordire raziocinii, una soverchia lentezza per la stessa ragione impedisce che si possano fare i convenienti paragoni fra idee troppo distanti, e si oppone a sentire le ripugnanze e le differenze, e quindi a giudicare dello stato delle cose come esige la verità. Questi sono gli ostacoli, i quali al buon successo delle operazioni intellettuali vengono opposti dalla *lentezza estrema* della memoria nel riprodurre le idee.

§ 287. Una fibra che abbisogni di un tempo rispettivamente lungo, onde concepire un grado di forte movimento, o per una irritabilità che fosse pigra, presa rispettivamente alla sua massa; o per un tessuto più grossolano (non altrimenti che una callosa mano raffreddata, per concepire un grado di calore che sia eguale a quello che in un minor tempo investe una più dilicata mano, abbisogna a pari fuoco di un maggior tempo, ovvero d'un maggior grado di fuoco per essere tutta investita di calore; la quale circostanza, parlando delle fibre del cervello, supporrebbe un minor grado di elettricismo stimolante la fibra, e che abbisognasse d'un maggior tempo per produrre un movimento ed una sensazione conveniente, onde percepire chiaramente le idee); una tal fibra, dico, con le altre circostanze sopra annesse, unite per altro ad una sufficiente tenacità nel ritenere le impressioni, benchè con fatica scolpitevi, potrebbe essere la cagione di questa tardanza soverchia nella successione delle idee riprodotte dalla memoria.

§ 288. La *soverchia rapidità* poi nella successione delle idee, fatta dal ministero della memoria, produce gli stessi effetti intellettuali della *soverchia tardanza*. Imperocchè mercè di essa le idee non si arrestano avanti alla vista dell'anima, la quale è di una ristrettissima capacità, per un tempo conveniente ond'essere ben comprese e distinte nelle loro particolarità tutte; ma bensì s'affollano e si succedono con tale prestezza,

che le sopravvenienti incalzano, e sbandiscono precipitosamente l'attenzione dalle antecedenti. Allora essa non ne può riportare che informi e parziali aspetti, imperfetti frammenti, astrazioni malamente delibate, e fortuiti e disordinati paragoni. Quindi è, che siccome, giusta l'esperienza, l'uomo propriamente non ragiona che mercè le idee generali, come abbiamo avvertito anche altrove; e siccome per compiere una vera ed utile nozione generale è mestieri d'un'accurata, estesa ed analitica attenzione, e perciò d'una proporzionata estensione di tempo, durante il quale possa detrarre le idee, legarle coi loro segni, paragonarle e riscontrarle in tutti gli oggetti rassomiglianti, e formarne nozioni e principii generali; perciò si vede quanto una soverchia rapidità della memoria nella successione delle idee si opponga alle preliminari operazioni dell'umana ragionevolezza.

§ 289. Assai maggiormente poi si oppone alle operazioni del raziocinio stesso; poichè a tessere i convenienti paragoni fra idee e idee, a subordinare le une alle altre giusta i rapporti richiesti dalla conchiusione delle teorie, v'ha d'uopo di un tempo esteso, onde rilevare e distinguere in ogni nozione, idea o principio gli aspetti delle cose, paragonarli, discernerli, e percorrere tutti i rapporti, onde tessere retti giudicii, a norma dello stato loro verace. Onde si vede che la soverchia rapidità delle idee si oppone al buon giudicio, e la leggerezza dello spirito è ripugnante al buon senso. Questa poi derivar potrebbe o da una smodata mobilità delle fibre del cervello, o da una eccedente abbondanza di elettricismo stimolante, per cui i movimenti fossero affrettati entro un brevissimo spazio di tempo.

CAPO XXII.

Del potere della natura e dell'educazione sullo spirito umano.

§ 290. Richiamando pertanto tutte le annoverate considerazioni, riesce evidente che la *perfezione* fisica della memoria, per rapporto alla ragione, risulta dalla solidale *unione* delle tre condizioni sopra ricordate.

§ 291. Ora benchè la natura abbia costituiti tutti gli uomini per essere ragionevoli, dobbiamo noi credere perciò che li abbia dotati d'una eguale organica *perfezione* mentale? Certamente all'estremità di due climi opposti, l'uno dei quali sia estremamente freddo come il polare, e l'altro estremamente caldo come quello dell'Africa, si debbono riscontrare cagioni d'una estrema lentezza e d'una estrema rapidità e fuoco nelle idee, e quindi ostacoli eguali al buon uso della ragionevolezza.

§ 292. Nei climi temperati poi, siccome per circostanze diverse pos-

sono or più ed or meno concorrere cagioni locali, e anche individuali, a costituire i cervelli umani nello stato di una maggiore o minore rapidità di movimenti, per quelle varietà che s'incontrano nelle opere tutte della natura: così, prescindendo dai difetti estremi della stupidità, della balordaggine, o del focoso delirio, anche *dentro* la sola capacità ad esseri ragionevoli, si possono annoverare *gradi* più o meno distanti dalla perfezione organica mentale; e quindi nasce una disposizione più o meno acconcia alla solidità del giudicio. Allora taluni per questa non affatto mostruosa rapidità riusciranno più proprii pei voli staccati di una tumultuosa fantasia, che per tessere profonde, pazienti e lunghe teorie. Essi riusciranno inventori di cose d'immaginazione, ma senza che i loro dettagli siano riposati e compiti; dicitori leggieri di motti vivaci, inventori di scherzi e di soggetti or amabili, or tristi di follíe; ma creduli, precipitosi, impetuosi, distratti, inconsiderati, parolai, storditi, volubili: e serberanno un carattere *comune*, malgrado le *differenze* infinite di educazione, di stato, di grado, di generazioni, di governo. La quale *stabilità* di carattere, a fronte di tante differenze, conviene necessariamente attribuire alla *natura fisica* delle cose, contro la quale l'educazione e le istituzioni umane non possono contrapporre un' attività distruggitrice; e solamente dopo le più assidue e ragionate cure possono indurre leggiere modificazioni.

§ 293. Rivolgendoci ora all'altro estremo opposto della somma *tardanza* della memoria nel riprodurre le idee, ove sta collocata la stupidezza; ed appressandoci a poco a poco verso il centro, ove sta il buon senso; troviamo nei gradi successivi della minore lentezza una progressiva e sempre crescente disposizione al buon giudicio, fino a che si giunga alla pronta disinvoltura dell'ingegno, ed ai robusti ed ampii voli del genio. Così dal grado della più meccanica imitazione passando a quello di apprendere le arti più semplici manuali, e da queste a quelle che ricercano maggiori combinazioni d'idee; dalla schietta memoria materiale, comune colle bestie, ai più ovvii raziocinii, si ascende a poco a poco alla schietta e pesante erudizione, alla lenta, fredda e minuta geometria, ad esporre e ridurre a metodo d'istruzione le scienze da altri inventate, e ad escogitare opere o scientifiche o aggradevoli, nelle quali si tenti d'imitare e di raggiungere un qualche buon modello. Di tutte queste operazioni uomini d'una lenta combinazione d'idee, in grado però diverso, riescono capaci. E quindi, nel morale, freddi, imitativi, pesanti, abitudinarii, ripetitori e compilatori, ostinati, non artificiosi, non astuti, di buona fede, di passioni tranquille; ma generalmente mancanti di genio, ed anche fino ad un certo grado d'ingegno.

§ 294. Fra questi due limiti della vivacissima rapidità e della fredda lentezza delle idee della memoria, o dell'estremo punto di apparenza dilavata, e dell'estrema forza di maniaca vivacità, si racchiude quella moderata temperatura d'intensità e di successione che giova all'ingegno, ed all'ammirando e raro genio. Onde dir si può che la *perfezione organica* della mente umana consiste in quella felice e ben temperata composizione di elementi, per cui i movimenti della memoria si eseguiscono con una sufficiente forza, e si succedono con una moderata celerità. — Ben è vero, ciò non ostante, che da un canto e dall'altro di questo felice stato, dove incominciano e proseguono i gradi, mercè i quali si passa o alla maggiore rapidità o alla maggiore lentezza, fino ad un certo segno gli uomini si appellano *ragionevoli*. Quindi l'umana ragionevolezza ha una certa *latitudine*, nel centro della quale primeggia il genio, poi succede l'ingegno, che si scomparte di qua e di là per confinare o colla maggiore rapidità o colla maggiore lentezza di spirito; fino a che da una parte e dall'altra inoltrandosi a situazioni vieppiù difettose, si giunge o alla fatuità ed alla leggerezza, o alla stupidità ed alla pazzia.

§ 295. Ma ritornando a questa *latitudine*, dopo il genio e l'ingegno, inoltrandosi dall'uno e dall'altro canto, si trovano uomini fatti più per adottare ed ordinare i pensieri scoperti dal genio e tessuti dall'ingegno, che per iscoprirne essi medesimi; più per ripetere, che per pensare.

§ 296. Queste differenze, supponendo nel restante attenzione e coltura pari, si scorgono essere evidentemente l'effetto di un po' più o di un po' meno di grossezza o di sottigliezza, di durezza o di flessibilità, d'irritabilità o di elettricismo nell'organizzazione del cervello; le quali condizioni sfuggono alla penetrazione dell'occhio ed alle sezioni dell'anatomia.

§ 297. Dal fin qui detto parmi che dedur si debba come cosa pienamente dimostrata, che la riuscita dello spirito umano, ed i varii gradi della perfezione di lui siano un *risultato* derivante in ragion composta delle forze unite della natura e dell'educazione.

§ 298. Ma è del pari chiaro dal fin qui detto, che il potere dell'*educazione* in ultima analisi non consiste che nel potere e nella direzione dell'*attenzione*. Io credo di aver dimostrato in una maniera segnalata quanto questa sia necessaria in tutte le operazioni mentali, e il perchè sia necessaria, e come si debba dirigere (vedi i Capi VII. fino al XII. di questa Sezione). Da ciò trarre forse si potrebbero le regole fondamentali dell'istruzione e dell'educazione dello spirito.

§ 299. Credo poi di aver dimostrato in che cosa precisamente consista la forza della natura; e mi lusingo che si avrà potuto vedere che

tutta si riduce ad una certa tempra dell' organizzazione del cervello, di cui ho specificate le condizioni e disegnata l' influenza.

§ 300. Ora bramando noi di conoscere la *subordinazione* e i gradi di queste due forze, rileviamo da quello che è stato discorso, che senza di una precedente felice organizzazione tutto il *potere* possibile dell' attenzione è reso nullo; e che esso nel conseguimento degli effetti intellettuali è subordinato interamente alle condizioni dell'organizzazione del cervello. Questo per altro, benchè ottimo, rimane quale sterile fondo, se le *circostanze* non prestino i semi delle cognizioni, e l' *attenzione* non li pianti e non li coltivi con somma industria. Quindi l'ordine di queste due facoltà, consultando la natura stessa delle cose, si è, che debba *precedere* una felice *organizzazione;* e dopo succedere l' *attività* ben diretta dell'*attenzione*.

§ 301. Ma, al pari di ogni corpo organizzato, la sede fisica della memoria deve *necessariamente* essere temperata dentro qualcheduna delle modificazioni e delle gradazioni sopra descritte. Dunque per legge fisica di natura nei varii individui umani e nei varii climi si deve necessariamente verificare ch' ella sia o forte o languida nelle sue vibrazioni, ossia ne' suoi moti, qualunque siano; e ch' ella sia o rapida o lenta o temperata nella successione de' movimenti suoi: nè si può evitare l' incontro delle une o delle altre di queste condizioni. Per conseguenza non si potrà evitare che la costituzione delle facoltà diverse degli uomini non sia più o meno propria ad eseguire come conviene le diverse operazioni mentali, onde apparecchiare, ridurre, ordinare e connettere le varie idee nei rapporti della verità.

§ 302. Fino a che non si era scorta chiaramente ed in una guisa speciale la connessione che passa fra una certa struttura ed irritabilità organica colla felicità delle operazioni intellettuali, si poteva peranche dubitare di questa verità. Ma dopo che una particolareggiata e rannodata dimostrazione ha posto in chiaro l' influenza che il fisico aver può sulla buona o cattiva costituzione e sull'uso dell' intendimento; e dopo che si si è scorto come aver la possa; dopo che non oscuramente si è scoperto come dentro la latitudine dell'umana ragionevolezza si possa rendere ragione delle diverse disposizioni alla riuscita dello spirito, supponendo sempre una pari *energia* e *direzione* dell'*attenzione* in tutti gli uomini; dopo che si è veduto che dentro di qualcheduna di siffatte gradazioni dev' essere racchiusa la tempra dell' organizzazione umana relativa alle funzioni dell' intendimento; parmi che sia vano il più dubitarne.

§ 303. Se Elvezio avesse comprese o calcolate tutte queste circostanze,

non avrebbe certamente (usando buona fede) promosso il più strano, il più temerario ed il più antipolitico paradosso che in buona filosofia applicar si potesse agl'ingegni umani, dicendo e ripetendo espressamente, che *tutta* la loro differenza dipende dalle *sole cagioni morali*, e nulla dall'organizzazione (*De l'ésprit*, Disc. III). Ma egli tutte queste cose ha ignorate, o certamente ommesse.

§ 304. Dopo ciò, si potrebbe forse chiedere di nuovo di quale condizione organica la natura abbia dotato la comune degli uomini. È certo che questa quistione non può essere sciolta mercè di una scienza intuitiva della struttura dei cervelli umani. Pure un profondo e freddo analitico dedurre lo potrebbe dagli effetti esterni, e discernere quello che è stato aggiunto dall'arte da quello ch'è originalmente proprio della natura.

§ 305. Ma questa discussione, la quale anche di troppo ci farebbe divergere dalle tracce dirette cui dobbiamo seguire in questo scritto, ad altro non servirebbe che a procacciarci una vaga ridondanza di prove, dopo quelle cui l'esame delle circostanze, e dell'uso generale che il Pubblico far può dell'*attenzione*, ci deve somministrare. — A questo solo punto debbono essere limitate le nostre ricerche, sebbene si ritenga quanto altrove abbiamo ragionato. — Quindi, anche supposti gli uomini tutti egualmente dotati della più perfetta disposizione fisica alla perfezione intellettuale, ora passiamo a vedere che cosa generalmente e costantemente possano fare, onde conoscere la verità nelle diverse materie; e se il Pubblico possa mai esserne giudice competente ed infallibile.

SEZIONE II.

Di quello che possono fare gli uomini per conoscere la verità.

CAPO I.

Necessità dei motivi all'esercizio dell'attenzione.
Ostacoli. Inerzia.

§ 306. L'attenzione, il cui potere ed esercizio abbiamo a parte a parte dimostrato indispensabile nelle operazioni della mente umana, incominciando dalle sensazioni, e giugnendo fino alle più vaste, variate e sublimi astrazioni, e teorie ed invenzioni del vero, del bello e dell'utile (ved. Capo VII. al XIII. della Sez. I.): l'attenzione, la quale, essendo ben diretta, è la madre di ogni verità, di ogni perfezione dello spirito umano, e che costituisce tutta la buona educazione intellettuale; e che,

mal diretta, diviene la sorgente di tutti gli errori e di tutti i traviamenti: l'attenzione, la quale non è che l'esercizio del *potere* attivo dell'*essere* pensante, che nelle sue determinazioni non è punto diverso o distinto dalla *volontà* umana; e nello spiegare la sua forza non è che la stessa stessissima *forza motrice* ossia esecutiva di lei, in quanto reagisce sulla sede fisica delle idee, onde aumentarne o prolungarne i movimenti: l'attenzione, dico, è un potere di sua natura *indeterminato*, e indifferente a qualunque atto speciale, per ciò stesso che è capace di molti atti, anzi di altrettanti atti, quante sono le idee diverse che si presentano alla mente.

§ 307. Questa indeterminazione ci offre tosto in sè stessa una specie d'*inerzia* essenziale alla natura del potere attendente. Tale infatti con buon diritto risguardar si deve una forza, la quale non viene determinata che da qualche estrinseco impulso; e che per conseguenza non si spiega, nè spiegare si può, che a proporzione della vivacità e della durata degl'impulsi. Una più evidente dimostrazione di questo principio la ritroveremo più sotto.

§ 308. Qui giova soltanto di osservare, che questa forza d'inerzia, ch'io appellar posso *psicologica*, poichè in qualunque stato si trovi l'anima, o separata o unita ad una macchina, ella deve sempre risentirne l'impero, poichè è unicamente fondato e derivante dalla natura del solo essere di lei; questa inerzia, dico, si deve giudicare come essenziale all'anima umana.

§ 309. Quindi si può adottare come assioma primo di natura, che l'esercizio del potere dell'attenzione si determina in forza dei soli *motivi*, che ne sono gli unici stimoli; e quindi che l'energia, o a dir meglio i gradi di energia, coi quali spiegar si può questo potere, saranno necessariamente proporzionati ai gradi della forza stimolante degl'impulsi che lo determinano.

§ 310. Ma tutto ciò è ancor poco. Se la forza dei motivi esercitar si dovesse solamente nell'anima collocata nello stato di nudo spirito; se l'attività loro non dovesse vincere, per dir così, che la indifferenza sola dell'*essere* pensante; questa legge sarebbe semplicissima, nè dovremmo calcolare altre forze resistenti che le potessero servire di ostacolo. Ma il fatto sta, che contemplando l'uomo come è realmente costituito, e ritenendo quale sia lo scopo dell'attenzione, ed il soggetto su cui ella esercita la sua attività, noi non troviamo più una semplice indifferenza; ma invece incontriamo una positiva *resistenza* fisica, e bene spesso una reazione penosa sull'anima, la quale per una specie di ripercussione la distoglie dal poterlo lungamente esercitare. Tutto questo è opera dei soli sensi, al-

l'azione dei quali sta raccomandata tutta la serie delle affezioni dello spirito umano. Diffatti noi abbiamo veduto che il ministero dell'attenzione è tutto impiegato sul sensorio comune delle idee; che l'effetto speciale proprio di lei è di *reagire* all'occasione di un'idea sull'organo corrispondente; d'onde si produce una prolungazione ed un aumento nel moto di lui, e si confermano le tracce ossia le disposizioni lasciate dall'azione degli oggetti sui sensi, e vengono ricalcate, dirò così, nella memoria. Da ciò l'idea resa più viva e più prolungata, richiamando a sè la vista limitatissima della mente umana, ne dirige i concetti, i paragoni ed i giudicii in una maniera imperiosa ed assoluta.

§ 311. Ma siccome questi sensi, al pari di tutti gli altri corpi tendenti al riposo, e per necessaria legge inerti, contrappongono una vera resistenza a qualunque potere che voglia cangiare il loro stato attuale, perciò oppongono la medesima resistenza anche alla forza attendente dell'anima. Incontrando quindi ella dal canto suo una siffatta opposizione dei sensi, deve subirla tanto maggiore, quanto minori sono le forze accidentali tendenti al movimento racchiuse nell'organo stesso, mercè le quali l'attenzione possa essere coadiuvata ne' suoi effetti.

§ 312. L'esistenza di queste forze accidentali, o la mancanza accidentale di esse, può derivare tanto dalla natura, quanto dall'educazione. Dalla natura, quando il tessuto fibrillare del cervello sia alquanto più grossolano, o meno irritabile, o meno provveduto di elettricismo stimolante: dall'educazione, quando manchi l'abituale esercizio dell'attenzione stessa sugli organi delle idee, mercè il quale è noto quanto ad un tempo stesso si rinforzino gli organi e se ne agevolino le diverse funzioni fisiche.

§ 313. Allora la forza attiva mentale trova un ostacolo di più da superare; e maggiore è lo sforzo che le convien fare per piegare il cervello alle operazioni della mente.

§ 314. Ma v'è di più. È cosa nota ai fisiologisti essere proprietà naturale d'ogni fibra organica irritabile o sensibile, allorquando venga irritata e scossa per un certo tratto di tempo, di richiamare a sè una maggiore quantità di fluido stimolante, e di cadere eziandio in una specie di rilassamento e di atonía; talchè spingendo più oltre la forza, o prolungandone l'esercizio, produce nella sensibilità dell'anima un sentimento penoso che giunge talvolta fino al dolore. È ben cosa naturale che questo fenomeno deve assai più facilmente avvenire in una fibra di un tessuto più pigro o meno esercitato, che in fibre più docili, non deboli, e più avvezze ai movimenti. Imperocchè le molecole delle prime non possono turbarsi dall'ordine naturale loro se non che con una specie di dissoluzione del-

l'attuale tessitura. Quindi avanti di produrre l'effetto sentimentale richiesto dal pensiero si debbono dislocare assai più elementi. Per la qual cosa alla fine o non si può ottenere per veruna maniera, o in piccolissima parte, l'effetto sentimentale.

§ 315. Per una ragione opposta una fibra assai tenera cade in rilassamento in un tempo assai breve, e quindi oppone una vera pena all'anima, onde esercitare a lungo il potere dell'attenzione. Ecco perchè da una parte i selvaggi, i popoli barbari, e tutti quelli eziandio che in seno delle colte società non si avvezzarono ad esercitare la loro forza mentale, e dall'altra parte i fanciulli, gl'infermi di corpo, e generalmente i rilassati di temperamento, durino tanto di fatica e di pena ad applicare l'attenzione e ad apprendere le varie cognizioni, e perchè tutti riguardino un tale esercizio con una vera avversione.

§ 316. Ma non limitandoci a questi casi speciali, e invece considerando la costituzione dell'intero genere umano, è forza dedurre che la natura formi l'uomo *ignorante* non solamente perchè lo fa nascere privo di qualunque cognizione, ma assai più perchè pose in lui una *gravitazione* positiva verso di essa, ed una vera resistenza fisica all'esercizio delle sue facoltà mentali.

§ 317. Il teologo cristiano troverebbe forse qui il luogo ove allogare la spiegazione delle conseguenze del peccato originale. Forse dir potrebbe che Adamo nello stato d'innocenza aveva una macchina di un tessuto docile e pronto a tutte le richieste delle cognizioni; ubbidiente alla forza dell'attenzione, e robusto nel non cadere troppo presto in atonía: ma che, dopo la caduta di lui, alla generazione umana Iddio volle compartire un corpo più corruttibile e più difettoso; e per la via medesima, per la quale s'introdussero le infinite infermità, per quella stessa si aggravò pure e si trasmise la cieca e neghittosa ignoranza.

§ 318. Non divergiamo dalle tracce del nostro cammino. L'inerzia psicologica, cui è meglio appellare *indifferenza dello spirito*, e l'inerzia fisica sono veri ostacoli allo sviluppo delle facoltà umane. Quindi se la natura destinò l'uomo ad una certa *perfezione* morale, e ne predispose le facoltà, dobbiamo dedurre ad un tempo stesso che abbia voluto guidarvelo vincendo degli ostacoli, e mercè risultati di forze opposte e contrastanti.

§ 319. Conchiudiamo. Nell'attuale costituzione dell'uomo sono assolutamente necessarii i motivi all'esercizio dell'attenzione: essi soli sono le vere *forze vive* del mondo morale. Per tal modo l'attenzione, la quale, come abbiamo veduto, interviene come forza necessaria in tutta quanta

l'economia intellettuale, incominciando dalla sensazione, e giungendo fino ai voli del genio; l'attenzione, la quale non è che l'esercizio della volontà e della libertà umana, ci offre ad un tratto due grandi leggi fondamentali ed universali del mondo morale.

§ 320. La prima si è, che se si ricercano gli affetti per far agire gli uomini, si ricercano pure per farli pensare; e che perciò lo spirito ed il cuore sono mossi mercè di un solo e identico principio: quindi tutto l'universo morale viene spinto, animato e diretto mercè di una sola susta. L'economia della natura riesce in tal modo armonica, sistematica e semplice; ed in tale ben collegato andamento, mercè d'una necessaria azione e reazione, tutto cospira alla perfezione ed alla felicità dell'uomo, ed al grande ordine maraviglioso di tutto l'universo.

§ 321. Questa grande verità si ravviserà assai meglio nella sua vera estensione, se oltre di considerare che i motori precipui dell'*amor proprio* sono pur anco quelli della *sana ragione*, si giungerà a scoprire che per un ammirando vincolo quei soli mezzi e quelle sole circostanze le quali sono le più acconcie alla felicità personale e sociale dell'uomo, sono pur anche quelle le quali riescono le più proprie e le più efficaci a produrre generalmente lo svolgimento ed i progressi dello spirito umano nelle parti tutte del globo intorno a qualsiasi genere di cognizione. Non si credesse per avventura che io abbia qui soltanto di mira la lunga pace ed i secoli di lusso delle nazioni. Se la prima è un bene, non è però la sola cagione che la natura abbia prescritto ai progressi dell'umana perfettibilità. Rapporto poi al lusso, lungi dal giudicare le circostanze che lo producono e lo sostengono (sopra tutto s'egli è un lusso delle classi interne dello Stato, cioè se è un lusso *parziale*) come eccitamenti proporzionati ai veri progressi della mente umana nel grande piano dello scibile apparecchiato dalla legislatrice natura, io dico che per lo contrario riguardar si debbono come possenti *ostacoli* contrarii del pari al vero ed al grande di qualsiasi genere, che al giusto. Quando io parlo di circostanze uguali giovevoli ai progressi delle umane cognizioni ed al benessere umano, io parlo soltanto di quelle circostanze che sono le più proprie a produrre ed a far fiorire fra i popoli la *sociale virtù*. In questo scritto non m'è permesso d'inoltrarmi ad esporre ed a svolgere questa vasta ed importante veduta, la quale forse fino a qui non bene avvertita, ad ingiuria della provvida sapienza sparsa per entro a tutto l'ordine morale e l'ordine fisico, ci ha occultato, non dico una semplice *teorica* e *speculativa* connessione fra il giusto ed il vero, ma una *effettiva* e *pratica* influenza fra le circostanze promoventi la virtù sociale, e le circo-

stanze le più favorevoli alla pubblica ed alla privata istruzione. Senza calcolare questa influenza e connessione, è ben chiaro che ogni sistema che offrir si volesse su di questo proposito rimaner dovrebbe del tutto chimerico. Da lei sola le scienze traggono la loro apologia, e la dimostrazione più solida della loro utilità e necessità al bene della società.

§ 322. L'altra legge fondamentale, la cui cognizione emerge dalle precedenti riflessioni, si è, che le facoltà dell'anima umana *tutte* si esercitano ad un tempo stesso in ogni operazione della mente. I filosofi hanno distinto nell'anima la sensibilità, la volontà, e la forza esecutrice; ma tutte queste facoltà si esercitano sempre *ad un tratto* in ogni operazione tendente ai progressi dello spirito umano, e fin anche negli errori. Questa legge fondamentale è stata dimostrata da tutto quello che abbiamo detto sull'attenzione. Per la qual cosa riferire, come ha fatto Bacone, alcune cognizioni o scienze alla memoria, altre all'immaginazione, ed altre all'intendimento, e su questa divisione fondamentale piantare e diramare tutto l'albero enciclopedico delle scienze (1), egli è tessere una divisione del tutto *fattizia*, che punto non si verifica rigorosamente in natura, e che senza di certe avvertenze guida a vedute false, o assai imperfette. La memoria, il potere ordinatore dell'immaginazione e il potere ragionatore sempre si esercitano ad un tratto; e tutt'al più dir si può che la facoltà attiva dell'attenzione nell'un caso è subordinata ad inserire le sensazioni nella memoria; nell'altro caso la memoria ed il potere attivo dell'attenzione servono ad accozzare le immagini riprodotte; e finalmente nell'ultimo la memoria ed il potere attivo dell'attenzione sono impiegati a disporre ed a subordinare le idee al retto raziocinio. Ma ritorniamo al principale nostro assunto.

CAPO II.

Proporzione tra la forza dei motivi e l'energia dell'attenzione.

§ 323. Dire che la durata e l'intensità dell'attenzione sia *proporzionata* affatto alla durata ed all'energia dei motivi che determinano l'attenzione, egli è esporre una *necessaria* conseguenza dell'indole e del modo di agire dell'attenzione stessa; e, dopo tutto quello che ne abbiamo detto fino a qui, ciò non abbisogna di dimostrazione.

§ 324. Se dunque il desiderio del piacere e del maggior piacere, che fa riuscir grave la di lui sola lontananza; e se l'odio del dolore, che pone

(1) *De dignitate et augmentis scientiarum*, Lib. II. Cap. I.

in moto l'umana attività ad allontanarlo, sono i motori perpetui ed unici del cuore umano; dovremo dunque conchiudere che l'applicazione e l'intensità dell'attenzione debbono essere dirette e proporzionate dallo stesso sistema. Le cagioni medesime pertanto, le quali eccitano ed elevano le passioni ai diversi gradi d'energia, saranno pur anco quelle che animeranno e rinforzeranno il potere dell'attenzione in un rapporto sempre costante e proporzionato.

§ 325. Poste adunque pari disposizioni, facoltà ed ostacoli fra due uomini animati da interesse disuguale, la riuscita di quello che sarà stimolato dal più possente dovrà sortire tanto maggiore sui progressi dell'altro, quanto maggiore è l'interesse ch'egli sentirà a preferenza dell'altro.

§ 326. Per la qual cosa se le passioni e le grandi passioni formano gli eroi ed i grandi scellerati, esse pur formano i grandi genii nelle scienze e nelle arti, ed i grandi corruttori in entrambe. Se alle passioni sono necessarii i motivi, ed alle grandi passioni motivi assai possenti e durevoli; e tanto più possenti e durevoli, quanto più ardua e lunga è la fatica cui conviene subire a fronte di aspri e moltiplicati ostacoli: egli è ben evidente che l'energia e la durata loro saranno necessarie; e tanto più necessarie, quanto più vaste, complicate e profonde saranno le vie cui converrà percorrere a fine di giungere alle verità fisiche e morali. Perciò le grandi scoperte supporranno sempre un gagliardo e sostenuto interesse di attenzione.

§ 327. Non è quindi meraviglia che le genti passionate godano di una vera superiorità di cognizione sulle genti tranquille intorno alle qualità, alle connessioni ed alle relazioni delle cose che interessano il loro cuore. Se la storia ci offre esempii d'uomini, cui una vastità di comprensione, uno spirito multiforme di riduzione allo stesso centro elevò fino al segno di penetrare quasi nei misteriosi ed occulti recessi dell'avvenire, e di eseguire coll'opera pressochè prodigii di vigore, d'intraprendenza e di grandezza; ella ci dimostra a qual segno di perfezione e di energia il potere dell'attenzione possa esaltare talvolta le umane facoltà, le quali se soventi volte giacciono quasi irrugginite o abbiette, proviene da solo difetto di circostanze animatrici, e non di energia e di costituzione originale; e dimostra ad un tempo stesso quanto sia necessario un proporzionato grado di attività nei motivi stimolanti l'attenzione.

§ 328. Fu osservato che i ciechi acquistano una finezza di tatto talmente superiore a quella di cui sono dotate le persone che veggono, che le loro dita tengono ad essi quasi luogo di occhi; e ciò è noto derivare

non perchè i ciechi siano forniti di una organizzazione originale diversa da quella dei veggenti, ma bensì perchè i veggenti, distratti dal senso della vista, che loro somministra infinite e variate piacevoli idee, assai più facilmente e prontamente lasciano inoperose certe minute e delicate fibre del tatto, le quali per tale inerzia alla perfine divengono insensibili. Dovechè al contrario l'anima dei ciechi avendo concentrata la sua attività e la sua attenzione entro di un cerchio più angusto, ed essendo costretta ad approfittare pe' suoi bisogni e pe' suoi piaceri di quelle condizioni che rimangono indifferenti a coloro che godono della vista, pone a profitto queste particolarità organiche, e mercè il continuato esercizio riducendole ad una più elevata sensibilità, ne trae sensazioni e piaceri sconosciuti interamente a chi vede. Tanto può la forza dell'attenzione sulle umane facoltà! Questo è, per rapporto al *morale*, il caso delle genti passionate in paragone delle genti tranquille, allorchè si contemplano le loro cognizioni di qualsiasi genere e le altre affezioni dell'anima.

§ 329. Per la qual cosa tutto quello ch'è valevole ad eccitare passioni, la cui direzione non contrasti collo scopo principale di qualsiasi scienza o arte od opera, è infinitamente giovevole, e si deve porre in uso, onde ottenere un intento qualunque dagli uomini. Così gli onori, i premii, la stima furono, sono e saranno sempremai gagliardi sproni agli avanzamenti tanto scientifici, quanto morali e politici. Così è ben naturale che i grandi uomini in ogni genere abbiano dovuto fiorire là dove gli oggetti nei quali si segnalarono erano *apprezzati*, e coloro che intorno ad essi occupavansi venivano *premiati* ed *onorati*.

§ 330. Siccome però tutti questi poteri attivi, tutti gl'incentivi e tutta la forza loro stimolante non escludono gli ostacoli dell'*inerzia* sopra distinti e calcolati, così conviene stabilire quale perpetuo teorema, che = la riuscita dell'uomo nelle cognizioni, ossia i progressi del suo spirito, sono *risultati* derivanti necessariamente *in ragion composta* della forza dell'inerzia fisico-morale ingenita alle facoltà umane, e del vigore e della durata dei motivi eccitanti l'attenzione. =

CAPO III.

Corrispondenza fra la direzione dell'attenzione e la distribuzione dei motivi sugli oggetti. — Cagioni degli errori.

§ 331. S'egli è vero, come testè abbiamo veduto, che il potere dell'attenzione non può venir posto in azione che dagli eccitamenti dei motivi, e i *gradi* della di lui energia non possono essere determinati che dal

grado della loro forza stimolante: è pure evidente che soltanto là dove esisteranno siffatti motivi l'attenzione verrà risvegliata, rivolta ed occupata a preferenza su quegli oggetti, intorno ai quali più gagliardamente essi faranno sentire la loro attività. Questa è una conseguenza necessaria, che deriva dalla natura stessa della cosa, e che non abbisogna di dimostrazione.

§ 332. Da questa legge fondamentale, regolatrice dell'*ordine* tutto del mondo morale, si deduce che siccome la specie, la forza e l'ordine dei motivi, in conseguenza di quella immensa ed incomprensibile catena di avvenimenti che sembra costituire il diverso destino degli uomini, debbono essere variati nei diversi individui umani; così pure diverse e variate esser debbono le occupazioni, le opere, la condotta, il carattere loro morale. Ma quello che più importa al presente argomento si è, che in forza della considerazione generale di questo predominio dei motivi dell'attenzione a dirigerne ed a fissarne l'attività giusta la esistenza ed energia loro, noi veggiamo ch'essi possono guidare la mente umana a fissarsi del pari sui rapporti della verità, che sui rapporti dell'errore; del pari sulle regole del giusto, che sui disordini dell'iniquità.

§ 333. Se l'inerzia è cagione dell'ignoranza, le forze dei motivi possono essere cagioni dell'errore. L'ignoranza *assoluta* non si oppone alla verità che negativamente. Quando s'ignora assolutamente una cosa, non se ne può giudicare nè bene, nè male. La cagione diretta ed unica dell'errore è la *scienza imperfetta*, cioè la scienza mista d'ignoranza. Infatti, quando si conoscono e si calcolano completamente le parti tutte di un soggetto, non v'ha più luogo ad intrusione di errore alcuno.

§ 334. Ora questa ignoranza parziale o deriva dalla mancanza sola delle occasioni, le quali non hanno somministrati tutti i dati occorrenti onde giudicare di qualche soggetto: ed allora è colpa delle circostanze, e non dell'uomo. O le circostanze hanno dal canto loro rese bensì presenti tutte le parti delle cose necessarie, onde giudicare rettamente: ma dall'altra parte la forza preponderante dell'inerzia, ovvero rispettivamente una mancanza di energia d'attenzione nel vincere questa inerzia si opposero all'esame delle cose fatte presenti dalle occasioni: ed allora l'anima, priva delle esatte cognizioni di quelle parti che rimasero inesaminate, viene rattenuta nella loro ignoranza. Allora la cagione dell'errore risiede nell'uomo. O finalmente, malgrado la presenza delle cognizioni convenienti, malgrado la capacità dell'attenzione a superare l'inerzia fisico-morale, pure l'attività di lei viene deviata altrove da un prepotente interesse; onde la mente o non riguarda se non superficialmente gli oggetti,

o non li esamina che da quel solo canto che è conforme alle attuali sue disposizioni, mentre per comprendere la verità sarebbe pur d'uopo di contemplarli più estesamente: ed anche in tal caso nasce una vera ignoranza sugli altri aspetti inavvertiti, ed un formale errore. E qui di nuovo la cagione di questi sta dentro dell'uomo. — Se l'ignoranza parziale sopra descritta è la cagione unica, immediata ed efficiente dell'errore, si vede ora che le altre ne sono le più rimote ed originali.

§ 335. Perlochè è un parlare assai inesatto il dire con Elvezio, che l'ignoranza e le passioni sono le uniche sorgenti di tutti i nostri errori (*De l'ésprit*, Disc. I). Rapporto all'ignoranza, ciò non si verifica in un senso così assoluto, come lo esprime Elvezio. Coll'ignoranza *sola* non si può giudicare nè bene nè male di verun oggetto. L'origine dell'errore è propriamente la *scienza imperfetta*, ossia la scienza mista d'ignoranza. Questo è per altro il fondo dell'opinione di Elvezio, e solo la frase con cui esprime la sua tesi è impropria. Rapporto poi alle passioni, non è vero in un concetto cotanto generale ch'elleno siano l'altra cagione originale de' nostri errori: sì perchè esse medesime sono del pari le cagioni motrici de' nostri lumi, come si è già discorso; onde ragionando degli errori conveniva, almeno per l'esattezza, annunziarle contrassegnate dal carattere vizioso che le rende cagioni di essi; e sì perchè la mancanza e la debolezza medesima delle passioni sono fonti di errore del pari che il loro eccesso e la loro mala direzione. Ora quest'ultima circostanza non è stata da Elvezio sotto di questo particolare ravvisata e valutata come richiedeva l'uopo.

CAPO IV.

Fonti dei motivi dell'attenzione.

§ 336. L'impero dei motivi sull'attenzione non può essere nè più esteso nè più invincibile di quello che sopra abbiamo veduto. E in verità, svegliarla a piacimento loro; svegliarla a quel grado solo di forza che corrisponde al vigor loro; svegliarla su quegli oggetti soli, sui quali essi trovansi sparsi; distornarla da quelli sui quali ella si aggira, per attrarla su di altri ove stanno in maggior copia: tutto questo dimostra il dominio più assoluto e più irresistibile. — Ora il nascimento di questa serie d'imperiosi padroni ove accade egli? La durata ed il vigore loro da chi dipendono? In una parola, qual'è la loro sede e la loro derivazione?

§ 337. Appena questa ricerca merita riflessione per essere pienamente soddisfatta. Chi diffatti ignora che i motivi dell'attenzione altro non es-

sendo che il piacere o il dolore, il bene od il male annessi alle idee, in una parola tutto ciò che può inspirare desiderio o avversione, speranza o timore, cioè a dire l'interesse sparso in tutte le affezioni della sensibilità; l'attenzione deve per conseguenza necessariamente derivare in prima origine dalla serie delle circostanze esterne necessaria ed indipendente dall'uomo? Tutto quello che dicesi della *volontà* è mestieri con assai maggior ragione, e per una legge più semplice e più vicina all'origine delle idee, applicarlo rigorosamente all'*attenzione;* la quale, come abbiamo osservato, è un modo di essere della medesima volontà. E siccome, fra le altre cose, da questa stessa volontà non dipende l'avere le idee, il riprodurle e il costituirle più o meno interessanti; così non sarà in facoltà dell'uomo nè offrire gli oggetti dell'umana attenzione, nè inspirar loro la forza onde impegnarne o distornarne l'esercizio. Se sulla prima parte di questo raziocinio potesse rimaner dubbio a chi legge, io lo rimetto a quanto dirò più sotto sulla volontà umana.

§ 338. Passando quindi alle conseguenze di *fatto* derivanti da questa legge, io trovo che i due universali ed unici istruttori della specie umana furono, sono e saranno perpetuamente la *natura* e la *società.* E per verità abbiamo veduto che l'uomo non può distinguere fuori di sè altro di *reale*, che il complesso degli esseri fisici e degli esseri simili a lui, cioè appunto la natura e la società.

§ 339. Ma siccome egli nasce essenzialmente ignorante, e con una forte tendenza all'inerzia; quindi, salendo all'origine prima e comune delle cognizioni umane, dovremo necessariamente incontrarci in un' epoca, ove la sola natura è maestra dell'uomo, la sola eccitatrice dell'attenzione, e la sola direttrice delle sue idee. Colà dotato degli originali e fisici bisogni, fondati sulla costituzione sua naturale, in balía di quelle sole occasioni che un terreno più o meno fertile, un cielo più o meno benigno, una macchina più o meno robusta gli presentavano; inerte ed improvvido spettatore e discepolo di quell'ordine stesso che alterna il corso del sole e degli astri, fa soffiare il vento, cadere la pioggia, romoreggiare la folgore, sollevarsi i flutti, agitarsi le onde, e variare le stagioni; egli non era tratto a riflettere che dal solo *bisogno* e dal *caso*, e sempre sfuggiva ogni ulteriore fatica. Ivi i progressi dello spirito umano erano infinitamente lenti e incerti; e tanto più lenti, quanto minore era il numero dei bisogni reali, e maggiore la naturale infingardaggine e talvolta la debolezza del temperamento di una nazione (1).

---

(1) Vedi Robertson, *Storia d'America*, Lib. IV. colle note.

§ 340. Diffatti in tale stato di barbara infanzia sono generalmente assai tardi ed imperfetti i progressi dello spirito umano, sì perchè i materiali delle cognizioni essendo fortuiti e rozzi, i segni delle idee sono assai più scarsi ed imperfetti; e sì perchè mancando i bisogni più elevati, e la brama dell'istruzione e dell'opinione, l'uomo è collocato in una situazione, ove col massimo bisogno di stimoli e di direzione si trova cinto ed oppresso dal massimo numero e peso degli ostacoli.

§ 341. La società è la seconda sorgente, da cui derivano più variati, sublimi ed efficaci motivi all'attenzione, onde avanzare rapidamente ed efficacemente la grande opera dell'umana perfettibilità. Ivi infatti non è più la sola fame, il solo freddo, l'intemperie delle stagioni, gli stimoli dell'amor fisico, la tema dei pericoli, che svegliano l'industria mentale; ma vi si aggiungono altri impulsi, come, per esempio, il desiderio della gloria, dell'ambizione, delle ricchezze, l'emulazione, l'odio della noja, il sentimento gentile dell'amicizia, lo zelo della religione, l'amor della patria, l'entusiasmo del vero e del bello, e cento altri motivi che si variano e si moltiplicano nell'uomo incivilito quanto è più alto il punto di svolgimento e di cognizione in cui egli si trova, cioè a dire quanto più vario, esteso e complesso è il numero delle idee di cui si trova fornito.

§ 342. Lo schiudersi però ed il moltiplicarsi di tutti questi motivi è opera dell'istruzione e dell'imitazione sociale, la quale per questa parte riesce cagione secondaria della perfezione morale dell'uomo. L'uomo infatti addottrinato dall'istruzione de' suoi antenati, unite le sue esperienze e quelle de'suoi simili, raccolte le proprie riflessioni e le altrui, trasmette i lumi per la via compendiosa e brevissima dell'*istruzione* e dell'*educazione*. Su questo edificio la generazione vivente fabbrica successivamente, e a poco a poco il genere umano giugne al più alto punto della perfezione.

§ 343. Ma questa medesima fabbrica ulteriore, questo aumento d'industria, di lumi, d'invenzioni, derivante dall'educazione, non ismentisce in nulla la legge universale d'onde dapprima nacque la ragionevolezza, la società, ed il buon ordine politico. Primieramente l'*inerzia* domina sempre l'uomo anche in mezzo a nuovi stimoli sopravvenuti: ogni scoperta, ogni nuova combinazione reca seco *fatica*; e questa fatica per essere intrapresa abbisogna d'uno *stimolo* precedente, il quale dev'essere tanto più attivo, quanto più arduo è l'ostacolo cui si propone di superare, onde giungere alla scienza, o all'arte, o alla prefissa impresa, e migliorare la condizione fisica e morale delle società.

§ 344. Inoltre la sociale istruzione non ismentisce le leggi originali

dell'umana ragionevolezza per un altro rapporto. Infatti se l'istruttore o l'educatore, sia egli un individuo o una società, non avesse dapprima *per sè* le idee ch'ei vuole o deve ingerire nel suo allievo, non potrebbe certamente in lui insinuarle o radicarle giammai. Ora andando all'indietro, gradatamente si deve giungere fino al momento in cui l'uomo in seno della sola natura, e cinto dallo spettacolo dell'universo materiale, abbandonato quasi a sè solo ed alla serie delle circostanze esterne, viene da esse sole ammaestrato ed educato. Così si giunge al momento ove ritrovar si deve il fisico bisogno, e gli avvenimenti e le circostanze dell'ordine sensibile dell'universo resi *quasi soli* maestri della specie umana. Leggete la storia di molti popoli dell'America al tempo della scoperta, di molte isole dell'Oceano meridionale, dei contorni del Capo di Buona Speranza e delle Terre Australi, e troverete una prova storica di questa verità.

§ 345. Ma o sia la natura, o sia la società la fonte dei motivi dell'umana attenzione, o siano entrambe unite, egli sarà sempre vero che, relativamente ad ogni uomo singolare, l'azione, l'intensità e la direzione dell'attenzione deriveranno interamente dall'ordine e dal concorso infinito e indeterminato delle *esterne* circostanze fisiche e morali nelle quali l'uomo si troverà collocato. Dunque l'impiegare la propria attenzione, l'impiegarla con una certa forza, il dirigerla su di certe idee piuttosto che su di certe altre, l'ottenerne l'opportuno effetto, consistente nella chiarezza dell'aspetto, nella distinzione delle forme e del numero, nell'impressione nella memoria, nel collegamento coi segni ec., sono tutte cose che rimarranno fuori del potere dell'uomo. — Sarà dunque *fuori* del potere dell'uomo l'eseguire le operazioni preliminari necessarie alla cognizione del vero, e all'esecuzione del bello e dell'utile. Per conseguenza anche il tessere un buon giudicio su di qualunque oggetto non dipenderà nella sua vera origine, a rigor di diritto, dall'umana industria.

CAPO V.

Cognizione fortuita della verità. Probabilità somma dell'errore nei giudicii umani.

§ 346. Ove leggeremo dunque le leggi dei giudicii umani? ove troveremo l'ordine e le forze degl'impulsi promoventi l'estensione ed i progressi dell'ingegno? La risposta è fatta dalle riflessioni precedenti. Eccola: In quel Codice stesso, in cui sta scritto il destino generale d'ogni uomo. Da un solo filo, da una sola corrente, da quella onnipossente forza,

che nel suo immenso corso trascina seco le parti tutte del creato, che fa succedere i secoli, e padroneggia il destino delle nazioni; in quella invisibile ed immensa catena, che trae ora volonteroso ed ora costretto l'uomo su certe traccie, noi dovremo attingere la specie, il numero e la direzione dei motivi regolatori delle opinioni e dei giudicii umani. Così mentre nell'ordine della natura ravvisiamo un sistema unico e vittorioso di economia, dalla forza del quale ogni atto ed ogni pensiero viene sottomesso ad un ordine infallibile, che non viene smentito nè frustrato nemmeno di un atomo, incontriamo una impenetrabile e densa notte, che ci asconde la guisa determinata delle leggi direttrici degli umani pensieri, benchè per sè stessa sia fissa, inalterabile, precisa e necessaria al pari del moto degli astri.

§ 347. Questa rispettiva incertezza, che avvolge all'occhio nostro e presenta tutte le forme e le leggi di quella che appelliamo *fortuna*, cinge tutta la serie e la direzione dei motivi dell'umana attenzione. Quindi se si riguardano per ora sotto di questo generale aspetto, ne deriva che la cognizione della verità sarà un risultato di una combinazione all'occhio umano puramente *fortuita*.

§ 348. Ridotte così le cose a questo punto di vista, benchè gli uomini in complesso non errassero giammai, pure siccome ciò non ci *consterebbe* per un principio certo, universale, costante e conosciuto di ragione nè teorico nè pratico; così per tale ignoranza o incertezza non potremmo avere norma alcuna, onde riguardare i loro giudicii come sicuri intorno a verun genere di cose; e quindi non potremmo giammai apprezzarli come *criterio di verità*. Questi sarebbero i risultati inevitabili della nuda precedente considerazione.

§ 349. Ma se passiamo a contemplare altri rapporti, allora ci troviamo costretti non solamente ad adottare un sistema di *dubbio* sulla fallibilità perpetua dei giudicii umani, ma inoltre ad inclinare verso una precisa probabilità di *fallacia*, e una copiosa, frequente e costante probabilità di *errore*. Imperocchè è cosa indubitata che lo stato delle verità, riguardando la costituzione ed i rapporti degli esseri, è necessariamente determinato ed unico tanto relativamente alle forme, quanto relativamente alle connessioni, alle successioni, ed agli effetti loro. Dunque le combinazioni dei veri giudicii riduconsi in ogni caso ad una *sola* e *necessaria*. Ecco perchè la verità è, come dicesi, una sola. Ma tante sono le combinazioni possibili dei giudicii sulle stesse idee, quante sono le diverse combinazioni possibili delle idee medesime, e quante sono le combinazioni delle combinazioni; le quali cose sono pressochè infinite.

Dunque havvi un numero pressochè *infinito* di errori contro una *sola* verità.

§ 350. Dunque, ragionando in astratto sopra un ordine di cose puramente *fortuito*, e nel quale non si conosca una precisa e determinata direzione a condurre sull'unica traccia del vero, si deve ammettere un'*infinita probabilità* dell'esistenza dell'*errore* contro l'esistenza del *vero*; cioè a dire, si potrà calcolare che l'uomo debba andar soggetto ad un numero indefinito di errori in un dato genere di cose, prima di avere ottenuto una sola verità.

CAPO VI.

Del lume della ragione.

§ 351. Ma se la cosa è così, taluno mi dirà, a che varrebbe quel tanto celebrato lume di ragione, raggio della Divinità acceso nell'umano intendimento, e dato per guida all'uomo ne' suoi giudicii e nelle sue imprese? Non riuscirebbe egli del tutto vano, e riguardar non si dovrebbe quale spenta face in mezzo al laberinto inestricabile degli errori ed alla tempesta delle passioni? La natura, che non fa nulla di inutile, nè senza di un fine; la natura, che prepara sempre i mezzi proporzionati a conseguirlo; avrebbe dunque in un oggetto tanto importante smentite le leggi di quella provvida economia che risplende sovranamente nella minima delle sue fatture? O dunque conviene non lasciare l'uomo in balía d'una serie fortuita di combinazioni quando si accinga a scoprire e giudicare il vero; o conviene negargli il dono sublime di cui l'opinione universale lo vuole fornito, e che l'occhio filosofico pure scopre conveniente alla sua natura dopo che in lui suppose la perfettibilità.

§ 352. A quest'obbietto, che una nebbia plausibile di apparenza ravviluppa, non è disagevole cosa il rispondere in una guisa soddisfacente, e che combini e si concilii colle vedute e coi principii sovra esposti. E, per verità, dire che l'uomo è dotato di lume di ragione non è certamente dire ch'egli nasca scienziato, la qual cosa sarebbe follía; ma bensì asserire ch'egli nasce collo spirito naturalmente *giusto*, ossia retto.

§ 353. Ora, benchè tutto questo si conceda, si toglie forse che le sopra allegate osservazioni siano vere? E, in verità, lo spirito giusto o retto non crea le idee, nè le occasioni delle idee; non crea l'ordine delle cose, nè i motivi dell'attenzione; ma soltanto discerne la verità quando gli viene presentata, e la discerne per una legge necessaria della natura dell'*essere* pensante. Ma questa non è una qualità aggiunta, o distinta da

quelle delle quali in ogni età ed in ogni luogo è fornito il nostro spirito: ma bensì altro non è, che la capacità di discernere e di giudicare gli oggetti tali e quali vengongli presentati. Così quando giudica erroneamente, egli opera colle stesse leggi, colle quali egli agisce quando giudica con verità. L'effetto estrinseco soltanto è differente: ma dal canto dello spirito il giudicio si fa sempre d'una sola maniera.

§ 354. Così giudicando egli d'una sola maniera, conserva l'essenziale sua rettitudine; ed errando quando è posto in certe circostanze, prova coll'errore stesso ch'egli è naturalmente ed essenzialmente retto. Infatti quando coglie la verità, ciò avviene perchè a lui sono stati presentati tutti i rapporti di un dato oggetto, e tutti gli ha sentiti, ed a norma di quello che ha sentito egli ha pure pronunciato giudicio. Quando poi cade in errore, egli ha del pari sentito tutti i rapporti che hanno occupata la sua sensibilità, ed a norma di questo sentimento egli ha deciso. La differenza è derivata dal non essergli stati resi presenti o tutti i fatti, o tutti i rapporti, o tutti i motivi che dovevano provocare un retto giudicio.

§ 355. Lo spirito giusto o retto adunque, com'è troppo noto, non predispone, nè può predisporre i dati relativi alla cognizione della verità. Egli propriamente somiglia ad un giudice, il quale ammettendo avanti al suo tribunale chicchessia, senza scelta od eccezione, nonchè le cose tutte che si espongono, si domandano e si allegano, pronuncia soltanto sulle cose a lui prodotte.

§ 356. Per la qual cosa, affinchè questo spirito si avvenga nel *vero* è mestieri che le occasioni e le circostanze offrangli tutte le condizioni che riescono necessarie al buon discernimento. Dunque le cagioni del pratico giudicio di verità si risolvono necessariamente sulle cagioni che offrono alla mente umana gli aspetti, le connessioni e le derivazioni complete delle cose, ch'è quanto dire delle loro circostanze esterne.

§ 357. Ora l'ordine, con cui le esterne circostanze agiscono sullo spirito umano, apparisce alla nostra cognizione puramente fortuito, e perciò avvolge infiniti casi di *errore* contro una sola *verità*. Dunque il lume della ragione, ossia lo spirito giusto, non si oppone in nulla alla fallibilità frequente dei giudicii umani, foss'ella anche infinitamente maggiore. Su questo particolare adunque resi tranquilli, proseguiamo le ulteriori nostre osservazioni.

CAPO VII.

Fallibilità maggiore intorno alle idee generali.

§ 358. Se richiamiamo i doveri logici dell'umano intendimento intorno alla formazione ed all' uso delle idee generali, veniamo tosto a comprendere quanto numerose, gravi ed estese siano le occasioni dell' errore al di sopra di quelle che avvenir possono intorno a qualsiasi altro soggetto concreto o speciale. Quanti sono i doveri dell'intendimento sopra di un dato soggetto, altrettanti sono i generi delle contrarie mancanze che vi si possono opporre. Queste mancanze possono derivare da infinite cagioni, e mille maniere diverse possono assumere. Perciò siccome la buona logica delle idee generali è assai più complessa e delicata di quella delle altre idee, ed esige moltiplici e circospette avvertenze, come si è già veduto; così gli errori che vi si possono intrudere sono per infinite maniere assai maggiori di quelli che accader possono intorno alle altre classi di cognizioni.

§ 359. Non è necessario ch'io entri in una lunga e specifica enumerazione di siffatti casi; poichè si scorge tosto che dalla loro prima formazione, la quale è opera dell' umana industria, dalla loro apparenza languida e indeterminata assai più che quella delle sensazioni, perchè risulta dalla memoria e dalle astrazioni, passando alle classificazioni, alle moltiplici avvertenze su diversi loro punti di vista, alla dilicata loro economia, fino a che si giunga al loro uso, non solamente le cadute nell' errore si possono moltiplicare all'infinito, ma riescono assai più facili, e soventi volte pressochè inevitabili. Ciò si verifica anche prescindendo dal supposto, che la serie delle idee sia o no l'effetto di una fortuita combinazione di occasioni, perchè nasce dalla natura stessa di siffatte idee.

§ 360. Per la qual cosa siccome per esse sole noi ragioniamo, per esse sole noi godiamo dell'intelligenza, per esse sole propriamente gli uomini ed il Pubblico giudicano dei fenomeni e dei rapporti sì fisici che morali; così dove più importava allo spirito umano di andar sicuro dai falli e dai vizii, ivi appunto infinitamente più grave, più frequente, più nociva e più estesa incombe la probabilità d'incontrare la rea potenza dell'errore, purchè si supponga che il retto giudicio della specie umana in qualunque tempo ed in qualunque luogo derivi propriamente da cagioni puramente accidentali.

§ 361. Nella Sezione precedente ho offerto un breve saggio della scienza dei diritti e dei doveri dell'attenzione. In questa ho incominciato a tes-

sere la storia naturale di *fatto* dell'indole e della condotta generale di lei in tutti i tempi ed in tutti i luoghi, attese le cagioni universali che la dirigono. Per la qual cosa se paragoniamo quello che gli intendimenti fanno con quello che far dovrebbero, noi troviamo frapporsi assai più di distanza e di opposizione fra il diritto ed il fatto intellettuale, che fra il diritto ed il fatto morale. Gli uomini per legge universale hanno propensione a riescire infinitamente più ingiusti o colpevoli, per dir così, in linea di *giudicii*, che in linea di *azioni* morali.

CAPO VIII.

Passaggio alle circostanze di fatto sociali.

§ 362. Il fin qui detto si verifica nella supposizione di un corso fortuito e vago di circostanze non soggetto a verun ordine fisso e determinato. Ma questa supposizione, applicata al fatto *reale*, non si verifica in alcuna maniera. L'incertezza versatile e casuale degli avvenimenti che influiscono sull'economia dell'attenzione da noi supposta, non risulta che dalla pura nostra maniera di contemplare l'ordine delle circostanze operanti sull'umano intendimento. Questa maniera o deriva dall'ignoranza nostra, prodotta dall'impotenza di penetrare lo stato intimo delle cose, e di abbracciare la catena immensa delle cagioni tutte fisiche e morali che influiscono sul corso delle nostre idee e delle nostre azioni; e in tal caso ciò non cangia per niente lo stato delle circostanze, com'egli è in sè stesso. Ond'è, che potendo essere fisso, sicuro, e fors'anche tendente a guidare l'intendimento umano alla verità, sarebbe un cattivo raziocinio il fare illazione dal tenore delle nostre idee allo stato *reale* delle cose.

§ 363. O la maniera anzidetta di riguardare le cagioni influenti sull'economia dell'attenzione risulta da una mera considerazione astratta e assai generale, in cui si prescinda da altre notizie di fatto più speciali, per altro cognite; ed allora volendo ragionare (senza assumerle in una precisa considerazione) del fatto *reale* delle leggi direttrici dell'attenzione umana, si cade nel grande e perniciosissimo vizio di cui abbiamo fatto parola là dove offrimmo un saggio della logica risguardante le idee generali. Ed anche in questo caso un tal modo di riguardare gli oggetti non solo non toglie niente alla situazione loro reale, ma invece reca in sè stesso un formale difetto ed un erroneo modo di pensare.

§ 364. Ora per appressarci al fatto, egli è innegabile che se l'ordine della verità è fisso e determinato, è pur anche fisso e determinato lo

stato e l'ordine di successione delle circostanze fra le quali gli uomini si ritrovano.

§ 365. Ciò non è tutto. Dobbiamo ritenere: 1.° che noi parliamo del Pubblico, e perciò d'una moltitudine d'uomini viventi in società; 2.° che noi parliamo di un Pubblico che può esser giudice o buono o cattivo di verità, e però dobbiamo supporre una società d'uomini in un'epoca di ragionevolezza e d'incivilimento, e di moderata coltura; 3.° che dobbiamo contemplare questo Pubblico in quanto reca un giudicio comune al maggior numero degli individui che lo compongono; 4.° che dobbiamo calcolare quelle circostanze operanti in tutti i tempi, in tutti i luoghi ed in tutte le materie, od almeno su certe materie. Dunque dobbiamo indagare, prendere di mira e valutare quelle cagioni, le quali universalmente e costantemente sono valevoli a determinare e a dirigere le cognizioni e l'attenzione di una società incivilita d'uomini, onde rilevare se esse siano tali da guidare universalmente e costantemente le menti umane sulle vie già segnate del *vero*, e nella guisa che il *vero* di natura sua richiede dall'umano intendimento in ogni tempo, in ogni luogo, e su qualunque materia.

§ 366. Siccome però la natura dell'uomo non cangia, nè per conseguenza cangiar possono le qualità naturali dell'attenzione; così quella necessaria inerzia fisico-morale, preponderante sull'attività del potere attivo, le altre leggi essenziali all'indole di lei, e la procedenza proporzionata degli effetti dell'umano ingegno, non cangieranno giammai; talchè sempre ed in ogni luogo e su qualunque oggetto affermare si dovrà come assioma evidente, che poste le occasioni delle cognizioni, ogni effetto dell'attenzione umana, e perciò ogni operazione e giudicio che ne deriva, sia un risultato derivante in ragion composta della forza resistente dell'inerzia fisico-morale, e della forza comunicata dall'attività attendente della mente umana.

§ 367. Ritenute così le condizioni del supposto, sul quale aggirar si debbono le nostre considerazioni, veggiamo primieramente quali siano le generali circostanze sociali apportatrici dei lumi, e quali le contingenze somministranti i motivi dell'attenzione, e quale forza e direzione da queste contingenze venga comunicata a siffatti motivi; e finalmente quali siano gli effetti i quali, combinando tutte queste forze coll'indole e colle altre leggi dell'umana intelligenza, derivar ne possono in tutti i tempi, in tutti i luoghi, e su qualunque oggetto. In tal guisa emergerà la chiara soluzione pratica del gran problema propostoci ad esaminare = che cosa gli uomini, o dirò meglio il Pubblico possa dal canto suo con-

tribuire, onde conoscere la verità; = e si dedurrà, mercè una evidente dimostrazione, se quei giudicii di lui, che si aggirano su oggetti complessi di *riflessione*, possano essere giammai *criterio di verità*.

CAPO IX.

Quali possono essere in società le costanti e generali cagioni dell'istruzione umana? — Aspetto della ricerca presente.

§ 368. Dobbiamo primieramente indagare se nello stato delle società incivilite esistano circostanze valevoli ad apportare retta istruzione alla massa intera degli individui che le compongono; e nel caso quali siano tali circostanze. Certamente esse risultar dovrebbero dalle parti tutte della società, e da quei rapporti che ingerir possono idee, giudicii e lumi agli uomini.

§ 369. Per la qual cosa, siccome nelle associazioni incivilite e colte, oltre alla natura fisica delle cose, si riscontra la famiglia, l'unione totale degli uomini coi quali si vive, le leggi, il corpo del governo, la religione e i ministri di lei, le relazioni colle altre società; le quali sono tutte cose, d'onde derivar possono materiali ed occasioni di lumi; così esse riguardare si possono come altrettanti istruttori per ogni individuo che compone la colleganza.

§ 370. Il ricevere tali cognizioni io lo appello *venire educato nello spirito*. Quindi se da siffatte cose egli riceve cognizioni, riguardar si debbe come educazione intellettuale la trasmissione dei lumi che da esse deriva. Perlochè è mestieri distinguere:

1.° Un'educazione *naturale*, la quale comprende anche l'*accidentale* concorso di quelle circostanze speciali, le quali talvolta eccitano nell'uomo inaspettate connessioni, e le quali, ben ravvisate ed apprezzate, dimostrano che l'impero dell'*accidente* sulle deduzioni e sulle scoperte umane anche intellettuali è forse più esteso di quello che comunemente si possa pensare.

2.° Si distingue inoltre l'educazione *domestica*, la quale abbraccia quella che ricevesi dalle nutrici, dai parenti, dai compagni e dagli amici, che formano la domestica società; dai maestri, che dirigono gli studii e la condotta della prima età; e in parte anche dalle letture nostre, vale a dire da quelle che dalla *famiglia* ci vengono prescritte.

3.° Dopo ciò viene l'educazione *sociale*, la quale risulta da quella indeterminata serie d'infiniti incidenti che ci si presentano nel vario commercio cogli individui componenti la città o la nazione nostra.

4.° Si passa quindi a ravvisare l'educazione *politica*, che in noi deriva non solo dai lumi emanati dalla legislazione e dagli stabilimenti fissati all'istruzione relativa, ma eziandio dalla direzione degli *interessi* comunicata dalla costituzione e dall'amministrazione del governo, dal possente esempio, dalla distribuzione dei premii e delle pene, dalle decisioni civili, e da cento altre circostanze che agiscono e reagiscono sull'opinione degli uomini componenti uno Stato.

5.° Si scorge pure esistere un'educazione *religiosa*, la quale abbraccia non solo tutti i dogmi sulla natura e sulla provvidenza della Divinità, ma eziandio tutte le dottrine appartenenti al culto, alla morale interna ed esterna, al riguardo dovuto a'suoi ministri, e ad infinite pratiche cui l'umana istituzione può aggiungere, onde conservarne, rinforzarne ed estenderne i sentimenti. Le quali cognizioni noi riceviamo indistintamente dalla famiglia, dalla società, dai ministri della religione, dalle letture, dalle leggi, ec.

6.° Finalmente si aggiunge pur anche l'educazione *straniera*, in noi effettuata dal commercio colle altre nazioni o mercè i viaggi fatti dagli individui scambievolmente presso delle une e delle altre, dalla comunicazione delle produzioni delle opere d'ingegno e dell'arte, dalle relazioni delle loro gesta, degli usi, delle maniere, degli interessi, ec.

§ 371. Tutte queste forze, tutte queste guise d'istruzione in *fatto pratico* non agiscono separatamente o successivamente, ma bensì per lo più collettivamente, ed a vicenda ripetono e ripigliano la loro azione: talchè in buona filosofia di *fatto* conviene necessariamente conchiudere, che in generale l'educazione umana nelle colte società sia inevitabilmente un risultato derivante in ragion composta dal concorso di tutte le ricordate circostanze accoppiate a quelle del temperamento individuale. Per la qual cosa si scorge quanto il più perfetto sistema di educazione domestica, eseguito colla più completa diligenza ed avveduta sagacità, debba riuscire frustraneo senza il concorso armonico e sistematico di tutto il complesso delle altre suddette circostanze, le quali, come l'esperienza il comprova, hanno sì alto predominio sullo spirito e sul cuore degli uomini.

§ 372. Quello però che più specialmente giova osservare nel proposito presente si è, che l'esistenza e l'influsso di certe speciali e private cagioni valevoli a guidare gli individui al retto pensare o a trarli in errore, e delle quali più accuratamente sembrano essersi occupati i precettori dell'arte di pensare, non vengono qui da noi assunte in considerazione; essendo noi guidati dall'indole delle attuali ricerche a contemplare quelle sole che agiscono sulla maniera comune delle nazioni, poichè ra-

gioniamo del Pubblico. Quindi non arrestandoci nè sulle diversità individuali di temperamento, nè sulle accidentali infermità fisiche o permanenti o passaggiere, nè su di un entusiasmo o d' un' apatía di eccezione, nè sulla perfezione o sulla stranezza delle particolari educazioni, nè sopra situazioni casuali assai favorevoli o assai avverse allo spirito, nè su di cento altre modificazioni non necessariamente derivanti dalla costituzione e dal sistema comune delle società, lasciamo siffatte avvertenze ai trattatisti, ed ai direttori privati dello spirito e del cuore degli allievi.

§ 373. Giova altresì non ommettere un'altra osservazione preliminare, necessaria alla ordinata e chiara trattazione di questo argomento. Noi ci occupiamo qui di un Pubblico esistente in un' epoca di incivilimento e di coltura: quindi dobbiamo necessariamente fissarci in una generazione d'uomini, i padri dei quali sono bensì colti; ma che, andando indietro successivamente di generazione in generazione, riconoscono la loro attuale situazione di lumi da quella progressiva catena di circostanze che formano e formeranno mai sempre in ogni parte del globo le epoche diverse dei loro sviluppamenti e dei loro progressi intellettuali.

§ 374. Quindi conviene considerare la condizione dello spirito delle nazioni incivilite come un naturale risultato necessariamente derivante da siffatte precedenze, e prodotto giusta le leggi naturali alle facoltà umane, e giusta l'emanazione degli impulsi regolari dell'attenzione, nati dalle varie occasioni operanti sulle società nei diversi gradi del loro sviluppo morale.

§ 375. A fine però di ben apprezzare tutte le cagioni influenti sullo spirito di questa generazione incivilita è mestieri, cred'io, avanti ogni esame di rendere più semplice il nostro soggetto mercè di una considerazione ipotetica. Questa si è di figurarci un Pubblico con tutte le capacità possibili interne ed esterne a ricevere le istruzioni sociali, e ad approfittarne; perciò senza alcun vizio nelle facoltà degli individui che lo compongono, sgombro da quelle distrazioni imperiose che nascono dalla necessità di soddisfare ai fisici indispensabili bisogni. Raffigurando questo Pubblico come una società di Spartani, che vive interamente dei sudori e delle cure degli Iloti, noi ne faremo, per dir così, quasi altrettanti membri atti a divenir dotti. Computando in essi tutte le forze e tutte le leggi ordinarie della natura umana, e vedendo quali risultati ne emergano, ci sarà ben più agevole dedurre dappoi con più forte ragione quali sarebbero i necessarii effetti che sortir ne dovrebbero, nel caso che si passasse a contemplare il Pubblico tal quale può veramente esistere nelle circostanze ordinarie di *fatto* in tutte le parti della terra. — A questa seconda

considerazione appunto noi passeremo in progresso; ed il problema morale, su cui ci occupiamo, riuscirà forse in questa guisa perfettamente dimostrato.

§ 376. Ma non dimentichiamo mai, che per legge costante l'uomo non dirige la sua attenzione su qualunque cosa, se non ha interesse a farlo, ed a proporzione soltanto dei gradi d'interesse ch'egli ne risente; talchè in ogni circostanza egli sceglie per oggetto de' suoi pensieri quei soli che vengono a lui disegnati dall'interesse medesimo; e vi presta sempre il minimo grado possibile di attenzione e in estensione e in intensità e in durata.

§ 377. Per la qual cosa, se dalle circostanze attuali una società incivilita, oltre di ricevere varie staccate idee, ricevesse anche giudicii, opinioni e teorie tanto fisiche quanto morali e religiose di già formate, senza che vi fossero annesse le opportune prove; egli è chiaro che per una legge necessaria e costante di natura gli uomini o non le chiamerebbero giammai ad esame, se non avessero interesse a farlo; o, benchè loro venisse inspirato, no'l farebbero giammai, se esistesse un più forte interesse che ne li distornasse. Per conseguenza, o per una comoda credulità, o per una precipitata curiosità impaziente di lunga fatica, o per una forzata disattenzione, o per una mal intesa venerazione per l'autorità altrui, o per una irragionevole associazione di un interesse personale, eglino adotterebbero ciecamente tutte quelle opinioni che loro venissero trasmesse per tradizione, senza mai essere certi per intrinseca o estrinseca dimostrazione se fossero vere o false. Rimarrebbe quindi il Pubblico imbevuto indifferentemente dei pregiudizii e delle ponderate opinioni, degli errori e delle verità, delle massime utili e delle perniciose alla generazione attuale e a molte generazioni successive. — Veggiamo pertanto quale direzione venga comunicata allo spirito del Pubblico dalla serie naturale delle circostanze e delle cagioni sociali di *fatto* comuni e costanti ad ogni società, e se esse lo spingano verso la via della *verità*, o verso quella dell'*errore*.

CAPO X.

Confermazione della fallibilità perpetua dei giudicii del Pubblico. Prime prove dell'effettiva frequente loro fallibilità.

§ 378. Senza arretrare assai il pensiero alle rimote origini delle passate generazioni, a fine di seguire la filiazione delle idee, dei costumi e della ragionevolezza umana, io dalle considerazioni ora fatte trovo argo-

mento onde confermarmi nel teorema già altrove proposto sulla *fortuita* cognizione della *verità*, la quale sembra essere il destino inevitabile allo spirito umano abbandonato a sè solo.

§ 379. Si noti bene. Qui non ci troviamo più elevati a quella considerazione sommamente astratta, in cui assumevamo lo spirito umano nella situazione la più nuda possibile, vale a dire prescindendo da ogni circostanza di *fatto* sociale acconcia a recare idee e a dirigere l'attenzione dell'uomo. Qui non prescindiamo più dallo stato *reale* in cui si trova il Pubblico; ma bensì discesi assai dall'altezza generalissima da cui allora lo riguardavamo, qui lo contempliamo da un punto di vista in cui scorgiamo ogni individuo ricinto dal commercio della sua famiglia, della sua nazione, del suo governo, della sua religione, degli stranieri, e ricco del patrimonio dei lumi de' suoi antenati.

§ 380. Ben è vero che assai addentro non abbiamo scrutinato nè l'indole, nè l'andamento, nè la tendenza loro naturale, onde scoprire se *cospirino* coi rapporti della *verità;* ma ciò non ostante è lecito approfittare dei risultati che ci somministra questo punto di vista, i quali se per lo stato completo e reale sono di semplice *approssimazione*, e, per dir così, d'una tendenza provvisoria, pure sono conseguenze certe nei rapporti della distanza in cui siamo collocati.

§ 381. Ora io dico, che siccome è innegabile che tanto l'educazione intellettuale, quanto la morale, sono un risultato *complesso* e *misto* di tutte le sovra accennate cose; e siccome d'altronde tutto lo stato delle verità fisiche e morali è di natura sua *determinato*, *connesso*, *armonico* ed *unico:* così ne deriva, che se le fonti ricordate della umana istruzione sociale non sono tutte perfettamente *cospiranti* coi rapporti inflessibili ed eterni della *verità*, tanto nel tenore delle cognizioni comunicate, quanto nella direzione degl'impulsi dell'*attenzione;* elleno, per le ragioni altrove allegate, saranno del pari contrarie alla *verità*, e per infinite maniere contrarie fra di loro.

§ 382. Quindi le lezioni ed i motivi derivanti da esse dovranno essere necessariamente in tale ipotesi un brulicame perpetuo di errori fecondi d'immensi altri errori. E se qualche verità si trova per avventura frammista ed avvolta in mezzo a questo caos, riuscirà di nessun uso e sconosciuta; benchè suppongasi l'uomo dotato della maggiore facilità ad accoglierne le impressioni, ed a ritenerne le immagini.

§ 383. Passando ora dalla *supposizione* allo stato *reale*, e rammentando il tenore infinitamente variato degli avvenimenti e dei pensieri degli uomini, e la diversità pressochè infinita degl'interessi ch'essi vestono,

a tenore delle passioni costanti connaturali ai cuori umani; rammentando le combinazioni pressochè incomprensibili delle idee legate alla catena di quelle dei secoli antecedenti, nei quali gli uomini avanti di aver l'uso della riflessione formarono idee ed espressioni intellettuali; avanti di conoscere le leggi del raziocinio si fecero a tessere ragionamenti; avanti di aver notizie di fatto convenienti formarono opinioni, come praticasi dall'uomo in tutto quel tratto di tempo che dall'infanzia si estende fino alla più provetta e colta età della ragione; e le cognizioni in tal guisa formate trasmisero alla posterità: rammentando, dico, queste sole cose, non dovremo noi conchiudere di avere non solamente un fondamento nudo della *fortuita* scoperta e dell'accoglimento della *verità* nella mente del Pubblico nell'epoca di un mediocre incivilimento; ma, quel che è più, una *positiva prova* almeno generale della somma *frequenza* degli *errori* di lui su di qualsiasi materia, quando si tratti di *verità complesse di riflessione?* Lascio a chi legge il ben ponderare tutto questo ragionamento, e l'aggiungervi quella folla di particolari, i quali ad ogni uomo di buon senso vengono suggeriti dai lumi dell'esperienza nel consorzio de' suoi simili.

CAPO XI.

Confermazione del Capo precedente. — Errori frequenti ed inevitabili del Pubblico in ogni genere dello scibile, in qualunque epoca nella quale il maggior numero di una società non ne sia perfettamente istrutto.

§ 384. Come la *verità* non è cosa che si possa sapere per metà, e per metà ignorare; e siccome una cognizione così dimezzata sarebbe un *errore*, giusta quanto ne abbiamo detto: per tal ragione una scienza qualunque non si può dire che ottenga il suo scopo, fino a che non giunga a procurarci la cognizione completa delle cose; d'altronde ciò non può essa effettuare fino a che il nostro intendimento non conosca interamente le parti tutte di lei. Così è d'uopo ch' egli vegga tutte le idee chiaramente definite ed esattamente analizzate, i principii solidamente dimostrati, e le deduzioni ordinatamente connesse e derivate. Tutte queste cose non sono o un puro decoroso ornamento, o sussidii di semplice utilità; ma bensì sono condizioni assolutamente necessarie all'umana limitazione, onde giudicare delle cose non per cieca credenza, ma per avvertita e certa scienza. Ciò fu di sopra dimostrato.

§ 385. Ora si è pur detto, che sino a tanto che le occasioni esterne non abbiano offerte le notizie dei fatti, i quali servono di fondamenti pri-

mi alla vera scienza; fino a che l'industria dell'*attenzione* dopo reiterati tentativi non abbia sì ben modellate ed agevolate le idee, che a guisa di pietre dintornate possano entrare nell' edificio scientifico; fino a che l'attenzione metodica e le associazioni felicemente accozzate non abbiano colla graduale deduzione analitica disposte le idee alla scoperta dei risultati ed alla dimostrazion loro; non potrà giammai qualunque società essere su di qualsiasi materia veramente illuminata.

§ 386. Ma se d'altronde, come si è già discorso, ella non può essere a sè stessa istruttrice prima di essere scienziata; se gl'individui che la compongono non possono da sè medesimi eccitare nelle loro menti le idee che non hanno, offrirsi le cognizioni necessarie che non preveggono, inspirare a sè stessi motivi che non derivino essenzialmente dalle idee, dalla loro indole, e dalle relazioni necessarie loro; se tutto questo è vero, fondato in natura, è sufficientemente dimostrato: dunque è ben chiaro che ogni società non potrà essere per sè stessa giudice di *verità*, nè istruttrice di un' altra generazione, avanti la chiara scoperta, la evidente dimostrazione, e la estesa propagazione dei lumi ne' suoi individui.

§ 387. Si deduce inoltre da ciò, che dalla sola *natura* e dal *corso* fortuito di quella serie multiforme e ripetuta di circostanze che variano in infinite guise presso le disparate nazioni della terra, *corso* onninamente superiore alla previsione ed all' impero delle forze umane, in prima origine dipende ogni vero avanzamento dello spirito su di qualsiasi oggetto. Quindi quello solo che sta veramente in mano dell'uomo si è la semplice *coltura*, e la *trasmissione* delle cose ritrovate e dimostrate, e niente più.

§ 388. È dunque cosa troppo evidente, che qualsiasi *scoperta* prima del metodo, anche in fatto di mere *idee*, è opera del solo *accidente*. Quindi se l'*attenzione*, come si è detto, è madre del *genio*, lo è in una guisa del tutto *secondaria* e per un solo rapporto; cioè a dire, l'*attenzione* da una parte si presta e segue gli additamenti dell'*accidente*, e ne connette i pezzi presentati e staccati, ma vicini, e tanto vicini, che mercè le proprie braccia possa tendere dall'uno all'altro il filo delle connessioni. Dall' altra parte poi ella medesima dipende dall' *accidente*, da cui vuol essere svegliata, interessata ed attratta a rivolgersi, a trattenersi ed a rinforzarsi sulle idee, come si è veduto; ond' è, che anche per questo rapporto è totalmente seguace dell'*accidente*. La storia dello spirito umano e l' analisi delle invenzioni ci fornirebbero infiniti esempii di questa verità [1]. Vero è però, che mercè dell' *accidente* e dell' *industria* si age-

[1] Ved. *L'Homme* d'Helvetius, Sect. III. Chap. II.

vola all'intendimento la salita ad altre verità, alle quali la ristrettezza de' passi suoi e la gravezza sua naturale non avrebbero mai senza di loro concesso di salire. Ma egli è pur vero, che ciò deriva precipuamente dal beneficio della natura; ed in secondo e subordinato luogo dall'ajuto dell'arte umana. Ond'è, che in buona filosofia dir si deve che il *genio* è figlio ad un tempo dell'*accidente* e dell'*attenzione*.

§ 389. Ma ritornando al primitivo proposito, si deduce dalle precedenti riflessioni, che un Pubblico qualunque, affinchè possa veramente essere conoscitore e giudice della *verità* in qualsiasi genere, non basta solamente che sia collocato in un'epoca d'incivilimento ordinario, ma conviene inoltre che sia posto in uno stato di *perfetta cognizione* e di *piena coltura* nel maggior numero de' suoi individui.

§ 390. Se dunque esistere potesse un tale Pubblico, egli solo si potrebbe forse riguardare come giudice di *verità* in quelle sole materie nelle quali fosse *perfettamente dotto;* vale a dire, in cui egli sapesse le cose per evidente *dimostrazione*, e nulla più. E perciò nelle altre, nelle quali non avesse siffatta dottrina, sarebbe non solamente giudice incompetente, ma con somma probabilità quasi sempre ingiusto, erroneo, pernicioso.

§ 391. Io so benissimo che ad ottenere che un Pubblico sia illuminato non richiedesi che tutti gl' individui siano altrettanti veri *genii inventori:* basta che ne esista un solo, e che mercè di lui le cognizioni vengano per irresistibile dimostrazione propagate e adottate presso il restante della società. Ma questo stesso è egli almeno possibile fra la comune degli uomini in qualunque tempo, in qualunque luogo, e su qualsiasi materia? Veggiamolo.

CAPO XII.

Delle condizioni necessarie alla propagazione dei lumi.

§ 392. Benchè col lungo volgere dei secoli si giungesse al segno di depurare le umane cognizioni dalla infezione degli errori, e di empiere i grandi vacui di quelle che tuttavia s'ignorano, talchè su di qualsiasi materia si possedesse la verità e se ne conoscessero le dimostrazioni; oso pronunciare fermamente, che il Pubblico non solamente non potrebbe mai recarne giudicio che potesse servire di *criterio di verità* (il quale per altro in tal caso renderebbesi *superfluo* per le ragioni altrove addotte), ma che nemmeno ne resterebbe *passivamente* istruito. Conviene confessarlo (mercè un tratto per avventura assai provvido dell'economia mo-

rale della natura), la cognizione *intima* e *ragionata* delle verità sarà eternamente il partaggio di assai pochi, ed il maggior numero sarà perpetuamente destinato a ricevere le opinioni per *tradizione*, e ad adottarle per *credenza*.

§ 393. E in verità, affinchè un Pubblico sia illuminato non basta che la *verità* sia scoperta e dimostrata dal *genio* (poichè a lui solo è per necessaria legge serbato questo difficile onore); non basta che dalla possente critica del filosofo ella venga disceverata dall'*errore*, ed appoggiata su fondamenti più solidi di quelli della male intesa prevenzione, e della fallace e fievole probabilità: ma inoltre è mestieri ch' ella venga *propagata* e *adottata* dalla massima parte di una società, mercè le convenienti dimostrazioni; altrimenti sarebbe solamente *creduta*, e pareggiata ad un mero *pregiudizio*.

§ 394. Ora, ad ottenere ciò, quali cure e condizioni si esigerebbero dal canto di coloro che ne dovessero essere istruiti? Siccome ogni uomo nasce ignorante anche in mezzo ai lumi della più dotta generazione; così egli abbisogna di un progressivo e graduale acquisto di idee, e di un proporzionale sviluppo delle sue facoltà, onde appressarsi a raggiungere le più elevate cognizioni. Egli abbisogna di cumulare e preparare gli acconci materiali della ragionevolezza, onde poi combinarli a costruire l'edificio benchè limitato delle scienze.

§ 395. Siccome poi, oltre la privazione ingenita di ogni cognizione, egli è essenzialmente dotato di una limitatissima capacità di comprensione e di forza attendente, come si è veduto; egli non potrebbe ricevere le scienze che a piccoli sorsi, dirò così, e per lunghe, minute e ben ravvicinate dimostrazioni, mercè quel metodo che dal semplice passa al composto, dal particolare al generale, che non lascia nulla di non anatomizzato fino agli elementi, nulla di non paragonato in tutte le particolarità: condizioni tutte, mercè le quali solamente è concesso all'uomo di possedere la vera *scienza*, invece della precaria *credenza* e della incerta *probabilità*; e le quali sarebbero tanto più lunghe, intralciate e penose, quanto più vaste, complicate e piene di fatti fossero le scienze a cui rivolgesse il suo spirito: così tutte queste cure, tutte queste precedenze rendonsi necessarie in tutti gl' individui componenti la massima parte di una società, onde dir si possa che la *verità* sia veramente propagata e conosciuta in un Pubblico qualunque.

§ 396. Ora sebbene ad eseguire tutto questo egli fosse libero dalle instigazioni prepotenti del *bisogno*, e fosse situato come sopra lo abbiamo immaginato, benchè fosse guidato dalla mano metodica del filosofo

dimostratore, pure si dovrebbe assumere la penosa fatica di una esecuzione più o meno lunga.

§ 397. Ma parlando di un Pubblico converrebbe:

1.° Che la maggior parte dei cervelli degl' individui di una società fossero dotati d'una tempra felice, quale altrove abbiamo descritta, onde rendersi capaci d' un tenore di movimenti che non ripugnassero ai doveri dell' attenzione, e di una forza proporzionata ad un vigoroso e continuato esercizio, e di una tenacità fedele a conservare e a riprodurre le impressioni giusta la forma e l'ordine ricevuto.

2.° Converrebbe che siffatti uomini avessero il tempo necessario a compiere perfettamente tutte queste operazioni.

3.° E, dopo ciò, che ne avessero interesse; ed un interesse tanto più forte e durevole, quanto più lungo, arduo ed intralciato fosse il cammino delle cognizioni a cui si rivolgessero.

4.° Ma tutto ciò non è ancor tutto. Con tutte queste disposizioni fisiche, con tutto questo amore per le scienze, troverebbe tuttavia un grandissimo ostacolo in sè medesimo, se non avesse precisamente un forte, durevole e speciale interesse verso di quelle scienze alle quali si applicasse o per propria libera scelta, o mercè il consiglio e l' autorità altrui. Questa circostanza è importantissima nell' ordine dell' istruzione dello spirito umano. Supponiamo infatti un uomo animato anche dalla brama di divenir culto, ma ad un tempo stesso stimolato da una indeterminata curiosità, senza un forte, durevole e preponderante interesse verso di un genere d' istruzione piuttosto che verso di un altro. Che cosa ne dovrà spesso avvenire? Parmi che la risposta sia facile. Eccola: 1.° abuso nella *scelta* degli oggetti della sua attenzione; 2.° abuso nell'*ordine* delle materie, e nel *metodo* d'applicare anche in ogni singolare oggetto; 3.° abuso nel *conchiudere* e nel *trarre* i risultati.

§ 398. E per verità, pressato dall' azione composta della curiosità e dell' inerzia, egli si rivolgerà bensì alle scienze; ma fra molte offertegli si appiglierà a quelle dalle quali a preferenza potrà sperare maggior diletto; oppure se successivamente vengangli presentate, le rigetterà fino a che una ne ritrovi adatta al suo gusto. E non contento di una sola, che soverchiamente prolungata in lui produrrebbe noja o stanchezza, si appiglierà ad altre, senz' altra ragione che di soddisfare sempre al suo desiderio col minimo di fatica. E fra queste avranno sempre la preferenza quelle che saranno animate dal prestigio della novità, o dall' idoleggiamento vago della fantasia.

§ 399. Perciò bene spesso accadrà ch'egli rivolgerassi a ricerche le

quali saranno per avventura o del tutto *inutili* per sè e per li suoi simili, o talvolta eziandio del tutto *nocive;* o di un esito assolutamente *impossibile* allo spirito umano, perchè eccedono le forze e i limiti dell'intendere suo naturale; o di un esito *impossibile relativamente*, perchè lo spirito non apparecchiò preventivamente le condizioni e le notizie necessarie onde trarne solido profitto. E tutto questo non è egli *abusare* dell'attenzione nella scelta degli oggetti?

§ 400. Io credo d'essere in diritto di riguardare come un abuso nella scelta degli studii nostri l'applicarsi a cose *inutili*, di cognizione *impossibile*, ed assai più a cognizioni *nocive* a qualunque oggetto del benessere umano. Infatti se, come ho accennato, il principio animatore e fecondante del mondo scientifico è l'interesse ben inteso, cioè a dire l'amore della felicità; se questo motore è comune anche al mondo morale, talchè l'uomo pensa per quegli stessi impulsi pei quali agisce: è pur certo altresì, che lo scopo dev' essere perfettamente lo stesso, vale a dire la maggiore nostra attuale e futura felicità. E perciò tutto quello che nelle arti, nei costumi, nelle fantasie può contribuire a procacciarci il bene e ad allontanare il male, si dovrà riguardare come *vero* oggetto dell'attenzione nostra, ed altresì come *unico* oggetto di lei. Imperocchè in una vita così breve, qual' è quella dell' uomo, e in quella infinitamente più breve la quale è propria della ragione, non si ha spazio a deviare dalle numerose cognizioni o necessarie o utili al benessere nostro, e dal lungo studio richiesto ad apprenderle a segno di esserne veramente conoscitori. Io non m'arresterò ulteriormente a dimostrare questa verità, dopo quello che ne ha detto Bacone nella sua Logica, da lui appellata *Nuovo organo delle scienze.*

§ 401. Ho detto in secondo luogo, che un indeterminato amore delle scienze, per cui l'uomo prediliga fortemente, almeno per un tempo proporzionato, quella scienza a cui si applica; e tanto più la prediliga, quanto è più vasta e difficile; sovente non lo guarderà da una mala condotta nell' ordine delle idee benchè utili, e da un cattivo regime nel contegno dell' attenzione. Infatti se noi pensiamo quanto quest' *ordine* sia necessario, sì per conoscere i rapporti delle idee, che per ritenerle ed usarne con profitto; noi sentiamo ch'egli è uno dei primarii doveri intellettuali. Ma se osserviamo in fatto pratico che quest' *ordine* deve da una parte angustiare l' intemperanza mentale, figlia dell' ingenito amor del piacere di aver molte e variate idee nello stesso tempo per gustarne altrettanti piaceri; e deve dall'altra assoggettare l'uomo ad una forte, prolungata e collegata fatica, a cui ripugna la naturale inerzia: noi troveremo, anzi

dovremo aspettarci, nell'ipotesi sopra immaginata, di vedere l'uomo o abbandonare dopo un certo tratto di tempo la fatica intrapresa, ed applicarsi ad un altro genere di scienza, e così dividere l'attenzione, cui era necessario tenere senza interruzione occupata sullo stesso oggetto; o se pure proseguirà in essa per qualche estrinseco motivo, egli non vi presterà che una leggiera attenzione, ad intervalli soltanto, o in una guisa disordinata.

§ 402. Da tutto ciò emergerà l'abuso nel conchiudere lo studio delle scienze, e nel trarne i risultati. E per verità, che cosa si potrà mai prevedere ch'esca da siffatte disordinate o malamente scelte occupazioni, se non nozioni inutili, ed anco pericolose, da chi male trascelse gli oggetti delle sue riflessioni? se non idee confuse, dottrine imperfette, e spesso connessioni precipitate ed erronee in tutti coloro che non serbarono l'ordine, e non impiegarono il tempo necessario ad imbeversi perfettamente di una scienza?

§ 403. Da tutto ciò si deduce che, in forza delle leggi naturali dello spirito umano, a fine di approfittare dell'istruzione non basta che esista una disposizione favorevole delle facoltà dal canto dell'uomo; non basta che esista un vago interesse a pro delle scienze: ma inoltre è d'uopo ch'egli sia tale da eccitarci, e legarci fortemente e lungamente su di un oggetto, fino a che ne abbiamo ben percorse tutte le parti, e ritenutine i risultati per via di convincente dimostrazione. Io convengo che possono esistere, come esistono, eccezioni; ma per ciò stesso che sono eccezioni, non entrano nei nostri calcoli attuali, in cui dobbiamo soltanto valutare le cagioni comuni. D'altronde esse veramente formano un'altra ipotesi.

§ 404. Questa e le altre sopra ricordate tre condizioni sono quelle che precipuamente rendonsi necessarie ad un Pubblico, ond'essere soltanto istruito da altri, ed esserlo come richiede la verità e la natura umana. Ora veggiamo se il Pubblico possa essere in pratica a ciò incamminato.

CAPO XIII.

Riscontro delle condizioni necessarie all' istruzione scientifica colla pratica possibile del Pubblico.

§ 405. Il supporre un Pubblico, gl'individui del quale in ogni materia s'interessino talmente da reggere coll'attenzione al corso intero delle parti che sono necessarie ad esaminarsi onde saper le cose per dimostrazione; che vincano gli ostacoli interni ed esterni, i quali s'attraversano ai progressi d'ogni ingegno onde interessarsi per le scienze; che siano

dotati di una tale perfezione di facoltà da sostenere un'attenzione penosa e lunga, quale richiedesi nell'apprendere le cognizioni, e segnatamente le più utili, le quali sono per sè stesse assai vaste e complicate; che possano essere giudiziosi nella scelta, ordinati nella distribuzione delle materie, metodici nell'esaminare le parti successive di ognuna, esatti nel coglierne e ritenerne tutti i risultati; condizioni tutte, le quali, come abbiamo veduto, sono esclusivamente necessarie all'efficace e completa istruzione: ella è questa una combinazione talmente singolare, unica e rara, che nel calcolo delle circostanze di *fatto* si deve computare come una mera *eccezione*. Chiunque mediocremente avverta sull'esperienza, lo vede colla maggiore chiarezza.

Articolo I.

Delle condizioni necessarie affinchè un Pubblico possa essere passivamente istruito in pratica su di un genere speciale di cognizioni. — Prima condizione: riduzione delle idee del genio alla misura comune di concepire. — Ripugnanza del genio a questa riduzione; ostacolo alla pronta propagazione delle verità.

§ 406. E per verità conviene supporre primieramente almeno l'esistenza di un genio che abbia recato al massimo segno di perfezione quella scienza, intorno alla quale gl'individui della società si debbono istruire; altrimenti il Pubblico sarebbe tuttavia avvolto non solo nella scienza imperfetta, ma spesso eziandio negli errori, come si è veduto. Nè precisamente fissar si potrebbe l'epoca in cui egli ne potrebbe uscire, essendo abbandonato lo spirito umano alle vicende dei pregiudizii per un tempo indefinito, e che non si può misurare. Imperocchè è innegabile che tutte le invenzioni e le scoperte delle verità dipendono in prima ed efficace origine dall'*accidente;* ed avanti di esse non si può da verun uomo con sicura fiducia giudicare di nulla. Ora per ciò appunto che si deve far caso dell'*accidente*, dobbiamo supporre l'avvenimento di un numero non calcolabile di errori.

§ 407. Ciò non è tutto. Alla praticabile istruzione non basta solamente che uno o più uomini di genio abbiano offerto lo stato intero di una scienza; non basta che abbiano esposti i risultati delle loro meditazioni: ma è mestieri inoltre che le scoperte loro vengano corredate dalla più minuta ed analitica dimostrazione, senza la quale uno spirito comune, ancora straniero a quella scienza, non saprebbe salire all'altezza dei risultati ai quali la forza della meditazione elevò la mente scopritrice. Di tutto

ciò abbiamo già fatto parola. Ora questo stesso quanto dev'essere raro ad incontrarsi! Spinti infatti gli uomini di genio dalla vivace celerità di pensare propria d'un cervello ben temprato, e per lunga meditazione abituato nelle materie sulle quali occupossi; avvezzi a vedute estese e distinte dei rapporti delle cose; e dall'astratto passando con vasto e rapido volo al concreto, e dal concreto all'astratto, senza bisogno di fare lenta pausa sulle idee intermedie che congiungono gli estremi da essi veduti d'una sola occhiata; mal saprebbero piegarsi, e quasi direi condannarsi ad inceppare ed a trascinare a ripetute pause l'attenzione su di ognuno dei piccoli gradi necessarii a produrre l'evidenza nel limitatissimo ed ancora ignorante spirito altrui. Robusto ed alto giovane avvezzo al corso, e che risente i moti di fervido elettricismo, non dura egli fatica a guidare per mano il debile fanciullo, ed a rallentare e restringere i passi suoi? Questa pena riesce doppiamente insopportabile all'uomo di genio; sì perchè angustiando sommamente la espansiva sua forza, si oppone all'abito ch'egli contrasse di percorrere velocemente molti estremi: e sì perchè bramoso di passare a nuove vedute (per quel bisogno che risente ogni intendimento attivo e bramoso di pascolo, soddisfatto dalle precedenti ricerche), troverebbe nella minuta istruzione una fatica contro l'indole sua, senza una intrinseca ricompensa, ed anzi una fatica di effetto per lui totalmente molesto. Io prescindo da un altro sentimento spesso aggiunto dalla vanità, il quale è il desiderio di far sentire la propria superiorità.

§ 408. Ora che l'uomo di genio generalmente agisca contro tanti impulsi, contro il suo stesso modo naturale, è ella cosa verosimile in natura? o non anzi il contrario devesi calcolare per regola certa ed ordinaria? Qui l'esame di alcune delle rare produzioni dei più celebri uomini potrebbe giovare alla confermazione dell'asserzion mia. Ma io lo ommetto, come cosa che ogni dotto leggitore conosce di lunga mano, e che d'altronde non è rigorosamente necessaria.

§ 409. Che se taluno si ritrovasse, il quale dopo le fatte scoperte, pel desiderio d'essere utile a' suoi simili, scegliesse pure con tanto suo sacrificio di assoggettarsi ad una cura sì minuta, e per lui quasi meccanica; questi sarebbe certamente un *vero eroe scientifico*, e riguardar si dovrebbe come una eccezione assai più rara del *genio* stesso.

D'altronde forse ciò non sarebbe utile ai progressi dello spirito umano, mentre quell'attività e quel tempo ch'egli impiegasse a sminuzzare le sue dottrine potrebbe meglio rivolgersi ad allargare i confini delle sue scoperte.

§ 410. Non contemplando pertanto ulteriormente questi singolarissimi casi, noi invece dovremo supporre per regola ordinaria, che il ridurre le opere del genio alla comune capacità sia opera di altri ingegni ausiliarii e subalterni, come diffatti sempre avviene. Scorgesi adunque essere necessario per regola generale di natura, onde un Pubblico possa approfittare delle invenzioni del genio, che esistano siffatti ingegni, i quali suppliscano agl'intervalli delle idee intermedie lasciati da quello; ne rischiarino, sviluppino, commentino i profondi pensieri, e li proporzionino alla comune veduta.

§ 411. Ma quante condizioni ancora si ricercano affinchè questi ingegni ausiliarii possano rivolgere lo sguardo all'apparire delle scoperte, interessarsi per esse, ed assumerne lo studio! quante poi per propagarle ed estenderle al maggior numero dei membri di una società! e quanti ostacoli conviene ancora superare! Frattanto l'impero della prevenzione e della scienza imperfetta si prolunga ancora per un tempo indefinito.

§ 412. E per verità non basta che il genio risplenda di una nuova luce per essere preso di mira; non basta solamente che una scienza sia stata scoperta, o aumentata di nuove dottrine, perchè venga coltivata anche dal Pubblico. Vi si ricerca di più: è necessario un motivo che attragga l'attenzione comune ad istruirsene, e una occasione propizia che ne inspiri l'interesse. Questa precipuamente si verifica solo quando la comune stima, nata dal pubblico bisogno o reale o fattizio, o da un certo spirito di sazietà delle altre precedenti cognizioni, attiri l'attenzione di molti a coltivarla. Gratuitamente non si assume mai fatica alcuna dall'uomo.

§ 413. Quindi affinchè un Pubblico simile a quello che qui immaginiamo, il quale in sostanza è situato come una repubblica letteraria, potesse senza ritardo approfittare delle scoperte del genio, converrebbe che si trovasse in un momento in cui il genere delle scoperte del genio stesso coincidesse con quello sul quale il Pubblico si trovasse attualmente occupato. Lo spirito di moda diverrebbe così utile alla cognizione. Fuori di questo punto di coincidenza sono inopportuni, benchè maravigliosi ed utili, i lumi del genio; nè di loro il Pubblico fa pregio, come di cosa d'un genere o scaduto di stima, o che non è attualmente in ricerca.

§ 414. A fine di sentire colla dovuta estensione questa legge naturale di *fatto* dell'umana istruzione non ci dipartiamo giammai dal contemplare la maniera semplice, unica e primitiva con cui si muove il mondo morale; voglio dire, in ragione composta del bisogno del piacere, e della tendenza all'inazione.

§ 415. Ma siccome questa legge, inerente all'uomo in tutte le situa-

zioni, per sè stessa non determina specialmente effetto alcuno; così conviene di mano in mano vestirla delle sue determinanti circostanze di *fatto*. Qui è mestieri calcolarne l'azione, mentre che si considera lo stato necessario delle facoltà umane, ed i successivi gradi di sviluppo intellettuale delle nazioni e delle vicende del gusto, ed in breve tutti que' periodi nei quali, sia originalmente, sia dopo le scoperte fatte, si effettua la gran legge dell'umana perfettibilità.

Articolo II.

Necessità della coincidenza delle scoperte del genio col genere attuale delle occupazioni del Pubblico, prima condizione a propagare senza ritardo la verità.

§ 416. Se contemplo lo stato delle attuali società, io trovo che il bisogno dell'istruzione, considerato o come suggerimento dell'amor proprio onde sgombrare la noja, o come mezzo nelle popolazioni incivilite d'essere utile a sè o aggradevole ad altri, e quindi occasione a sè stesso o di ricompensa o di gloria; questo bisogno, dico, è uno stimolo, mercè il quale molti individui si applicarono dapprima alle scienze; e dopo, fatti genitori, vi avvezzarono i proprii figli, o vi furono anche spinti dalla pubblica autorità o dai privati stabilimenti.

§ 417. Ma questa situazione, tal quale in oggi la veggiamo, è un fenomeno morale, il quale presuppone la esistenza e la compostissima azione di un numero vario di possenti, durevoli ed universali cagioni, le quali agirono nelle diverse generazioni trascorse; e favorite anche dalle casuali combinazioni, collocarono le società nello stato dell'intellettuale e morale raffinamento in cui ora si trovano.

§ 418. Ad oggetto di ben calcolare tutte le circostanze e gli effetti di queste lente e proficue rivoluzioni del mondo morale, è mestieri distinguere e ben apprezzare due epoche; la prima delle quali riguarda le *invenzioni*, e la seconda la semplice *istruzione* intorno alle cose ritrovate.

§ 419. La prima abbraccia tutto quel tratto di tempo che dall'infanzia delle società si estende fino all'età della loro ragione, quando mercè i soccorsi tratti dal proprio fondo, dopo reiterati tentativi ripetuti nel lungo corso dei secoli, o per opera di qualche straniera società, o di un privato in cui un concorso felice di circostanze affrettò lo sviluppo dello spirito, o almeno allontanò gli ostacoli, le più rozze popolazioni vengono fornite d'ogni genere di lumi onde conoscere i rapporti del mondo fisico e del mondo morale. In tal caso non rimane ad una siffatta popolazione

che la *scelta* fra i varii rami dello scibile, per istruirsi quindi in ognuno. Ora questa *scelta* e questa *istruzione* eseguire non si può mercè un *ordine arbitrario*, nè mercè una semplice *dimostrazione* della verità ritrovata; ma bensì va soggetta a certe e necessarie leggi di *precedenza* e di *successione*, le quali occupano tuttavia uno spazio più o meno largo di tempo, e traggono seco un vario tenore di vicende, di pregiudizii, di errori, e di barlumi di verità.

§ 420. Per sentire nella dovuta estensione questo pensiero convien riflettere che nei progressi dello spirito e del cuore delle nazioni, ossia nell'incivilimento, si distinguono tre epoche, le quali si possono appellare le tre età della perfettibilità umana; cioè a dire l'età dei *sensi*, l'età dell'*immaginazione*, e l'età della *ragione*. Queste hanno luogo così nei corpi morali, come negl'individui singolari umani. Ora siccome la sorte della nascita e dei progressi della ragionevolezza può essere di due maniere: l'una, che gl'individui vengano abbandonati a sè soli; e l'altra, che nascendo in mezzo ad una generazione illuminata incontrino l'istruzione altrui: del pari la stessa sorte può avvenire, ed è avvenuta spesso, alle nazioni della terra.

§ 421. Non è nostro disegno, nè necessità delle presenti ricerche, il tessere la storia dell'origine e dei progressi delle idee dei popoli abbandonati a sè stessi; l'analizzare tutti i soccorsi della natura e degli accidenti a sviluppare le facoltà loro; l'annoverare tutti i lunghi e reiterati tentativi più o meno energici, più o meno frequenti, più o meno felici, a tenore delle circostanze fisiche del clima, del suolo, delle relazioni interne ed esterne politiche. In una parola, io non ho divisato di far qui la storia della invenzione delle cognizioni intorno gli oggetti diversi dell'ordine fisico e morale. D'altronde essendo costretti di avventurare le nostre ricerche ad un corso assai fortuito di circostanze, non potremmo fissare niente di preciso; e quello solo, che additar si potesse a norma delle leggi *generali* dell'uomo, sarebbe troppo incompleto a somministrare le teorie soddisfacenti dei compostissimi effetti che avvengono nell'*ordine reale* delle cose. Ma, io lo ripeto, ciò sarebbe in questo momento estraneo all'aspetto delle attuali ricerche: conciossiachè qui contemplo i diversi periodi di queste società per il rapporto *solo* della loro attitudine diversa a ricevere le varie istruzioni nei moltiplici generi più o meno complicati, più o meno astratti dello scibile.

§ 422. Quindi in una nazione qualunque, non considerando che la sua posizione nei diversi periodi dello spirito, nella stessa guisa che è d'uopo di osservare nella vita d'un solo individuo i diversi gradi di svi-

luppamento morale proporzionato all'età, onde adattarvi poi le diverse istruzioni, sia che si contempli la fanciullezza, o l'adolescenza, o la virilità; io riguarderò del pari una nazione in questi periodi nel solo rapporto della sua capacità ad approfittare dei lumi di un'altra nazione più culta di lei (come la storia tanto antica quanto moderna ci ha mostrato essere avvenuto fra parecchie popolazioni), oppure dei lumi di uno o più genii istruttori, i quali nel seno della stessa loro nazione siansi resi superiori ai loro contemporanei. Nell'uno e nell'altro caso si può dire in generale ed a prima vista, che il genio tiene il luogo della nazione più culta, e la nazione più culta tiene il luogo del genio.

§ 423. V'ha però questo vantaggio dal canto della nazione istruttrice, d'essere ella in situazione d'incontrare assai meno difficoltà a propagare i suoi lumi, di quello che incontrare ne debbono i genii nazionali; e ciò per due ragioni. La prima si è, che il grande numero dei mezzi d'istruzione, derivanti dal numero delle persone e delle produzioni che presso la nazione culta agevolarono, estesero e rinforzarono per cento guise la cognizione della *verità*, è un vantaggio di cui ella è fornita, e del quale manca la nazione la quale non abbia che le sole produzioni delle persone di genio. Poichè, come si è veduto, è tuttavia d'uopo sminuzzarle, ridurle alla comune capacità, attenuarne e graduarne l'impressione, ond'ella si possa insinuare nelle menti del maggior numero. La verità, diceva Fontenelle, non si riceve mai dalla comune degli uomini dal lato maggiore; ma fa d'uopo che a guisa di cono ella s'insinui nei cervelli degli uomini per la parte attenuata, e così si faccia in essi strada a poco a poco. È d'uopo volgerla e rivolgerla per cento aspetti differenti, onde, a norma della diversa maniera e del diverso grado di concepire delle varie menti degli uomini, possa trovare punti opportuni, dirò così, di contatto e d'innesto. Così dalla pratica vengono moltiplicate le produzioni, le occasioni, e i propagatori della *verità;* e tutto ciò deve avvenire in forza della legge della *continuità*, colla quale agiscono le forze composte d'inerzia e di attività, dominatrici del mondo morale. Le quali cose non si rinvengono in una nazione nell'epoca delle recenti scoperte fatte da alcuni individui nel di lei seno, e per lo contrario tutte largamente s'incontrano presso una già culta popolazione.

§ 424. La seconda ragione, per la quale l'istruzione che deriva da una nazione illuminata ad una più rozza trova assai meno difficoltà ad essere effettuata che quella che deriva dagl'ingegni nazionali, consiste nell'*opinione*. È troppo naturale infatti che una culta nazione, per cento titoli diversi che impongono egualmente ai *sensi*, al *cuore*, all'*immagi-*

nazione, e per rapporti di commercio e di politica, debba godere di una grande considerazione e stima di *superiorità* e di *eccellenza* presso dell'altra che non si trova allo stesso grado di raffinamento. Questa opinione, che le dà un effettivo peso di *autorità*, trae seco una certa deferenza ed imitazione, la quale è cosa tanto naturale, che devesi molte volte piuttosto temerne l'eccesso, che la debolezza. La storia antica e moderna ce ne offrono del pari luminosi ed estesi esempii. Ora mercè di essa non s'incontra nella men culta popolazione altra difficoltà, se non quella che lo stato attuale dello spirito può opporre all'istruzione; e questo consiste nel non essere egli per anco preparato a ricevere tutti i lumi che da quella derivano. Ostacolo è questo che deve necessariamente incontrarsi in forza della legge della *continuità*, necessaria e perenne direttrice del mondo morale come del mondo fisico, ed unica norma con cui agiscono le forze per le quali si sviluppa la perfettibilità. Per altro non si può temere di abbattersi in alcuna di quelle opposizioni, le quali derivano dalla mancanza dei suffragii e dell'opinione di superiorità. Le quali cose per mala sorte sono spesso le appendici di una decisa eccellenza dei *privati*, la quale eccitando negli uni l'invidia, negli altri un conflitto colle vigenti venerate opinioni, in altri un urto cogl'interessi ai quali sono collegati i vecchi pregiudizii, fa sì che i più non si possano indurre mai a spogliarsi della loro persuasione, a fronte delle dottrine di uno o di pochi uomini nudi d'ogni potere imponente, e che non hanno altra raccomandazione, che la schietta verità che annunziano. Questo è un ostacolo che conviene calcolare estesamente nell'ipotesi che una nazione debba essere istruita dalle scoperte di siffatti ingegni. Di ciò diremo alcuna cosa or ora. Frattanto non conviene perdere di vista il principale oggetto che ci occupa, che è l'opportunità del genere d'istruzione allo stato dello spirito della nazione, e alle attuali sue disposizioni morali a prestarvi attenzione.

Articolo III.

Continuazione. — Esame della prima età delle società relativamente all' istruzione umana.

§ 425. Poc'anzi abbiamo paragonato i diversi gradi dello sviluppo delle facoltà dello spirito delle varie società a quello degl'individui umani; ed un tal paragone è giustificato dalla storia scritta di tutti i secoli e di tutti i paesi. Chi ignora infatti che gli uomini, dapprima abbandonati all'impero solo dei sensi e della grezza natura, col linguaggio naturale, stimolati dai più ristretti e grossolani bisogni della conservazione

fisica e della propagazione, senza idee astratte, senza combinazioni riflettute, senza industria, senz'arti; in contesa colle fiere, ch'essi non superavano che per membra più flessibili, ed alle quali cedevano per una costituzione meno robusta; senza invenzione sui mezzi di sussistenza, senza una vera società, usando dei soli macchinali appetiti, e della forza che teneva loro il luogo della morale e della politica (1); si dovevano appunto considerare al pari dell'uomo individuo nell'*infanzia* (2)? In tale stato sarebbe vano il chiedere se sia possibile istruzione alcuna sulle idee complesse di riflessione, mercè le quali solamente è permesso conoscere i veri rapporti del mondo fisico e del mondo morale. Solo rimarrebbe a farsi il tentativo di ridurre a poco a poco gl' individui in istato di riceverle a suo tempo; e quello stesso che si pratica in ogni uomo che nasce in seno alle culte società, eseguirlo relativamente agl'individui tutti d'una nazione selvaggia.

§ 426. La qual cosa però riuscirebbe assai più penosa e lunga, non tanto per il numero delle persone cui conviene educare, quanto per la mancanza degli infiniti sussidii ritratti dall' uomo che nasce in seno ad una culta società. In questa fino dalla più tenera età egli è cinto dal commercio di persone incivilite, dalle quali è forzato ad apprendere sempre cose nuove, e giudicii più o meno retti, e viene avvezzato a piegare di buon' ora lo spirito alla riflessione. In quella (benchè esistano istruttori culti) ogni barbaro ha più spesso comunicazione con altri rozzi soggetti simili a lui, dai quali, lungi dal poterne profittare, viene confermato nella sua stupidità. In questa l' imitazione degli altri uomini provetti, gli oggetti delle arti e dell' industria umana apportano in folla da cento parti nel fanciullo le idee, le quali eccitano fortemente la sua attenzione, ed affrettano i progressi della perfettibilità. In quella l' uomo rozzo non vede attorno a sè altro che una natura ancor grezza, o sì pochi oggetti interessanti la sua immaginazione, che deve per necessità rimanere ancora per assai tempo in uno stato di una crassa e greve ignoranza. In questa il fanciullo, che viene al mondo, vi apporta un'anima, dirò così, ancor nuova e non prevenuta; vi reca sensi teneri, e ancor vergini da ogni impressione e da ogni abitudine. In quella la generazione attuale presenta un animo preoccupato interamente da oggetti brutali, un cervello già reso dal lungo abito pressochè inflessibile all' azione dell' istruzione, una

---

(1) Un' eccellente pittura ne ha fatto lo Stellini nella Dissertazione *De ortu et progressu morum*, Cap. I. § 3. pag. 77-78.

(2) Ved. Cicerone *De finibus*, Lib. V. Cap. IX.; e lo Stellini, *De ortu et progressu morum*, Cap. I. pag. 75.

forte tendenza all'infingardaggine che la storia ci attesta prepotente in tutti i popoli barbari, e che la ragione ci mostra doversi verificare in forza delle leggi fondamentali della natura.

§ 427. Quegli stessi ostacoli si propagano ancora assai lungamente nella successiva generazione, la quale d'altronde sarebbe appunto per sè stessa proporzionata, com'è il fanciullo delle culte società, ad una educazione preliminare alla ragione. La convivenza, l'educazione dei barbari genitori rozza ed ignorante, lo spirito di imitazione tanto connaturale all'uomo, colliderebbero le cure degli educatori culti che esistessero fra di loro, a meno che i figli dal loro nascere non si sottraessero interamente dalle relazioni dei loro padri, e si trasportassero in seno di una incivilita società. Tanto è l'impero della legge della continuità sulle forze miste operanti lo sviluppo della perfettibilità umana, che non si potrebbe frapporre salto veruno, lasciando operare le naturali circostanze; talchè l'industria umana potrebbe bensì *accelerare* i gradi, ma non *sopprimerli*. Così il ridurre una popolazione al segno solo di essere poi capace alle più alte istruzioni, è una fatica assai più penosa e lunga di quella che si richiede ai singolari individui delle culte società. Io non so se la legge della *continuità*, con cui agiscono le due forze dell'*inerzia* e del *bisogno* del piacere, identificate e proprie dell'uomo, sia stata bene apprezzata nei sistemi d'educazione. Di passaggio però ed in generale dir si può, che l'educazione fino ad un certo segno agisce in vece delle occasioni esterne puramente fisiche, o in loro compagnia; le quali sono estrinseche alla costituzione dell'uomo, ma non ne variano le leggi interne e fondamentali sovra indicate.

§ 428. Non trattenendoci adunque ulteriormente a considerare questo primo ferreo e materiale periodo sempre uniforme delle umane società in quei rapporti che aver può, non dico colle invenzioni e coi progressi derivanti dal proprio fondo, ma in quelli soli che possono introdursi da una passiva istruzione; e supponendo che col lungo volgere delle età, ed anche colle cure di stranieri institutori sia a grado a grado finalmente condotto un popolo all'epoca meno materiale, in cui domina l'immaginazione e la memoria, ed incomincia a spuntare la ragionevolezza; contempliamolo in questa età, sempre relativamente alle attuali ricerche.

Articolo IV.

Esame della seconda età delle società relativamente all' istruzione umana.

§ 429. Temperamento robusto, fantasia gagliardissima, passioni veementi, ignoranza d'ogni alto rapporto delle cose fisiche e morali, credulità somma, amore per il maraviglioso, società soltanto dirozzata, bisogni naturali mediocremente soddisfatti, esenzione da bisogni fattizii, ferocia senza corruzione, passioni senza egoismo riflesso; ecco i principali caratteri di quell'epoca che rechiamo sotto al nostro sguardo, onde esaminarla nei rapporti dell'istruzione e della moralità.

§ 430. È da notarsi però nell'ordine della natura la suprema ed universale legge della continuità, direttrice delle forze dell'amor proprio e dell'inerzia, le quali producono sempre un effetto, ove siavi il *minimo* di forza attiva. Mercè una tal legge nei progressi del mondo morale niente si fa per salto, ma il tutto in una successione più o meno lenta di gradazioni fedelmente osservate; e ciò forse per la intima relazione e connessione che l'uomo, essere *misto*, ha per la sua parte fisica coll'universo materiale. Attesa una tal legge non si debbono considerare queste epoche come tratti distinti e staccati l'uno dall'altro, e come situazioni le cui grandi diversità si possano verificare, soppressi tutti i passaggi. Ma è bensì d'uopo contemplarle come progressioni di cangiamenti gradatamente eseguiti per una insensibile e sempre aumentata forza e frequenza d'impulsi eccitanti l'umana attività, e rattemperati in proporzione della forza d'inerzia; ai quali corrispondono poi altrettante successive gradazioni di effetti.

§ 431. Se la mente del contemplatore divide in certi spazii distinti tutta la progressione continuata, e per isfumate gradazioni dirò così prolungata; ciò fa al solo fine di agevolare la cognizione e l'esame delle più contraddistinte situazioni, le quali a certi intervalli diventano visibili, e diversissime dalle antecedenti; non altrimenti che nel moto lentissimo dell'indice delle ore di un oriuolo non si può contrassegnare gli spazii percorsi se non dopo certi intervalli, benchè i progressi siano senza interruzione continuati.

§ 432. Per la qual cosa, mentre consideriamo nello stato delle nazioni l'epoca dell'immaginazione, dobbiamo ritenere che da una parte ella si va a perdere per gradi insensibili dentro la sfera della più diretta ed organica sensibilità, e dall'altra si confonde coll'aurora della ragionevolezza

la più temperata. Ciò avviene pure ad ogni individuo nella società (vedi la nota all'articolo precedente). Si può dire in certo senso, che la ragione comincia fino dalla prima impressione della nascita; poichè tutto si opera mercè una catena di cagioni d'un effetto progressivo, i cui anelli sono scambievolmente uniti senza interruzione alcuna fra loro. Ma ad un tempo stesso dir si può, che fino ad un certo tratto di tempo l'uomo non è veramente dotato di una spiegata ed effettiva ragionevolezza; mentre per possederla convien essere forniti di idee intellettuali, ed essere nell'attuale esercizio delle loro combinazioni. Laonde quest'epoca, abbracciando in tal guisa un'ampiezza i cui confini sono cotanto disparati, si deve risentire nei confini medesimi l'affinità dell'uno e dell'altro degli estremi fra i quali ella sta frapposta.

§ 433. Così vicino all'estremo della sensibilità organica si scorge lo spirito umano in una maggiore attività, che sotto l'impero assoluto dei sensi. Là egli paragona gli oggetti materiali, e dilata la sfera della mente: egli impone i nomi alle cose sensibili; anzi molte ne ha già contrassegnate coi loro segni, e ne ha riposte le immagini nella sua memoria. Così egli incomincia a sottrarre la successione delle sue idee dall'associazione fortuita delle esterne circostanze, e porsi in grado di combinarle con nuovi vincoli; e mercè di tal'opera egli sottrae la sua sensibilità da un impero totalmente esterno. Resosi poi attento alle loro fisiche rassomiglianze e differenze più appariscenti e più forti, le quali a preferenza attraggono la sua attenzione o per la loro energia naturale, o per la relazione agli attuali suoi bisogni, ne ravvisa più specialmente le particolarità, e ne distacca il concetto singolare dall'ammasso concreto; e incomincia così per una legge naturale di sensibilità a fare astrazioni sensibili ora parziali, ora modali.

§ 434. In seguito continuando a prestare la sua attenzione, attratta a varie riprese dall'accidente, e sgombra mercè una meno indigente situazione dalla cura di soddisfare i primitivi bisogni, ed interessata a seguire la successione dei più luminosi e segnalati avvenimenti o del suo individuo, o delle cose che vede dintorno a sè, incomincia a comprendere le più grossolane connessioni dell'ordine morale e dell'ordine fisico, entro i quali si dovrà dappoi aggirare il suo intelletto. Vero è però, che non può tessere che una storia imperfetta ed una staccata collezione di puri fenomeni, e di que' soli che colpiscono più fortemente, e per quell'aspetto che è più relativo a' suoi bisogni ed alla sua situazione, la di lui sensibilità. Ciò è affatto naturale alle leggi fondamentali dell'attenzione, a norma della costituzione dell'essere suo.

§ 435. Quindi nell'ignoranza non solamente delle occulte cagioni, le quali richiedono una ricerca più squisita, combinazioni più numerose, idee più generali, astrazioni più delicate; ma nell'ignoranza delle meno rimote l'uomo sarà limitato alla più superficiale e sensibile apparenza.

§ 436. Ma sentendo in progresso una certa curiosità naturale all'uomo di conoscere le occulte cagioni delle cose; sentendo che debbono avere una qualche origine, poichè vede che ora esistono ed ora no, che ora agiscono ed ora desistono, ora recano piacere ed ora dolore; e dall'altra parte non essendo in grado di soddisfare alle sue ricerche se non che mercè le idee delle quali attualmente è fornito, che sono del tutto superficiali ed imperfette; ma, quel ch'è più, colpito dalle spaventose catastrofi degli elementi, nel silenzio generale della ragione, nella mancanza delle invenzioni delle arti, con una fantasia gagliardissima, non limitata dalla cognizione delle vere cagioni, ma abbandonata senza freno alla sua impetuosità, a' suoi capricci, a' suoi delirii, trasceglie per agenti della natura quegli stessi cui la fanciullezza presuppone, cioè le *intelligenze occulte* (ved. Plutarco). Quindi nel tuono, nel vento, nei fiumi, negli astri, nei boschi, nei flutti, in una parola in tutta la natura visibile, colloca un qualche vivente per la naturale ragione, che non conoscendo altri agenti che uomini, li trasporta con forme fantastiche alla sorgente dei fenomeni, e li dispensa in tutte le parti dell'universo.

§ 437. Per la qual cosa, se si tratta di assegnare l'origine di un fiume, egli la colloca in un uomo, o in altro simile essere che versa l'acqua da un'urna; se deve salire alla cagione del fulmine, egli ne addita qual creatore un essere simile all'uomo, che lo scagli sulla terra. Così egli popola le acque di Ninfe, i boschi di Fauni. Se vede nelle valli serpeggiare i ruscelli, egli atteggia in alto una Najade versante l'acqua da un vaso. Le cure delle Driadi e delle Napee coprono la superficie della terra di verdura. Se grossi macigni vengono dall'alto delle montagne rotolati sul piano, sono per lui sospinti dalle Oreadi. I terremoti sono uno sforzo dei giganti relegati in fondo delle caverne sotterranee. Le potenze dell'aria, sotto il nome di *genii*, di *démoni*, le ombre dei morti de' Caledonii, le varie intelligenze celesti o intermedie dei Talmudisti e dei Teosofi scatenano nell'aria i venti, eccitano in mare le tempeste, infiammano nel firmamento le comete, animano e dirigono il moto degli astri, guidano i benefici influssi e i malori sui popoli. Per lo stesso diritto i maghi, gl'incantatori, le fate s'inventano nella stessa epoca d'ignoranza ritornata, e si fanno agire sulle vicende fisiche dell'universo. Mercè finalmente l'immaginazione l'uomo ignorante e curioso ardisce salire fino alla costru-

zione dell' universo intero. I Zophasemin dei Fenicii, il Caos, l' Erebo, l'Amore e la Venere dei Greci, il Mandarino Pontabobamy-suan, il fiore e la sua figlia nelle Indie, e cento altri simili fantastici sogni delle altre nazioni non illuminate dalla filosofia ne fanno fede; e ci dimostrano che tutte le società si rassomigliano per questa parte in un'epoca simile, ed hanno tutte un pari modo di concepire le cose naturali. Questa dev'essere e fu la fisica delle nazioni che dalla barbarie primitiva passarono all' età ed al periodo dell' immaginazione.

§ 438. Quindi qual meraviglia se in tal'epoca arde nei petti umani un amore così smodato per tutto ciò che è *maraviglioso*, e che scuote fortemente lo spirito ed il cuore? Un'immaginazione piena d'ogni maniera di spettri e di prestigii ora lieti ed ora spaventosi potrebbe mai non prediligere fra le sue idee quelle che sono capaci d'interessare più vivamente il cuore? Potrebbe ella privarsi di emozioni gagliarde, e rimanere in un languore ed in un vôto da cui la volontà sempre rifugge? Da ciò si può vedere la ragione di quanto coll' autorità di Bacone abbiamo già sopra accennato intorno all'attaccamento che molti individui delle culte società hanno per varie opinioni, le quali danno pascolo alla fantasia; poichè anche nelle culte società s'incontrano parecchi, i quali sono allo stesso grado di lumi delle nazioni dominate dalla immaginazione.

§ 439. Inoltre con una fantasia sì fattamente agitata, e ripiena dell' impero di potenze or benefiche ed ora malefiche, nell' ignoranza delle loro inclinazioni, della estensione delle loro forze e del tenore del loro dominio, la quale lascia un campo infinito a fingersi ogni specie di mali, non altrimenti che un timido fanciullo, piena la mente della credenza degli spettri e d'immaginarii pericoli, si finge mille spaventose figure e timori all'aspetto delle tenebre; come mai una società non sarà compresa dai più violenti, più frequenti e più irragionevoli terrori?

§ 440. Quindi la *religione* dovrà avvolgersi fra tutte le tenebre, tutti i capricci e i delirii della *superstizione*, e spesso del più ardente e feroce *entusiasmo*. Tremando, e venerando ogni apparente indizio dell' influenza della Divinità, il quale una fantasia rozza ed esaltata fa sempre ravvisare in ogni fenomeno che sembri alquanto straordinario, o nel quale si supponga qualche connessione colla Divinità medesima, è ben cosa naturale che una popolazione prestar debba cieca fede alle Pitie, alle Sibille, agli oracoli d'ogni maniera, alle predizioni, ai pretesi prodigii, e spesso abusare dei dogmi della vita futura.

§ 441. Quindi gli augurii, le divinazioni, le aruspicine, i sacrificii di ogni genere, anche feroci, se si sospettano grati alla Divinità. Quindi per

una guisa troppo naturale di comporre le idee in una maniera analoga allo stato dello spirito, quale lo abbiamo ravvisato in questa epoca, una nazione non saprà immaginarsi altra Divinità che uno o più esseri soggetti a tutte le passioni dell'uomo, e dotati di un potere sterminato; e, quel ch'è peggio, la rivestiranno di tutte le passioni anche più sregolate, mentre in tal'epoca, come tosto vedrassi, non esiste altra nozione di giustizia, nè altra morale, che quella delle passioni inordinate della forza.

§ 442. Impastata così la Divinità di un aggregato dei più assurdi attributi, datole un impero ed una provvidenza a norma anche del vario genio dei popoli ed a norma del clima stesso, ora si farà intervenire negli affari umani, si esigeranno da lei prodigii, s'inventeranno le prove giuridiche, si farà pieghevole ai doni, vendicativa, parziale, sanguinaria, e s'inventeranno anche stravaganze feroci per placarla; e ora s'immaginerà neghittosa, ora voluttuosa, ora guerriera, ora astuta, e fin anco ghiotta e vorace; e a norma del genio a lei attribuito si dirigeranno pure gli uomini nel loro culto. Dal fin qui detto pertanto si rileva quanto la nascita del politeismo sia naturale agli uomini ed alle nazioni nell'epoca in cui le contempliamo, senza che abbisognino di ereditarne le idee le une dalle altre; e si deduce altresì la chiara e generale origine di tanti e sì stravaganti *culti*, dei quali è piena la storia della specie umana.

§ 443. Per una legge poi troppo naturale al cuore umano, e spesso inavvertita, di spandere le affezioni nostre dal soggetto principale che ce le inspira sovra tutto ciò che con lui ci sembra avere relazione; ai druidi, ai lama, ai profeti, agli auguri, ai divinatori, ed a tutte in fine le persone giudicate soggette in qualche guisa all'influsso o ai comandi o al culto delle pretese potenze superiori, si estenderà parte della venerazione professata per le potenze stesse colle quali si supporranno in relazione. Si temerà persino d'incontrare l'ira celeste, se si ardisse di dubitare del loro carattere; e si riguarderanno perciò come un ordine superiore ed inviolabile di esseri, si seguiranno i loro impulsi, si ubbidirà ai loro comandi, si ricorrerà ad essi come ad intercessori fra l'uomo e le superiori intelligenze, si consulteranno nelle sventure, s'imploreranno i loro consigli negli affari, e sovente si affiderà loro il destino politico delle popolazioni. Ecco l'impero teocratico; ecco la universale *credulità* rinforzata dai più temuti e più reverendi vincoli, mercè la quale infiniti beni ed infiniti mali si possono preparare, produrre, perpetuare in un popolo. Se un Zoroastro, un Minosse, un Licurgo, un Solone, un Numa, un Manco-capac, un Confucio vivono allora nel di lei seno, lei felice; ma se vi esistono solo vulgari druidi, lama, bonzi, mufti ec., in tal caso per una

serie indefinita di secoli (se pure la conquista d'un popolo straniero non vi si frappone) la sorte della nazione sarà di bruteggiare nell'ignoranza, di tremare fra le angoscie della superstizione, e di gemere sotto il peso del despotismo. In tale situazione questa congrega di fanatici, d'impostori, di ambiziosi, di malvagi, come non avrà il più forte e durevole interesse di perpetuare il proprio impero, perpetuando nei popoli quell'illusione sulla quale è fondato? Come non daranno estrema importanza al rispetto verso il loro ceto, ai beneficii resi alle loro persone; e per lo contrario pretenderanno gravissime colpe le trasgressioni e la noncuranza, non senza l'artificio d'essere ad un tempo stesso rilassati nei più importanti doveri della morale? Di questo tenore sarà in quest'epoca (come la storia di tutti i paesi ce lo prova) la *religione* delle più rozze società.

§ 444. Da questo solo si potrebbe agevolmente prevedere quale esser possa lo stato della *morale* e della *legislazione*, la quale non è in sostanza che la morale stessa munita di sanzioni umane, avvalorata cogl'interessi politici, colle abitudini, colle precauzioni, e colla forza unita. Littleton ha osservato giudiziosamente, che « ove la religione è imperfetta, ivi la politica società e tutte le leggi deggiono essere del pari imperfette. La religione altro non è che una sublime filosofia, nè verun uomo potrebbe vantarsi d'essere eccellente nelle scienze politiche, se prima la sua mente non fosse rischiarata ed ampliata dalle istituzioni della teologia; imperocchè un errore di religione trae mai sempre seco il guasto nelle leggi. » (*Storia d'Inghilterra*, Lett. II.)

Ma senza ciò, consultando i lumi della ragione e i fatti della storia, troviamo che in quest'epoca l'uomo *viola* i più importanti doveri della morale socievole, per quella stessa ragione fondamentale per cui nell'epoca antecedente, limitato ai primitivi bisogni, non li poteva pressochè mai nè praticare, nè trasgredire.

CAPO XIV.

Continuazione del Capo antecedente. — Proseguimento dell'esame della seconda età della società relativamente all'istruzione umana. — Della morale delle nazioni.

§ 445. Sono costretto ad arrestarmi sul proposito della *morale* delle nazioni in quest'epoca più ch'io non vorrei; e abbandonato per un momento l'ordine progressivo delle presenti osservazioni, debbo salire più alto ai principii teoretici di filosofia, onde schiarire e convalidare ed estendere i risultati derivanti dall'esperienza delle nazioni. A ciò vengo astretto

non tanto dall'importanza dell'argomento, e dalla sua affinità a queste ricerche, in quanto egli formi una delle *materie* sulle quali cade più spesso il giudicio del *pubblico;* ma eziandio perchè non essendo in molti peranche spento il pregiudizio, per vicinissime relazioni cognato del teosofismo, che la comune degli uomini possa sicuramente giudicare della morale senza l'uso del raziocinio, e per un *senso* o per un *istinto* da Dio preparato, ciò urterebbe di fronte la soluzione da me addotta del quesito proposto e le ragioni allegatene. Quindi assumerò per un istante i loro sentimenti, e li rinforzerò di quelle prove che li possono almeno apparentemente convalidare.

Articolo I.

Esposizione dell' opinione, che i giudicii del Pubblico sulla morale *e sul* bello *possano essere regole sicure di verità. — Senso morale. — Senso comune. — Senso estetico.*

§ 446. Il fin qui detto (taluno opporrà) se verificar si può sotto un aspetto, sembra non aver luogo sotto un altro; anzi ripugnare all'ordine provvido della natura. Concediamo (si proseguirà) che ad acquistare la cognizione della verità le occasioni presentino alla mente gli oggetti, e che l'attenzione umana si adoperi su di loro in tal guisa da congiungere e separare i rapporti apparenti delle idee in un modo del tutto corrispondente alle convenienze ed alle ripugnanze reali delle cose. Ma che perciò? Dunque non si potrà giudicare, almeno delle materie morali, che col solo mezzo dei lunghi giri del raziocinio, delle lente spinte dell'analisi, e del penoso procedimento dell'induzione? Poniamo che una legge generale e costante somministrasse in natura le occasioni opportune alla mente umana, ed inspirasse un forte interesse a considerarle; e che la *direzione* di questo interesse, in forza della costituzione naturale dell'uomo e delle altre preordinazioni della natura, piegasse l'attenzione giusta le vere ripugnanze o convenienze delle cose, senza che fosse d'uopo fare altri confronti per comprendere la verità e disceverarla dall'errore. In tale ipotesi è chiaro che gli uomini presumere si dovrebbero sicuri scopritori e giudici del vero, meno per *scienza* che per *sentimento;* e quindi il loro comune giudicio apprezzar si dovrebbe generalmente qual fermo ed infallibile criterio di verità. Infatti, se egli non fosse tale in forza di raziocinio e di dimostrazione, lo sarebbe in forza della irrefragabile autorità della *natura.*

§ 447. Ora tal'è la condizione dell'uomo rapporto alle verità *morali.* Imperocchè se dapprima si riguardi l'*ordine* di natura, i rapporti del

quale vengono appunto espressi dalle verità, le quali non ne sono che i risultati di cognizione, e si supponga che la natura non abbia voluto agire invano: si deve certamente supporre che ne abbia altresì divisata l'*esecuzione*. Quindi giudicandola provvida ed antiveggente, si deve pur supporre che abbia *preordinate* le cose in guisa, che questa moltitudine di esseri umani debba essere spinta efficacemente, sulle tracce da lei segnate, per mezzo di quelle facoltà stesse di cui ella li fornì, e per le quali si muovono in tutte le altre loro funzioni.

§ 448. Pertanto ella doveva fornire all'*intelligenza* loro quelle occasioni, d'onde eglino trar potessero la cognizione delle di lei intenzioni: ed al *cuor* loro quegli stimoli, in forza de' quali secondar dovessero i fini voluti da lei, e fuggire i fini da lei proscritti. Ecco infatti le *sanzioni* naturali annesse alla pratica delle leggi della natura, il benessere congiunto all'osservanza loro, e il disagio che ne segue l'inosservanza; ecco l'amor proprio fatto l'unico e grande *motore* nell'esecuzione dell'ordine morale di natura; ecco la legge naturale inscritta nel cuor dell'uomo; ecco i doveri, i diritti, le virtù ed i vizii non ignorati; ecco i fondamenti di una morale *sperimentale*, niente dissimile, sotto di un aspetto, da una fisica sperimentale.

§ 449. Per tal motivo adunque, tratto dalla provvidenza e dall'ordine delle *cause finali* della natura, esister deve nella costituzione umana un *comune* fondamento, per il quale in morale debbano gli uomini, senza uso di teorie ed in forza di sola esperienza e di sentimento, pensare uniformemente e pensare con verità, talchè l'errore diventi una pura *eccezione*.

§ 450. Da ciò inoltre si vede come nelle materie di morale, e per la stessa ragione nelle altre cose tutte che per sè stesse costantemente interessano il genere umano, le massime particolari, le quali sono l'espressione d'altrettanti giudicii sugli effetti, debbano precedere i sistemi, e le isolate osservazioni e gli aforismi assoluti debbano precedere le teorie. Indi nascono i proverbii delle nazioni, indi le sentenze e gli apoftegmi dei savii, avanti che nascano le loro dimostrazioni. Così le conclusioni dei raziocinii precedono la comprensione e la esposizione dei principii generali. Ma tutto ciò senza temerità, e per una sicura mossa della natura.

Del senso e dell' istinto morale.

§ 451. I seguaci di Hutcheson, e degli altri filosofi dell'istinto morale, mi sapranno forse buon grado ch' io abbia presentato da un lato assai vantaggioso la loro opinione prediletta. Affinchè possano essere più si-

curi ch'io ne contemplo tutto il tenore, non credo inutile di esporlo. Il dottor Hutcheson si propose di provare che l'uomo è dotato di un *senso morale.* Egli appellava con questo nome una facoltà della nostr'anima di discernere prontamente in certi casi il bene ed il male morale per una sorta di sensazione, e per un gusto indipendente dal *raziocinio* e dalla *riflessione.*

§ 452. Gli altri moralisti lo appellarono *istinto morale* (ed altri *sesto senso*), il quale è, come dicono essi, una inclinazione o tendenza naturale che ci porta ad approvare certe cose come buone e lodevoli, ed a condannarne certe altre come malvagie e biasimevoli, indipendentemente da ogni riflessione. Fra questi sentimenti viene annoverata la compassione ai mali altrui, la gratitudine ai beneficii, la benevolenza sociale, l'indignazione all'ingiuria, o al racconto di una iniquità commessa contro un nostro simile.

§ 453. L'*origine* di questo sentimento si attribuisce a Dio, che ha costituiti gli uomini in questa guisa, e che ha voluto che la nostra natura fosse tale, e che noi fossimo affetti in questa maniera dalla differenza del bene e del male morale, come lo siamo dalla differenza del bene e del male fisico.

§ 454. La ragione poi ossia il *fine* per cui Dio fornì l'uomo di questa specie d'istinto comune si è, ch'egli si determinasse più fortemente e più prontamente in tutti que' casi nei quali la riflessione fosse troppo lenta; mentre i bisogni pressanti e indispensabili domandavano che l'uomo fosse condotto per la via del sentimento, il quale è sempre più vivo e più pronto del raziocinio.

§ 455. Ecco in compendio la dottrina dei difensori del *senso* o dell'*istinto morale*, la quale ha avuto ed ha tuttavia seguaci, e venne esposta come vera anche in un libro, del quale i dotti di una celebre nazione pretesero di fare un ampio deposito delle umane cognizioni, e come il fiore più scelto dei lumi del secolo (*Encyclopédie*, Art. *Sens moral*).

Del senso comune.

§ 456. Io non credo poi di dovere aver lite coi difensori del *senso comune.* Basta ch'io esponga le loro idee e le loro pretensioni per far sentire che fra noi non vi può essere contesa. Per *senso comune* s'intende la disposizione che la natura ha posto in tutti gli uomini, o manifestamente nella più parte di loro, onde giunti *all' età della ragione* recassero un giudicio uniforme e comune sopra differenti oggetti dell'intimo senso della loro propria percezione; giudicio che non è la conseguenza

di alcun altro principio anteriore. Ond'è, che questo *senso comune* sopravviene all'uomo dopo la fanciullezza, ossia dopo l'*educazione* della prima età; e, a senso dei filosofi, versa intorno a quelle che appellansi *prime verità*.

§ 457. Eglino però ammettono, che fuori di queste prime verità si verifica la legge o l'assioma comune, che *la verità non è per la moltitudine;* il che si verifica, dicono essi, in tutti quei casi, ove si tratta di impiegare l'attenzione e la combinata riflessione, di cui la moltitudine non è capace.

§ 458. Ma nelle altre verità, che appellammo *verità prime*, può aver luogo certamente l'altro detto comune, che *la voce del popolo è voce di Dio;* la quale nelle cose di puro *fatto* eziandio si può, come vedremo più sotto, con certe precauzioni critiche verificare.

§ 459. Ridotte pertanto così le cose, e ammesso questo *senso comune*, che io non saprei negare in un Pubblico incivilito e ridotto al periodo della *ragionevolezza*, per la ragione che deve esistere un fondamentale carattere comune che lo faccia riconoscere per tale; e questo dev'essere il possesso almeno di certi principii generali e primarii della *ragione*, acquistati per una serie di molti avvenimenti anteriori; ammesso, dico, questo *senso comune*, non servirebbe d'inciampo alle teorie da noi fin qui esposte, poichè noi abbiamo trattato delle *verità complesse di riflessione*, ed abbiamo dovuto restringerci ad esse in forza dei termini del quesito.

§ 460. Una sola parola aggiungerò; ed è, che questo senso comune può essere più o meno *esteso* a proporzione della varia coltura di un popolo. Così anche ogni più alta verità dimostrata all'evidenza, e intesa per dimostrazione dalla comune, potrebbe appartenere al senso comune; ed è solo per accidente ch'egli venga limitato alla cognizione delle più semplici verità; mentre la capacità radicale dello spirito è sempre la stessa in tutti i casi, ed il difetto è solo nella forza e nella serie delle *occasioni accidentali*, e non nell'indole delle facoltà umane.

Del senso estetico.

§ 461. Ritorno alla serie delle obbiezioni. Per lo stesso diritto che Hutcheson ha trovato un *senso morale*, si può anche stabilire l'esistenza di un *senso estetico* (ved. Appendice *sul gusto* alla fine della quarta Parte). E in vero, dotati gli uomini d'organi *simili*, ma di organi passibili, la conservazione dei quali ha voluto la natura ottenere mercè la direzione ed i suggerimenti del piacere e del dolore, onde avvertire l'anima

di ciò che può cercare o fuggire, posseggono i primi reali fondamenti dei giudicii intorno al *bello* o al *buono* ideale semplice o complesso fisico; d'onde poi sorge il *bello* e il *buono* morale, l'intellettuale, il fantastico, semplice ossia assoluto, complesso e relativo e misto. E sebbene il giudicio di *pochi* non debbasi in legge logica valutare in tutte queste classi di verità come un sicuro criterio, pure quello del maggior numero debbesi estimar tale. Infatti una legge di natura, quale si è questa specie d'istinto, si dee verificare nel maggior numero dei soggetti. Io dico *nel maggior numero;* poichè possono certamente esistere eccezioni, come ne esistono nell'ordine fisico di natura. Possono accadere quindi aberrazioni di istinto morale, come accadono aberrazioni di forme, di effetti e di moto nelle opere della natura. Ma di tali eccezioni non è necessario fare gran caso allorchè si tratta di fissare una legge *generale* di natura, per la stessa ragione per cui dall'esistenza delle mostruosità fisiche non si può dedurre che non esistano organizzazioni regolari, e che esse non siano il generale ed ordinario divisamento della natura. Se v'hanno adunque materie, intorno alle quali il Pubblico possa riuscire giudice competente di verità, sembrano certamente le qui ricordate. Esse fors'anche sono quelle, nelle quali precipuamente debbesi apprezzare la di lui autorità. Conciossiachè in forza delle accennate preordinazioni egli le scopre con assai minor giro, con molto minor pericolo di errore, e con una fatica infinitamente minore, che usando del magistero del ragionamento.

1.° *Con assai minor giro;* perchè col raziocinio conviene prima confrontare fra di loro molte idee, onde scoprirne i rapporti; dovechè in questo caso si scoprono direttamente.

2.° *Con assai minor pericolo;* perchè il sentimento, dettame di natura, non inganna mai; ma all'opposto il raziocinio spesso inganna, e spesso deve ingannare.

3.° *Con fatica infinitamente minore;* e questo è evidente, poichè il sentimento non è che una inclinazione naturale del cuore, e per lo contrario il raziocinio è uno sforzo dello spirito. Quindi scorgesi che nelle materie morali e di gusto il Pubblico, giudicando colla direzione del sentimento, riesce non solo giudice competente, ma assai più *sicuro* che quando giudica per effetto di dimostrazione.

Della pratica di giudicare del Pubblico.

§ 462. Tale infatti sembra anche la persuasione del Pubblico stesso, il quale per un sentimento che si direbbe tratto dalla stessa natura sentendo, direi quasi, la nativa sua competenza ed i confini della propria

autorità, pare riservarsi la morale, il bello e il merito relativo qual materia de' suoi giudicii, per abbandonare alle speculazioni ed alle decisioni di pochi il giudicio delle altre materie che compongono lo scibile umano. E così siccome non esiste nè un Pubblico metafisico, nè un Pubblico matematico, nè un Pubblico naturalista, nè chimico, nè botanico, nè erudito, nè generalmente speculativo, ma pochi individui che si applicano a tali scienze; così pure il Pubblico cede loro di buon grado anche il giudicio delle cose sulle quali si occupano, per riservarsi le altre sopra ricordate. Quindi ogniqualvolta si ragiona di moralisti, legislatori, poeti, musici, architetti, pittori, danzatori, magistrati, generali, commercianti, finanzieri, benchè la professione di tali arti o scienze si vegga riservata a pochi; pure il Pubblico pronuncia giudicio sulle loro produzioni e sul merito delle loro persone, comparte la stima e il disprezzo con una tale sovranità e fiducia, che non sospetta nemmeno che gli si possa opporre o incompetenza o ignoranza, e nemmeno fallibilità o ingiustizia alcuna.

§ 463. Queste sono o almeno sembrano dover essere le provincie che compongono il regno dei giudicii del Pubblico; e queste le persone, sulle quali pare poter egli con diritto esercitare un assoluto ed inappellabile impero. Se infatti estolle gli uni, ed abbassa gli altri: se la fronte di taluni ei cinge degli allori della gloria, e quella degli altri trafigge colle spine dell'infamia: se colloca gli uni fra lo splendore della celebrità, e sommerge gli altri nella notte dell'obblio: se abbraccia certi divisamenti, ed altri rigetta: se loda certe opinioni, ed altre riprova: se cogli applausi fa eco al suono di Timoteo, alle narrazioni di Erodoto, alle rappresentazioni di Euripide; e col vitupero e col silenzio risponde a tutta quella folla che è avvolta fra le tenebre della imperfezione e della mediocrità: se decreta la corona al guerriero, ed erige la statua al benefattore della patria; e inscrive nella colonna dell'infamia il nome del traditore e del tiranno: se eleva Socrate all'apoteosi, e inabissa Anito nell'Erebo: se sparge di benedizioni la memoria di Aristide, di Tito, di Marco Aurelio, di Enrico IV.; e carica d'imprecazioni quella di Pisistrato, di Dionigi, di Nerone, di Cristiano II., e di tutta la genía de' tiranni: non si riconoscerà forse in lui un giudice equo e competente di tutti que' titoli pei quali egli sente, decide ed opera in questa maniera?

§ 464. Tale essere potrebbe il tenore della dottrina opposta alla mia. Ognuno s'avvede ch'io non ne ho dissimulate le prove, nè occultate le apparenze; ma bensì ho loro comunicato, per quanto io seppi, il maggior colore di verità e la maggior forza di persuasione.

§ 465. Ciò nonostante, se più addentro riguardo, io trovo che tutto ciò

non basta ancora per fare del giudicio del Pubblico un criterio di verità in tutte le ricordate materie, e che anzi tutto è fondato sopra imperfettissime nozioni. — E per procedere con ordine e con efficace persuasione io dirò in prima delle cose *morali*, indi a suo luogo di quelle che appellansi *di semplice gusto*.

Articolo II.

Osservazioni generali in risposta alla precedente obbiezione.

§ 466. Si vuole primieramente che il Pubblico possa essere giudice competente e sicuro delle cose *morali*, e si vuole che lo sia non per raziocinii teoretici o acquisiti, ma per un sentimento sperimentale.

Ora io osservo che qui si suppone l'esistenza reale d'una cosa di *fatto*, cioè d'un istinto morale qual legge di natura comune alla maggior parte degli uomini.

§ 467. In tale supposto è certo in buona logica, che il filosofo deve ragionare col sussidio dell'*osservazione*; altrimenti non vi sarebbe più confine alla smodata licenza delle mere ipotesi, delle congetture, delle illusioni e delle chimere, nè distinzione alcuna solida fra la *verità* e l'*errore*.

§ 468. Ciò posto, egli non deve ammettere l'esistenza di cagioni incomprensibili, confuse, e di pura *eccezione*, quando dai fatti stessi può trarle chiare, note, regolari, e fondate in una comune, semplice e primaria legge della natura. Sarà sempre arbitraria, capricciosa e nulla ogni eccezione, a cui la cognizione delle cagioni note delle cose non ci sforzi di ricorrere. — Questi sono principii logici di una forza, di un'evidenza e di un'estensione, che ogni uomo di buon senso non saprebbe rivocare in dubbio.

§ 469. Ora, mercè un attento esame della natura umana e dei rapporti costanti di lei, si giunge a scoprire che tutti i fenomeni attribuiti dai patrocinatori del *senso morale* sono pure derivazioni *acquisite* derivanti dall'azione combinata delle circostanze esterne e delle facoltà umane, al pari delle altre nozioni ed affezioni che al *senso morale* non si fanno appartenere. E non solamente si dimostra *come* nascano, crescano e si estendano, senza ricorrere ad altre eccezioni e finzioni confuse; ma, quel ch'è più, si dimostra coi fatti positivi, più moltiplicati, più certi e più generali della storia scritta di tutti i popoli, che la esistenza e la forza di siffatti sentimenti in fatto pratico deriva interamente dall'azione e dall'ordine delle circostanze determinanti l'umana sensibilità.

§ 470. Dunque non solamente si deduce che la dottrina del *senso morale* è puramente gratuita, antifilosofica e nulla, in linea di ragione; ma, quel ch'è più, positivamente *falsa*, e ripugnante alla verità *di fatto*.

§ 471. Chiederei volentieri ai sostenitori del *senso* e dell'*istinto morale*, se abbiano mai ridotto il loro uomo a quel punto di semplice considerazione, in cui era d'uopo assumerlo per dar forza alle loro prove. Lo hanno eglino spogliato di tutte le acquisizioni dell'*educazione*, della *religione*, dell'*istruzione sociale*, dell'*esempio*, delle *abitudini*, e ridotto alle nude sue facoltà abbandonate alla *natura*, onde scoprire se gli effetti che veggiamo negl'individui delle culte società siano prodotti dell'istinto o di un sesto senso, o non piuttosto dell'educazione? Ciò era pur d'uopo di fare, per non essere esposti al rischio di attribuire ad una cagione puramente supposta effetti realmente derivanti da altre conosciute sorgenti; e conveniva anche escludere l'azione di queste note cagioni, o almeno dimostrarla totalmente inefficace a produrre gli effetti che attribuir si vogliono al *senso morale*. Ma eglino si sono limitati a considerare l'uomo tal quale si trova nelle culte società, o almeno in uno stato in cui egli è già rivestito delle abitudini dell'*educazione*; poichè certamente nel periodo dell'infanzia, e così anche nell'isolata vita selvaggia, non è nè morale, nè immorale.

§ 472. Ma venendo direttamente all'esame dei fondamenti della ricordata opinione, io convengo di buona voglia che la natura abbia divisato l'ordine morale, che ne abbia voluto l'esecuzione, che ne abbia preparati i mezzi: ma che perciò? Dunque dir si dovrà che precisamente abbia voluto seguire le tracce disegnate dal capriccio di alcuni filosofi? Non era dunque *possibile* altra sorta di mezzi, che quella immaginata da questi enigmatici creatori di istinti? O almeno un'altra maniera di economia non era forse più conforme alle viste complesse dei grandi suoi disegni? E quando mai si correggerà la viziosa maniera di trarre illazione dal metodo nostro di ordinare le cose a quello della natura? E fino a quando temerariamente si ripeterà: questo è utile, questo è ragionevole; dunque la natura lo ha fatto? Perchè non dire invece: questo fu fatto dalla natura; dunque è utile e ragionevole?

§ 473. Se dovessimo argomentare nella guisa oppostaci, con pari diritto dir potremmo: la natura ha destinato l'uomo alla ragionevolezza ed alla scoperta delle verità; dunque l'uomo è sempre *infallibile* ne' suoi giudicii. Qual differenza di titolo indur si potrebbe fra queste due conseguenze? Il principio, da cui si deducono, è lo stesso.

§ 474. E che giova che il Pubblico si arroghi il giudicio delle cose

morali? Prova ciò forse ch'egli ne giudichi per istinto? Prova ciò forse ch'egli ne sia giudice infallibile? Esclude ciò per avventura, che l'istruzione, l'educazione, la religione, l'esempio, le abitudini non lo possano porre in grado di recare le decisioni ch'egli pronuncia? Ho forse io preteso ch'egli *sempre* commetta errore ne' suoi giudicii? e quindi che, istruito specialmente dal progresso dei lumi *ragionati* sparsi in lui per credenza e per tradizione, non possa giudicare sanamente della morale, del bello e del merito? Non ho io accennato più sopra le fonti da cui derivano i lumi? Ma in questo caso il Pubblico ammette le cose più per credenza e per imitazione, che per un discernimento interno o per raziocinio: dovechè nell'altro caso egli le conoscerebbe come per una ispirazione rispettabile ed infallibile della stessa natura. Nel primo caso egli non reca un giudicio proprio, ma altrui; ed in tal guisa raccomandato all'altrui autorità, che in lui riguardar si deve più per una preoccupazione ossia per un pregiudicio, che come un sentimento di intima provata persuasione.

§ 475. Così adunque ridotti i suoi giudicii, resterebbero esclusi dall'ipotesi che combattiamo. Ma non constando che le abitudini e le pretensioni del Pubblico possano per sè sole riguardarsi come diritti derivati da un titolo proprio in lui riposto, e racchiuso nel suo proprio fondo, ad esercitare l'impero del giudicio e dell'opinione, perciò non è necessario ch'io mi trattenga ulteriormente a dimostrarlo, o ch'io ritorni ad occuparmene dappoi.

§ 476. Sembrami che questa risposta sommaria potrebbe bastare a far sentire (almeno in generale) la nullità della contraria dottrina. Ma amando io di porre in chiaro lume l'errore in una maniera più proficua all'istruzione, vale a dire col dimostrare la opposta verità, e di svolgere chiaramente tutta la catena delle idee imperfettamente presentate, e di tessere l'origine naturale dei fenomeni morali, l'ignoranza della quale fece all'orgogliosa ed impotente curiosità immaginare un cieco istinto; io mi accingo ad esporre succintamente dapprima il comune e noto principio delle affezioni tutte del cuore umano, che è l'*amore della felicità*, unico vero *senso* ed *istinto morale*, come richiede la legge del *raziocinio*. Indi mi sforzerò di far vedere che quelle affezioni stesse virtuose e sociali, che si attribuirono all'*istinto*, sono semplici e naturali acquisizioni risultanti dalle circostanze, e si vedrà come nascono; e che del pari tutte le viziose discendono dallo stesso principio.

§ 477. Premesse queste osservazioni generali, comuni a tutti i tempi, a tutti i luoghi, a tutte le circostanze, perchè emanano immediatamente

dalla chiara, provata e conosciuta costituzione della natura umana, e dalle circostanze di fatto necessariamente inerenti a lei; si potrà indi agevolmente passare con una precognizione chiara di principii a determinare quale esser debba la morale tanto di giudicio quanto di pratica delle nazioni poste nell'epoca dell'immaginazione di cui ragioniamo; le quali se, così dedotte, saranno conseguenze vere, saranno pur anche conformi alla storia di tutte le società situate in un simile periodo; e mercè tale coincidenza confermeranno le mie teorie, e rovescieranno l'opinione da me impugnata.

Così tutto sarà tessuto e ridotto a quella vera *unità sistematica* che si trova sparsa nel grand'ordine della natura, e si potrà da tutte le cose antecedenti ricavare un saggio della storia dello spirito e del cuore umano in quest'epoca.

Articolo III.

Amor proprio. — Sua indeterminata direzione. — Conseguenza sul carattere morale.

§ 478. È indubitato che i sentimenti morali sono nell'uomo meri *effetti*, che riconoscono una propria cagione. Ora questa cagione esiste o nell'uomo solo o nelle circostanze, o nell'uomo e nelle circostanze congiuntamente. — Ma l'uomo non è nè può essere giusto od ingiusto, virtuoso o malvagio, se non a proporzione che trova un sentito *interesse* ad esserlo. — Egli nasce colla sola tendenza ad essere felice, la quale si determina a norma delle circostanze, o, a dir meglio, degl'interessi inspiratigli dalle circostanze. — Non si può dunque dire in *astratto* che l'uomo sia naturalmente o buono o malvagio; ma bensì egli si deve dire *indifferente* all'una e all'altra cosa.

§ 479. Se dunque è vero quanto asserisce Machiavello, che in politica tutti gli uomini si debbano riputare cattivi, ciò non può avvenire se non perchè il concorso delle ordinarie circostanze o interne o esterne delle società sia tale, che faccia riuscire il cuor dell'uomo vizioso.

§ 480. Nelle sole circostanze adunque operanti sulla natura umana si deve ricercare la *cagione*, sulla quale in ultima analisi vada a risolversi l'origine del carattere morale della specie umana.

Articolo IV.

Delle tendenze primitive naturali all' uomo. — Prime direzioni dell' amor proprio.

§ 481. L'uomo non è nudo spirito, ma nasce coll'ingombro di una macchina, a cui per conservarsi, per crescere e per propagare è mestieri di moltiplici soccorsi esterni, dell'esigenza o della superfluità dei quali la sensibilità viene avvertita mercè il bisogno, la sazietà o il dolore. Così l'uomo si può dire che nasca con certe *occasioni*, che determinano la sua tendenza a procacciarsi il benessere.

§ 482. Quindi è chiaro ch'ei nasce colla tendenza a conservarsi, e perciò a respingere ogni nocumento: quindi l'amore alla conservazione, l'odio all'ingiuria, l'impulso alla difesa.

§ 483. Ei nasce colla tendenza a nutrirsi, a difendersi dalle ingiurie delle stagioni e degli animali, e a propagare la sua specie; e quindi col desiderio di possedere gli oggetti atti a soddisfare a siffatte intenzioni. Quindi il desio del *dominio* delle cose, del *consorzio* coll' altro sesso, e della *libertà* di procacciarsi il proprio vantaggio.

§ 484. Ei nasce con una macchina che tende come tutti gli altri corpi all'inerzia, nè si muove che a proporzione degl'impulsi che riceve o dagli oggetti esterni o dallo spirito; e ne ritiene le impressioni, e ripete i suoi proprii movimenti con maggiore o minore facilità, a proporzione che sono più o meno ripetute le proprie azioni o le impressioni esterne, e giusta le loro maniere. Quindi nasce l'imitazione; quindi si formano le abitudini; quindi la loro forza sulla natura, il loro durevole impero sull' uomo, la loro ostinata resistenza a cancellarsi; quindi i caratteri individuali, quei di famiglia, di provincia, di nazione.

§ 485. Ciò non è tutto. Siccome il corpo umano è un automa di una compostissima costruzione, le cui suste molto esercizio affatica, e molta quiete rende più inerti e rilassate; così l' uomo nasce con una tendenza all'azione in certi tempi, ed in certi altri tempi al riposo.

§ 486. Inoltre, siccome egli non è un Dio da bastar sempre a sè solo, così abbisogna spesso del soccorso altrui anche nell'esercizio pieno delle sue forze; e provatolo utile, viene spinto a desiderarlo ed a procacciarselo. Perciò volendo accoppiare il massimo di comodo e di piacere col minimo d'incomodo e di dolore, egli appetisce più il soccorso altrui che il proprio lavoro, e il dominio unito delle cose e delle persone più che il dominio delle cose sole.

§ 487. Quindi scorgesi in generale, che l'amor proprio d'ogni individuo trasportato in società è un centro di *attrazione* che tende ad appropriarsi il maggior numero possibile di beni e di servigi; e che l'amor proprio d'ogni altro simile, per la stessa ragione, tende dal canto suo ad attirare a sè con egual forza i servigi di tutti.

§ 488. Da ciò deriva, come da sua prima fonte, l'amor delle ricchezze, del potere, del comando e della riputazione, che serve all'uno e all'altro; e che eziandio solletica piacevolmente la sensibilità e per la prospettiva dei piaceri che promette, e per una ripetuta testificazione e compiacenza della perfezione che si possiede. Da ciò eziandio si vede quanto questi sentimenti siano connaturali alla specie umana.

§ 489. Per la qual cosa è chiaro quanto l'uomo sia naturalmente amante solo di sè; e che per sè solo egli opera anche quando agisce a pro d'altrui, benchè di ciò egli per avventura non s'avvegga. È pur chiaro quanto il bisogno sia necessario per indurlo ad operare a pro della colleganza; cosicchè se l'istituzione della società fosse un oggetto di mero arbitrio e non di necessità, non si sarebbe mai effettuata società alcuna, anzi non sarebbe mai stata possibile.

§ 490. Il grande argomento adunque che rimane tuttavia a discutere si è, fino a qual segno naturalmente l'uomo si presti al soccorso altrui, fino a qual segno egli aspiri a soddisfare le proprie brame, e fino a quando egli rimanga inerte; e d'onde finalmente si debba ripetere la cagione dell'eccesso o del difetto, o dell'aberrazione de' suoi affetti e delle sue azioni.

Articolo V.

Delle affezioni sociali virtuose. — Loro origine.

§ 491. Se contempliamo i *reali* bisogni dell'uomo, noi scopriamo ch'essi sono veramente imperiosi; ma sentiamo del pari, che sono pur anche assai *limitati*, nè esservi uopo di molto a soddisfarli. Ond'è che, sollevato che sia l'uomo da tali bisogni, gli può rimanere ancora *grande spazio* ad agire a pro d'altrui.

§ 492. Ma se oltre la sfera dei bisogni cessasse nell'uomo ogni vincolo di dipendenza e d'interesse co' suoi simili, come potrebbe egli concorrere al loro soccorso? Agirà egli senza motivi? Cessa, è vero, un bisogno materiale; ma sottentrano per buona ventura, e per legge naturale di *fatto*, altri bisogni morali forse assai più efficaci dei primi, e certamente di più estesa utilità.

§ 493. Sottentra nelle sventure, nei dolori e nelle indigenze altrui la compassione, la quale recando nello spettatore o nell'uditore, per un'associazione di idee analoghe, ma acquisite, un senso penoso, lo spinge a soccorrere l'afflitto per sollevare sè stesso dall'ambascia.

§ 494. Sottentra all'aspetto o alla rimembranza dell'ingiuria altrui un senso comune di odio essenzialmente annesso all'indole delle idee componenti il concetto dell'ingiuria, che spinge alla comune vendetta, che io appello *convendetta*, onde sfogare il senso di odio concepito, riducendo le cose all'eguaglianza ingiustamente violata.

§ 495. Sottentra all'aggradevole sensazione di un bene fattoci da taluno, o all'aspetto di un bene da taluno recato ad altri, o alla rimembranza loro, un senso aggradevole o diretto o riflesso, o attuale o ricordato, naturalmente connesso all'idea del piacere, il quale viene appellato rispettivamente *gratitudine* o *congratulazione;* e per una naturale associazione d'idee rivolto verso l'autore del beneficio, prende anche forma di *benevolenza.*

§ 496. Da siffatte cagioni e per simili modi naturalmente si estende, si perfeziona e si sublima la socievolezza. Così quei sentimenti, ed altri molti da essi derivanti per una reazione naturale e felice a pro dell'uomo, riproducono e variano ed accoppiano in mille modi tutti i fenomeni della *virtuosa sensibilità.* Ond'è che, diretti dalla conoscenza dei principii dell'ordine e delle persone a cui si debbono riferire, moderati dai limiti che debbono avere, assumono in complesso il nome di *umanità*, di *carità del genere umano*, di *filantropia.*

Tutti questi sentimenti sono più o meno attivi, più o meno durevoli, a proporzione che sono più o meno forti e durevoli le loro cagioni.

§ 497. Ecco come, anche cessati i primitivi bisogni umani, la natura supplisce alla socialità colle leggi stesse dell'amor proprio di ognuno posto in esercizio dalla sensibilità, mercè i vincoli e le associazioni delle acquisite attive idee di piacere e di dolore.

§ 498. Non è necessaria molta penetrazione a riconoscere che gl'indicati sentimenti sono tanto naturali al cuor dell'uomo socievole, quanto lo sono i più concreti ed animali bisogni, mentre ciò risulta dalla loro stessa esposizione (ved. Art. VI). Si vede però ch'essi non sono effetti nè di un sognato *sesto senso*, nè di un oscuro *istinto morale.* Guai a colui che può dubitare dell'esistenza di queste affezioni! Io non so se sia più da compiangere o da detestare chi giunse a spegnerle. Egli può dirsi veramente aver sofferto in tutto il suo cuore una morte morale odiosa alla natura.

Articolo VI.

Dell' intemperanza morale.

§ 499. Quello che è più fatale alle nazioni si è, che senza il ministero dei lumi viene talora a scemarsi la forza di questi sentimenti virtuosi, e fin anche a soffocarsene il nascimento. Conciossiachè conviene sempre aver presente ch' essi propriamente non sorgono che da una restante porzione di quel sentimento che sopravanza, per dir così, ad ogni uomo dopo di aver pensato a sè stesso. Un uomo infatti preoccupato fortemente del solo proprio bene, non può prestarsi all' altrui. Quegli che combatte coi flutti può egli essere mosso ad accorrere alle grida degli altri naufraganti? Le affezioni sociali esigono adunque almeno certi intervalli liberi dalle prepotenti passioni personali.

§ 500. Ma le passioni *fattizie* usurpano nel cuore quella parte di sensibilità che l'uomo volger dovrebbe a pro de' suoi simili; e incominciando dal renderlo duro e freddo egoista, finiscono col renderlo ingiusto e scellerato. Ecco l'origine, i progressi e i gradi della corruzione sociale.

§ 501. A fine di scorgere chiaramente come ciò avvenga, ritorniamo ad esaminare in sè stessa la costituzione reale dell' uomo. Dalle cagioni di *fatto* universali e necessarie, esistenti nella natura umana, noi deduciamo assai meglio e con più solida argomentazione non solo l'esistenza dei naturali o necessarii effetti o buoni o cattivi, ma ci viene inoltre concesso di prevenire i perniciosi e di preparare gli utili. Questa dovrebb' essere la prima scienza del legislatore e del politico, la quale poi gradualmente dovrebbe discendere all'uomo della loro nazione e del loro secolo. Solo in questa guisa eglino possono utilmente divisare ed operare. Senza di questo metodo o si va brancolando fra le incertezze di un cieco empirismo, o si dissipa il pensiero fra le chimere di un aereo idealismo; e frattanto il bene delle società rimane avventurato al caso, o immolato agli errori.

§ 502. Si è veduto come naturalmente l'uomo abbia bisogni reali, ed abbiamo pur anche osservato quanto naturalmente egli eserciti le sociali virtù. Come dunque con pari ragione egli aver può anche vizii sociali?

§ 503. S' egli non fosse costrutto con altri organi che con quelli di un' ostrica, è chiaro ch' egli non avrebbe altro sentimento che un oscuro e material senso di vita, nè altra specie di bisogni che quelli della sua rozza macchina. Onde siccome quella è condannata ad aprire ed a chiudere perpetuamente un guscio, a cercare alimento, e a propagare la spe-

cie; così l'uomo sarebbe unicamente ristretto a tali funzioni, benchè fosse anche in mezzo a tutti gli oggetti di delizie e di godimento. Egli quindi non sarebbe moralmente *intemperante*, nè farebbe mai guerra a' suoi simili per protervia, ma per solo bisogno. Limitato quindi nel male alla pura *necessità*, sarebbe moderato quand'anche recasse danno ad altri.

§ 504. Se dunque l'uomo riesce cupido, astuto, intemperante, ciò deve avvenire in vigore del principio stesso per cui egli è ragionevole, illuminato e sociale. Ciò dev'essere un frutto di quelle facoltà e potenze stesse che formano la sua perfezione, e la superiorità ch'egli gode sopra i bruti.

§ 505. Infatti, data la possibilità che l'uomo possa conoscere ogni cosa, egli può pure, almeno in astratto, desiderare ogni cosa. Quindi può desiderare anche ciò ch'è oltre i proprii bisogni reali, oltre le proprie forze, di altrui pertinenza o diritto, e così contravvenire al dovere ed alla virtù. Quindi contemplato l'uomo dal canto della sola *cognizione*, egli può essere tanto più corrotto e vizioso, quanto più estesa è la serie di quelle cognizioni che gl'inspirano i desiderii dannosi al suo simile. Ma se si riguarda la sola *cognizione*, può essere del pari tanto più probo e tanto più virtuoso.

§ 506. Egli è dunque l'*interesse* che lo determina a rivolgersi piuttosto ad una via che all'altra. Questo interesse nasce dalle *circostanze*; e se queste circostanze sono universali, si debbono ritrovare comuni alle società; e gli effetti che ne derivano debbono derivare *in ragion composta* della natura dell'uomo e delle situazioni esterne.

§ 507. Ma se tutti gli uomini, ancorchè capaci di limitate cognizioni, non avessero altro grado di società che quello dei Boschmanni, degl'Irochesi, o d'altri barbari popoli, avrebbero del pari assai meno d'industria, d'invenzioni, di comodi, di virtù, di scienze; ma avrebbero eziandio assai meno modi di *cupidigia* e di *corruzione*, non tanto per ignorare variate e moltiplici combinazioni di reità, quanto anche perchè queste propriamente non possono sopravvenire nell'uomo se non dopo che sono soddisfatti i primi bisogni creati dalla natura, la soddisfazione dei quali non solamente è lecita, ma altresì doverosa ed irresistibile. D'onde viene, che la corruzione è una cosa del pari *fattizia* che *tarda* nella società; e che nell'infanzia di lei gli uomini possono essere bensì ingiusti per ignoranza, e ciechi nella scelta del bene e del male; ma non sono nè possono essere corrotti di cuore, nè malvagi per malizia *ragionata*. Ora quali possono eglino essere in quest'epoca dell'*immaginazione*, seconda età della società? Veggiamolo.

Articolo VII.

Dello stato morale rapporto allo spirito ed al cuore delle società nel periodo della seconda età.

§ 508. Non perdiamo di vista l'uomo di *fatto*. In ogni società, segnatamente se è giunta a qualche progresso, mercè le varie ed irresistibili combinazioni delle idee, parte delle quali deve spontaneamente svolgersi in ognuno, e parte apprendersi ed imitarsi da altri, le *varietà* e le *disuguaglianze* di *stato* fra gl'individui debbono nascere necessariamente e rendersi assai visibili, e produrre *effetti* e *distinzioni* segnalatissime. Così se taluno ha dalla natura sortito una felice disposizione a combinare più idee di un altro, per le ragioni fisiche che si diranno altrove; e che, com'è ben naturale in quest'epoca, mercè lo stimolo dei bisogni rivolga l'ingegno suo a migliorare la sua fisica situazione; egli si troverà in grado d'inventare mezzi più numerosi, più facili e più utili di provvedere alle proprie indigenze, ed eziandio di procacciarsi fino ad un certo segno le comodità della vita. Ecco l'origine prima delle *arti* necessarie e utili alla specie umana. È ben naturale e giusto ch' egli prima di chicchessia profitti dei beni che ne ricaverà. Eccolo così, mercè l'*invenzione*, giunto in situazione migliore di molti suoi simili.

§ 509. Altri poi, mercè uno stimolo più continuato, unito ad un robusto temperamento, persisterà nell'affaticarsi sugli oggetti utili, onde ritrarne maggior profitto, di cui riterrà a preferenza il possesso. Eccolo, mercè l'*industria*, in miglior condizione di molti infingardi.

§ 510. Altri finalmente senza l'una o l'altra di siffatte doti, giovato da un accidente felice, si troverà nella situazione di acquistare un maggior numero di beni di qualsiasi altro. Eccolo per *fortuna* posto in uno stato più vantaggioso di assai persone della stessa società.

§ 511. All'opposto l'infermità od altri casi inevitabili dell'ordine fisico e morale possono privare dei mezzi del benessere, già dapprima acquistati, parecchi individui; ed eccoli posti al di sotto degli altri sopra rammemorati. A questo si aggiunga una originale costituzione meno valida a lunghe fatiche, onde, anche volendo, non si possa esercitare un'industria pari a quella di molti altri; un'indole meno ingegnosa, meno inventiva, e quindi meno atta a migliorare la sorte attuale; o finalmente la mancanza degli stimoli eccitanti all'invenzione o all'industria: ed ecco una moltitudine d'uomini in assai più infelice condizione di parecchi loro compagni.

§ 512. Non fa bisogno provare che tanto le une quanto le altre cagioni agiscono in tutti i tempi, in tutti i luoghi, e in tutti gli stadii della società.

§ 513. Ardendo sempre nei petti umani il desiderio del benessere col minor incomodo possibile, e rendendosi palesi nelle società queste differenze, si potrà egli evitare ch' esse nei più malagiati non eccitino l' invidia, la cupidigia, e l'amore del loro acquisto? Supponiamo che in taluni questi sentimenti possano limitarsi ad una tacita e non intraprendente passione, e che in alcuni altri si restringano ad una emulazione lodevole: potremmo noi ripromettercì che in questo periodo una siffatta *moderazione* si estenda a molti?

§ 514. Consideriamo attentamente tutte le circostanze. Qui la società è assai imperfetta dal canto della sua pubblica costituzione: tutto al più non veggiamo che un governo di famiglia fondato piuttosto sull' uso e su vincoli volontarii, che su formali regolamenti sanzionati colle leggi, ed assodati dalla forza comune. Quindi o le società sono piccolissime, e ad un tempo stesso gl' individui sono assai indipendenti; ovveramente esse sono adunamenti fortuiti, i cui membri sono collegati fra loro per condizioni eguali suggerite dal bisogno, o da altre avventizie ed anche strane occasioni.

§ 515. In secondo luogo in questo periodo, in cui per la legge delle gradazioni la società è ancor vicina all' epoca della più macchinale sensualità, non possono gli uomini avere acquistata idea veruna dell'*ordine morale*, dei *diritti*, dei *doveri*, della *giustizia*. Queste sono nozioni troppo astratte, troppo complicate. La legge insuperabile delle affinità logiche sarebbe altrimenti violata; e d' altronde, per la immutabile costituzione propria alla verità, essa non può esistere che in una sola combinazione delle cognizioni intorno ai rapporti delle cose. Come adunque nell'assoluta ignoranza delle regole della giustizia potrebbero gli uomini per un giudicio di *relazione* conformarsi a loro?

§ 516. Vero è che esistono in natura i sentimenti preordinati, che spingono all'equità ed alla virtù sociale. Ma come in quest' epoca la più parte degli uomini vi potrebbe prestare ubbidienza? Spinti dai bisogni assoluti, coi quali una mal agiata situazione cinge e stimola incessantemente la loro sensibilità; o almeno eccitati mercè il paragone del miglior essere altrui; incominciando a sentire il pungolo dei bisogni *relativi*, cui l' intemperanza umana accoglie ed estende sterminatamente in tutte le successive età; senza un freno esterno sostenuto da una forza umana superiore che ne bilanci la violenza colla minaccia di una certa pena; senza la tema interna di una sanzione invisibile, onnipotente ed

inevitabile, che spaventi l'ingiustizia; senza l'abitudine d'una felice e moderata educazione, che modelli e diriga in una guisa conforme all'ordine sociale i moti del cuore; con una gagliarda fantasia, che esagera l'importanza di un oggetto utile o piacevole, e per conseguenza colla massima violenza delle passioni operanti con tutta la naturale loro impetuosità; come mai le volontà non dovranno per un'assoluta, imperiosa ed evidente morale necessità essere tratte a norma degli stimoli della cupidigia? La moderazione e l'equità qui sarebbero un fenomeno assurdo, un rovesciamento di tutte le leggi della natura morale. Infatti una volontà coi più violenti impulsi da una parte, e senza nessun freno contrario che la rattenesse dall'altra, se agisse da quel lato dal quale mancano i motivi, sarebbe un vero assurdo morale.

§ 517. Quindi è inevitabile che tutti coloro che per difetto d'ingegno, d'industria e per infingardaggine si trovano mal acconci ai pacifici lavori delle arti, e che sono insofferenti d'ogni occupazione, in forza della cupidigia e dell'inerzia che li spinge a voler ottenere i beni colla minor fatica possibile; è inevitabile, dico, che non solo aspirino all'acquisto degli oggetti utili, di cui veggono abbondare gli altri, ma eziandio per quel carattere rozzo, non educato, e che non conosce nè riguardi nè modi indiretti, ed è proprio di tutte siffatte società, chieggano direttamente ai più agiati possessori delle cose utili o tutto o parte di esse, o assolutamente le invadano per arrogarsele colla forza.

§ 518. È ben naturale dall'altra parte, che per quella premura ingenita in ogni uomo di conservare ciò che gli è caro e ciò che gli è costato fatica ed industria, i possessori neghino di cedere di buona voglia gli oggetti del loro benessere, nè soffrano in pace di vedersene privati.

§ 519. Ecco quindi da una parte la violenza, la rapina, il ladroneggio; dall'altra la resistenza, la rivendicazione. Ecco la guerra tanto di offesa, quanto di difesa; la rappresaglia, il saccheggio dei viveri, delle vesti, dei bestiami, delle donne, e di ogni bene infine atto a procurarci sostentamento o diletto.

§ 520. La *vendetta* nasce ad un tempo stesso tanto dalla parte degli usurpatori, quanto dei difensori, con tutta la violenza nel suo sentimento, con tutta la ferocia nel suo esercizio, con tutta l'estensione ne' suoi effetti, e colla massima pertinacia nella durata e nella riproduzione. Ecco una seconda cagione di guerra incessante; ecco l'origine dell'indole feroce, brutale, sanguinaria, vendicativa di quest' epoca.

§ 521. Ciò non è tutto. Una sorte favorevole, una maggiore robustezza, e cento altre cagioni rendono, per qualche tratto almeno, vinci-

tore un uomo, o una famiglia, o una banda di collegati. La sperienza dimostra che l'offeso ritorna a molestare. Quindi la naturale antivedenza, od anche un assoluto sentimento di orgoglio e di dominio troppo naturale, suggerisce di porre l'avversario nell'impotenza di più reagire, quando non lo si voglia privare di vita. Ed ecco nata la *schiavitù* personale. Da essa l'uomo, per quella natural legge già accennata di procurarsi la soddisfazione dei bisogni o il godimento dei piaceri col minor incomodo possibile, non tarderà a ritrarre profitto, e quindi a farsi servire dal fatto schiavo; ed ecco il despotismo della forza da una parte, e la servitù forzata dall'altra.

§ 522. Molti fatti così ripetuti, il vedere la superiorità della forza e del coraggio essere cagioni all'acquisto dei beni, del potere, del comando, ed inspirar terrore e rispetto, è ben naturale che debbano eccitare la *stima* verso siffatte cose, in vista di tutti i vantaggi che ne derivano. È noto che la sorgente e la misura della *stima* deriva dalla sentita *utilità*. Ecco l'origine dell'*opinione pubblica* in quest'epoca.

§ 523. Essa deve apprezzare e lodare sovra ogni altra cosa la *forza* ed il *coraggio*, e disprezzare e biasimare la *fievolezza* ed il *timore*, sì per la ragione indicata, sì perchè mancando generalmente le nozioni di *giustizia* e di *diritto*, od essendo assai imperfettamente conosciute, e di nessuna conseguenza pratica per il reale comun bene, non danno adito a diffidare della falsità della comune maniera di pensare. Prescindendo dalla cognizione dei principii della *morale*, io non veggo per quale diritto le culte società nell'apprezzare cotanto ed in guisa assoluta le grandi ricchezze, e tutti i contrassegni che vi hanno relazione, si debbano in buona morale filosofia riguardare come superiori alle barbare nazioni nell'apprezzare la *forza* ed il *coraggio*. Il solo *appetito*, il solo *interesse* dêtta tanto nell'uno quanto nell'altro stato i giudicii pubblici. Anzi ardisco dire che in una società, ove sopra ogni altra cosa si apprezzano i beni di fortuna, gl'interessi sono dissociati, le virtuose affezioni o languide o sbandite, e la vera pubblica opinione spenta.

§ 524. Ma ritornando all'epoca che esaminiamo, in forza degli annoverati stimoli ne verrà che per inspirare stima ad altri, e per conciliarsi i comuni applausi e la sociale ammirazione, si ecciterà nel cuore la brama di dare tutte quelle esterne dimostrazioni, le quali possano ingerire o conservare l'opinione della forza e del coraggio, e allontanare ogni sospetto di fiacchezza e di timore. — Per la qual cosa accadrà che, anche senz'altro bisogno che quello di aver fama ed applausi, molti si occuperanno a dar prove di valore, di coraggio, di gagliardía.

§ 525. Per lo stesso motivo la circospezione, la prudenza, l'artificio (nell'opinione di quelle menti grossolane, le quali non possono penetrare più addentro della prima superficie esterna delle cose, e non hanno idee di ordine morale alcuno) appariranno irresolutezze derivanti da timore: per tal ragione saranno generalmente disprezzate, biasimate, infamanti. Per lo contrario una certa protervia, un'aperta e diretta manifestazione delle proprie idee, della propria volontà, della propria condotta, verrà lodata, esaltata ed onorata. A ciò aggiungasi altresì la rozza situazione dello spirito, incapace di molte combinazioni, e per non esercitata pieghevolezza non abituato a studiare raggiri, dissimulazioni, riguardi, cui d'altronde le resistenze non mettono in necessità di praticare; e si scorgerà come l'astuzia, la cautela, la dissimulazione non possano in questa età essere comunemente praticate, ma nemmeno conosciute, ed anzi per lo contrario positivamente infamate (ved. Plutarco).

§ 526. Ecco l'origine di quella schiettezza, lealtà, franchezza, semplicità, buona fede, che si videro in quei secoli, e che in un'epoca simile di barbarie ritornata ebbero vanto in Europa, e dovettero essere onorate, apprezzate, ed encomiate. Ecco altresì come la natura prepara sotto l'inviluppo della rozzezza tutta la composizione di quelle virtù che dappoi formar debbono il cemento della civile società, un pregio onorevole degl'individui umani, una nobile sublimità dell'indole loro. Così nel seno della terra, frammisti a vili materie, si tesoreggiano nelle miniere quei lucidi metalli e quelle preziose gemme, le quali, disceverate col magistero dell'arte, dovranno formare un ornamento alle suppellettili dell'opulenza, del culto e della suprema podestà.

§ 527. Un mezzo certo, onde scoprire ed apprezzare quale sia la sentita morale speculativa e pratica di una società, sarà sempre di rilevare quali oggetti vengano apprezzati o negletti o disprezzati da lei. L'opinione pubblica sarà eternamente l'unico, naturale e non fallace segno dei sentimenti pratici d'ogni nazione.

§ 528. Dalle riflessioni fatte sin qui, corroborate dalla storia di tutti i popoli posti in quel periodo in cui ora li esaminiamo, si deduce che, oltre i caratteri sovra ricordati, si verifica in essi una greve ignoranza, una leggiera credulità, una mobile incostanza, una insolente arroganza nelle cose prospere, un vile abbattimento nelle avverse, un'improvida condotta nelle deliberazioni e nei regolamenti, un disordinato regime in tutte le passioni; ed in fine l'incapacità di ravvisare le cose nel loro vero aspetto, di combinarne molte dal canto in cui si conciliano scambievolmente, di connetterle in guisa sistematica, onde comunicare una certa

conseguenza stabile alla condotta. È chiaro altresì, che tutti questi effetti derivano da animi spinti da tutta la forza delle passioni, senza il contrapposto di sentiti interessi che li risospingano all'ordine della giustizia e della virtù.

§ 529. In tale stato potrà giammai un popolo, non dico giudicare rettamente delle materie morali, ma nemmeno andarne ricercando convenienti istruzioni? Come giudicare e sentire giusta una norma che ripugna a tutti gl'interessi ed a tutti i sentimenti attuali? D'altronde le idee della morale sono di un genere astratto e generale, e di rapporti complicati; e, quel ch'è più, di un genere del tutto relativo ad una regola immutabile, suprema ed unica della legislatrice natura. Ond'è, che per la ragione medesima per cui le menti degli uomini, quali si trovano in quest'epoca, si dovevano prima gradualmente preparare, onde porsi in grado di ricevere a suo tempo le opportune istruzioni scientifiche di qualsiasi genere; per la stessa ragione si debbono preparare onde ricevere quelle della morale, e riceverle non per semplice cieca credenza, ma per dimostrazione che produca un'efficace ed intima persuasione. La *morale* infatti, sotto il rapporto del *giudicio*, altro non è che una scienza, ed una delle più vaste ed astratte.

§ 530. Per la qual cosa il Pubblico in quest'epoca dell'*immaginazione*, massimamente nei tempi più vicini al regno dei *sensi*, non può essere peranche acconcio alla passiva istruzione della morale, ed anzi all'opposto è tuttavia rimotissimo dall'averne la capacità.

Articolo VIII.

Continuazione dell'Articolo precedente. — Esame di quel tratto dell'età dell' immaginazione *che più si avvicina alla ragionevolezza civile.*

§ 531. Più addietro, nel carattere morale delle nazioni dentro l'epoca dell'*immaginazione* abbiamo distinto due tratti di un'indole assai differente, benchè per continuata progressione fra di loro connessi: l'uno dei quali si risente della vicinanza del regno dei *sensi*, con cui confina per un estremo, ritenendone molte affinità; e l'altro partecipa della vicinanza dell'età della *ragione*, verso la quale per l'altro estremo si avanza. Ora rapporto al primo tratto io credo di aver detto quanto basta al mio istituto.

§ 532. Del secondo dirò alcun che sotto i rapporti dell'argomento da noi qui contemplato. Per la qual cosa converrà accennare in succinto il carattere dello spirito e del cuore umano in questo progresso, e indi-

care la maniera colla quale venga effettuato in natura mercè l'azione composta dell'attività delle passioni e della forza d'inerzia diretta dalla legge della continuità. Converrà poi dedurre qual grado di capacità una nazione possegga a ricevere i lumi dell'istruzione relativi allo stato unico della *verità*.

§ 533. Nel primo tratto più vicino all'impero dei soli sensi, invece di trovare nelle menti umane quella metafisica in cui consiste la *ragionevolezza*, come abbiamo detto altrove, vi abbiamo trovato un ordine d'idee parte interamente sensuali e parte imperfettamente astratte, cioè a dire che erano tuttavia assai aggravate dalle spoglie concrete, fra cui in origine le idee astratte stanno ravvolte.

§ 534. La povertà del linguaggio doveva fare annettere molte idee allo stesso vocabolo, e quindi nozioni assai confuse e vaghe allo stesso discorso. D'altronde, siccome la generazione naturale delle idee astratte e generali importa ch'esse vengano formate dall'*attenzione*, come si è veduto, e debbano essere necessariamente tratte dalle idee concrete; così anche per quella necessaria legge di continuità che regge le forze dell'attenzione, e che è propria della natura umana, esse non potevano se non mercè lente gradazioni essere dedotte.

§ 535. Così avvenir doveva che qui i fantasmi dovevano tener luogo di idee astratte; i bizzarri accozzamenti tener luogo di idee generali; e le casuali combinazioni tener luogo di raziocinio: in una parola, la sola *fantasia* in quel primo tratto tenere il luogo della *ragione*. Ecco la *metafisica* delle nazioni nel primo tratto di questa età.

§ 536. Da ciò solamente si poteva scorgere quale esser dovesse tutta la *scienza* dei popoli intorno a qualsiasi genere. E per verità, che cosa è propriamente la sana metafisica, se non che l'espressione dei rapporti comuni ossia generali dei fatti del mondo fisico e del mondo morale? Se, attesa la limitazione umana, lo spirito non può veramente conoscere o ragionare sulle cose se non padroneggiando questi rapporti; e se non può padroneggiarli se non col renderli *generali* (giusta quanto si è discorso più sopra); come potrà egli possedere scienza alcuna senza la metafisica? Inoltre, prescindendo dal contemplare i fatti, ossia la *realità* delle cose, l'uomo si getta nell'immaginario e nel chimerico. Come dunque potrà possedere una solida metafisica senza prenderli in considerazione? Finalmente l'ordine fisico e l'ordine morale, oltre gli oggetti che compongono la natura, e gl'individui che compongono la nostra specie, possono eglino racchiuderne d'altre maniere? Ed, oltre siffatti oggetti, v'ha egli altra specie di esseri esistenti conosciuti dall'uomo? Può egli

quindi esistere altra specie di *rapporti*, che quella ch'è fondata su di essi? Può adunque esistere altra *scienza*, che quella che versa intorno ad essi?

§ 537. La vera metafisica adunque è la espressione la più elevata di tutto lo scibile umano: essa è un estratto più sublimato della vera scienza, e per conseguenza l'unico punto da cui la mente umana veramente possa scorgere le connessioni più ampie delle cose.

§ 538. Perciò essa nel tracciare l'albero delle scienze deve essere la madre e l'ordinatrice di tutta la loro logica genealogia; mercè di essa sola si possono esattamente tessere le origini e le procedenze di tutte le cognizioni. D'altronde però è chiaro, che se nella esposizione loro essa forma lo spirito architetto ed ordinatore, ed è la prima scienza che si deve supporre; per lo contrario nella generazione di *fatto* delle cognizioni, quale avviene nelle menti umane, deve per ciò stesso essere l'ultima a scoprirsi ed acquistarsi.

§ 539. Per la qual cosa si scorge chiara la ragione per cui quelle scienze, nelle quali essa esercita un più vasto dominio, le quali appunto sono le più vaste, le più complicate e le più utili al genere umano; come, a cagion d'esempio, le scienze del diritto, dei costumi, della legislazione, dei governi, e quella eziandio delle più universali leggi del mondo fisico; debbano necessariamente riuscire le ultime ad essere scoperte ed intese nella loro vera estensione, e le ultime altresì ad essere apprese per modo di semplice passiva istruzione, e che fanno ordinariamente presupporre una più provetta età. Ciò è del tutto naturale. Imperocchè, prescindendo anche dalle leggi dell'*inerzia* e dai motivi dell'*attenzione*, che non ispingono giammai per salto alle più ardue e faticose operazioni, ed attenendoci a contemplare quella graduale e preventiva serie di cognizioni assolutamente necessarie alla mera loro intelligenza, e ritenendo l'ordine successivo e ristretto cui lo spirito umano limitatissimo è forzato di osservare; da questo solo si potrebbe dedurre quanto la cognizione adequata di siffatte scienze dovrebbe giungere tarda allo spirito umano.

§ 540. Dalla stessa considerazione si può del pari prevedere che una vera enciclopedia, una completa esposizione della scienza degli estremi, cotanto utile in ogni materia tanto per il raziocinio d'*invenzione* quanto per quello di semplice *istruzione*, sarà necessariamente l'ultimo sforzo dello spirito umano; nè potrà esistere che in quell'epoca sola, nella quale egli sarà condotto ed elevato al grado supremo della sua perfettibilità, o a dir meglio della sua estensione.

Articolo IX.

In qual senso si debba intendere l'espressione, che i popoli in quest' epoca non hanno le nozioni della morale.

§ 541. Ritorniamo dalla digressione. Negli Articoli precedenti ho detto che le popolazioni in questo periodo vicino all'impero dei sensi non hanno le *nozioni* della morale, e che perciò agire non possono in vista di esse. Ho detto che le idee della morale sono per sè assai *astratte*, e di un ordine assai elevato nella scala delle idee generali. Non vorrei però che da ciò si deducesse che ivi l'uomo soventi volte *non agisca* o *non possa agire* a norma della morale, perchè non la conosca: ch'egli manchi di *motivi*, o a dir meglio d' *impulsi*, ad agire in una guisa conforme alla legge naturale, direttrice dei doveri e della virtù. Anzi dico positivamente, che bene spesso egli sarà innocuo, non cupido, non aggressore delle altrui sostanze, dell'altrui vita, dell'altrui libertà e dell'altrui famiglia; egli altresì sarà bene spesso buon amico, buon padre, compassionevole, grato, benefico. Ma lo sarà per un *sentimento* o di corporea o di psicologica *utilità*, ma non mai per alcuna cognizione delle nozioni della morale, o delle regole speculative di dovere e di diritto. Il che verrò svolgendo più sotto.

§ 542. Nè perciò ne verrà ch'ei sia buono per *istinto* o per un *sesto senso;* ma all'opposto lo sarà in forza di idee *acquisite* dall'educazione, e per uno sviluppamento dell'amor proprio promosso dalle vicende della vita e dall'associazione delle idee; o, a dir meglio, dall'impressione ora piacevole ed ora dolorosa che le idee associate produrranno sulla sua sensibilità.

§ 543. Fra i due estremi erronei, nell'uno dei quali si suppone l'uomo operante con cognizione di regole speculative di giustizia, e nell'altro si finge dotato di un *morale istinto*, risiede la verità; per cui si ravvisa l'uomo diretto dalle idee acquisite dell'utile o del danno in ragione composta delle impressioni degli oggetti esteriori, della struttura de' suoi organi, delle funzioni cognite delle sue facoltà, e del grado di sviluppamento morale in cui si ritrova.

§ 544. Facciamo sentire questa importante distinzione, mercè di cui si dimostra che cosa si racchiuda di vero in quelle opinioni che suppongono *gli uomini essere in ogni tempo conoscitori della legge naturale;* e si fa sentire, che a motivo solo di idee confuse e di un precipitoso passaggio alle conseguenze si è stabilita una tesi che non era il legittimo risultamento dei fatti o dei principii su cui riposava.

§ 545. Mi si dica: non è egli vero che l'uomo è un *essere senziente* prima di divenire *essere intelligente?* Non è egli vero che, anche dotato d'intelligenza, non agisce che a norma delle idee di cui è fornito? Che queste idee presentando l'*utile* o il *danno* alla mente, e stimolando il cuore col piacere o col dolore, lo pongono in esercizio a norma della loro diversa forza?

§ 546. Ciò posto, se confrontiamo l'uomo *provetto* con altri esseri senzienti, o coll'uomo stesso bambino o del tutto selvaggio, che cosa risulta da questo paragone sul punto della *moralità?*

§ 547. Affinchè questo paragone riesca più istruttivo, e la verità venga esattamente circoscritta e fedelmente lumeggiata in tutti i tratti ch'ella riveste, è mestieri tessere questo paragone sotto due rapporti: cioè fa d'uopo riferire prima il nostro soggetto alla facoltà di *vedere* speculativamente le cose; indi riferirlo alla facoltà di *volere* e di *agire* a norma degli impulsi ricevuti, e quindi avvicendarlo al sistema realmente eseguito dalla natura. Così dapprima ravviseremo la *notizia* della morale o della mancanza di lei nell'umana *cognizione;* quindi l'*efficacia* della medesima morale, e l'*efficacia* di altri *impulsi*, in mancanza della di lei *notizia*, sull'umana *volontà;* e per ultimo la *direzione* seguita dall'uomo sotto gl'impulsi dell'ordine naturale.

§ 548. I bambini e i bruti hanno una *forza esecutiva* della loro volontà al pari di quella dell'uomo dotato di ragionevolezza. L'ostrica immobile nell'arena, e che altro non fa se non che aprire e chiudere il suo guscio, fa *ciò che vuole.* Questa volontà è determinata da una *sensazione*, che è quella della fame. La sua *forza*, in quanto non viene esteriormente impedita (e che è perciò *libera*), è dotata di *libertà.*

§ 549. Gli altri bruti hanno una sfera più estesa di azioni, perchè hanno organi più complicati, tanto sensitivi, quanto esecutivi. Come suscettibili di un maggior numero e di una più estesa varietà di movimenti, sono capaci di trasmettere all'anima più numerose e più variate sensazioni; quindi somministrano alla volontà più numerosi e variati piaceri e dolori, ossia motivi di volizione; quindi più numerose e variate determinazioni e scelte: finalmente agli organi esecutivi le volizioni trasmettono più numerosi e variati movimenti, i quali a proporzione poi della loro rispettiva struttura e forza variano, moltiplicano, e rendono più o meno energici i medesimi movimenti. Così considerando queste forze in quanto non incontrano *ostacolo*, nè vengono impedite nei loro impulsi, si possono chiamar *libere.*

§ 550. Ciò nonpertanto la *legge* fondamentale dell'azione dell'ostrica

e di quella della scimia è perfettamente la medesima; i *mezzi* e i *modi* soli variano di specie e di numero.

§ 551. Nell'uomo, *essere misto*, cioè a dire risultante dall'unione di una cert'anima con un certo corpo, sotto di un rapporto non si cangia nè si può cangiare questa *legge* fondamentale. Egli dal canto della *moltiplicità* e della *varietà* degli organi esecutivi è assai meno superiore alla scimia, di quello che la scimia lo sia all'ostrica.

§ 552. Ma egli ha una facoltà che lo distingue da tutti i bruti siffattamente, che esclude qualsiasi paragone. Dal polipo alla scimia evvi una scala di gradazioni di sensibilità e di azioni volitive ed esecutive, la quale in vero è assai estesa; ma in sì lunga serie di gradazioni per nulla si riscontra la *capacità* di tessere tutti i gradi delle astrazioni, tutte le composizioni delle nozioni e delle categorie generali; in breve, nulla che costituisca la *ragionevolezza*. Per lei l'uomo è costituito nel carattere di *essere intelligente*; carattere da lui goduto esclusivamente al di sopra dei bruti. Le sue facoltà mentali, e l'organizzazione per cui può divenir tale, costituiscono realmente ciò che appellasi *perfettibilità*. — Ora l'uomo senza l'uso dei *segni* potrebbe mai riuscire a ciò? (ved. Parte II. Sez. I. Cap. VIII.)

§ 553. L'uomo non giunge a questa elevazione se non per un graduale avanzamento eseguito durante l'infanzia, epoca che dalla nascita si estende sino alla fanciullezza, la quale, rapporto alle facoltà mentali, riesce più o meno lunga nei varii individui a proporzione che l'organizzazione interna e le esterne circostanze sono più o meno favorevoli allo sviluppamento; e siccome del pari la ragionevolezza si svolge gradatamente mercè la scomposizione ossia l'attenzione parziale sulle idee semplici, aggruppate e raccomandate ai segni, e di nuovo poi accozzate, divise e paragonate in altre mille svariate maniere; così fra l'uomo *essere senziente* e l'uomo *essere intelligente* non si frappone un'*essenziale differenza*, ma soltanto una differenza, dirò così, di preparazione e di lavoro di quelle stesse idee e di quelle stesse affezioni cui egli ebbe ed ha tuttavia come *essere senziente*; differenza però importantissima, e che lo rende capace a fare ed a pensare ciò che tutti i bruti dell'universo non potrebbero.

§ 554. Ma ognuno accorda che l'uomo come *essere* puramente *senziente*, ed allorquando si trova, per dir così, ancor tutto ravvolto entro la crassa atmosfera delle idee sensuali, non è *superiore* ai bruti; e (parlando al proposito della moralità) non è suscettibile nè di *merito* nè di *demerito*, nè di *premio* nè di *pena*. Ma perchè ciò? Perchè non è peranche *ragionevole*.

§ 555. Quando adunque nell'infanzia egli è mansueto, compassionevole; quando nello stato puramente selvaggio i genitori nutrono i figli, i figli accarezzano i padri; quando non rubano, non ammazzano, non pongono legami alla libertà altrui; non sono, a parlare esattamente, agenti *morali*, cioè capaci di merito e di demerito, di virtù e di vizio, di probità e di delitto, di premio e di pena. — Eglino agiscono bensì a norma della morale, ossia della legge naturale, ma non la conoscono. Sono allora simili ad un cieco, che brancolando passeggia le strade senza vederle.

§ 556. Ma per qual legge l'uomo fa egli tutto questo? Per quella del piacere e del dolore ch'egli ha sentito e sente, ch'egli rammenta e ch'egli prova, che le circostanze esterne hanno associato nella sua memoria. In breve, ella è la sola *sentimentale utilità* il motore e la causa di tutto questo. Ciò non si chiama certamente aver idee di *doveri*, di *diritti*, di *giusto* e d'*ingiusto*, di *onesto* e di *turpe*, di *lecito* e d'*illecito*. Tutte sono idee astratte, e relative ad una regola; e questa regola non è conosciuta da lui, che non ha idee astratte di sorte alcuna.

§ 557. Che se perchè la natura lo ha preordinato in guisa, che debba così sentire ed operare a fronte delle circostanze, dir si dovesse ch' egli opera per un *sesto senso*, o per un *istinto;* dire pur si dovrebbe, che in forza di un *sesto senso* e d'un *istinto* egli scappa quando vede un uomo che lo ha bastonato, si rallegra quando rivede un cibo altra volta aggradito, fugge da un pericolo perchè gli rammenta passate cadute; e così del resto.

§ 558. L'unico *istinto* è l'*amore* al piacere e l'*odio* al dolore. L'unico *sesto senso* è la preformazione organica di tutti i sensi umani, per cui tutti essendo formati in genere d'una sola maniera, è loro inevitabile il sentire *tutti* certi bisogni e certe soddisfazioni, certi dolori e certi piaceri, in simili *circostanze* e alle stesse epoche, e in certi gradi pressochè uguali.

§ 559. Ma per qual motivo godendo l'uomo dell'attuale *ragionevolezza*, diviene egli un agente *morale?* — Perchè in tale situazione raziocinando, e paragonando il presente col passato, le idee generali fra loro e gli effetti colle loro cagioni, egli può *conoscere* nelle diverse circostanze i rapporti che gli può somministrare il bene o il male; egli può *antivedere* le conseguenze d'una propria azione; può *discernere* il bene apparente dal bene reale; e perciò può *determinarsi* in vista di un maggior bene antiveduto, e *resistere* alle sollecitazioni d'un utile presente e di mera apparenza: la qual cosa far non può sotto l'impero di una *sensualità* schiava delle sole idee *fortuite*, sia attuali, sia passate, accozzate

in lui dalle *esterne* circostanze, e dall'azione degli oggetti esterni. — Mercè di questa sublime cognizione si erige un regno *proprio*, per dir così, dell'uomo interiore, ove la volontà dirige i suoi decreti e le sue operazioni per impulsi nati da *interne* e *libere* combinazioni.

§ 560. Inoltre, mercè la *intelligenza* e la *ragionevolezza*, può venire scoprendo che le *regole* delle sue azioni sono *espressioni* della volontà d'un Ente supremo; e che alla sanzione annessa all'ordine naturale si aggiunge un'altra sanzione di supplemento decretata dalla di lui provvidenza. — In vista quindi di essa l'uomo può vie meglio dirigere la sua condotta sopra una traccia diversa da quella dei *nudi* appetiti.

§ 561. Finalmente, mercè la *intelligenza*, può essere capace d'intendere il senso d'una *minaccia* o d'una *promessa* annessa dall'uomo a certe azioni; e quindi, in conseguenza del timore e della speranza prodotti dalle istituzioni umane, determinare le sue azioni in una guisa diversa da quella dei soli sensibili e presentanei appetiti. Ma se non avesse *intelligenza*, come potrebbe intendere il significato delle leggi? come antivederne le conseguenze? come applicarle alle sue azioni, e farne norma ad esse? Come potrebbe adunque essere *meritevole* d'un premio, cui non assunse nè potè assumer mai come *motivo* delle sue azioni? come essere soggetto ad una *pena*, cui non potè nè temere nè conoscere?

§ 562. In forza dunque dell'*intelligenza* diviene un agente *morale*, un agente capace di merito e di demerito, di premio e di pena nella maniera sovra indicata. L'intelligenza o ragionevolezza lo costituisce tale, e lo assoggetta ad un genere d'impulsi ben diversi da quelli del solo *essere senziente*.

§ 563. Ma la *morale naturale* altro non è veramente che il sistema delle *regole* che debbono servire di norma alle azioni libere dell'uomo.

§ 564. La parte puramente *precettiva*, ossia prescrivente le tali e tali azioni, è, per dir così, una serie di tracce segnate dalla natura qual *sentiero* che l'uomo deve percorrere nella vita.

§ 565. La parte poi *persuasiva*, o *movente*, altro non è che il sistema dei *motivi* che la natura annette alle azioni medesime, i quali altro non sono che il piacere o il dolore, l'utile o il danno che deriva all'uomo in conseguenza dell'esecuzione o dell'ommissione di alcuni suoi atti liberi. — Dunque il conoscere la morale è lo stesso che conoscere siffatte *regole* e i loro motivi.

§ 566. Ma se per uno *stimolo* fortuito di sensibilità, nato dalle circostanze, egli percorresse le tracce medesime che la natura segnò, ne

verrebbe egli perciò che ne avesse letto il Codice legislativo, e ne conoscesse gli articoli?

§ 567. L'uomo adunque in quest'epoca può essere un *agente morale*, e non conoscere la morale; agire a norma delle regole della morale, o violarle, senza pur conoscerle.

§ 568. Dunque conviene distinguere nell'uomo tre distinte situazioni.

La prima, di essere *non morale*, cioè non avente ragionevolezza, e non determinante sè stesso in forza di riflettuti motivi tratti dal proprio fondo, come sono appunto i fanciulli e i selvaggi più abbrutiti.

La seconda, di essere *morale*, ma *ignorante* le regole astratte dei proprii doveri, e i freni speculativi delle proprie passioni, annessi a queste regole; che tuttavia provando in pratica le buone e cattive conseguenze della sua condotta, come sono appunto gli uomini nella prima barbarie e nell'epoca dell'immaginazione, agisce a norma dell'*utile* più diretto.

La terza, di essere *morale*, e *istrutto* delle regole de' suoi doveri e delle sanzioni della natura, com'è appunto l'uomo sotto la istruzione delle leggi civili, delle leggi religiose e della coltura. Allora prima di agire conosce la carta, dirò così, del paese che la sua libertà deve abitare, e le vie ch'ella deve percorrere per giungere al suo meglio; allora egli riesce giusto o ingiusto, in quanto si conforma o si dilunga dalla norma fissata.

§ 569. Ma siccome in tutti questi tre stati l'unica susta che dirige l'uomo è l'*amore alla felicità*; siccome gli stimoli eccitatori sono il *piacere* e il *dolore*; così in quelli egli non diversifica il *fine*, ma i soli *mezzi* per giungervi. Egli è sempremai spinto dalla medesima *forza*. Mercè di questa forza, diretta dallo sviluppo successivo delle sue facoltà, egli è avviato verso la cognizione delle regole. E mercè la cognizione di queste regole egli poi diviene culto e sociale.

CAPO XV.

Perchè la cognizione delle vere regole speculative della morale debba essere assai tarda, e difficile a scoprirsi nelle popolazioni.

§ 570. Dal fin qui detto non si ravvisa ancora distintamente la dimostrazione della *proposizione* di *fatto* da me esposta, che in quest'epoca di barbarie più vicina alla selvatichezza non possono le popolazioni avere peranche la *cognizione* delle vere *regole speculative* della morale.

Ora, per convincere altrui di questa verità, trovo espediente di applicare a questo particolare lo stesso metodo che mi sono proposto di se-

guire per rapporto a tutto il complesso delle verità che riguardano la soluzione del quesito. Così propongo brevemente di accennare che cosa debba far l'uomo per conoscere le regole teoretiche della morale. D'onde emergerà se le popolazioni possano o no in quella età giungere alla cognizione di sì fatte regole. Ciò diviene importante a fronte di una volgare opinione, la quale fa riguardare la provincia della *morale* come quella sulla quale gli uomini in complesso, o a dir meglio il Pubblico sembra arrogarsi una più speciale competenza di giudicii, come altrove si è veduto (Parte II. Sezione II. Capo XIV. Art. I.), e sulla quale potrebbe precipuamente cader dubbio che il giudicio del Pubblico s'abbia a tenere al maggior grado possibile qual *criterio di verità.*

Articolo I.

Che debba fare l'uomo per discoprire le regole speculative della morale.

§ 571. Osservare gli uomini ed i loro rapporti interni ed esterni, tanto da uomo a uomo, quanto colla natura, in quanto producono il *bene* o il *male* dipendentemente dall'attività delle loro *azioni libere;* rilevare prima le complesse e concrete circostanze *particolari;* ricavar poscia le *astratte* simili, meno complesse e generali; indagare le *cagioni* da cui nascono e gli *effetti* che producono; collocar l'uomo in diverse *categorie*, contemplandone le qualità ed i bisogni mercè di più semplificate astrazioni, e ad un tempo stesso abbracciare una sfera più *ampia*, dove appariscano le *differenti* circostanze; *riportare* le relazioni di fatto ad un *centro* comune, qual è il conseguimento del bene e del male; indi dedurre quali *diritti* egli abbia e quali *doveri* ne nascano; e ad un tempo stesso dal conflitto delle circostanze inevitabili ed irreformabili dall'umano potere dedurre i *motivi* eccitatori della volontà che tende alla felicità: ecco in compendio la più ristretta e generale espressione dei doveri logici, ossia del *metodo* onde osservare in morale e trarne le regole teoretiche di direzione, ed i motivi *naturali* efficaci a porle in pratica.

Ma quante cure e quante cautele l'esecuzione di siffatte cose reca mai seco ed esige dal contemplatore a fine di cogliere la verità! E, dopo ciò, quanto imperfetti ne debbono tuttavia riuscire i risultamenti!

I. *Come l'uomo debba procedere nello scoprire i primi generali fondamenti della morale.*

§ 572. Supponiamo che le molteplici osservazioni di *fatto* siano compiute, e diamo un semplice saggio di quello che rimane a fare dappoi.

§ 573. Se ci trasportiamo alla categoria più semplice e più universale, d'onde lo sguardo abbraccia tutto il genere umano, ne ravvisiamo, è vero, gl'individui sotto il più uniforme ed unico aspetto; ma, come ben si vede, egli è il più rimoto dallo stato loro reale (ved. § 211).

§ 574. Colà se prescindiamo, come esige la semplicità, da qualunque stato o sociale o selvaggio, noi tronchiamo dal concetto una *differenza*, la quale è pur cotanto feconda di diritti, di doveri, di virtù e di perfezione.

§ 575. Se poi passiamo a rivestire gl'individui del carattere sociale, la contemplazione diviene meno generale, e la nozione meno semplice. Ella non abbraccia più l'altra circostanza di *fatto* degli uomini selvaggi; o, a dir meglio, questa nuova differenza non si concilia più coi caratteri comuni anche agli uomini selvaggi. Quindi le regole che ne nascono non convengono che ad una sola parte del genere umano.

§ 576. Viceversa le regole che prima nascevano nella superiore universale categoria non bastano nè servono completamente all'uomo posto in società. Dunque trasportandole così nude, vale a dire senza la dovuta aggiunta delle circostanze sociali, riescono impraticabili in società, ed anzi di un uso nocivo. Conciossiachè ciò che deve e ciò che è lecito all'uomo fuori di società onde procurare il suo benessere, non è tutto lecito all'uomo sociale onde procacciarsi il suo; e così viceversa.

§ 577. Ma anche nella considerazione dello stato sociale, contemplato nel senso più astratto e generale, non si comprende peranche la circostanza dei Governi, ossia delle società politiche. Laonde le regole morali risultanti dai rapporti delle società non politiche, sia riguardo a tutto il corpo, sia riguardo ai singolari individui, non sono applicabili tutte come stanno alle società dirette da una sovranità; e così viceversa.

§ 578. Ma siccome anche nelle politiche società ogni individuo, o a dir meglio molti individui separatamente, oltre all'essere *uomini*, *socii* e *cittadini* (i quali appunto sono i caratteri appartenenti alle tre categorie ora contemplate), taluni sono o *magistrati* o *padri* o *figli*, tanto separatamente quanto cumulativamente, ovvero sono anche rivestiti di altre individuali o comuni prerogative, circostanze ed accidentalità; così è chiaro che alcune regole non possono vicendevolmente servire a determinare i diritti, i doveri, le virtù e i motivi di benessere in tutti gli stati differenti. Così, a cagion d'esempio, le viste di una individuale prudenza non convengono nella loro totalità ai rapporti di famiglia; quelle di famiglia a quelle di membro d'una professione; queste a quelle di cittadino; e viceversa. Perlocchè, a fine di offrir regole proporzionate a tutti questi stati, è assolutamente indispensabile contemplare tutte le circostanze che

racchiudono; rilevare i rapporti al benessere in una guisa conciliabile con tutto il complesso degli altri rapporti generali; cogliere i risultati interessanti di tutti questi rapporti promiscuamente modificati, e così l'effetto del benessere individuale; e quindi trarne le rispettive regole teoretiche, e i motivi della morale.

§ 579. Ma perchè mai la considerazione di tutte queste cose è effettivamente necessaria a determinare le vere regole teoretiche che servir debbono alla pratica esatta della morale? — La risposta è semplice. Perchè tutto l'ordine *morale* in fatto si fonda sull'ordine *fisico*: quindi le regole sono necessariamente determinate in ispecie, numero ed estensione dall'ordine fisico, sia permanente, sia successivo.

§ 580. A fine di dare un saggio di prova di questa fondamentale verità, e far sentire le conseguenze che ne nascono, trasportiamoci di nuovo alla sommità della scala delle morali categorie, e riguardiamo l'uomo nella sua più assoluta ed astratta semplicità. Certamente in questo punto di vista egli ha il minimo di *reale*, e riunisce in sè il maggior merito *metafisico*.

Ora benchè in questo punto di vista non riteniamo che i soli essenziali caratteri, pure troviamo una quantità assai complessa.

§ 581. Esaminiamo questa quantità; riportiamo le elementari e più importanti circostanze alle viste del diritto e del benessere; e veggiamo che cosa ne risulti.

§ 582. Se non contemplassimo nell'uomo che la sola parte dello *spirito*, egli per ciò stesso avrebbe i soli diritti, i soli doveri, i soli bisogni e la sola felicità propria dello spirito: quindi, se si fingesse tale, non abbisognerebbe nè di nutrimento, nè di vestito, nè di propagazione; non temerebbe nè la fame, nè il freddo, nè le catene, nè la morte.

§ 583. Quindi non esisterebbe diritto di *dominio*, nè tutta quella ramificazione di conseguenze che va annessa a siffatto diritto: non esisterebbero nè i doveri nè i diritti di matrimonio, non quelli della conservazione dell'individuo, non quelli della fisica esteriore libertà. — I *delitti* contro la temperanza fisica, contro la educazione e la società, l'omicidio, il suicidio, il furto, le percosse, il libertinaggio d'ogni genere ec. sarebbero cose di cui non si potrebbe formare tampoco un'idea.

§ 584. La morale umana detterebbe un altro catalogo di doveri, di virtù e di vizii, di cui non è possibile formare alcun concetto. Ma per ciò che riguarda Dio, l'uomo avrebbe le stesse relazioni di dipendenza, e quindi sarebbe soggetto ai doveri religiosi. Ma il modo di praticarli nello stato di *puro spirito* sarebbe diverso da quello dello stato di *essere misto*.

§ 585. Dunque egli è la coesistenza di una *macchina*, e di una certa macchina che determina la specie, il numero e l'estensione delle vive regole della morale umana. Ciò tutto si esprime brevemente dicendo che la morale umana è la morale di un *essere misto.*

§ 586. Dunque, benchè i rapporti ne siano *necessarii* ed *immutabili*, tuttavia il *fondamento* di questi rapporti non è niente più immutabile e necessario di quello dell'ordine fisico. I rapporti di una figura materiale reale sono necessarii ed immutabili; ma lo *sceglierne* la specie è cosa arbitraria; il farla esistere, distruggerla, cangiarla, è cosa *contingente.*

§ 587. Questa macchina umana, benchè costrutta come ora la veggiamo, si può immaginare formata in altre guise. — Se l'uomo, a cagion d'esempio, riunisse entrambi i sessi, e fosse costrutto in guisa da moltiplicare senza accoppiamento, egli potrebb' essere padre e madre ad un tempo stesso. Ecco cangiati tutti i doveri e i diritti relativi a questo particolare.

§ 588. Se le sue braccia invece di finire in mani flessibili andassero a terminare (come ha immaginato Elvezio) in una zampa di cavallo, non potrebbe fare lavoro alcuno. L'arte della scrittura, dell'architettura, della pesca, l'agricoltura, la tessitura, l'arte del falegname, del fabbro-ferrajo, ed in breve tutte le arti di prima necessità non potrebbero aver luogo. Da ciò quanti beni sociali di meno, quanti disagi di più! Anzi la società non avrebbe luogo, poichè gli uomini sarebbero condannati ad abitar le caverne a guisa di bruti. Del pari un numero infinito di diritti e di doveri sarebbe senza fondamento.

§ 589. La *struttura* adunque della macchina umana determina in ispecie molti doveri e diritti, e perciò molte *regole* della morale, e molti motivi di osservarle.

§ 590. L'uomo, quale ora lo conosciamo, ha una tessitura di organi distruttibili dalle forze de' suoi simili, talchè ne può soffrir danno e morte, come anche ne può ritrarre molti beni e soccorsi. Ma se questa struttura fosse, per dir così, invulnerabile, o se le forze dell'uomo fossero talmente fievoli da non recare alcuna nociva impressione, o non prestare verun ajuto al suo simile, cesserebbe ogni fondamento di molti doveri tanto positivi quanto negativi, e riuscirebbero impossibili molti vizii e molte virtù. — La *passibilità* dunque della macchina umana e la sua *forza* determinano altri diritti, doveri, virtù, vizii e delitti.

§ 591. Ma se l'uomo, benchè dotato di una macchina, non abbisognasse di un *nutrimento* procurato dall'*industria*, ma invece lo assorbisse dall'atmosfera, e per una via più compendiosa compisse il nutri-

mento e l'assimilazione dei corpi estranei; se la temperatura delle stagioni in certi climi non irritasse dolorosamente le fibre del suo tatto, e talora non apportasse malattia e morte; egli è chiaro che non abbisognerebbe dei frutti della terra o del regno animale per ricovrarsi, nutrirsi e vestirsi. Perlocchè di nuovo la tanto estesa caterva dei diritti e dei doveri annessi al *dominio* delle cose, tanti oggetti di necessità, di comodo e di piaceri, e quindi tante passioni virtuose e malvagie non avrebbero esistenza.

§ 592. Adunque i bisogni fisici dell'uomo, derivanti dalla struttura e dalle determinazioni e relazioni della sua macchina, determinano assolutamente certe regole della morale.

§ 593. Così (senza dilungarmi in ulteriori enumerazioni) il numero, la diversità, l'estensione, l'intensità, la durata dei bisogni, le forze ora maggiori ed ora minori a poterli soddisfare, saranno e sono tutte circostanze che inducono e indurranno una diversità di numero, estensione, specie, durata ec. di alcune regole della morale (1).

§ 594. Da questo brevissimo saggio analitico consta abbastanza la verità della sovra allegata proposizione, che l'*ordine morale*, tanto nel suo stato, quanto ne' suoi rapporti attivi, sta interamente fondato e viene diversamente determinato dall'*ordine fisico*.

§ 595. Dunque le regole della morale, quali possano servire alla pratica umana, debbono essere tratte e definite dalle relazioni di fatto fisico-morali fra l'uomo e gli esseri che lo circondano ed hanno azione sopra di lui, e sui quali egli pure reagisce; e ciò in quanto le sue azioni *libere* possono influire sulla sua *felicità*.

§ 596. Ma in questo elevato punto di vista mancano pur tuttavia assaissime considerazioni, onde determinare la morale sociale. Qui non abbiamo contemplato l'uomo se non nel suo più astratto e generale concetto; ma vi manca la parte maggiore che può servirgli nel commercio co' suoi simili. Io ne farò quindi il più breve cenno, e generale.

---

(1) Il commercio tra uomo e uomo è intieramente fisico: le anime loro non si comunicano direttamente: il corpo vi sta frammezzo; e mercè di esso si eseguiscono tutti gli atti sociali. — Di più, col progresso dell'incivilimento sorgono variatissimi oggetti fisici, che divengono fondamento di nuovi diritti e doveri.

II. *Come l'uomo debba procedere nel determinare le regole della morale sociale.*

§ 597. La mente umana, fatte le convenienti osservazioni, scorge nell'uomo, al pari che negli altri esseri animati, il fine comune della conservazione degl'individui e della riproduzione loro. Questa è una legge di *fatto* naturale. Nella storia preliminare, proposta a fondamento di questa scienza, si è notato esistere in tutti gl'individui una invincibile tendenza al *piacere*, e un odio insuperabile al *dolore;* in una parola, l'*amor proprio* ossia l'amore alla felicità: legge di *fatto* reale della natura. — In terzo luogo alla conservazione, alla riproduzione, ed ai mezzi a quelle tendenti fu annesso l'*amore* e il *piacere*, ed alle cose contrarie l'*odio* e il *dolore*. Anche questa è legge di *fatto* reale di natura.

§ 598. Mercè quindi il collegamento dell'*amor proprio* alle sovra espresse cose il contemplatore scorge due leggi di *fatto* insieme coordinate allo stesso fine. — Dunque è costretto a dedurre in generale, che giusta l'ordine stabilito dalla natura, e giusta i rapporti del comune interesse, la distruzione, l'incomodo, la schiavitù, e in fine tutto ciò che tende a togliere o a sminuire la felicità altrui, sono cose vietate dalla natura, e per le quali da' suoi simili a lui ne deriverebbe danno, per il connaturale odio al dolore, per la tendenza alla difesa, e per gli stimoli alla vendetta; mentre per lo contrario tutti gli atti di soccorso e di beneficenza vengono muniti dall'approvazione della natura legislatrice, e sono vincoli di affezione e di colleganza. Da ciò vede esistere una norma delle sue azioni, indipendente dalla di lui esecuzione, i rapporti della quale gli arrecano o male o bene.

§ 599. Dunque egli scorge un bene ed un male annessi a siffatti atti, che riescono di stimolo o di freno alla sua libertà. Formando quindi la nozione degli atti che portano seco sì fatte conseguenze, nasce l'idea del *dovere*. — Osservando che il bene e il male annessi sono per lui inevitabili, e sentendo una unica ed invincibile tendenza alla felicità, ne trae la nozione della *obbligazione morale*. — In vista di una *norma*, ha un modello di paragone, onde nascono relazioni di *conformità* o di *difformità* fra quella e le sue azioni. Ecco la nozione di *giustizia*. — Siffatta norma essendo il risultato di rapporti realmente attivi, ed esistenti in natura, forma la nozione di *legge*. — Alla osservanza pratica od alla contravvenzione scorgendo annessi il *piacere* o il *dolore*, per tale unione e relazione forma l'idea di *sanzione*. — Finalmente scoprendo che per ciò appunto che la natura ha voluto la conservazione e la felicità,

del pari avrà autorizzato la volontà e la forza di ogni uomo a praticare gli atti a tal fine tendenti ed efficaci, ed avrà vietato ad ogni altro uomo l'impedirlo; così formerà l'idea del *diritto*.

§ 600. Dunque il *dovere* e il *diritto* non sono nella loro realità se non che modificazioni della libertà di *fatto* dell'uomo. Voglio dire, ch'essi non sono se non che gli atti stessi della sua facoltà di volere e di eseguire le volizioni, in quanto vengono riferiti alla norma ed al fine voluto dalla natura.

§ 601. Ma in natura l'atto *astratto* non esiste; non esistono che atti *individuali* dell'uomo. Presi come esistono, sono effetti di una forza: *agire* altro non è che produrre un certo effetto. La loro relazione non è che un concetto dello spirito umano: ben è vero che il loro esercizio è l'applicazione di una forza sopra un oggetto.

§ 602. Dunque i *diritti* presi nella loro realità, e riportati alla loro norma e al loro fine, non possono essere altra cosa che l'esercizio della volontà e della forza umana sopra certi oggetti, in quanto questi atti sono conformi alle leggi della natura, e tendenti a procurare il benessere umano.

§ 603. Dunque malamente e impropriamente dicesi *trasportare e alienare un diritto*. Il trasporto e l'alienazione non cade che sull'oggetto. L'uomo dal canto suo altro non fa, che raffrenare la sua forza dal praticare su di un dato oggetto quegli atti che prima a suo piacimento eragli lecito esercitare.

§ 604. Dunque una *convenzione* risguardante specialmente una cosa materiale, se si considera dal canto suo *morale*, altro non è che l'espressione della volontà di due o più uomini, per cui l'uno manifesta che a favore d'un suo simile egli ha deliberato ed assicura di non esercitar più la sua forza legittima sopra di una data cosa; e l'altro esprime di voler egli praticare senza ostacolo gli stessi atti. Viceversa, quando la convenzione ha per oggetto l'esecuzione diretta di qualche atto personale, l'espressione è pure la medesima, postochè dapprima una parte non era in dovere di praticare un atto della sua forza.

§ 605. Ma il possedere un dato oggetto materiale, oppure l'esercizio di un atto personale nel commercio umano, è per sè cosa utile, e sovente necessaria. Il continuare in siffatto possesso trae seco importantissime conseguenze al ben comune. Il richiamarlo contro la volontà del possessore apporta incomodo, dispiacere e contrasto. Inoltre trae seco per necessaria conseguenza il turbamento di molteplici connessioni necessarie al collegamento, alla conservazione ed ai progressi della società. — La

società è d'altronde uno stato asssolutamente necessario al benessere ed alla perfettibilità umana. Quindi nulla si può attentare contro di lei; e per lo contrario praticar si deve ciò che tende alla sua conservazione ed al suo meglio.

§ 606. Da ciò la mente umana deduce le regole risguardanti la *fede* e la stabilità dei *patti* non risolvibili senza il consenso scambievole delle parti. Internandosi poi nelle rattemprate modificazioni e nell'incrocicchiamento dei diversi rapporti del tutto sociali, e riportandoli al loro centro, ne trae, come per soluzione di un problema, le *limitazioni* ed *eccezioni* della regola risguardante la fermezza delle convenzioni.

§ 607. Qui però vengono in acconcio le leggi *positive*, le quali determinano ciò che è meglio nelle concrete nazionali circostanze, e che in una teoria assai generale non si potrebbe prendere in considerazione.

III. *Riflessioni.*

§ 608. Soffermiamoci alquanto in mezzo al corso delle idee, e riduciamole all'assunto che ci siamo proposto. — Da questo saggio discopriamo, che allorchè si tenta di stabilire le nozioni e le regole morali, si debbono necessariamente eseguire quattro operazioni principali.

I. Radunare i fatti speciali dell'ordine fisico-morale di natura sulle qualità e sui bisogni degli uomini circondati, nel sistema attuale delle cose, dai loro simili e dagli altri esseri, e trarne le osservazioni, cioè a dire scegliere i fatti in cui tutti convengono. Per verità, questa operazione ha due lati: quello della *storia*, e quello della *osservazione*.

II. Classificare queste osservazioni di *fatto* a norma che si estendono ad un maggior numero di circostanze e di individui umani.

III. Arrestarsi sulle più generali categorie delle osservazioni di *fatto*, per riportare le cagioni, le forze e gli effetti, che si hanno sott'occhio, ad un effetto centrale, il quale è il benessere dell'uomo, e rilevare quali effetti o utili o nocivi producono i suoi atti liberi e razionali.

IV. Esprimere il risultato che nasce da questa contemplazione in ogni sua parte. Egli esprime una natural legge morale di diritto; l'atto indicato è un dovere, un diritto, una virtù, o il contrario di queste cose; il bene o il male annesso è la *sanzione;* la cognizione di tutto questo presenta i motivi persuadenti o dissuadenti dall'atto: questa è l'*etica.*

§ 609. Tutto ciò dètta una regola della morale. — Di queste quattro operazioni logiche le due prime preparano i materiali della scienza; le due ultime la creano. — Il metodo delle due prime è *analitico*, *comparativo*, e in seguito *ricapitolante*. Ivi la mente analizza, paragona, ri-

compone. — Il metodo delle due ultime è *sintetico*. — Le due prime sono comuni a quella che appellasi *filosofia dell' uomo*; le due ultime appartengono interamente alla scienza dei diritti, dei doveri e dei motivi a praticarli.

Questa scienza è adunque, rapporto al metodo suo intrinseco, necessariamente *sintetica*.

IV. *Cautela*.

§ 610. In mezzo a tutte queste operazioni, a fine di non errare, e di evitare una morale assurda e sovente perniciosissima, rendesi indispensabile usare di una cautela. L'abbiamo accennata dove esibimmo un saggio della logica delle nozioni generali risguardanti le cose pratiche, che qui preghiamo di richiamare (ved. Parte II. Sezione I. Capo XIX).

§ 611. Da questa si traggono due avvertenze. La prima si è, che stando sui gradi più elevati delle categorie, sebbene il risultato scoperto debba servire all'uomo di norma, ciò nonpertanto egli è tuttavia imperfetto, perchè non inchiude per anco le opportune determinazioni pratiche, le quali nasceranno dalle ulteriori meno elevate considerazioni. La seconda si è, che sarebbe un abuso il rigettare sotto tutti i rapporti la norma scoperta, conciossiachè ella è fondata sopra un supposto reale. In breve, affermar si deve che tanto una regola astratta racchiude di verità, quanto di supposto reale; e tanto di supposto reale, quanto la mente umana, mercè l'astrazione, ha ritenuto di comune agli oggetti in quella categoria.

§ 612. La seconda cautela si è di discendere gradatamente dalle più elevate e generali alle inferiori e più speciali categorie, le quali divengono più complesse nella loro intima nozione; tessere un esatto paragone fra l'una e l'altra; e finalmente, dopo le più accurate analisi delle qualità e dei rapporti che ognuna contiene, costruire con tutti i frammenti raccolti un solo corpo di nozione e di regola, la quale, in tal guisa creata, sarà la piena, reale e completa regola morale pratica.

§ 613. Il trasandare questa cauta, analitica e difficile condotta è cosa infinitamente nociva tanto alla verità, quanto al benessere delle popolazioni. — Per esibire un esempio che convinca di questa verità gettiamo uno sguardo sul punto di prospettiva in cui la comune degli scrittori assume l'uomo all'oggetto di decretare la dichiarazione de' suoi diritti.

§ 614. In questo punto di vista tutti gli uomini hanno la medesima origine: tutti nascono da una femmina e da un maschio. Eglino hanno le medesime facoltà e gli stessi bisogni. Queste sono osservazioni di *fatto* generali, e sono vere. Ma rimangono per ora escluse le particolari diffe-

renze, che sono pure di *fatto*, e sono reali tanto nelle qualità, quanto nelle circostanze e relazioni. — Dunque in questo punto di vista tutti gli uomini sono simili ed eguali; dunque sono dotati di simili ed eguali diritti.

§ 615. Ma siccome un diritto non è veramente qualche cosa di effettivo per l'uomo, se non riportato ad un oggetto estrinseco utile; e siccome gli oggetti dei diritti umani sono le cose esterne che li circondano; e dall'altra parte la natura non ne ha specificato alcuno: dunque in forza di questi soli rapporti astratti tutti gli uomini hanno diritto eguale sopra tutti i beni e sopra tutte le modificazioni utili.

§ 616. Ma applicando alla pratica questo principio in tal guisa dedotto, quanti mali non reca egli? In forza di lui, se io posseggo legittimamente maggior copia di beni procacciati mercè la mia industria, un altro può senza necessità e a mio malgrado ritormeli. Diffatti, s'egli ha un diritto eguale al mio sulle cose utili, non si verificherebbe più questa eguaglianza, se non si potesse riportare al suo naturale oggetto.

§ 617. Dovremo noi ammettere questa conseguenza? No, dice il buon senso, l'interesse comune e la natura. — Ma ella è pure una legittima deduzione. Il raziocinio è pur dedotto logicamente.

§ 618. È vero, io replico; ma il principio astratto non racchiude tutte le idee necessarie ond'essere ridotto a pratica. Primieramente non si è fatto osservare che i bisogni sono limitati. Questa circostanza non contemplata determina la misura dei diritti e dei doveri entro i limiti della necessità. Postochè nascono dal bisogno, dove cessa la sfera di estensione del reale bisogno, cessa pure l'attività del diritto che ne deriva. Così è tolta la guerra.

§ 619. Ma diremo noi che gli uomini non siano eguali? Negheremo noi la misura della equità? Dove anderebbe a risolversi la norma della giustizia fra uomo e uomo?

§ 620. Rispondo: che se si limita il principio, non ne deriva una siffatta conseguenza. Ritornate al vostro principio astratto; discendete, se vi piace, al secondo punto di vista che la natura stessa vi presenta nello stato reale dell'uomo, vale a dire a quella fonte medesima d'onde avete attinto il vostro principio, e troverete che si concilia colla ragione e colla comune utilità.

§ 621. L'eguaglianza non esprime un diritto in sè medesimo, sì bene la misura di un diritto; l'eguaglianza non è che un'idea relativa ad una quantità. — Ora questa misura o si riporta all'oggetto del diritto, o alla difesa dello stesso diritto. Sotto di questo secondo aspetto esprime che ciascuno è uguale ad ogni altro per rapporto all'esercizio delle sue fa-

coltà, in quanto nessun uomo può togliere o diminuire porzione alcuna delle competenze rispettive.

§ 622. Ma tal cosa si può ben anche verificare con diritti che siano, rapporto alla specie, al numero e alle misure, diversi e disuguali. — Se la natura avesse, per esempio, vietato all'uomo di uccidere e di assoggettare i bruti, di privarli dei loro covili e della loro pastura; se, per modo d'ipotesi, avesse fatto loro dono della intelligenza e della favella; non è egli vero ch'eglino avrebbero potuto dire all'uomo: tu non hai nessun impero sopra di noi, come noi non ne abbiamo sopra di te; tu non puoi espellerci dai nostri covili e dalle nostre tane, come noi non possiamo cacciarti dalle tue case; tu non puoi toglierci la nostra pastura, come noi non possiamo cacciarti dalla tua mènsa: dunque noi siamo eguali, ed egualmente liberi: i nostri diritti sono rispettivamente ed egualmente inviolabili?

§ 623. Ma ne verrebbe per ciò, che i diritti dell'ostrica fossero in sè stessi pari a quelli dell'uomo? Perlochè altro è dire che tutti gli uomini sono egualmente liberi, altro è dire che i loro diritti siano esercitati con eguale misura, altro è dire che la natura non frapponga veramente reali differenze tanto interne che esterne, ed anche accidentali, ad esercitare ugualmente gli stessi diritti. Ora in pratica siccome appunto le cose vengono rivestite di tutte le loro qualità anche accidentali, e si verificano colle loro differenze reali; così il principio astratto dev'essere determinato dalla considerazione di queste differenze di *fatto* reali, quando non collidono il tenore del principio astratto ridotto a norma di condotta degli esseri umani. — Questo principio che cosa determina egli in pratica? Di non soverchiare nè ledere le altrui competenze. Ora se dall'astrazione generalissima, in cui non ravvisiamo fra gl'individui umani veruna differenza discernibile, discendiamo d'un solo grado, troviamo che l'ordine di natura, senza cangiar niente degli attributi essenziali, può aver posto fra loro una disparità d'ingegno, di forze, d'industria, di fortuna, di clima, di posizione geografica. Da ciò nell'esercizio dei diritti di ognuno deve nascere disparità di comodi, di lumi, di benessere, pei disuguali oggetti dei possessi e della fortuna; e tutto ciò senza violare i rapporti fondamentali dell'eguaglianza, la quale all'opposto difende questa disparità da ogni aggressione degl'inferiori, pel motivo appunto che affrena i più industriosi e fortunati dall'attentare nulla di nocivo contro gli inferiori stessi.

§ 624. Io sono eguale a te in faccia della legge politica, dice il neghittoso all'industrioso, il povero al ricco, l'oscuro all'onorato dalla patria.

— Sì, lo sei in quanto la legge non ti considera soggetto a me; perchè ci obbliga entrambi a rispettarci; perchè se imploriamo la sua autorità, se si tratta di concorrere al ben comune, ci riguarda con pari affezione: ma non perchè ti debba far parte dei frutti della mia industria, della mia fortuna, degli onori da me acquistati e de' miei onerosi privilegii. Se tu avrai pari industria, ingegno, fortuna, merito, virtù, tu godrai uno stato eguale al mio. La tua eguaglianza astratta è dunque ipotetica. In tutto ciò noi siamo diseguali: dunque diseguali debbono essere anche i diritti relativi che godiamo in faccia della legge.

§ 625. Ma d'onde nasce questa conciliazione? Dall'aver prese in considerazione alcune circostanze di *fatto* dell'ordine reale di natura, non comprese nella nozione di *fatto* che formava il concetto del principio astratto. Discendo alquanto dalla montagna, e dico: tutti gli alberi sono egualmente alberi; ma non tutti gli alberi sono eguali.

§ 626. Non altrimenti che le apparenze ottiche hanno un'effettiva verità alle diverse distanze da cui si contempla l'oggetto, talchè ogni pittura che se ne fa si può dir sempre fedele, ma pure diversa in date distanze; così pure nelle regole pratiche avviene che i principii (benchè nelle diverse generali categorie siano veri) nulladimeno non sono completi che nel punto più vicino alla realità, perchè la pratica non può mai essere astratta.

§ 627. Lo stesso sperimento che ho tentato sull'eguaglianza eseguir si potrebbe egualmente sulla libertà. Ma ciò soverchiamente mi devierebbe dal mio scopo.

§ 628. Si perdoni questa lunga digressione all'importanza della opinione che io poteva temere contraria; si perdoni alla mancanza di metodi precisi di ragionare in morale; e finalmente alla rilevanza della materia medesima troppo interessante all'umanità, e in cui per difetto di metodo si sono commessi e tutto dì si commettono innumerevoli errori calamitosi alla società.

Articolo II.

Se gli uomini nell'epoca barbara della immaginazione possano conoscere le regole della morale.

§ 629. La risposta è già fatta dalla dipintura dello stato di quell'epoca paragonato col complesso dei doveri logici fin qui esposti.

Che se il cuore di molti ripugna all'atrocità, alla violenza ed alla soperchieria, non ne viene perciò che senta una tale ripugnanza in vista

d'un paragóne con una regola teoretica, anzichè per un effetto di sensibilità determinato dall'attività delle idee acquisite, la cui efficacia ed impressione piacevole o dolorosa viene diretta dai rapporti della sua natura, giusta quanto si è veduto di sopra (ved. Capo XIV. Art. III. IV. e V. di questa Sezione). Ad acquistare la cognizione d'una cosa qualunque non vi sono che due sole vie; vale a dire o l'*invenzione* propria, o l'*istruzione* altrui. Ma la prima è impraticabile, se non si hanno dapprima predisposte le idee, se la ragionevolezza e la coltura non sono giunte ad un certo grado di sviluppamento proporzionato alla comprensione delle astrazioni; e per conseguenza, se l'attenzione non venne fissata dapprima sugli aspetti parziali delle cose, se non ne ha ritrovati i segni e annessevi le idee, e in breve se lo spirito umano non abbia eseguite tutte quelle operazioni che si sono dimostrate indispensabili alla ragionevolezza ed alla scoperta della verità (ved. Parte II. Sezione I. Capi VIII. IX. XI. e XX). L'*istruzione* poi è impossibile dove mancano le persone che siano fornite di lumi, e li possano somministrare ad altrui. — Ma in questa epoca delle popolazioni e l'una e l'altra di queste condizioni mancano interamente (ved. Cap. XIV. Art. VII. VIII. e IX. di questa Sezione). Dunque manca ogni mezzo di conoscere le regole teoretiche della morale.

§ 630. Si chiederà se colla guida del solo *sentimento*, benchè acquisito e determinato dalla natura nel modo sopra annunciato, possano le popolazioni recare giudicii morali tanto retti, quanto mercè il lume della più perfetta cognizione delle regole teoretiche.

§ 631. Rispondo, che se molte volte ciò far possono, ciò non trattiene le popolazioni dal cadere spesso nell'errore. Il sentimento diviene *fallace* ogniqualvolta vi si mescola qualche estrinseco eterogeneo interesse. Il sentimento diviene *fallace* ogniqualvolta vi si associa male un'idea. Così se per alcune particolari circostanze in un popolo nasca la credenza che sia atto di compassione l'uccidere i vecchi e l'esporre i bambini, esso lo farà freddamente, ed anzi s'applaudirà di praticare un atto umano; se crederà rendersi terribile ai vicini, o fare un'opera meritoria mangiando o abbruciando vivi i suoi nemici, ciò pure praticherà con allegria di cuore; e così dicasi del resto. L'ospitalità, benefizio tanto costantemente usato presso tutte le barbare nazioni della terra tanto antiche quanto moderne, quante volte non è stata violata cogli atti i più immorali! — Aprite gli annali del genere umano; leggete la storia delle nazioni in un'epoca simile a quella che esaminiamo, e poi rispondete se entro a quella il solo *sentimento* possa servire di sicura guida morale alle popolazioni.

§ 632. Ora se cotanta è la fallacia di questo mezzo, come mai si potrà stabilire la tesi generale, che il *sentimento* possa essere un sicuro direttore dei giudicii morali, e quindi riescire un *criterio di verità?*

§ 633. Io non dico perciò che il sentimento molte volte non detti quegli atti medesimi che le regole morali additano; ma se egli non esclude per sistema intrinseco e generale le opinioni *immorali*, sarà eternamente vero che converrà determinarne la direzione colla combinazione delle *circostanze esterne*, o rettificarne le aberrazioni. Questa è l'opera delle leggi, e di una ragione pienamente illuminata; e le une e l'altra non si riscontrano che in un' epoca ulteriore di incivilimento per lente e graduali progressioni eseguito. Ed anzi in questo stato medesimo di perfetta società v'hanno *gradazioni*, le quali se prima non sono fedelmente seguite, non si giunge alla vista della verità; la quale all'occhio umano non si presenta se non sotto un punto di vista unico e vicino, e dopo che è salito ai più sublimi gradi della perfettibilità, come in parte si è già veduto, e più ampiamente si vedrà in progresso.

§ 634. Questo sarebbe il momento nel quale, volgendo l'occhio sulle culte ed illuminate popolazioni, dovrei fare l'applicazione delle teorie fin qui tessute allo stato di *fatto* del Pubblico; e, riscontrando le cognizioni necessarie alla scoperta della verità colla *pratica* possibile di questo *Pubblico*, far sì che risultasse evidentemente la verità della risposta da me recata al proposto quesito. Ma siccome l'unità sistematica, che appoggia e sostiene la catena delle verità, non permette speculazioni *dimezzate*; così debbo sospendere ora dal procedere a siffatta conchiusione, fino a che non abbia esposte e sviluppate altre fondamentali considerazioni.

CAPO XVI.

Necessità di conoscere la base della certezza delle cose di fatto. — *Ricerche relative.*

§ 635. Due sole specie di *verità* possono esistere; cioè a dire le *verità di fatto* e quelle *di raziocinio*, corrispondenti appunto alla *sensazione* ed alla *riflessione*.

§ 636. Non escludo il *raziocinio* dalle *notizie di fatto*, ben sapendo che a guidare l'uomo alla loro scoperta, o ad accertarlo delle loro qualità e delle loro circostanze, soventi volte è mestieri del *raziocinio*. Ma allorchè scopo primario del ragionamento sono le cose di *fatto*, egli non diventa se non che un mezzo subalterno, onde porle in luce ed in certezza. Ciò però non altera nè corrompe l'indole e la costituzione della

verità rintracciata, nè può alterarne la specie; non altrimenti che una strada non può cangiare la forma o la collocazione della meta a cui si tende. — D'altronde in ultima analisi i *raziocinii* che servono ad accertare i *fatti* sono in sè medesimi altrettanti risultati di altri *fatti* diversi, per la ragione che i *raziocinii* risultano dalle *idee* acquistate coll'*esperienza*.

§ 637. Ripigliamo il filo a cui tendeva l'incominciamento di questo discorso. I giudicii umani, aventi per oggetto la *verità*, debbono poggiare essenzialmente sullo stato reale delle cose. — Abbiamo accennato che ogni nozione anche astratta e generale non è vera, se non in quanto si può in ultima analisi ridurre ad una idea di esperienza. — Dunque ogni teoria non sarà vera se non in quanto esprime la connessione ed i rapporti vicendevoli di molti fatti reali della natura o fisica o morale o mista.

§ 638. Ma se i fatti immaginati non sussistessero, ogni nozione sarebbe puramente *ideale;* ogni teoria diverrebbe un mero *romanzo.* — Dunque l'uomo giudicando che siffatte cose veramente esistessero, ed in natura fossero come egli le concepisce, formerebbe un *falso giudicio.*

§ 639. Quindi affinchè ogni pensamento umano si possa dir *vero*, tanto rapporto a' suoi fondamenti, quanto rapporto alle sue deduzioni, è assolutamente necessario che la sperienza non sia fallace.

§ 640. Ma approssimiamoci vieppiù allo scopo a cui tendono le nostre osservazioni. Siccome in natura qui non abbiamo che l'uomo e gli esseri che lo circondano, così tutti i *fatti* si racchiudono entro questa sfera. — Dunque i *raziocinii* aventi per iscopo la *verità* entro questa sola sfera si aggirano, nè oltre si possono estendere.

§ 641. Ma siccome gli esseri non sono fra loro nè sconnessi, nè isolati; ma all'opposto per un'azione, per una reazione, per un assorbimento scambievole si ravvolgono entro innumerabili sfere, or più ed or meno ampie, di reciproca influenza, talchè fra loro alcune si ajutano, altre si collidono, altre predominano, ed altre servono: così i *fatti* saranno risultamenti necessarii della materia e dello spirito, modificati, aggirati, e in milioni di guise composti dall'azione, dalla forma, e dallo stato accidentale e progressivo dei soggetti medesimi posti in iscambievole comunicazione e dipendenza.

§ 642. Ciò premesso, approssimiamo ancora di un grado le idee al nostro soggetto. — La base prima delle scienze è la storia di qualsiasi genere, come ora si vede. Ma quand'anche i *fatti* fossero certi *in sè medesimi*, se chi deve recar giudicii su di loro non avesse *prove* indubitate

della loro esistenza e delle specifiche circostanze o per l'esperienza o per indubitata autorità, i giudicii non risulterebbero mai certi. — Dall'altro canto il numero dei *fatti* che possono constare ad ognuno mercè la propria esperienza è ristrettissimo. Dunque è inevitabile il riportarsi quasi intieramente all'altrui tradizione o scritta o verbale.

§ 643. Ma se sulla *nuda* inesaminata fede altrui si ammettessero i *fatti*, è troppo chiaro che il fondamento dei giudicii nostri sarebbe temerario. Allora col favore di questa precipitanza si potrebbe sempre intrudere e far ammettere come certo qualsiasi fatto non contestato, e sovente ancora fatti realmente falsi. Perlochè i giudicii che ne sorgessero non potrebbero tenersi mai qual *criterio di verità*.

§ 644. Che se ci rimanesse dubbio sulla *veracità* del Pubblico, come mai potremmo esser certi della verità delle notizie a noi trasmesse mercè la via della *tradizione?* — Dunque, prima di tutto, deve esistere in natura un *fondamento* certo ed infallibile, il quale ci rassicuri che la narrazione e la tradizione, poste almeno certe circostanze, non sono menzognere: altrimenti, mancando questo primo fondamento, noi saremmo aggirati da un perpetuo dubbio su tutte quelle cognizioni le quali non ci constassero per *immediata esperienza*. Perlochè quasi tutto lo scibile avrebbe una fonte meramente *precaria*.

§ 645. Dunque, oltre l'avere un principio indubitato della certezza reale delle cose di *fatto*, avvi d'uopo alla certezza dei giudicii umani che esista un chiaro e fermo teoretico *fondamento* che ci assicuri dell'altrui *veracità*. Nè pensar si deve ch'egli riguardi soltanto que' fatti che formano la storia civile o religiosa; ma abbraccia eziandio i dati e i fatti dell'ordine fisico, psicologico e morale misto. — Quando il Pubblico e il più dei fisici medesimi giudicano che gli esperimenti di Newton, di Haller, di Franklin, di Lavoisier sono veri; quando ammettono come autentiche le storie di Buffon, di Bonnet, di Réaumur, di Trembley, di Spallanzani, di Linneo, di Tournefort; quando riportano con fiducia le osservazioni di Galileo, di Cassini, di Huyghens, di Keppler, di Herschel ec., non hanno certamente (se non pochi di loro) ripetute e confermate e verificate le loro esperienze o le loro osservazioni. Su qual fondamento adunque le ammettono? Certamente su quello della *nuda fede* di alcuni pochi. Poichè si scorge che la *certezza* della tradizione forma presso quasi tutti gli uomini l'unica *cauzione* dei fondamenti delle più alte verità fisiche e morali.

§ 646. Ma questa medesima *certezza* ove riposa ella? Qual è il principio logico che rigorosamente ci convinca della validità dell'altrui fede?

— Egli c'importa certamente di scoprirlo e trovarlo dimostrativamente, affinchè possa servirci di criterio.

§ 647. Eccoci quindi per una spinta inevitabile trasportati nostro malgrado ai primi anelli che sostengono tutta la catena delle deduzioni addotte fin qui, e per conseguenza di tutte le umane cognizioni. Dunque per un *prolegomeno* generale di tutto lo scibile è mestieri indagare:

I. Se esista un *fondamento* di certezza della *veracità* dei privati e del Pubblico.

II. Quale *certezza* convenga attribuirvi.

III. Quali requisiti debba presentare, onde produrre la detta *certezza.*

IV. In quali materie praticamente si possa ammettere che ella si verifichi.

Ecco le ricerche che ci debbono occupare nella Parte seguente.

PARTE III.

Dei giudicii del Pubblico sui fatti esterni.

SEZIONE I.

Parte metafisica della veracità.

CAPO I.

Questioni sulla veracità del Pubblico.

648. Quando si chiede della *veracità* del Pubblico non si chiede s'egli abbia realmente veduto, sentito o provato una data cosa, o se pure siasi ingannato nella sensazione di essa; se abbia sanamente giudicato, pensando che esista realmente fuori di lui una serie di oggetti ed una diversità di modificazioni corrispondenti alla diversità delle sensazioni provate dentro di sè: ma bensì si chiede s'egli esprima *fedelmente* ciò ch'egli ha sentito, o che almeno gli è parso di sentire. La prima di queste cose riguarda la verità della *sensazione;* la seconda riguarda la verità del *racconto:* ed è di questa di cui ragioniamo. — Certamente è manifesto che se la prima non fosse vera, la seconda sarebbe falsa, benchè fosse *fedele.*

§ 649. Ma, generalmente parlando, se si dovesse rivocare in dubbio la verità delle *sensazioni* del Pubblico, si rivocherebbe pure in dubbio ogni verità di *sensazione* dell'intero genere umano di qualunque tempo e di qualunque luogo, perchè a tutti gli esseri costituiti similmente sono comuni le facoltà e le maniere colle quali subiscono le impressioni e ricevono le idee degli oggetti che li circondano.

§ 650. So che tutto questo non prova intrinsecamente la verità della cosa, ma solamente prova che tutti gli uomini s'ingannerebbero; e so altresì, che alcuni non hanno arrossito di produrre un sì ardito paradosso. V'hanno però intorno a tal punto due differenti opinioni.

§ 651. I meno visionarii supposero che alle verità della *sensazione* importi ch'essa sia un'immagine ed un modello simile all'oggetto esterno; e supposero inoltre, che senza una siffatta rassomiglianza i giudicii non siano veri; e perciò quando consti che siffatta convenienza non esista fra le idee e i loro originali, tutti i giudicii che le riguardano si debbano

dire assolutamente *falsi*, o veramente ch'eglino si debbano riguardare come *incerti*, ogniqualvolta se ne debba dubitare. Ora siccome le apparenze degli oggetti esterni variano talvolta; e siccome eziandio, perchè l'uomo trasporta fuori di sè alcune idee, il volgo per una falsa opinione (che si scopre falsa dal filosofo) giudica esistere le cose in natura quali egli le vede nella propria sensibilità; e talvolta eziandio i pensatori sono d'avviso che certe qualità apparenti realmente esistano negli oggetti: così dedussero che l'uomo manchi perpetuamente di un fondamento e di un criterio sicuro di verità, e che quindi o non debba assicurarsi, o debba dubitare perpetuamente de' suoi giudicii. Questa è una delle prime accuse, anzi la maggiore e la fondamentale intentata dal pirronismo contro la ragione umana.

§ 652. Da tutto ciò non pertanto è chiaro che si suppone, almeno in generale, e si dà come certa l'esistenza di *qualche cosa* di reale fuori di noi, che cagiona in noi le idee, negandosi solo la *cognizione* della loro intima natura. Ciò basta al vero filosofo per provare tuttavia l'assunto della verità delle sensazioni; ed ancorchè ciò si negasse e si dimostrasse falso, riducendo l'universo tutto ad un puro fenomeno ideale, sussisterebbe pur tuttavia almeno la verità dei *giudicii* intorno alle idee interne, cioè a dire fra idea e idea: la qual cosa assai importa alla ragione umana.

§ 653. Altri poi più arditi negarono positivamente l'*esistenza* d'ogni cosa reale fuori di noi, chiudendo nel solo principio pensante la *cagione* di tutte le sue idee ed affezioni. Ora che cosa dobbiamo noi veramente adottare intorno a siffatte opinioni? Non è forse cosa decisiva il sapere certamente a quale partito dobbiamo appigliarci mentre cerchiamo della verità dei *giudicii* del Pubblico, e, quel che più importa, cerchiamo se possa servire di *criterio di verità?* — Esaminiamo prima quest'ultima opinione, la quale nell'ordine delle cose è anteriore alla prima.

CAPO II.

Esame dell'idealismo. — Della prima idea.

§ 654. Supponiamo per un momento che sostener si voglia l'idealismo, e ammettiamolo pure senza alcune di quelle prove che pur si avrebbe diritto di esigere da chiunque promove un sì straordinario pensamento. Ciò non ostante io dico, che ragionando sui termini soli del supposto ammessi dall'idealista, si può vigorosamente convincerlo di falsità.

§ 655. Egli in primo luogo confessa la propria esistenza, ammette le proprie idee, e tutto ciò che accade dentro di lui, e solo nega l'esistenza

degli oggetti esterni; talchè riduce l'universo tutto ad un mero apparente fenomeno ideale. Ecco il suo supposto.

§ 656. Ciò posto, egli sente la differenza che passa fra idea e idea; egli sente quindi le rassomiglianze e le differenze loro, le loro convenienze e le loro ripugnanze. Così egli sente che l'idea di *unità* ripugna all'idea di *moltiplicità*, che all'idea di *effetto* corrisponde quella di *cagione*.

§ 657. Egli sente perciò che nell'*eguale* intrinseca possibilità e indifferenza di esistere di molte cose, quando ne esiste soltanto una, e non le altre, vi deve essere una ragione speciale estrinseca, per cui esista piuttosto l'una che l'altra; poichè sarebbe assurdo e contraddittorio che con una pari ragione interna di esistere non esistessero tutte, e quindi che ne esistesse soltanto taluna particolare. Egli non può dissimulare la verità di questo principio, qualunque sia l'occulta e incognita essenza delle cose; poichè l'ignoranza umana far non può che un essere qualunque sconosciuto racchiuda simultaneamente essenziali ripugnanze, per cui sia forza dire ch'egli esiste e non esiste nello stesso momento; altrimenti negar si potrebbe non solo l'esistenza dei corpi e di ogni oggetto esterno, ma eziandio quella delle idee e del loro fondamento.

§ 658. Ciò ritenuto, si scopre incontanente che la produzione delle nostre idee e di tutte le affezioni primitive della sensibilità non è effetto della volontà umana. Infatti quante volte la sensibilità nostra deve subire situazioni, cui non solo la nostra volontà non desidera, ma possentemente rifugge e fa ogni sforzo di allontanare!

§ 659. Inoltre, se è *d'essenza* della volontà stessa di volere o di non volere se non ciò che la mente dapprima conosce aggradevole o disaggradevole; se la *precognizione* dell'oggetto è una legge invariabile e necessaria dell'essere nostro: egli è dunque assurdo che la volontà umana produca un'idea, cui la facoltà di sentire e di rappresentare non ebbe mai; o che voglia anche soltanto riprodurne un'altra, ch'ella ebbe un tempo, ma che presentemente non ha. Ed in vero, se ciò dovesse avvenire, la volontà nostra vorrebbe senza *oggetto* di volizione, vorrebbe nulla; cioè a dire, vorrebbe e non vorrebbe nello stesso tempo. Da ciò dunque giova dedurre, che la produzione e la riproduzione delle idee non è effetto dell'umana volontà: bensì essere lo possono talvolta l'aumento o il decremento in *vivacità* mercè l'attenzione applicata sull'una piuttosto che sull'altra.

§ 660. Se dunque dobbiamo cercare la cagione dell'esistenza delle idee nell'essere nostro, escludendo nel tempo stesso l'intervento d'ogni

esterno eccitatore: noi siamo costretti a collocarne l'origine nelle qualità e nelle determinazioni che compongono la natura stessa e lo stato di quell'essere unico che forma la nostra personalità.

§ 661. Ciò determinato, ripigliamo il supposto. L'idealista ammette la propria esistenza ed il sentimento delle proprie idee. Egli quindi non può negare che queste idee siano fra loro *diverse* e *successive*, e che finalmente nella loro successione non mantengano punto un *ordine* stabile ed uniforme. Così egli sente in sè stesso di avere, a cagion d'esempio, ora l'idea di un colore ed ora di un altro, ora di un suono ed ora di un sapore, ora di un odore ed ora di un contatto, ora del freddo ed ora del caldo, ora della virtù ed ora del vizio, ora del bello ed ora dell'utile, ec.; ed egli sente altresì che tutte si succedono, si ripetono, si variano, si affollano in infinite maniere. Egli sente, per esempio, che un gruppo d'impressioni, ch'egli chiama *il suo corpo*, lo segue senza dipartirsi mai da lui; egli sente che molte altre, che appella *idee famigliari, abituali, domestiche*, si riproducono e si ripetono sempre mai a un dipresso le medesime, ma accoppiate con infinite altre che vengono somministrate dalla giornaliera variatissima esperienza.

§ 662. Egli inoltre non può negare ch'egli stesso, quell'*io* ch'ei sente immedesimato con tutte le idee, è il fondamento unico di tante successive mutazioni; cioè a dire, che tutte si producono e variano su di un solo soggetto, ch'è egli medesimo.

§ 663. Dunque è forza dedurre ch'egli non ha nell'essenza dell'esser suo *ripugnanza* alcuna a produrre piuttosto l'una che l'altra; altrimenti non esisterebbero giammai, essendo dall'ipotesi egli stesso la cagione unica di tutte.

§ 664. Dunque, recando il pensiero sul soggetto comune di tutte queste modificazioni, è forza dedurre che l'essere suo esistente si deve necessariamente considerare una potenza *comune*, capace a produrre egualmente tutte le suddette modificazioni; e per conseguenza non si può supporre di natura sua *determinato* a produrne una piuttosto che l'altra.

§ 665. Ma siccome elleno sono *successive*, così io mi posso almeno coll'immaginazione recare alla prima. Colà, avendo io avanti di me un essere naturalmente capace bensì a produrle tutte, ma per sè stesso *indifferente* ad ognuna in particolare, in lui solo non trovo ragione per cui debba incominciare piuttosto dall'una che dall'altra idea. Dunque per averne una *in particolare* deve essere specialmente determinato da qualche impulso esterno.

§ 666. Essendo pertanto cosa di esperienza innegabile, che noi abbiamo particolari e successive idee, egli è forza ammettere che almeno la prima dev' essere in noi derivata da qualche oggetto esterno.

CAPO III.

Continuazione. — Delle idee posteriori.

§ 667. Quello che ora abbiamo detto della prima idea dell' uomo si deve pur verificare di tutte le altre *successive*, tanto in forza dell'esperienza, quanto in forza della natura stessa delle cose. Imperocchè è cosa di fatto, che non sempre una tale determinata idea succede ad un'altra speciale; ma la stessa succede molte volte a diversissime, ed è in tempi differenti madre di moltiplici e disparate idee e sentimenti. Lo stesso pur dicasi di qualunque altro sentimento, volizione ed affezione dell' essere nostro senziente.

§ 668. Ciò posto, siccome il *fondo* di questo essere senziente interviene, per dir così, come quantità *comune* e *simile* in tutte le modificazioni successive del nostro interno (ved. il Capo precedente); così non si potrebbe in lui ritrovare la ragione determinante e decisiva delle infinite differenze di accoppiamenti e successioni delle nostre affezioni. Dunque siffatta ragione indagar si deve nell'*idea* stessa. Ma essa, qualunque siasi, è di sua natura *determinata;* e perciò se la di lei forma o indole o forza qualunque occulta e produttrice fa sì che a lei debba succederne una data e particolare, non potrà *di natura sua* certamente farne succedere un' altra; e assai meno parecchie altre disparate, e sentimenti d' indole fra loro diversa: poichè sarebbe contraddittorio ch' ella fosse determinata *di natura sua* verso di una in un tempo, e verso di un'altra in un tempo diverso. Essa non può adunque in tale ipotesi soddisfare ai fatti incontrastabili di esperienza che accadono dentro di noi, a meno che non si appelli in soccorso l' azione di qualche motore esterno che renda ragione di siffatte differenze.

CAPO IV.

Continuazione. — Confermazione dei Capi antecedenti.

§ 669. Ma io dico ancor di più. Quand' anche la catena delle idee fosse talmente variata nella sua successione, che non si potesse mai verificare il caso che l' anima siasi ritrovata nello stesso stato psicologico due volte, ma che in vece le situazioni sue siansi sempre andate cau-

giando; pure dovrebbe tuttavia accordarsi che tutto ciò fu opera di esterne cagioni. Conciossiachè, per ciò appunto che l'essenza dell'essere nostro, almeno per la prima volta, abbisogna dell'intervento di un agente esterno per determinarsi a qualcheduna speciale, per ciò stesso questa determinazione è un effetto che in ultima analisi si deve attribuire all'oggetto esterno. — Cessando adunque la sua azione, deve cessare altresì in me la modificazione che ne derivò; e quindi ogni altra successiva idea deve ripetersi da un altro esterno motore.

CAPO V.

Continuazione. — Obbiezione. — Esame del fondamento dell'armonia prestabilita comune all' idealismo.

§ 670. Dir si potrebbe che per una sua qualità incognita la prima idea venendo accoppiata all'attività occulta dell'esser mio, può da sè sola recarmi un' altra determinata affezione; giacchè lo stato dell' essere mio precedente è specialmente determinato, e può quindi anche determinare specialmente lo stato successivo (1). Risponderei: che primieramente non si adduce ragione, per la quale dopo l'allontanamento dell'oggetto esterno, che agì la prima volta, io non debba piuttosto continuare nella modificazione da lui ricevuta, anzichè subirne un' altra totalmente diversa; non altrimenti che in quello ch' io chiamo *corpo solido*, fatta una traccia da un altro corpo, rimane l' impressione, e dura fino a che altre ulteriori cagioni non vengano a cancellarla.

§ 671. Ma, non contento di ciò, dir potrei che nell' ipotesi contemplata è ben vero che la catena delle idee è sempremai variata senza ripetizione; ma è pur vero ad un tempo stesso, che le parti singolari ne sono talmente determinate, che non solamente ogni idea è in sè stessa ciò ch' ella è, ma inoltre è diversa da ogni altra; talchè tutto ciò rende affatto determinato l'ordine con cui si succedono. Ciò stante, si dovrebbe supporre che nella prima idea vi fosse racchiusa non solo l' attività a modificare, giusta la propria forma, la mia sensibilità; ma che inoltre vi stesse nascosta una naturale ingenita proprietà a produrre anche la successiva, benchè disparata.

§ 672. Laonde siccome l' esperienza mi fa sentire che, a cagion di esempio, dopo l' idea di odor di rosa, io ho l' idea o di color celeste, o di virtù sociale; così converrebbe supporre che, oltre la forma sua, l' idea

(1) Questo è il fondamento della famosa ipotesi dell'*armonia prestabilita*.

di odor di rosa avesse anche l'attività di produrre, come immediata cagione, l'idea di color celeste o di virtù sociale; non rimanendo altra funzione ed incarico alla sostanza dell'essere mio, che di prestare, dirò così, il fondo sul quale queste imperiose sovrane possano variare a piacimento le loro scene.

§ 673. Ora egli è pur vero che ogni idea, ogni affezione, ogni sentimento mio non si può dividere da me, che lo sento; e che tanto dall'esperienza, quanto dall'ipotesi, esse non sono enti reali o diversi o staccati da me, ma soltanto modi d'esistere dell'essere mio senziente: la qual cosa poi nel buon linguaggio della realtà altro non significa, se non che esse non sono altra cosa che l'essere mio così modificato, ossia l'essere mio in quanto esiste ora sotto la forma dell'idea dell'odor di rosa, ora di color cilestro, ora di virtù sociale. Se tutto ciò è vero, a che cosa propriamente ridurrebbesi quella doppia attività di sopra supposta nell'idea?

§ 674. Se le intrinseche determinazioni dell'esser mio, qualunque siano, nell'atto che provo l'idea del colore cilestro determinano la mia sensibilità a vestirsi dell'idea di detto colore; egli sarebbe cosa ripugnante il dire che nel momento stesso siffatte determinazioni tendano a sbandirla. Dunque fino a che queste determinazioni non cangiano, non si cangerà nemmeno lo stato attuale della mia sensibilità.

§ 675. Ma se l'esser mio abbisogna di cangiare di determinazioni, onde rivestire l'altro stato successivo; e se lo stato attuale è un effetto (giusta l'ipotesi) soltanto delle determinazioni sue interne, indipendentemente da qualunque esterna azione; come potrà dunque essere a sè stesso cagione di cangiamento? Se l'idea del colore cilestro non è una sostanza reale, e per conseguenza non è una potenza attiva e divisa da me, ma è per sè stessa un effetto, una semplice modificazione mia; in breve, altro non è che l'essere mio così esistente: non dovrò io dire, che siccome, a tenore dei principii dell'idealismo, io non esco da me stesso nell'atto di sentirla, e sono io stesso che me la formo; così anche per cangiarla non debbo implorare il soccorso di alcun agente esterno?

§ 676. Ora se la ragione di cangiarla si deve ripetere nell'idea stessa attuale, anzi m'è forza dedurla da essa sola, poichè ogni stato dell'essere mio passato e futuro non è veramente nulla; debbo adunque supporre in me un'attuale, viva ed attiva determinazione ad avere l'idea stessa ed a scacciarla da me, cioè a dire ad averla e a non averla nello stesso tempo.

§ 677. Ciò non è tutto. Nelle attuali e combinate determinazioni dell'esser mio devesi non solo ritrovare questa contraddittoria tendenza a produrre ed a far cessare semplicemente un'idea; ma inoltre è forza racchiudervi una speciale e determinata disposizione ad eccitare l'altra determinata idea che succede: ciò che aggiunge una nuova ripugnanza.

§ 678. Nè dir si potrebbe che l'idea precedente generi la successiva al momento solo ch'essa parte dal campo della sensibilità; cioè a dire, ch'ella vi persista senza cangiamento, per una forza naturale di conservazione di sè stessa, per creare la successiva al momento solo ch'ella parte dall'anima. Imperocchè dovrebbe sempre ritrovarsi una prima ragione, per cui essa debba partire dalla mente; o, per parlare più precisamente, per cui l'anima se ne debba spogliare.

§ 679. Nemmeno dir si potrebbe, che soltanto dopo un dato tempo di durata nella sensibilità l'idea debba divenire madre di un'altra: poichè se da nessun altro agente esterno non sopravviene mutazione in tutto il tempo ch'ella si trattiene nella mente; e se ella non è un ente distinto e sovrapposto alla facoltà di sentire, che vada cangiandosi per parti successive, ma bensì è una nuda modificazione della sensibilità; non v'è ragione, per la quale s'ella deve essere madre di un'idea successiva, esserlo non debba al primo momento che s'impossessa della mente; e per ciò stesso, che nel momento medesimo non debba sparire dagli occhi miei, per dar luogo alla pretesa e necessaria sua produzione.

§ 680. Ma ciò (parlando senza allegorie) non involge forse una formale contraddizione ed un fatto contrario all'esperienza? Infatti, se al momento che un'idea si forma in me deve produrne un'altra, e svanire per darle luogo; ciò deve far necessariamente supporre entro di me una determinazione, uno stato qualunque anche incognito, mercè il quale io debba avere e non avere nello stesso tempo le idee tutte. Imperocchè, se un'idea al primo momento che esiste in me deve cessare, ella realmente non vi esiste nè vi può esistere in alcun momento possibile, cioè a dire non vi può esistere giammai.

§ 681. Ora non è forse questa la necessaria conseguenza dell'idealismo non solo, ma eziandio della troppo celebrata un tempo ipotesi dell'*armonia prestabilita*, nella quale soltanto per un supposto del tutto gratuito si ammetteva la esistenza della nostra macchina e degli altri esseri della natura?

§ 682. È dunque non solo gratuita, ma assurda e ripugnante al fatto la supposta obbiettata attività generante delle idee; ed è dimostrata tale non in vigore d'una pretesa cognizione dell'intima natura della nostra

mente, ch'io professo di non avere, ma dalla combinazione sola dei rapporti di quella ragione stessa, colla quale l'idealista si sforza di persuadermi della sua opinione.

§ 683. Resta dunque provato che l'essere nostro senziente e pensante debba ripetere *fuori di sè stesso* la cagione determinante le affezioni tutte della sua sensibilità; ciò che è lo stesso come dire, che *esiste qualche cosa di reale e di attivo fuori di noi, che è la cagione eccitatrice delle nostre idee.*

§ 684. Prego a riflettere attentamente ai rapporti interni di queste ultime riflessioni. Esse rovesciano ogni fondamento tanto dell'una quanto dell'altra opinione che combattiamo, ancorchè si pretendesse che la prima idea non si debba all'azione di verun agente esterno, ed ancorchè si volesse formare dell'essere nostro una specie di divinità, a cui non abbisognasse nemmeno un primo impulso onde far comparire e mettere in moto tutte le parti della macchina nostra ideale, e far succedere le une alle altre tutte le variate scene delle nostre idee, delle nostre affezioni, delle nostre volizioni, e tutta la catena in fine degli avvenimenti della nostra vita.

CAPO VI.

Confermazione dei precedenti riflessi. — Osservazioni sull' unità dell'essere pensante.

§ 685. Mi si permetta ancora una osservazione atta a convalidare le prove fin qui addotte. Vivo ed irrefragabile come il sentimento della mia esistenza, io ho quello dell'*unità* del mio essere. Ogni dimostrazione, ogni raziocinio che tessere si volesse onde convincermi che io non sono *più* persone, ma una *sola* persona, non solo sarebbe del tutto superfluo, ma ridicolo ed impossibile, come sarebbe una vera follía tentare di persuadermi il contrario.

§ 686. Ora questa unità o è realmente *singolare*, propria, indivisibile, e rigorosamente tale in natura; oppure è una unità soltanto *collettiva*, impropria, divisibile e nominale. Nella prima specie di unità sarebbe vano il tentare qualche divisione, o voler discernere differenze; poichè ciò renderebbesi impossibile dal concetto stesso della cosa. Quindi volendola definire, potrei ben indicare ciò ch'ella *non è* o *non può essere* coll'annoverare le qualità che non le si convengono; ma non potrei mai insegnare ciò ch'ella sia in sè stessa a chi dapprima non ne avesse idea: non altrimenti che ad un cieco-nato non posso far comprendere che cosa sia la intrinseca idea del color rosso.

§ 687. Nell'unità *collettiva* poi io distinguo bensì più cose; ma, a parlare propriamente, io le distinguo non nell'idea di *unità*, ma bensì nel *soggetto* a cui la giudico appropriata. Io mi spiego. Avanti di me siasi posto, a cagion d'esempio, un pentagono materiale, o un dato animale singolare. L'idea della loro totale individua figura è talmente semplice e determinata, che non mi è possibile aggiungere o levare a lei alcuna cosa senza distruggerne il concetto. Quindi essa è tale, o non è più. Ecco l'*unità* rigorosamente *singolare* sotto di un aspetto. Tale pur si verifica nell'idea di ogni determinata grandezza, colore, figura, ec.

§ 688. Ma siccome, passando ad un'altra considerazione, io veggo delle parti in questo pentagono o animale; e veggo che possono, come anche l'esperienza me lo dimostra, esistere l'una senza dell'altra; e comprendo che sono fra loro distinte e moltiplici: quindi ho sullo stesso oggetto l'idea di *numero*. Ciò non è tutto. Come veggo che queste parti moltiplici sono quelle stesse che concorrono a creare in me l'idea semplice ed indivisibile di pentagono e di animale, talchè pare che questa idea rigorosamente unica, singolare e indivisibile vada a chiuderle tutte entro un solo concetto indivisibile, ciò che gli scolastici chiamavano *informare*; quindi per un'operazione dell'anima mia, che racchiude amendue queste considerazioni ad un tratto, io dico che al pentagono, all'animale, e così dicasi di un aggregato qualunque di cose, si può attribuire soltanto una unità *collettiva*, e non *singolare*.

§ 689. È però manifesto, che propriamente non esiste che una sola idea di *unità*, e che la differenza che passa fra l'una e l'altra deriva soltanto da due operazioni della mia mente: la prima delle quali è simile affatto, anzi identica in due aspetti; l'altra è diversificata. Ciò non pertanto l'idea intrinseca dell'*unità* non viene in sè stessa alterata o moltiplicata; ma nell'un caso viene accoppiata all'idea di un'esistenza unica anche rapporto all'*oggetto*, ed esclude ogni divisione; nell'altro viene appoggiata, dirò così, e connessa ad un oggetto *composto*, cioè a dire divisibile in parti diverse e distinte, il quale per conseguenza racchiude *numero*.

§ 690. Ciò ritenuto, se io esamino quei gruppi d'idee, fra i quali mi pare di essere costretto d'aggirarmi perpetuamente, da me appellati *corpi* (e sia o per inganno o con verità che abbiano una esistenza reale fuori di me), io veggo ch'essi si possono dividere, e così che una parte può esistere talmente distinta e indipendente dall'altra, che l'una può cessare di essere, e l'altra esistere pur tuttavia. Se dunque essi sono reali, io debbo necessariamente dedurre che ad ogni parte apparente

corrisponda un ente reale; e quindi che il *tutto* sia un aggregato di enti distinti l'uno dall'altro, aventi una esistenza fra di loro indipendente.

§ 691. Debbo dire altresì, che questo ch'io appello *un tutto*, considerato in astratto, non è veramente dal canto reale della cosa che un puro *nulla*, e ch'egli è soltanto una idea prodotta in comune da tutti quegli enti uniti; e perciò che in natura non esistono se non enti *singolari* e *determinati*, e niente più.

§ 692. Prego di ponderare per un momento questo ultimo pensiero. Parmi che debbasi ammettere come un assioma di ragione, che l'idea dell'*ente reale*, applicata ad un soggetto, sia per necessità metafisica inseparabile dall'idea di *unità;* cosicchè quando l'uomo afferma che quel tal ente *esiste*, e che quel tal ente è *reale*, deve anche per necessità inchiudere nel suo concetto, che per sè stesso è *unico;* poichè se la realità o l'entità fossero moltiplici, dir non si dovrebbe più che quel tal ente *esiste*, ma bensì che quei tali enti *esistono*.

§ 693. E siccome, per ciò appunto che esistono più enti, avrebbero ognuno da sè una realtà di esistenza propria; così avrebbero pure tutte le proprietà, determinazioni, forze, modi e azioni proprie e individuali.

§ 694. Quindi ogni *effetto* o singolare e proprio, o comune ed esterno, prodotto da più enti in natura, dovrebbesi necessariamente attribuire all'intrinseca e singolare entità reale di ognuno; talchè nel fondo, dirò così, di essa sola collocarne si dovrebbe la radice, e di là soltanto dedurne la derivazione. Fra l'*ente* infatti e il *nulla* non v'è *mezzo;* e il *nulla* non è capace di azione, nè di effetto alcuno. Le quali cose così essendo, ne viene che se all'essere mio appartenesse un'unità collettiva, egli sarebbe veramente un aggregato di più esseri distinti l'uno dall'altro. Ma siccome la sensazione esiste in me, poichè io la sento: per ciò rapporto a quell'*io*, che la esprime, deve essere necessariamente propria di un solo di quegli enti. Conciossiachè nell'agire o nel fare o nel subire qualunque modificazione è impossibile metafisicamente che ogni ente esca da sè stesso, stantechè l'azione o il sentimento non è che lo stesso ente operante e senziente.

§ 695. Dunque per argomento di metafisica evidenza quell'*io*, che sente e pensa in me, devesi dire *singolare*, *semplice*, *indivisibile;* e per conseguenza egli è metafisicamente assurdo il supporlo composto.

§ 696. Da ciò lice dedurre, almeno per incidenza, quanto volgare e fantastica sia l'assurdità, non dico della sentenza, ma del solo dubbio, se ad un *essere* composto di parti, cioè a dire se ad una collezione di elementi componenti un corpo si possa attribuire il pensiero nemmeno

dall'onnipotenza stessa di Dio; e quanto altresì sia falso, che per escludere questo dubbio sia necessario conoscere intimamente la essenza, le proprietà e le leggi intime della *materia*.

§ 697. Ma nella supposizione in cui ci figuriamo avere la mente nostra un'unità collettiva, o supponiamo che gli individui di questa collezione operino l'uno sull'altro, talchè ognuno debba riconoscere dall'altro la cagione determinante delle proprie idee; oppure supponiamo che eglino l'uno sull'altro non producano effetto alcuno. Nel primo caso fuori del nostro *essere* senziente supponiamo qualche altro *essere* reale che in lui produce le idee. Ma per siffatto modo noi distruggiamo l'ipotesi, mercè la quale si esclude l'intervento d'ogni altra cagione estrinseca, onde modificare la facoltà di sentire. Se poi supponiamo il secondo caso, in cui eglino l'uno sull'altro non producono effetto alcuno; è forza conchiudere, che nemmeno in un senso improprio dir si può che il mio *essere* pensante sia *collettivo:* perchè non v'ha connessione o comunanza alcuna di effetto fra gli elementi della pretesa sua collezione, onde io possa dire che siffatti elementi appartengano piuttosto a me, di quello che il mio *io* appartenga ad essi. Piuttosto affermar si deve che esistono molti esseri dissociati, ognuno dei quali eseguisce le sue funzioni da sè solo, e niente più. — In tal caso adunque l'*esser* mio, nemmeno per le relazioni sue esterne, ha la minima apparenza di essere una cagione complessa delle proprie affezioni.

CAPO VII.

Applicazione delle idee del Capo antecedente alla esistenza reale degli oggetti fuori di noi.

§ 698. Riduciamo tutte queste premesse all'assunto propostoci. Perciocchè l'*essere* mio pensante è unico, semplice, indivisibile, non potrà giammai avvenire che nell'atto di produrre un'affezione qualunque egli sia per una parte modificato o determinato, e per l'altra parte non lo sia. Sia dunque ch'egli agisca o senta o voglia, egli *tutto intero* sarà agente, senziente e volente; e lo sarà *tutto* in una tale determinata maniera; e lo sarà per ciò solo, ch'egli farà taluna di dette operazioni.

§ 699. Nell'ipotesi pertanto, ch'egli sia l'unico autore di tutte le proprie affezioni, io debbo sempre supporre ad ogni singolare operazione tutto l'*esser* mio determinato ad eseguirla, senza che vi possa essere luogo di riserva per altre. Siccome adunque l'esperienza comprova che io non sono *immutabile* ed *uniforme* nelle mie affezioni, ma che ne ho di

diversissime maniere e varie in tempi pure distinti, e che le une succedono alle altre (ved. il Capo II. di questa terza Parte); così ritenendo i termini dell'ipotesi, ed accoppiandoli colla natura delle cose, io debbo dire che l'*essere* mio indivisibile, al momento stesso ch'egli *tutto intero* è determinato a darsi un'idea, sia pur *tutto intero* determinato a privarsene. Imperocchè se, per esempio, poco fa non esisteva in me l'idea del circolo, dunque non era di *essenza* dell'*esser* mio di averla; altrimenti l'avrebbe sempre avuta in ogni momento della sua esistenza. Dunque se non ostante io stesso debbo credermene creatore, debbo eziandio necessariamente supporre che sia sopravvenuta in me una qualche nuova determinazione, che prima non aveva, onde crearla. Ora questa stessa nuova determinazione o io la debbo allo stato mio precedente, o allo stato attuale. Allo stato attuale no, perchè è assurdo che io ricerchi la causa dentro l'effetto stesso, e che la ricerchi dopo ch'egli esiste, e nello stato istesso in cui si considera prodotto.

§ 700. E se la debbo allo stato antecedente, siccome per ciò appunto ch'egli esisteva, ciò avveniva in forza delle determinazioni convenienti delle mie facoltà verso lui solo, e non verso altri; così egli era impossibile che senza altra ragione queste determinazioni si cangiassero; essendo che tutto intero l'*esser* mio era determinato e modellato giusta lo stato antecedente: a meno che non si pretenda che nello stesso istante egli fosse determinato a creare la stessa forma e ad annientarla; ciò che è contradditorio. — Dunque la ragione di siffatto cangiamento è forza cercarla *fuori* di lui.

§ 701. Dai rapporti adunque dell'*entità* stessa; da quei rapporti universali, oltre i quali nè la mente trova più campo alle proprie riflessioni, nè la ragione trova materiali più semplici e più universali di evidenza; parmi che si venga a confermare l'esistenza di qualche cosa di *reale* fuori di noi, che è la cagione determinante della sensibilità nostra, e a dimostrare anche l'*unità* indivisibile del principio pensante (1).

---

(1) D'Alembert nel troppo celebrato suo *Discorso sull'Enciclopedia* ha opinato che l'umana ragione non sia valevole a dare la dimostrazione dell'*esistenza* degli oggetti esteriori all'anima. Egli si è sbrigato da ogni impegno sostituendo un istinto invincibile alla prova filosofica che allegar ne poteva. Forse con un po' più di profondità nella metafisica avrebbe deciso altrimenti. Altri filosofi, non sapendo allegare una rigorosa dimostrazione di questa esistenza, hanno riguardato il giudicio dell'esistenza dei corpi come l'opera d'un essere superiore; e da questa gratuita opinione hanno tratto l'argomento, per essi il più convincente, dell'esistenza loro.

Ma ritornando a D'Alembert, se gli chiediamo la *ragione* per la quale nega la possibilità di ritrovare una dimostrazione convincente, ecco com'egli risponde: « En effet

§ 702. Penso adunque rettamente allorchè giudico che esista qualche cosa fuori di me, mercè l'esperienza delle mie idee.

§ 703. Ma siccome, mercè di questo fin qui incognito principio, io ho *parecchie* idee, quindi distribuisco lui stesso in *parecchi* oggetti reali, non sapendo io come conciliare fra di loro la idea della di lui unità colle apparenze che veggo entro me stesso. Così siccome io veggo che mentre una parte si move, l'altra sta ferma; mentre l'una è presente, l'altra sparisce; ed alcune prendono altra forma, mentre altre ritengono la prima: così (prescindendo ora dall'esaminare se fosse possibile che ciò venisse operato in me da un *solo* agente) mi figuro esisterne *parecchi*, non potendo avere altro mezzo di accertarmene, che le stesse mie sensazioni.

CAPO VIII.

Della cognizione della natura *delle cose.*

§ 704. Ma o sia un *solo* l'agente esterno da cui derivano le mie affezioni, o siano *parecchi*, egli sarà eternamente vero che io non ne potrò giammai conoscere nè l'essenza, nè le proprietà, nè l'intimo e reale loro modo di agire.

§ 705. Ciò appena abbisogna di dimostrazione, se si considerino attentamente i termini della proposizione. Che cosa è infatti l'*atto* stesso della cognizione, se non che un'operazione, un modo di esistere della mente mia a lei intrinseco, da lei inseparabile e con lei unificato, che è quanto dire la stessa anima mia così esistente?

§ 706. Che se poi si consideri nell'*atto* che viene prodotta in noi, la cognizione non può essere qualche cosa di rassomigliante all'essenza stessa delle cose; poichè ella è veramente un mero loro *effetto* prodotto in un soggetto per lo meno *distinto* da loro, cioè nella mente mia; e, quel ch'è più, un *effetto* ch'è risultato necessario dei rapporti che pas-

---

„n'y ayant *aucun rapport entre chaque* sen-„sation et l'objet qui l'occasionne, ou du moins „auquel nous la rapportons, il ne paroît pas „qu'on puisse trouver par le raisonnement „de passage possible de l'un à l'autre: il n'y „a qu'une espèce d'*instinct* plus sûr que la „raison même qui puisse nous forcer à fran-„chir un si grand intervalle.„ *Discours préliminaire de l'Encyclopédie.* Mélanges, etc. Tom. I. pag. 16. Ediz. Amsterdam 1767.

Ma se fra la sensazione, e l'oggetto esterno che la cagiona, non avvi un necessario rapporto di *rassomiglianza*, avvi però una necessaria connessione di *dipendenza*. Questa necessaria connessione è stata ora dimostrata. Ond'è, che se dir non possiamo che gli oggetti esteriori siano gli originali modelli delle idee, possiamo però dire che ne sono gli *eccitatori*.

sano fra gli esseri esterni e l'essere umano; rapporti fondati sulla natura di entrambi, e conformi ad essi.

§ 707. Quindi come può mai essere che un nudo effetto, un effetto sì composto che non può esprimere nemmeno le emanazioni schiette e separate nè dell'una nè dell'altra delle essenze cooperanti, ma necessariamente non può esprimere che un risultato *misto* dei rapporti di entrambe unite; come mai può essere, dico, che possa offrire una pretesa immagine di una sola di queste essenze, e precisamente di quell'essenza che è fuori della mente stessa? D'altronde io confesso che in buona metafisica non so ritrovar modo di conciliare fra loro questi due termini, cioè *di cognizione dell'anima* e *di essenza degli oggetti esteriori*; ed è questa una proposizione a cui non saprei legare verun possibile concetto.

§ 708. È ben vero che una pittura, uno specchio, o due esseri rassomiglianti, sembrano ingerire in me i fondamenti di questo assurdo fantastico; ma è vero del pari che tutte le ricordate cose, se si riguardino ben addentro, non sono se non se ripetizioni o totali o parziali di alcune mie idee, ma di una stessa classe, e racchiuse dentro una sfera comune. Che se in esse io distinguo il *reale* dall'*apparente*, ciò non interviene se non perchè quello che da me vien chiamato *apparente* non mi sveglia tutto il complesso delle idee eccitatemi da quello che appello *reale*; ma non mai perchè io esca, per dir così, fuori di me, e vada a scandagliare e a sperimentare l'essenza stessa della cosa; il che è assolutamente impossibile a praticarsi.

§ 709. Egli è adunque incontrastabile che noi non conosciamo nè possiamo conoscere l'intima natura delle cose; e quindi quella che noi chiamiamo loro *essenza* non è nè può essere che puramente *nominale*; e però applicata alla natura rassomiglia ad una cifra algebrica applicata ad un soggetto reale.

§ 710. Per conseguenza l'*universo*, rapporto a noi, non è nè può essere veramente altra cosa che il complesso di quelle idee le quali ci vengono recate da quelle incognite potenze esistenti fuori di noi, le quali affettano la nostra sensibilità.

§ 711. Laonde io non so comprendere per qual ragione il più celebre metafisico moderno, avendo negato l'esistenza reale dei colori, dei suoni, dei sapori, degli odori, della durezza, del caldo, del freddo, ec. ec., siasi determinato a lasciare ai corpi la figura, l'estensione e la solidità, quasichè anche sì fatte proprietà non fossero pure nostre idee, e che un'idea nostra potesse divenire proprietà di un ente giudicato composto.

§ 712. Che se dir si voglia che ogni *nozione* del corpo svanirebbe, se le si togliessero le tre ricordate proprietà, io ne sono ben d'accordo; ma è ben altra cosa il dire che a costituire l'*essenza* fittizia e nominale, che io me ne formo in mente, siano talmente indispensabili che senza di esse la nozione ne sarebbe distrutta; ed altro è dire che siano necessarie allo stato *reale* delle cose istesse esistenti fuori di noi, e ne formino la intrinseca ed assoluta essenza. Avanti di asserire che siano necessarie non è egli chiaro che dovevasi almeno scoprire se esistessero?

CAPO IX.

Confermazione del Capo antecedente.

§ 713. Tutti i filosofi, tanto antichi quanto moderni, hanno ripetuto e in infinite svariate forme ridetto fino alla noja, che l'uomo non comprende la natura e le essenze reali delle cose; e che non le comprende attesa la infedele interposta relazione dei sensi; ed alcuni di loro (i Cartesiani) hanno spinto il delirio fino ad asserire come chiaro, primario e indubitato assioma filosofico, che — comprendere nello stato puro dell'anima farà vedere l'essenza reale delle cose. —

§ 714. Da quest'asserzione, accoppiata al supposto che l'uomo possa conoscere le essenze reali delle cose, una folla di sofisti, i nomi dei quali, contro ogni diritto, furono dall'ignoranza registrati nel catalogo della celebrità, dedussero un sistema completo d'un perpetuo pirronismo; altri si fecero a tessere nojose, eterne ed assurde declamazioni contro l'umana intelligenza, cui per questa parte aggravarono colla calunnia d'ignoranza; ed altri poi più volgari, ravvolti entro la densa nebbia di una crassa illusione, bonariamente ed ostinatamente si persuasero di conoscere le cose come realmente sono: e così gli uni e gli altri ascrissero all'umana cognizione una proprietà metafisicamente inconciliabile, in qualunque stato si ritrovi l'*essere* nostro intelligente. Ecco ciò che mi ha determinato a dirne ancora alcuna cosa dopo quello che pur ora ne ho scritto.

§ 715. Ho detto che, in qualunque stato si trovi l'*essere* nostro intelligente, sarà eternamente impossibile, per necessità metafisica, che l'uomo possa conoscere le essenze reali delle cose. Conciossiachè, se per un istante si rifletta all'indole delle prove da me sovra allegate, si scorgerà ch'esse hanno forza a dimostrare non solo la necessaria *ignoranza*, ma la necessaria e intrinseca logica *ripugnanza* a conoscere le essenze delle cose.

§ 716. E in verità, sia l'anima nuda e sgombra da ogni corpo, o ne sia ricinta, potrà ella essere mai altra cosa da quello ch'ella è? L'atto o la passione della cognizione o dell'idea cesserà mai d'essere un modo di esistere della di lei realità, ossia il di lei *essere* in tal guisa esistente?

§ 717. Se dunque anche per un immediato contatto (per esprimermi con una frase sensibile) gli oggetti venissero a percuoterla, ancorchè eccitassero in lei una idea diversa da quella che le somministrano i sensi attuali, potrebbero fare giammai che quell'idea non fosse realmente una di lei idea, cioè una forma di esistere della di lei sensibilità? Potranno fare giammai ch'essa non sia il risultato necessario dei rapporti derivanti dalla natura ed essenza dell'anima e dagli oggetti esterni, fra loro posti in iscambievole commercio; e che questo risultato non esista *tutto* dentro l'anima stessa?

§ 718. Ora se tutto questo è d'una evidenza estrema, se è necessariamente derivante dal principio primo e solenne, predicato e inculcato da tutte le sette filosofiche, cioè dal principio di *contraddizione* (1); come dunque si pretenderà che l'uomo possa conoscere in qualche maniera o in qualche stato possibile le essenze reali delle cose?

§ 719. Fingiamo fin anco che due anime siano in una relazione immediata fra loro, e che una ecciti delle idee nell'altra: che cosa potrà veramente giudicare ognuna dentro di sè della cagione esterna delle sue idee? Tutt'al più, sapendo una tal cosa, ella potrà dire: io sento dal canto mio di avere in me un'idea, cui l'oggetto esterno ha egli pure dal canto suo; egli è modificato come sono modificata io; egli rassomiglia a me in tutto. Ma potrà dire giammai di conoscerne l'essenza reale? È pur evidente che ognuna sentir deve che quest'idea è un effetto; che quest'effetto altro non è che un'affezione, un modo di esistere d'una sostanza reale; e che questa sostanza reale, la quale d'altronde ha una forza attiva da urtarne un'altra posta fuori di lei, non è propriamente una nuda idea, un nudo sentimento, una nuda affezione.

§ 720. Se fosse possibile che una pura e staccata *idea* potesse esistere da sè, separata da ogni soggetto e come *sostanza*, o si potesse con

(1) La scuola annunciava questo principio dicendo: *egli è impossibile che la medesima cosa sia e non sia nel medesimo tempo.* — Leibnitz e Wolf lo esprimevano dicendo: *la nostra anima non può giudicare che una cosa è, e giudicare nel medesimo tempo ch'ella non è.* — La scuola inoltre diceva: *il nulla non ha proprietà alcuna;* ciò che tradotto alle nostre cognizioni equivale agli altri due modi di dire sopra allegati. — I Cartesiani dicevano: *ogni perfezione ed ogni qualità sono dipendenti da un essere;* ossia il *nulla* non ha proprietà.

verità concepir tale; forse saremmo vicini alla supposizione dei filosofi. Ma siccome il concetto dell' *idea* avvolge essenzialmente in sè quello di un'*affezione* inerente ad una sostanza, e di un *effetto* prodotto da una *cagione*; e siccome dall'altra parte è impossibile di conoscere altra cosa che le proprie idee, poichè l' atto stesso della cognizione è appunto tale e non più; e se d'altronde necessariamente l'idea di *cagione* debbo sentirla diversa e distinta dall' idea di *effetto*; se l' idea di *sostanza* e dell'*ente* debbo inevitabilmente disgiungerla dall' idea della sola sua *affezione*; dunque o io debbo nell'opinione contraria annullare il principio di contraddizione, e rinunciare ad ogni uso di ragione, ad ogni giudicio (ciò che mi è impossibile); o debbo confessare che il pretendere che l'anima possa conoscere l' essenza delle cose è un pretendere una cosa metafisicamente impossibile.

§ 721. La impotenza dunque a conoscere le essenze reali delle cose non è un difetto dell' anima umana, ma è bensì un assurdo il supporre una tale potenza.

§ 722. Ma come sarebbe mai possibile (mi si dirà), che se la opinione dei filosofi involgesse nel suo concetto una formale contraddizione, ella si potesse asserire? Possibile che non siasi prima d'ora rilevata?

§ 723. Per riguardo al primo punto rispondo: che ogni errore dimostrabile, per ciò che è tale, ravvolge nel suo concetto una formale contraddizione; eppure infiniti errori sono stati, sono e saranno adottati dagli uomini, fino a che non venga la face dell' evidenza a diradarli col suo irresistibile e vittorioso lume.

§ 724. Per rapporto poi alla seconda ricerca rispondo: che dall' abitudine dell' uomo di trasportare fuori di sè le sensazioni sue, specialmente quelle del tatto e della vista, abitudine acquistata avanti la riflessione, e resa naturale e quasi del tutto sfuggevole all' analisi, proviene in noi l' uso di un ritorno e ripiegamento diffidente sopra noi stessi. E poichè venne acquistata in simil guisa sino dall' infanzia, e radicata in noi, perciò non ci cade nemmeno sospetto che le nostre sensazioni non sieno altrettanti enti reali, o almeno che fuori di noi oggetti simili a loro non corrispondano. Ed anzi ci sembrerebbe strano riguardarle come puri effetti apparenti prodotti da enti reali, e soltanto appartenenti e proprii all' anima nostra. Così avvezzi, per un giudicio quasi necessario, siamo posti nella impossibilità di sostituirvi altri concetti ed altri enti; perchè altri non ne conosciamo, nè possiamo conoscerne. Quindi noi facciamo un giudicio di conoscere qualche cosa di *reale* e *distinto* da noi, dovechè veramente non conosciamo se non le nostre idee.

§ 725. Dall'altra parte coloro che meditarono sulla maniera delle operazioni della mente umana, avendo sospettate e ritrovate alcune diversità apparenti di corrispondenza eziandio tra gli effetti conosciuti, cioè fra le idee degli oggetti, le leggi delle loro impressioni, e le idee dell'anima; hanno detto che, situati come attualmente siamo, noi non conosciamo l'essenza delle cose. Ma ritenendo dall'altra parte l'inavvertito e tacito giudicio sulla possibilità di avere una tale cognizione, supposero che in qualche situazione la potremmo ottenere.

§ 726. Ecco la cagione troppo naturale, costante e comune di questo errore e di questo preteso disinganno, cioè di questo errore mal distrutto: cagione la quale doveva pure cotanto universalmente e lungamente sussistere; poichè essa era raccomandata ad una illusione, sulla quale sembra aggirarsi tutta la maniera nostra di concepire le cose di fatto, e la quale non pareva potersi dissipare senza rovesciare tutta intera la ragione umana.

§ 727. Cessi adunque il sofista di tormentare invano la sua mente, sforzandosi di soddisfare ad un'assurda curiosità; o cessi almeno di disonorare la sua ragione, tentando di calunniare l'intendimento umano.

§ 728. Miglior consiglio è, rispettando questi ultimi confini dell'orbe scientifico, rivolgersi ad indagarne l'*interno;* e quell'attività mentale, dissipata cotanto malamente in ripugnanti delirii, rivolgere a miglior uso, applicando assiduamente e accuratamente i nostri sensi alle benefiche richieste degli oggetti; e riportatine i doni, meditar poi sui rapporti interni delle idee umane, e trarne indi i frutti della *certezza* possibile. Questo è appunto ciò ch'io mi accingo a tentare, almeno per quanto interessa le ricerche istituite in questo scritto.

CAPO X.

Certezza invariabile nei nostri giudicii per rapporto allo stato reale delle cose nella totale ignoranza della loro natura.

§ 729. Il fin qui detto non toglie che i nostri giudicii rapporto allo stato delle cose non debbano essere *certi* ed *invariabili* al pari di quelli che risultassero dalla loro intima cognizione. Qui non si parla della verità di giudicio fra l'una e l'altra idea *interna;* nemmeno si parla di un giudicio che abbia per fondamento la realità di *rassomiglianza:* ma bensì di un giudicio fondato su di una verità reale di *corrispondenza.* L'uomo avvezzo a riguardare le sue idee come altrettante immagini, dura fatica a comprendere questa terza specie di giudicii; o, a dir me-

glio, il fondamento su cui si possa appoggiare la loro verità. Imperocchè nella stessa guisa che in una galleria di ritratti non può fare se non due maniere di paragoni, l'una cioè di un quadro rapporto all'altro quadro, e l'altra di ognuno rapporto al suo originale, ch'è appunto quello che ne fa sentire la rassomiglianza o la dissomiglianza; così anche nelle idee egli concepisce che ognuna si possa bensì paragonare con l'altra, ed ognuna di esse coi loro oggetti. Ma cessando questo rapporto di rassomiglianza, e per conseguenza annullandosi il fondamento di questo paragone, egli crede che non si possa più intendere quale altro rapporto di convenienza o di disconvenienza esister possa fra le idee interne e gli incogniti esteriori oggetti, onde poter tessere giudicii sullo stato loro. In tal caso pare impossibile giudicare; poichè è impossibile il paragonare due cose, l'una delle quali si conosca, e l'altra no.

§ 730. Malgrado ciò, ardisco dire che rimane pur tuttavia, anche sotto questo rapporto, tanto che basta ad accertarsi, almeno in generale, delle mutazioni, delle forze e dei rapporti delle cose esterne fra loro e per rassomiglianza di concetto, benchè se ne ignori lo stato reale. E giacchè con una similitudine sensibile si è schiarito il dubbio, con un'altra pari si getterà lume sulla risposta, cui sarà poi dovere di comprovare con ragioni.

§ 731. È noto, che dipingendo con certe norme matematiche su di un quadro alcune figure che rassembrino piuttosto informi macchie che bruttano la tela o il legno, anzichè immagini esprimenti opera alcuna regolare della natura o dell'arte; se avvenga che loro si opponga un certo specchio cilindrico, o di altra figura artificiosamente preparata, in esso veggonsi espresse colla più perfetta regolarità le immagini di un uomo, di un albero, di un animale, di un fiore, e di altre vaghe produzioni che rallegrano la nostra vista. Questa imperfettissima similitudine esprime i rapporti ben più diversi e più rimoti che passano fra le nostre idee e gli oggetti esterni.

§ 732. Ora esaminando lo stato e le relazioni tutte di questo fenomeno, io veggo primieramente che l'immagine esistente nello specchio non è per nulla rassomigliante all'originale esistente sul quadro: eppure essa deriva talmente dal quadro stesso, che se ne sottopongo un altro, non si producono più le stesse immagini. Io non dico che sia effetto da attribuirsi a lui solo; ma bensì che ogni altro quadro dissimile fare no 'l potrebbe.

§ 733. Trovo inoltre, senza bisogno di molti raziocinii, che le immagini regolari espresse nello specchio sono un fenomeno derivante *in ra-*

gion composta dai rapporti combinati e insieme operanti delle riflessioni del quadro sullo specchio, e delle modificazioni dello specchio sulle riflessioni del quadro; le quali cose in ultima maniera derivano dalle qualità, forme e determinazioni tanto dell' uno quanto dell'altro, poste in iscambievole commercio.

§ 734. E quindi deduco, che il risultamento (cioè a dire l'immagine) è necessario ed invariabile; poichè ogni volta che amendue i soggetti o uno solo di loro si cangia, o s' induce la minima mutazione nelle forme, nelle proporzioni o nello stato dell' uno o dell'altro, si cangiano pure le immagini, che ne sono il risultamento composto.

§ 735. Quindi, se avendo l'occhio intento solamente allo specchio, e non badando al quadro, io vegga sopravvenire qualche cangiamento nella forma e nella posizione delle immagini; posso dire con ragione che ne sopravvenga pur anche nel quadro stesso, o negli oggetti esterni contrapposti, senza ch'io abbia bisogno, per asserir ciò, di volgere l'occhio sul quadro, a fine di accertarmene direttamente. Che se invece di un quadro solo ne stiano opposti allo specchio due diversi e da lui riflettuti; io, per accorgermi *in genere* della loro diversità reale, non avrò bisogno di riguardarli in loro medesimi, essendochè ne verrò infallibilmente avvertito dalle immagini loro.

§ 736. Da esse altresì verrò a conoscere, per una legge necessaria di natura, ogni cangiamento nelle relazioni dell'uno verso dell'altro; e tutto ciò sarà l' effetto necessario dei rapporti reali fra l' uno e l'altro di loro, o fra essi e lo specchio, e fra tutte queste cose e l' occhio mio. Ecco ciò che io appello *verità di corrispondenza.*

§ 737. Questi giudicii adunque si possono dire *certi* ed *invariabili;* e quindi potrò affermare che i giudicii recati sullo stato reale dei quadri esistenti in natura, benchè siano fondati sulla sola *apparenza* delle immagini, malgrado che non rassomiglino, hanno uno stabile appoggio di verità reale. E pertanto, quantunque il mio giudicio recato sullo stato delle cose esterne non riguardi la somiglianza o la dissomiglianza, è ciò non ostante *certo* e *vero.*

§ 738. Questo è ciò che avviene fra le nostre idee e gli oggetti esterni. In tal guisa verificar si può che i giudicii nostri siano *certi* quando pronunciamo qualche cosa dei fenomeni della natura e delle loro vere cagioni, benchè non ne conosciamo le essenze, e li veggiamo dentro di noi per uno specchio ed in enigma. Infatti s'egli è metafisicamente certo che le nostre sensazioni debbono essere effetti derivanti *in ragion composta* da ciò che gli oggetti sono relativamente all'*essere* nostro, e da

ciò che l'*esser* nostro è riguardo agli oggetti; egli è pur certo che siccome le *essenze*, su cui si fondano, sono necessarie e di loro natura determinate, necessarii e determinati esser pure dovranno gli *effetti* che ne derivano.

§ 739. Laonde quantunque, a cagion d'esempio, la realità di una sfera sia velata agli occhi miei; pure dir dovrò che all'idea che io ne ho corrispondano in natura tali rapporti, per cui le proporzioni dal centro alla superficie debbano essere uguali: talchè se nella visione io m'accorga sopravvenire qualche cangiamento di forma o di relazione, io debbo pure affermare che ne sopravvenga qualcuno anche nello stato reale delle cose esterne.

§ 740. Sotto questa denominazione di *cose esterne* io comprendo non tanto quegli oggetti che accidentalmente affettano la mia sensibilità, quanto quelli che non iscompagnano mai l'*essere* mio senziente, i quali io appello *mio corpo*, e riguardo come *mezzo* su cui si fanno le impressioni degli altri corpi, e che poi le trasmette a me; mentre questo stesso corpo è *estrinseco* all'unità dell'*essere* mio pensante.

§ 741. È mestieri ciò non pertanto conciliare un urto apparente d'idee obbiettatoci più sopra, e sgombrare da esse quella nebbia di paradosso che venne su di loro sparsa dal modo confuso di concepirle.

§ 742. È ben vero ch'è impossibile di giudicare fra due idee, l'una delle quali si conosca, e l'altra no; che è quanto dire, egli è impossibile il giudicio con un'idea *sola*. Ma ciò si verifica soltanto quando l'ignoranza dell'idea si ha nel più esteso senso possibile. Ma nel caso nostro, mentre diciamo di non conoscere la *natura* delle cose, non diciamo però d'ignorarne l'*esistenza*. Ora questa sola idea di esistenza non trae forse seco tutte le altre che si attribuiscono all'ente, preso nel suo senso più generale? E quante sono mai queste idee? Mi dispenso dal rammemorarle, rimettendomi agli ontologisti. Non è però ch'io voglia vestire di esse le occulte reali essenze delle cose; ma soltanto dimostrare che possiamo nella mente nostra avere due termini di *paragone* distintissimi, separando i caratteri o generici o specifici delle cose dai caratteri loro universali mercè la sola corrispondenza delle idee e delle affezioni dell'umana sensibilità, la quale in ambi i casi è l'unico soggetto su cui si possano tessere siffatti paragoni.

§ 743. Perciò il filosofo, ragionando delle essenze *particolari*, ne ragiona colle nozioni dell'ente in genere, cioè a dire dei rapporti e delle affezioni necessarie ed universali dell'*essere* pensante; e ragionando delle *cagioni* dei fenomeni ch'egli vede in natura, le disegna e le distingue

per mezzo dei loro diversi effetti; o, a dir meglio, mercè le *apparenze* diverse dei loro effetti. E quando finalmente allega le *cagioni* di certi più incogniti fenomeni, altro non fa che ridurre l'*apparenza* di certi effetti incogniti e singolari all'*apparenza* di certi altri effetti più cogniti e più generali.

§ 744. Questo in compendio è il tenore della nostra scienza rapporto alla natura delle cose che stanno fuori di noi; questo è realmente il modo di filosofare nella storia naturale e nella fisica; e per conseguenza in tutta quella variata subalterna schiera di scienze le quali a loro riduconsi.

§ 745. Ciò non ostante questo è un modo, come si scorge, abbastanza certo, ogniqualvolta si rispettino le leggi di quella corrispondenza che passa fra la costituzione reale dell'uomo e gli esseri che lo circondano; la quale corrispondenza è il fondamento delle verità risguardanti la realità, come sopra si è discorso.

§ 746. Ma il Pubblico si figura sotto l'aspetto di parecchi uomini; e nel caso di una testimonianza di lui si suppone ch'egli unanimemente esprima un dato fatto. Dunque è d'uopo indagare se realmente esista o almeno ci consti esistere fra gli uomini un fondamento certo di uniformità nel vedere e nel sentire, primo requisito reale della *veracità*.

CAPO XI.

Dell'esistenza degli altri uomini.

§ 747. Una moltitudine di esseri diversi, fra i quali la figura, l'organizzazione, il linguaggio, le azioni sono rassomiglianti, e i quali rassomigliano a me; esseri capaci di produrre l'Iliade di Omero e le Odi di Pindaro, le arringhe di Demostene e le difese di Cicerone, le massime di Socrate, le meditazioni di Platone, le teorie di Aristotele, le invenzioni di Archimede, i calcoli ed i sistemi di Newton, le viste di Bacone, le osservazioni di Machiavello, le dottrine di Montesquieu, i quadri di Apelle e di Raffaello, le statue di Fidia e di Michelangelo, le architetture di Vitruvio e di Palladio, le fortificazioni di Sammicheli e di Vauban, l'impero del fulmine di Franklin, e i voli di Montgolfier; in breve, una moltitudine di esseri, i quali nelle scienze, nelle arti, nel commercio, nella legislazione non solo hanno idee e pensieri simili a quelli che sento derivare dalla mia intelligenza, ma la superano, la istruiscono, la sorprendono; una tal moltitudine di esseri ha ben diritto d'essere collocata dal pirronista entro una classe sola di enti simili a lui, benchè egli non entri nel profondo ed impenetrabile recesso ove sta nascosto il principio

pensante, e non comprenda quella maravigliosa organizzazione ov'egli tiene la sua sede.

§ 748. Quindi, benchè la prova dell'esistenza degli altri uomini, e della somiglianza delle forme e facoltà loro, venga qui ridotta soltanto ad una mera *analogia*, e non sembri possibile ottenerne una più evidente; pure essa è tale, che non può lasciarci dubbio in contrario: non esistendo nella ragione umana idea alcuna, per cui si possa concepire in qual guisa tante distinte rassomiglianze, accoppiate a tante infinite differenze, possano pur tendere ad un oggetto solo, senza altrettanti segreti, uniformi e reali principii che le sostengano, le movano e le palesino.

§ 749. So che a taluni è piaciuto immaginare che un Ente infinito, onnipossente ed invisibile potesse supplire, mercè l'azione sua multiforme ed incessante sulla sensibilità nostra, alle infinite apparenze, le quali non solo ci persuadono dell'esistenza degli altri uomini, ma eziandio di tutti i corpi. Ma so eziandio che altri si lusingherebbe forse di potere evidentemente dimostrare assurda questa per lui doppia ipotesi con prove tratte dai profondi recessi della metafisica.

§ 750. Che che ne sia, non la impugnerei giammai con quell'usitato argomento col quale, accordando che Dio abbia bensì la potenza di farlo, ma provando che gli sia impossibile il volerlo, perchè ripugna agli attributi morali di lui il trarre in inganno l'uomo, si deduce che dobbiamo nutrire un'assoluta e massima certezza dell'esistenza reale dei corpi e degli altri esseri umani.

§ 751. Io non mi gioverei mai di questo modo di ragionare, perchè inchiude e si appoggia su di un supposto falso, o almeno non provato. — Ammesso infatti che ripugni alla Divinità l'ingannare l'uomo; ammesso che la veracità e la schiettezza, che i mortali apprezzar devono infinitamente, e riguardare come sacri doveri, perchè costituiscono uno dei vincoli più importanti della società umana, debba pur necessariamente annoverarsi fra gli attributi morali della Divinità; si pretenderà dunque altresì che per non farla autrice d'inganno, essa si debba fare anche mallevadrice di quegli errori nei quali l'uomo cade volontariamente, o i quali la ragione più illuminata trova pur mezzo di evitare? No certamente, mi si risponderà.

§ 752. Ora per ciò appunto che ammettete che Dio, attesa la sua onnipotenza, abbia il potere di supplire nel mio spirito a tutte le apparenze dell'universo, e che a voi è impossibile accertarvene per mezzo di *esperienze*, poichè non avete altra via di contatto colle cose esterne, che le

sole vostre sensazioni; ne segue che voi dobbiate necessariamente confessare che non vedete impossibile che lo stesso effetto possa derivare da due cagioni, e non avete prove evidenti da escludere l'intervento di una piuttosto che dell'altra.

§ 753. Dunque in tal caso attribuir si deve ad una vera *precipitanza*, se voi giudicate ch'esse possano derivare soltanto da una *sola*, cioè dai corpi. L'inganno adunque sarebbe dell'uomo, e non della Divinità.

§ 754. Perchè, a cagion d'esempio, tutto il mondo crede falsamente i corpi in sè stessi colorati, sonori, odorosi ec., dirà forse il filosofo che la Divinità inganni l'uomo? Gli si potrebbe ben rispondere, che nella ragione umana abbiamo il mezzo di persuaderci del contrario di questa cosa di fatto. Così in questa ipotesi, per ciò solo che si ammette *fisicamente* il potere della Divinità ad eccitare le idee nella nostr'anima, e che ad un tempo stesso non possiamo discernere con evidenza di sperimento se le dobbiamo o a lei o ai corpi, abbiamo nel supposto medesimo un argomento a dubitare del contrario, se non in fatto, almeno in linea di possibilità. E quindi la ragione, lasciando luogo ad un'altra possibile causa, non è tratta necessariamente in inganno. Dunque nel caso che una tal causa agisca su di noi per far le veci dei corpi, l'attribuire l'azione medesima ai corpi sarebbe un giudicio nostro non necessariamente derivante dai rapporti delle cose sulle quali giudichiamo, sì bene una illusione tratta da una precipitosa ed inconsiderata operazione della nostra mente.

§ 755. Sapete quando propriamente potremmo essere tratti in inganno? Allorquando o noi avessimo una certezza sperimentale sulla natura delle cagioni esterne delle nostre sensazioni, che necessariamente si limitasse ai soli corpi; o la mente nostra, per una necessaria legge del suo natural modo di ragionare, ci facesse sentire impossibile l'intervento della Divinità sola a produrre in noi le sensazioni; talchè, tanto per l'uno quanto per l'altro motivo, dovessimo escluderne la possibilità.

§ 756. Laonde, a fine di escludere l'intervento della Divinità, o conviene assolutamente negare che Dio possa fisicamente agire sull'anima nostra a modo dei corpi; o, se ciò si ammette, conviene anche ammettere che tale azione non ripugni agli attributi morali di lui.

§ 757. Ma fra amendue questi casi, siccome il più approssimato all'umana intelligenza, il più accomodato all'indole delle prove, ed il più conforme alle affinità delle cagioni, si è quello di supporre esseri limitati e distinti di numero, tanto rapporto ai corpi in generale, quanto rapporto agl'individui umani: così a questo naturalmente l'umana ra-

gione dona la preferenza, e su di lui si acquieta. Quindi colui che ammette il potere della Divinità a produrre le apparenze fisiche in noi, deve pure ammettere la esistenza dei corpi e degli altri esseri umani come dimostrata soltanto da una massima probabilità, contro la quale per altro non vede poter esistere che un unico caso incomprensibile.

CAPO XII.

Della convenienza dei giudicii di sensazione fra gli uomini.

§ 758. Ridonati alla società dei nostri simili, e bramosi di scoprire se tutti abbiamo un simil modo di conoscere le cose, onde accertarci se esista fondamento di una verità comune dei nostri giudicii risguardanti i fatti esterni; noi troviamo sempre non solo di non avere altro mezzo di certezza che quello stesso che ci persuase della esistenza degli altri uomini, ma che ci è anche impossibile averne di altra sorta. Imperocchè, onde sapere con certezza di sperimento se esista o no differenza fra il modo di sentire e di conoscere proprio degli esseri umani, farebbe d'uopo essere stati successivamente in noi stessi e negli altri. Ora è impossibile che nessuno sia stato giammai fuori di sè stesso.

§ 759. Ciò posto, io chieggo se un'occulta diversità di sensazioni si concilierebbe mai con un modo comune di esprimersi e di agire non solo alla presenza degli stessi oggetti esterni, ma eziandio in infinite circostanze, nelle quali eglino ritornano, si accoppiano o si modificano per cento diverse maniere.

§ 760. Tutte le possibili differenze che possono esistere nelle sensazioni fra l'uno e l'altro uomo, si riducono a due classi: l'una nella forma o specie della sensazione, e l'altra nell'*attività* piacevole o dolorosa che l'accompagna. Ciò è provato dall'analisi che se ne può fare, seguendo l'esperienza. Infatti ogni anatomia che tentar piacesse di una sensazione, per rapporto alla sensibilità di ogni uomo singolare, non potrebbe somministrare all'occhio del filosofo che due parti sole; io voglio dire l'*idea* considerata come semplice maniera di essere dell'anima, e la di lei *attività* piacevole o dolorosa.

§ 761. Anche queste cose però sono identificate colla maniera stessa di esistere dell'anima, nè si distinguono che per rapporto agli effetti; poichè, a parlare esattamente, il piacere ed il dolore non pongono una diversità specifica nella forma delle sensazioni, ma solamente una differenza, dirò così, di attrazione e di ripulsione, ed una distinzione di gradi nella energia loro sulla sensibilità e sulle facoltà attive dell'uomo. Ne vo-

lete una prova di esperienza? Aprite gli occhi sopra un piano coperto di neve, da cui si riflettano i raggi del sole. Per breve ora ne sentirete piacere; indi passerete all'incomodo e al dolore. La stessa stessissima sensazione continuata è quella che vi fa provare questi due stati opposti.

§ 762. Fingiamo ora per una mera ipotesi, che ciò ch'io veggo o alto o distante o lungo o largo un piede solo, al mio vicino apparisse della misura di due piedi; che ciò ch'io veggo piano gli apparisse curvo, e viceversa; che il latte sembrasse bianco all'uno, e rosso all'altro; che l'odore ch'io appello di rosa, fosse nell'odorato del mio vicino l'odore di garofano, o viceversa; che il suono per me di un flauto fosse nell'orecchio del mio vicino il suono d'una zampogna: sarebbe egli possibile che gli uomini si potessero fra loro intendere e comunicare le loro idee?

§ 763. A prima vista pare di no; e così pure parve ad alcuni celebri pensatori. Ma ciò non pertanto, considerando la cosa più profondamente, si scorge che, malgrado tali differenze, potrebbero pure usar tutti un linguaggio simile, intendersi l'un l'altro, ed essere persuasi scambievolmente di avere le stesse idee. Ciò non è tutto. Io dico che esisterebbe anche sempre un fondamento di *verità comune*, per rapporto alle idee, dei sensi coi loro oggetti.

§ 764. Infatti se una certa misura apparisse diversa fra due individui, per qual cagione ciò avverrebbe, se non atteso il mezzo per cui si trasmettono le sensazioni? Tale apparenza sarebbe dunque un risultato dei rapporti naturali delle cose. Posto adunque che un oggetto avente la misura per me di un piede si sminuisca o si accresca della metà, è chiaro che si sminuirà pur sempre in proporzione anche all'altro, come avviene ad un occhio nudo e ad un occhio armato di lente. Il linguaggio adunque sarà simile fra entrambi, benchè siano diverse le idee loro interne. Lo stesso dicasi nei colori, nei suoni, negli odori; poichè le differenze accadendo e rinnovandosi con un rapporto costante fra i sensi e gli oggetti, attese le relazioni rispettivamente differenti e costanti fra la natura di entrambi, si vanno pure a rinnovare anche nelle idee dell'anima.

§ 765. Per la qual cosa deve avvenire che lo stesso *segno* o ricevuto o comunicato non solo non può svegliare le stesse *sensazioni* in diversi cervelli, ma deve svegliarle assai differenti, e ad un tempo stesso al ritorno dei medesimi o di altri simili oggetti risvegliare costantemente le stesse idee nel medesimo cervello. Quindi in ogni uomo ingerir deve la persuasione ch'egli intenda il linguaggio delle sensazioni altrui; cioè a dire, che gli altri leghino le stesse stessissime idee allo stesso segno, benchè realmente ve ne annettano una del tutto diversa.

§ 766. Gettiamo un lume maggiore su questa ipotesi, la quale sembra abbisognarne, perchè riesce troppo stravagante al comune ed usitato nostro modo di concepire gli altrui pensamenti. Supponiamo il caso che si presenti una rosa a tre persone differenti, e che in una ecciti la sensazione del color rosso, nell'altra del giallo, e nell'altra dell'azzurro. Egli è certo, che siccome ciò avviene in forza della struttura organica degli occhi di ognuno; così ogni volta che si presenterà di nuovo lo stesso fiore, egli rinnoverà in tutti le annoverate diverse e rispettivamente identiche sensazioni. Per la stessa ragione ogniqualvolta si presenterà qualunque altro corpo, la cui struttura superficiale sia atta ad eccitare nell'uno la sensazione del rosso, avvenir deve che negli altri due ecciti costantemente quella del giallo e dell'azzurro. Così se dalla prima persona il colore veduto alla presenza della rosa venga denominato *rosso*, e gli altri ne apprendano da lui il vocabolo, l'uno chiamerà *rosso* ciò che nella mente dell' altro è *giallo*, e l' altro pure chiamerà *rosso* ciò che nella mente dell' altro è *azzurro*, senza che avvenga mai varietà alcuna nella corrispondenza che passa fra il vocabolo e l' idea a cui è associato, e fra gli oggetti ai quali viene applicato. Ond' è, che anche negli altri colori, dandosi le stesse costanti differenze, useranno pure lo stesso linguaggio; credendo ognuno in suo cuore fermamente di annettervi le stesse idee, le quali altri vi fanno corrispondere, senza che ciò per altro effettivamente avvenga, e senza che sia possibile accertarsi se fra loro intervenga disparità d' immaginare.

§ 767. Ora passando dall' ipotesi al fatto, qual cosa dobbiamo noi tenere per *certa* su questo argomento? Anche ammessa l'esistenza dei nostri simili, tali e quali ci sembrano all' apparenza, siccome mai non potremmo avere sperimenti o ragioni per accertarci se esistano o no siffatte differenze; così dobbiamo limitarci ad una meno convincente *analogia*, e quindi ridurre anche questa cognizione alla classe delle *probabilità*.

CAPO XIII.

Limitazione.

§ 768. Ben è vero, che se le soprannotate differenze si possono fingere nelle sensazioni individuali dello stesso genere, in guisa di conciliarle con un comune linguaggio, egli sarebbe impossibile di farlo supponendo fra parecchi individui una differenza generica di sentimento; cioè a dire, se piacesse di fingere che uno avesse le idee appartenenti ad un senso, mentre che l' altro ne mancasse, o ne avesse un' altra di un senso diverso: e così se uno vedesse, mentre che l'altro non vedesse nul-

la; o in vece di vedere udisse qualche suono. Una sì strana differenza fra due individui aventi alla presenza dello stesso oggetto esterno non solo idee diverse appartenenti allo stesso senso, ma idee appartenenti a sensi diversi, farebbe sì che fra loro non s'intenderebbero in guisa alcuna, o che ognuno accuserebbe l'altro di stravagante, di mal organizzato, di pazzo o di visionario. Il cieco-nato potrebbe mai ragionar di colori, e il sordo-nato tessere teorie di musica?

§ 769. Ciò non è tutto. Se con un esame paragonato si osservino le esperienze somministrateci dal senso del tatto, e le inflessioni diverse che debbono prendere le nostre membra per rapporto alla struttura degli oggetti più materiali sottoposti al senso della vista, si trova un punto, benchè unico, tendente a confermarci nella opinione della somiglianza delle sensazioni nostre con quelle dei nostri simili, ed un fondamento di analoga *presunzione* anche per rapporto alle altre particolarità delle sensazioni visuali, e fors'anche degli altri sensi.

§ 770. Ho detto *un punto unico;* imperocchè fra il tatto e le inflessioni delle nostre membra e la vista non v'è altro genere di sensazioni in cui concorra una corrispondenza di somiglianze, di differenze e di successioni, come nella struttura o forma delle cose più palpabili.

§ 771. Finalmente supponendo anche esistere fra uomo e uomo le sopra limitate differenze nelle sensazioni, ciò non indurrebbe discordanza alcuna almeno in quelle *verità* che debbono servire all'uomo ragionevole, e riescono importanti agli usi della vita ed al commercio scambievole dell'umana società. Conciossiachè, a riguardo della prima circostanza, egli è certo che siccome le differenze dubbie fra le sensazioni di parecchi uomini rispettano certamente i confini dei loro generi; così rispettano pur anco lo stato delle idee generali ed intellettuali, le quali, se ben si osservi il linguaggio della ragion comune, sono le predominanti nelle *verità* anche di fatto. Eccettuando infatti i ragionamenti che contengono o riguardano le descrizioni degl'individui ed alcune sensazioni specialissime, tutti gli altri sono più o meno generali. E d'altronde siccome anche le differenze, se esistessero, avrebbero un costante rapporto fra gl'individui, e tale che necessariamente si concilierebbe colla convenienza apparente di sentire fra uomo e uomo; convenienza che bisogna assolutamente tener per certa, perchè è una cosa di esperienza e cosa nota: perciò l'uomo nulla dovrebb'essere premuroso d'indagare gl'impenetrabili recessi della mente altrui, potendo benissimo valersi dell'*apparenza* sola, come di un segno costante e certo di *verità* nelle cose di *fatto* appartenenti alle sensazioni.

§ 772. Per la qual cosa se, a cagion d'esempio, taluno a me dicesse: *io ho veduto un fiore giallo;* benchè io dubitassi che a lui fosse veramente sembrato rosso, io dovrei dire: *il tale ha veduto un fiore, cui s' io vedessi troverei di color giallo;* cioè ecciterebbe in me l' idea di *giallo*, benchè in lui abbia forse eccitato l' idea del *rosso*.

§ 773. È ben chiaro che, mercè questa differenza, la cosa venendo ridotta ad una pura *traduzione* del linguaggio d' istituzione, comune all' idioma mentale di ognuno, salva nonpertanto i rapporti che passano fra i sensi di ognuno e gli esseri esterni; conciossiachè a quel dato vocabolo nella mente dei varii individui si sveglia l' idea che ognuno vi ha legato; ed ognuno vi ha legato quell' idea che risulta dai rapporti necessarii che passano fra il di lui essere e l' universo. Perciò una tale differenza sarebbe *nulla* per la *verità* delle sensazioni.

§ 774. Quindi ogniqualvolta io fossi solamente certo che un mio simile esprimesse *veramente* l' idea ch' egli legò a quel tal vocabolo in forza dell'uso suo comune di favellare, sarei pur anche certo ch' egli ha veduto o sentito quel tale oggetto, al quale io ho legato quello stesso vocabolo, o qualsiasi altro segno d' istituzione. Ond' è che ogni racconto, purchè fosse *verace*, sarebbe pur anche *vero* per rapporto alla realtà del fatto; cioè a dire per rapporto allo stato esterno degli esseri che circondano l'uomo, in quanto agirono sulle di lui facoltà.

§ 775. Il fin qui detto si riferisce soltanto a quelle *verità* di sensazione, le quali riguardano meno davvicino l' uso della vita, che potrebbero perciò in paragone delle altre chiamarsi *speculative*. Anche di queste mi conveniva qui ragionare, attesochè presentemente noi riguardiamo non l' utilità o il danno, non il piacere o il dolore, ma bensì l' esistenza o la non esistenza di una cosa qualunque in natura, e delle di lei qualità e forme, affermata o negata da più uomini concordemente.

§ 776. Tutto questo appartiene alla parte fisica e psicologica della *veracità*, d' onde risulta la sua base *reale*. Parmi per altro che i ragionamenti esposti bastar debbano contro i sogni dell' idealismo e contro tutti i dubbii del pirronismo.

CAPO XIV.

Nozione filosofica della verità di sensazione. — *Dell' unico metodo a scoprire le* verità di fatto, *ossia la* realità.

§ 777. Avanti di chiudere questo saggio sulla parte metafisica della *veracità*, giudico acconcio esporre esplicitamente la nozione della *verità*

di sensazione, e di accennare almeno in generale ciò che far debba l'uomo per conseguirne la cognizione.

§ 778. Datemi un occhio umano, e datemi una determinata quantità di luce che sotto certe leggi ne irriti l'interno tessuto nervoso. Ne segue un effetto fisico nell'organo della vista; ed a questo effetto fisico ne corrisponde un altro nella sensibilità umana, ed è l'idea di un colore e di un dato colore.

§ 779. Questa catena di effetti, risultante dai rapporti naturali, o, a dir meglio, dalle forze di tutti questi esseri posti in iscambievole commercio conforme e proporzionato alla loro rispettiva attività radicata nella loro natura, costituisce necessariamente e rende la mia idea l'*espressione* di un fatto *reale*. Questa catena è necessaria del pari che la natura delle cose da cui risulta.

§ 780. Siccome adunque qui intervengono esseri che veramente esistono, ed i quali producono un effetto *reale*, e proporzionato alle loro attuali determinazioni; così all'atto ch'io ho l'idea del dato colore, giudicando 1.° che *esista* qualche cosa fuori di me; 2.° che tal cosa *agisca* su di me; 3.° che l'*effetto*, che ne risulta, sia corrispondente ai rapporti naturali delle cagioni attive; io giudico rettamente. Ecco in buona filosofia che cosa sia la *verità* del giudicio sulla *realità* delle cose esterne, ossia la *verità* della sensazione stessa rapporto al suo *oggetto*. Dal canto mio, qualunque ella sia, non posso esimermi dal sentirla tale e quale mi si presenta, e dall'essere convinto di sentirla. Ma questa è la *certezza* del sentimento, anzichè la *verità* della sensazione.

§ 781. Se l'uomo fosse costituito con sensi diversi, con sensi di maggiore attività, non vedrebbe forse le cose diversamente? Per rapporto a quest'ultima circostanza sembra che il microscopio ci persuada affermativamente. In ogni caso possiamo dedurre che lo stato delle *verità* di fatto rapporto all'uomo sia puramente ipotetico.

§ 782. Ma siccome non è in potere dell'uomo di cangiare l'attuale costituzione sua naturale, e per conseguenza nemmeno le relazioni cogli altri esseri e i loro risultati, che sono appunto le sensazioni; così egli è costretto a riguardare le *verità* di fatto nella stessa guisa che se avessero un reale ed esterno fondamento assolutamente immutabile. — Ond'è, che per rapporto a ciò, senz'altre cure, egli dev'essere attento soltanto a ben rilevare le notizie dell'esperienza dei sensi.

§ 783. Le condizioni che le *verità* di fatto esigono dall'uomo sono dunque sempre le stesse; voglio dire quelle medesime che abbiamo già indicate come necessarie nelle *verità* di riflessione. Spiare attentamente

tutti i fenomeni dei sensi, raffigurarne minutamente le particolarità, sentirne attentamente le differenze nell'atto di sperimentare la loro azione; ecco la cura unica dell'uomo che brama ottenere la *verità* delle sensazioni. Ciò è dimostrato dall'esame dei rapporti interni della definizione che ne abbiamo sopra addotta. Quindi l'*osservazione* dei fatti non è punto diversa dall'*osservazione* delle idee acquistatene.

§ 784. Per la qual cosa l'arte di *osservare* non sarà nè potrà essere altro che l'attenzione applicata con regola alle sensazioni nell'atto di sperimentarle; la qual cosa si effettua tanto coll'attendere accuratamente all'esperimento allorchè ci viene fortuitamente offerto dagli oggetti, quanto coll'applicare con certi modi gli organi per riceverne le sensazioni corrispondenti; e finalmente coll'indurre certe modificazioni nelle cose, onde altre non ordinarie apparenze ci vengano rese sensibili. Non è questa sola cura dei fisici, ma lo è eziandio dei psicologisti, dei moralisti e dei politici.

Ecco che cosa sia a riguardo dell'uomo la *realità*, e tutto ciò che può e deve fare l'uomo per conoscerla.

SEZIONE II.

Della parte morale della veracità.

CAPO I.

Principii della credenza e della critica rapporto all'esistenza dei fatti.

§ 785. È stato detto che, ammesso il principio che quello che sembra il più conforme alla ragione o all'attuale interesse dell'uomo non influisca efficacemente sulle determinazioni della volontà di lui, e non sia valevole a produrre *infallibilmente* l'effetto conforme e proporzionato alla natura ed alla forza dei motivi; ammesso un tale principio, dissi, sarebbe ad ognuno affatto libero il pensare che molti uomini abbiano potuto mentire *gratuitamente* contro la testimonianza dei loro occhi, e contro quello ch'essi sapevano colla certezza maggiore.

§ 786. La *veracità* e la *certezza morale* sono adunque fondate sulla legge generale delle *volizioni* umane. Quindi la *credenza* di qualsiasi genere, che tutta riposa sull'altrui veracità e che sì largamente si estende su tutta la nostra vita, trae interamente il suo appoggio dall'annoverata legge morale.

§ 787. È util cosa esaminare attentamente le prove di questo ragionamento, a fine di sperimentare la solidità delle fondamenta di ogni nostra *credenza* risguardante i fatti, e tessere così una scala generale dei gradi diversi di *probabilità* annessi alle circostanze ed al numero diverso delle persone che concorrono a testificare un fatto, e quindi far sentire quale certezza assegnar si debba alla *testimonianza* del Pubblico.

§ 788. Siccome il palesare ed il raccontare un fatto qualunque, di cui fummo testimonii, altro non è che un atto della nostra *volontà*, ed una esecuzione di questa stessa volontà, che esprime coi segni convenienti all'altrui intelligenza una o più sensazioni che l'anima nostra ha provato alla presenza degli oggetti esterni; così questa stessa *espressione* è soggetta perfettamente alle leggi della volontà e della libertà umana: talchè non v'è, nè vi può essere eccezione alcuna rapporto a lei, a meno che non si cangi l'essenza stessa dell'atto, ciò che è impossibile; o si riformi la costituzione naturale dell'*essere* umano, ciò che non è nemmeno da considerarsi nell'ipotesi dello stato attuale delle cose.

§ 789. Ma esaminando la natura stessa di quest'atto, si trova che l'uomo può bensì essere veritiero *gratuitamente*; ma che *gratuitamente* non può mentire. Infatti ad esprimere un fatto qualunque di esperienza basta la *scienza* del fatto stesso; a mentirne l'espressione vi si ricerca una *invenzione* ed un *interesse contrario*. Ma è evidente ad un tempo stesso, che il fatto non s'ignora, e si sente dentro di sè come realmente fu; ed è chiaro del pari, che le circostanze esterne di quel dato fatto non hanno somministrata la composizione della menzogna per ciò stesso che è *menzogna*; cioè a dire, non ne hanno offerte le idee o almeno la forma complessa, il nesso successivo, e lo stato generale. La *menzogna* dunque è un atto del tutto avventizio, accidentale, ed estraneo a quella situazione naturale, in cui la legge dell'esperienza pone l'uomo per rapporto a quel fatto stesso sul quale egli mentisce.

§ 790. Inoltre è un atto assai più *composto* nella specie, nel numero e nella combinazione delle maniere che assume l'uomo mendace. Esso ricerca una *fatica* estranea e divisa dell'*attenzione* a conciliare idee ben diverse da quelle che i fatti somministrano da sè soli; ed a conciliarle col sentimento segreto di *verità* che tenta di sprigionarsi, e ad annettervi un'espressione esterna, in cui si possano radunare plausibilmente tutti i requisiti della *verosimiglianza*.

§ 791. Ma non può certamente il menzognero, per regola di natura, sottrarsi dalla legge d'*inerzia* propria dell'uomo di seguire sempre ciò che importa *meno* di fatica o nell'esercizio dell'attenzione, o in quello

delle facoltà fisiche. Non può nemmeno darsi quelle idee ch'egli *non ha* (ved. il Capo II. Sez. I. di questa terza Parte), e che sarebbero pur talvolta necessarie a conciliare certe ripugnanze esterne o interne fra idea e idea, o fra le idee e le cose esterne. E benchè anche talvolta rinvenir le potesse, non ne potrebbe far uso se non a proporzione soltanto dell'indole, del numero e della forza dei *motivi* che lo spingessero. Quindi ne deriva, che di sua natura la *menzogna* essere non può così consonante nella esposizione tutta dei fatti, così stabile, uniforme e comune a molti, che non involga contraddizione, e non lasci un varco alla *verità*.

§ 792. Vero è, che se esiste un interesse prepotente contrario alla *veracità*, l'uomo agirà a norma di questo interesse, com'egli agisce a norma di lui quando è verace. Ma egli è vero altresì, che nella *veracità* l'azione organica è conforme di natura sua alla *verità;* talchè molti uomini per essere veritieri non abbisognano di combinarsi insieme e d'intendersi su di un fatto qualunque, non potendo essere veraci che di una sola maniera; dovechè nella *menzogna* l'interesse essendo divergente dalla traccia della *verità*, può essere diverso in infinite maniere. Comandate che si segni la linea retta da molti uomini simultaneamente: non ne uscirà che una sola. Comandate che ne seguino una non retta: ne usciranno di infinite maniere diverse.

§ 793. Raccogliamo il fin qui detto. La spinta alla *veracità* è dunque connaturale all'esperimento di una sensazione; l'interesse alla *menzogna* è accidentale ed estraneo. — L'interesse alla *veracità* è di natura sua uniforme, benchè esistente in parecchi individui umani; l'interesse alla *menzogna* non può essere di natura sua uniforme che per accidente e per arte in molti uomini: è bensì vario, discordante e contraddittorio per naturale proprietà. — Dunque l'uomo è *naturalmente* sincero e verace nella esposizione di un fatto; e per accidente o per arte soltanto è menzognero o dissimulatore.

§ 794. Dunque siccome per ciò stesso che una cosa esiste si debbono generalmente supporre in lei le proprietà sue naturali; così l'uomo, per regola generale di natura, si deve presumere *verace*. Altresì dell'esistenza delle accidentali modificazioni o degli accidentali difetti conviene avere una prova speciale, per ciò stesso che sono accidentali. Conciossiachè la loro cagione essendo estranea alle proprietà naturali della cosa di cui si parla, non se ne può nè sapere nè prevedere la esistenza dai rapporti della costituzione della cosa stessa; ma solo si può scorgere che esiste quando ne abbiamo le prove precise di *fatto*. Dunque non possiamo, per regola di ragione universale, supporre o sospettare l'uomo *menzognero*,

se non dopo che abbiamo prove o indizii di *fatto* speciali ch'egli alteri la esposizione della verità, o abbia difetto o interesse che valga a mascherarla.

§ 795. Ecco i principii universali sui quali unicamente sono fondate tutte le leggi della *critica* per rapporto alla *certezza* o alla *incertezza* di un fatto attestato da taluno (1). Da essi soli traggonsi tutte le regole possibili risguardanti l'opportunità, l'uso e la necessità degli argomenti che denominansi dai critici *negativi* o *positivi*. Ecco i canoni che reggono la *fede storica*, la *fede legale*, la *fede religiosa*, per rapporto agli avvenimenti, e somministrano forza alle eccezioni che versano intorno all'abilità o inabilità dei testimonii, alla fiducia o al sospetto, all'ommissione o rigettazione delle loro deposizioni, ed in una parola a tutto ciò che riguarda la *certezza* o l'*incertezza*, l'*assenso* o il *dissenso* sulla testimonianza di un fatto qualunque o passaggiero o permanente, o palese o segreto, o vicino o lontano, affermato da uno o più uomini.

CAPO II.

Fondamento generale dei principii risguardanti la credenza dei fatti.

§ 796. Ma se le leggi generali, colle quali agisce il cuore umano, fossero di natura loro versatili e incerte, o non si avesse principio sicuro onde conoscerle; è ben chiaro che si toglierebbe ogni *fondamento* di certezza alla fede prestata alla testimonianza altrui, foss'ella ben anche di tutto il genere umano unito. Ora queste leggi della volontà umana sono esse certe, invariabili e conosciute?

§ 797. È cosa di esperienza che la volontà non può agire senza oggetto di *volizione*. D'altronde l'indole dell'anima, considerata da sè sola, è di natura sua *indeterminata*, e per agire abbisogna d'impulsi speciali; a meno che far non se ne voglia un Dio a rigor di termine, ma un Dio assurdo (ved. il Capo II. al IV. Sez. I. di questa terza Parte). La *volizione* adunque è necessariamente un puro effetto, che trae la sua cagione, almeno occasionale, da impulsi esterni.

§ 798. Non esistono in natura, ed è impossibile che esistano, se non *volizioni* singolari e determinate; e perciò conviene ripeterne l'origine o dagl'impulsi speciali esterni, o dalle idee speciali presenti all'anima.

(1) Si noti bene: qui se ne parla solo relativamente alla *buona* o *mala fede* dei testimonii, e all'*interesse* loro ad essere veraci o menzogneri.

Le *volizioni* adunque sono necessariamente effetti o di reazione o di pura passibilità, derivanti dall'attività dell'anima che si determina in vista di un'idea, o è mossa da esterni impulsi.

§ 799. È cosa di fatto ch'ella si determina ed è spinta sempre verso del suo *meglio* o apparente o reale. Questo fatto di esperienza non può essere rivocato in dubbio da verun uomo dotato di senso comune, qualunque sia il sistema che si ammetta sulla libertà umana. Dunque il maggior piacere e il minor dolore sono le cagioni efficienti delle determinazioni della *volontà*, o almeno e l'uno e l'altro sono i segni naturali e connessi che corrispondono costantemente alle leggi colle quali una cagione occulta qualunque determina le nostre volizioni, crea i nostri affetti, e ci spinge alle azioni esterne.

§ 800. Ma dico di più. Supponiamo che si volesse anche negare quest' *armonia* tra la forza dei motivi e le nostre volizioni, dopo di avere loro negata una vera influenza di azione impellente e determinante. Io dico pur tuttavia, che siccome è certo (per prova di ragione pari alla certezza della nostra esistenza) che l'anima ha volizioni singolari e successive, e soffre suo malgrado disgustose situazioni; e non è, nè può essere a sè medesima ad un tempo stesso e origine e derivazione, e cagione ed effetto delle situazioni del proprio essere: così sarebbe pur certo che dovrebbe cercare fuori di sè la cagione determinante, o immediata o mediata, delle proprie volizioni. Ora tutto questo sottomette tuttavia la volontà umana a leggi infallibili, certe e conosciute di azione. Conciossiachè per un principio certo, anzi per il principio stesso di contraddizione, consta che ogni *essere* è di natura sua determinato; cioè a dire, la sua costituzione altro essere non può che il complesso fisso ed immutabile di certe qualità ed attributi che compongono la sua natura: talchè, cangiandosi in tutto o in parte, non sarebbe più lo stesso ente, ma un altro ente.

§ 801. Consta altresì che il *nulla* non è capace di azione; principio di una pari evidenza del precedente; e che perciò ogni azione, ogni effetto *reale* vuolsi attribuire all'ente reale ed esistente; la quale azione essere non può che l'ente medesimo, in quanto agisce.

§ 802. Se dunque avvenga che un ente per determinarsi abbisogni dell'azione mediata o immediata di un altro, egli è evidente che la determinazione, che ne risulterà, altro non potrà essere che il risultato *necessario* della *natura* di entrambi, messa in uno scambievole commercio di azione e di passione, o di azione e di reazione.

§ 803. Che se volessimo supporre l'effetto *fallibile*, cioè a dire che talvolta l'azione dell'oggetto determinante potesse andare frustrata sul

suo soggetto, cadremmo in un vero assurdo. Imperocchè per ciò stesso che una sola volta produsse effetto, egli lo deve sempre e necessariamente produrre. Infatti per qual ragione lo produsse una volta, se non perchè ambi gli esseri erano dotati d'una forza attiva, e la natura loro non ripugnava allo scambievole loro commercio, altrimenti l'effetto non sarebbe giammai seguíto? Siccome adunque questa stessa natura sussiste pur ancora fra entrambi, così sarebbe assurdo che non seguisse l'effetto connesso al loro urto scambievole; il quale effetto per ciò stesso è rigorosamente necessario.

§ 804. L'efficacia del fuoco ad ardere un qualche corpo è in ragion composta dei rapporti che passano tra il fuoco e la materia combustibile; i quali rapporti poi si risolvono nella natura dell'uno e dell'altra. La combustione è il risultamento e l'effetto di questi rapporti praticamente combinati, una legge cioè di natura. La *fallibilità* dell'effetto sarebbe dunque una formale *ripugnanza.* — O conviene adunque non supporre mai l'effetto; o supponendolo esistente con le stesse cagioni, convien concederlo sempre infallibile, e concederlo sempre necessario e determinato.

CAPO III.

Continuazione.

§ 805. Potrebbe certamente avvenire che si desse la concorrenza di due o più impulsi simultanei sopra uno stesso soggetto, prodotta da diversi oggetti, e perciò che l'azione di un altro precedente venisse tolta o collisa o modificata. Ma ciò non distrugge o affievolisce, anzi conferma vieppiù il mio precedente raziocinio sulla necessaria infallibilità dell'effetto, posta la sua cagione. Imperocchè dall'ipotesi questo *essere* diviene renitente all'azione completa di un tale agente estraneo, non in forza delle disposizioni sue naturali e necessarie, ma bensì delle disposizioni acquisite e contingenti che risultano dall'azione degli altri esseri sopravvenuti ad operare in lui. Pertanto ora non si può prestare interamente, o almeno in parte, all'azione di un singolare oggetto, per la stessa ragione per la quale dapprima vi si prestava, e vi si prestava totalmente.

§ 806. E in verità a questi nuovi esseri attivi si deve pure applicare in generale la teoria da noi allegata a riguardo del primo, avendo eglino comuni con lui tutte le determinazioni, i rapporti e le leggi che competono a tutti gli esseri. Quindi siccome sarebbe stato assurdo il dire, rapporto al primo, che, data la *capacità* di agire o di reagire fra due enti, e venendo l'un l'altro entro la sfera della loro scambievole energia, non

ne fosse seguíta l'azione e l'effetto; del pari sarebbe assurdo il dire, anche riguardo agli altri concorrenti all'azione, che non producessero un effetto proporzionato alla loro combinata attività, ed al grado dell'attività stessa esercitata sul loro comune soggetto.

§ 807. Perciò eglino debbono necessariamente impedire o moderare o rendere mista l'azione di un ente, per la ragione medesima per la quale uno di essi la compiva tutta da sè solo, quando solo si trovava ad agire sul soggetto suo; non altrimenti che un corpo mosso da due eguali forze impellenti a direzione rettangolare deve seguire la direzione diagonale per la ragione medesima per cui egli seguiva la direzione retta quando era mosso da una sola.

§ 808. Dunque anche nelle *eccezioni* apparenti la legge della necessaria discendenza e stabile proporzione fra l'effetto e la cagione si mostra in tutta la sua forza. Anzi il modo stesso e le condizioni con cui riesce il risultato delle forze combinate portano in sè l'impronta d'una dipendenza tale, che corrisponde perfettamente al tenore dei gradi d'energia impiegata da ogni potenza a produrre in concorso l'effetto sul soggetto comune.

§ 809. Laonde, qualunque sia il sistema che si abbracci intorno alla volontà, non si potrà giammai riuscire a sottrarla da leggi certe ed invariabili di agire. E siccome abbiamo veduto, che o si ammetta che le considerazioni del bene e del male, della felicità o della infelicità siano per sè stesse *motori efficaci* della volontà a scegliere e ad agire; o anche, negato questo, si valutino come *meri segni naturali* e di corrispondenza fra le modificazioni della potenza sentimentale e delle potenze attive dell'uomo; o finalmente, negata anche quest'armonia, si ammetta per lo meno (come per necessità metafisica si deve ammettere) che gli atti della volontà siano atti singolari e veri effetti; non si può sfuggire di adottare qualcheduno di questi partiti: così sarà eternamente vero che le *volizioni* saranno soggette a leggi fisse, inalterabili e conosciute, per ciò solo che si ammette che l'uomo è un essere capace di effetto.

§ 810. Per la qual cosa la forza di siffatte leggi dovrebbe necessariamente estendersi fin anche al caso che l'uomo potesse essere a sè medesimo unica cagione de' proprii voleri, e non ne riconoscesse fuori di sè nemmeno cagione alcuna occasionale o prossima o rimota; e che tra la facoltà di sentire e di volere si supponesse anche frapposta una insuperabile barriera, che impedisse fra di loro qualsiasi comunicazione.

§ 811. Io mi limito a queste principali osservazioni metafisiche, senza estendermi alle altre confermazioni tratte dall'universale persuasione di tutto il genere umano, che esista una infallibile e costante connessione

fra i motivi che sono presenti all'intendimento, e le determinazioni dell'umana volontà; e che queste determinazioni siano per sè stesse effetti assolutamente certi ed invariabili, relativi e proporzionati alla specie ed all'energia dei motivi medesimi. Le legislazioni tutte religiose e politiche, la morale, l'uso della parola, l'educazione, le ricompense alle azioni virtuose e le pene ai delitti, la sicurezza pubblica e la privata, il commercio, e in breve la condotta universale del genere umano, somministrerebbero infiniti indizii. Ma come questa è una sovrabbondanza, così mi rimetto a quanto ne dice la *Genesi del Diritto penale*, § 457 fino al 467.

§ 812. O conviene adunque negare che l'uomo sia un ente *reale*, o negare che abbia *volizioni*, o negare i principii più semplici, più universali e più incontroversi delle cose; o dall'altro lato è forza ammettere la indicata invariabile e certa legge delle volizioni umane (1). — Le fondamenta dunque di quella che appellasi *morale certezza* sono immutabili ed inconcusse.

CAPO IV.

Continuazione e schiarimento.

§ 813. Io non vorrei però che si pensasse ch'io faccia agir l'anima a guisa di un corpo, e l'uomo ragionevole al pari dei bruti. L'anima non agisce nè può agire a guisa di un corpo, perchè non è nè può essere, come pensante, un soggetto composto. Inoltre nell'uomo intelligente non sono precisamente i motivi che determinano l'anima, ma è bensì l'anima che determina sè stessa in vista dei motivi: distinzione importantissima, che frappone una differenza infinita fra la spinta d'una pietra e le volizioni di un uomo.

§ 814. Di più: non sono sempre le sole occasioni esterne che abbiano forza d'influire sulle determinazioni sue, come nei bruti; ma bene spesso ella ne trae dall'interno suo i motivi: talchè a molti appetiti svegliati dalle circostanze esterne, e che il bruto segue senza riserva e senza previdenza, contrappose una ragionata, sublime e *moral* serie di motivi d'una superiore ed antiveduta felicità. L'*intelligenza* di cui egli è dotato, e di cui sono mancanti i bruti e gli stupidi, lo rende capace d'intendere il senso di una legge, e di conoscere i rapporti di convenienza

(1) Alle cose dette dall'Autore dal § 785 fin qui, e che vogliono essere intese nel loro giusto senso, onde evitare gli errori del *determinismo*, servono di opportuno schiarimento il § 797 e il seguente. Prego il lettore di vedere anche le mie annotazioni a diversi paragrafi della *Genesi del diritto penale* circa il libero arbitrio e l'azione dei motivi sulla volontà. (DG)

e disconvenienza delle sue azioni con quella. La *sensibilità* poi, di cui è dotato, lo rende suscettibile a piegarsi nell'atto pratico alla *sanzione;* e l'una e l'altra di queste facoltà, considerate sotto questi rapporti, lo costituiscono un *essere* capace di *moralità* ed attualmente *morale*, quando egli abbia l'anima fornita delle idee relative. Queste sono qualità di cui mancano i corpi e gli esseri irragionevoli.

§ 815. Ma perchè l'uomo ha questa superiorità, perchè egli ha la volontà, come dicesi, *illuminata*, e può fare, mercè l'uso dei *segni* e dell'*intelligenza*, infinite combinazioni, e creare migliaja di motivi diversi ed impossibili all'azione dei puri sensi (benchè eglino siano la prima sorgente di ogni idea); e perchè in vista di siffatte cose egli può essere un ente *morale:* si dirà dunque che questi qualunque sieno intellettuali motivi o legali, o liberi da obbligazione, smentiscano la legge unica ed universale della infallibile esistenza dell'effetto, postane l'adeguata cagione? Anzi all'opposto l'indole stessa delle leggi tutte sì divine che umane, e della moralità, svela e predica altamente il *supposto* dell'azione e corrispondenza infallibile del bene e del male sulle determinazioni dell'umana volontà, senza la quale nell'un caso sarebbero un puro gioco illusorio, e nell'altro gratuite ed irragionevoli crudeltà.

§ 816. Ancora una parola in grazia della pia timidezza di coloro che non sanno ben concepire l'umana libertà. Io bramo di cuore di trovarmi d'accordo colle persone di buona fede.

§ 817. Qual differenza v'ha fra un uomo di cinque anni ed un uomo di trenta? Quella sola, mi si dirà, dell'*età*, e quella sola che l'*esperienza* può frapporre nelle cognizioni di questi due uomini. Ma la sostanza, la natura, le facoltà delle anime loro; il numero e la struttura delle facoltà fisiche; le idee sensibili, gli appetiti naturali e fisici, le passioni che ne derivano immediatamente, l'odio al dolore, l'amore al piacere, la memoria nel rammentare le cose passate; sono in sostanza simili in entrambi. Solo il fanciullo manca di idee intellettuali ed assai astratte, di nozioni e principii generali, che, mercè l'uso dei segni, disciolgano e sottraggano le sue idee dall'ordine delle circostanze esterne, e dall'impero meccanico col quale padroneggiano l'umana volontà, delle quali idee intellettuali è fornito l'uomo di trent'anni.

§ 818. Questa differenza, la quale consiste parte in una semplice separazione d'idee, parte in un'associazione spontanea di esse, e parte in un artificioso collegamento delle medesime fatto dall'attenzione, come sopra si è veduto; questa sola fa sì che l'uomo di trent'anni sia da tutti i filosofi, da tutti i teologi, da tutti i giureconsulti, e generalmente da

tutto il mondo considerato *libero*, ed il fanciullo no: l'uomo di trent'anni un ente *morale*, che merita e demerita colle sue azioni; ed il fanciullo un ente non ancor *morale*, che non ha nè merito nè demerito.

§ 819. La *libertà* umana dunque propria dell'*essere* ragionevole, e quale viene comunemente intesa, deriva unicamente dal possesso delle idee intellettuali, e dagli effetti loro sull'uomo. Ciò da me schiarito, eccoci riconciliati.

CAPO V.

Quale specie di certezza vada annessa alle testimonianze umane.

§ 820. Facciamo ritorno alla *certezza* derivante dalla testimonianza umana. Almeno metafisicamente è possibile, come la ragione ce lo dimostra, che un solo uomo o molti, mercè le loro espressioni, occultino o mascherino la storia della verità o per mala fede, o anche senza malizia; e così per pura ignoranza o per difetto d'attenzione, o per vizio di organizzazione nei sensi esterni o interni. Ma dall'altra parte ci è impossibile penetrare nell'interno del cervello altrui, per ivi leggervi all'opportunità, come in un libro, la storia autentica dei fatti quale vi fu scritta dalle sensazioni. E quando eziandio vi ottenessimo l'accesso, non potremmo nemmeno essere perfettamente certi se vi sia stata fedelmente impressa, a cagione dei motivi testè ricordati. Dunque ne viene, che anche nel caso che non abbiamo eccezione alcuna speciale contro la veracità altrui, in vista della *sola* indicata *possibilità* contraria diciamo di non possedere, rapporto all'umana testimonianza, una *certezza* metafisica o fisica, ma soltanto una *morale certezza*, cioè a dire una *vera probabilità* dell'avvenimento dei fatti o attuali o passati, de' quali ella ci viene prodotta in prova.

§ 821. Per la qual cosa qui la morale certezza suppone ad un tempo stesso un'irrimediabile *impotenza* in chi crede, e la *possibilità* di un vizio o di un difetto in chi attesta. Sono appunto entrambe queste quantità negative che costituiscono la differenza caratteristica della *certezza morale* dalle altre specie annoverate dai filosofi. Laonde benchè la coscienza di un'astratta *fallibilità* dell'umana testimonianza debba accompagnar sempre la credenza di un fatto a noi notificato per di lei mezzo; nulladimeno avviene che se non abbiamo speciali indizii di *fatto* dell'attuale fallacia o maliziosa o innocente dell'attestante, noi prestiamo un assenso intiero senza tema alcuna; non essendovi veramente ragionevole argomento di *diffidenza*, quando convenga far conto del solo *possibile* astratto.

CAPO VI.

Gradazioni della credibilità. — *Della credibilità in favore del Pubblico.*

§ 822. Se noi ci arrestiamo unicamente alle considerazioni presentateci dai principii sovra addotti, mi si chiederà quale *preferenza* possa dunque avere la testimonianza del Pubblico sopra quella di qualunque privato anche singolare. La legge sovra esposta della *veracità* essendo eguale tanto nell'individuo, quanto nella collezione intera di più uomini; ed essendo pure uguale la regola, che non avendosi speciali e fondate eccezioni contro di un racconto nè per rapporto all'autorità, nè per rapporto alla verosimiglianza, esso non si può in buona logica rigettare; non si ritrova, in vista del fin qui detto, espressamente significato il diritto nel Pubblico ad una incontrastabile *superiorità* di credenza.

§ 823. Rispondo, che ciò è vero sotto quest' aspetto. Ma egli è vero altresì, che a proporzione che cresce il numero delle persone che *concordemente* testificano un dato fatto, si allontana la possibilità indicata a mentire; talchè nel massimo numero e nella diversità dei secoli e dei paesi venendo testificato a rigor di termine un fatto, egli inchiude la massima probabilità possibile; ed esclude in proporzione la possibilità della falsità, riducendola ad una pura considerazione metafisica. All'opposto poi quando venga soltanto riferito ed attestato da un solo uomo, egli ha il minimo grado possibile di sicurezza, e reca seco tutta la facilità di un inganno.

§ 824. Avvi però tuttavia un'infinita distanza fra questo stato ed il ragionevole *dubbio* o il giustificato *sospetto* di effettiva *bugía* o di *errore*. A fine di dar loro luogo si esigono indizii reali, nati dalle speciali circostanze di *fatto*. Ma al contrario a costituire i gradi sopra assegnati della naturale *probabilità* bastano le considerazioni generali sulla natura umana.

§ 825. Noi abbiamo veduto quanto la menzogna si opponga alle leggi naturali dell' espressione dei pensieri in un solo soggetto, ed abbiamo veduto d'onde ella possa trarre l'origine sua. Ma d'altronde l'esperienza comprova quanto grande sia fra gli uomini la diversità di ragionamenti, d' interessi, di mire; e quanto il carattere morale venga reso vario dalle circostanze, le quali nemmeno l' arte stessa può rendere mai perfettamente simili fra due individui. Dunque, per regola generale di esperienza e di natura, una menzogna o un errore rendesi assai più inverosimile

fra due persone, che in una sola. Così dicasi in progresso di un numero sempre maggiore.

§ 826. Ecco il fondamento della *preferenza* della testimonianza di *molti* su quella di *un solo*, la quale in fine riducesi alla sempre maggiore difficoltà ed inverosimiglianza di combinarsi in una stessa falsa esposizione.

§ 827. Un fatto adunque, del quale un Pubblico intero sia stato testimonio, e che concordemente venga deposto, racchiude incalcolabili gradi di *probabilità*.

§ 828. Ma tra i fatti, altri sono di *stato passaggiero*, come le gesta di un eroe o di un popolo, un breve fenomeno di natura, od un' opera caduca dell'arte; ed altri sono di *stato permanente*, come l' esistenza di una città, di una costituzione naturale, e di alcune opere dell' arte. Dei primi non possono essere testimonii che quei soli uomini che ne furono spettatori nel tempo che avvennero; dei secondi poi ve ne possono essere infinitamente di più, perchè esistono in un tempo assai più lungo, ed in una serie successiva di epoche.

§ 829. La *massima* morale certezza va dunque accompagnata a quelle testimonianze del Pubblico che riguardano quest'ultima specie di fatti. Ond' è, che da questa fino alla testimonianza di un uomo solo si può fare una scala di *probabilità* di gradi pressochè innumerabili; la quale sarebbe forse utile al genere umano di tessere in alcune materie, per fissare i gradi di solidità della credenza da prestarsi alle diverse deposizioni che a lui vengono esposte, se pure l' inerzia universale si volesse dar la fatica di approfittarne.

§ 830. Siccome però l' orgoglio nazionale, o la condizione comune di un popolo che teme o spera alcuna cosa da una potenza più forte, una opinione imperiosa, una favorevole o sinistra prevenzione, l' ignoranza, l' amore del maraviglioso, ed infinite altre cagioni operanti in massa sur una moltitudine di uomini, possono talvolta ingerire interesse a mentire, o a travedere in tutto o in parte; così anche la testimonianza di un Pubblico intero può talvolta andar soggetta ad eccezioni. Ma di queste deve constare espressamente, come si è detto; e tanto più constare ne deve, quanto più inverosimile si rende l' eccezione stessa, cioè quanto maggiore è il numero dei testificanti un dato fatto. Su di questo mi rimetto alle topiche dei critici.

CAPO VII.

Continuazione.

§ 831. Fino a qui, per dir vero, abbiam ragionato della testimonianza del Pubblico, supponendola *concorde* e *stabile*. In fatti, senza una siffatta uniformità sarebbe distrutta, anzi non esisterebbe mai la testimonianza pubblica, ma bensì sottentrerebbero altrettante private deposizioni: quindi non entrerebbero nelle nostre vedute.

§ 832. Se però una tale discordanza potesse avvenire, essa avrebbe luogo più specialmente negli avvenimenti *passaggieri*, che nei *permanenti*; ed anzi nei *permanenti* pare che non si possa mai o quasi mai insinuare.

§ 833. È però a farsi una savia osservazione; ed è, che le semplici *varietà* fra loro conciliabili nel racconto di un avvenimento sperimentale fatto da parecchi non distruggono la deposizione; poichè è troppo naturale che, attesi i diversi caratteri morali e le disposizioni anche accidentali degli osservatori, l'attenzione venga rivolta più specialmente su certe circostanze, che su certe altre. Ne deve quindi avvenire, che quelle che sono più analoghe siano eziandio quelle che vanno più fortemente ad imprimersi nella mente; e le altre trascorrano inosservate, o non lascino traccia di sè nella memoria dello spettatore. Perciò uno posto nella situazione di esprimere la serie del fatto accenna le une ed ommette di buona fede le altre, senza propriamente violare le leggi rigorose della *veracità*. Un altro poi accennerà precisamente quelle che il primo ommise, ed ommetterà quelle che quegli accennò; e sarà del pari verace. Ma le une e le altre essendo parti dello stesso fatto, si possono, anzi debbonsi perciò scambievolmente conciliare; nè possono nuocere al diritto che hanno ad una completa credenza.

§ 834. All'opposto un avvenimento semplice, quantunque *passaggiero*, escluderà vieppiù tali varietà a proporzione che sarà più semplice, com'egli è dimostrato.

§ 835. E però nella sovraccennata scala, oltre le gradazioni delle quantità escludenti la fallacia di una deposizione qualunque, dovrà tessersi un rapporto ragionato di risultati, non relativo alla buona o alla mala fede dei deponenti il fatto, ma relativo alla loro ignoranza o avvedutezza o disattenzione nell'esaminare e ritenere le circostanze.

§ 836. Così alla deposizione di un fatto *permanente* o *perpetuo*, testificato da ognuno dei soggetti o semplici o collettivi della scala, si dovrà assegnare il maggior grado possibile di probabilità della sua esistenza.

§ 837. In quelli poi di stato *passaggiero*, se sono *complessi*, ed a proporzione che lo sono di più, alla deposizione delle circostanze speciali assegnar si dovrà minor peso, che a tutto l'avvenimento in confuso. — Ma a quelli, benchè *passaggieri*, che riescono d'un carattere *semplice*, converrà attribuire un assai maggior valore per le sopra indicate ragioni.

§ 838. Conchiudiamo. Dal fin qui detto risulta, che la testimonianza del Pubblico deve a caso pari assai più calcolarsi come prova dell'esistenza di un fatto, che quella di uno o di pochi singolari; e come tale può divenire, con certe precauzioni, *criterio* probabilissimo di verità di fatto. — Queste precauzioni poi, come abbiamo veduto, debbono essere, senza privilegio alcuno, simili a quelle che la buona critica assume nell'estimare il valore o nell'escludere i difetti delle private testimonianze.

CAPO VIII.

Se la credenza del Pubblico possa servire di prova alla esistenza di un fatto.

§ 839. La *credenza* del Pubblico non può essere niente più *criterio* di verità di fatto di quello che lo sia la *credenza* di ogni privato. Imperocchè le testimonianze che la fanno nascere non cangiano nè di natura, nè di forza *intrinseca* venendo comunicate al Pubblico piuttosto che al privato; non altrimenti che lo stato di un albero non cangia, se venga riguardato da uno o da parecchi uomini; come non cangia il suono di una campana, se venga ascoltato da un solo uomo, o da tutto un popolo. La verità della *credenza* avendo una sorgente del tutto *estrinseca*, e tutta la certezza di lei andandosi veramente a risolvere sulla veracità della testimonianza di chi affermò il fatto, e sulle prove di questa veracità; ne segue che per ciò stesso il Pubblico non può far aggiungere ad un fatto da lui creduto un nuovo grado di certezza o di probabilità *intrinseca*, per ciò solo che lo crede in confronto di un privato.

§ 840. Ciò è ben vero (forse taluno dirà); ma egli è pur vero, che siccome fra i privati rinvenir si può alcuno di una *precipitata* credulità per indolenza ad esaminare, o per propensione inspirata da amore o da odio, o per semplicità d'ignoranza puerile o barbara, o in fine per impotenza a calcolare la forza delle prove, o per parecchi altri motivi; e siccome tali circostanze difettose non sembrano a prima vista doversi estendere ad un Pubblico intero: così pare che se la credenza pubblica non è in fatto argomento di maggior veracità intrinseca della testimonianza, possa produrre almeno una grave probabilità della solidità e del-

l'integrità degli indizii esterni che la palesano più o meno credibile: in breve, pare che una cosa generalmente creduta, e quindi giudicata come vera, induca almeno una *presunzione* favorevole agli argomenti suoi di credibilità.

§ 841. Ma io rispondo: i motivi che viziar possono la *veracità* non possono forse del pari, ed anzi con maggior ragione, precipitare la *credenza* del Pubblico?—Di più, per quella stessa ragione per cui la comune degli uomini riesce inetta ad un ponderato, ragionato ed analitico esame nei diversi generi delle *verità*, non lo sarà forse con maggior ragione nelle spinose, aride, intralciate, metafisiche e storiche discussioni della *critica* risguardante i motivi di credibilità dei fatti riferiti?

§ 842. Fontenelle aveva su questo particolare una tanto sinistra opinione del Pubblico, che ardì asserire: che se una decina d'uomini con un'aria ferma ed energica di persuasione si mettesse all'impegno di persuadere ad una nazione che in pieno mezzogiorno sia notte, alla fine vi potrebbero riuscire (1).

CAPO IX.

Se il Pubblico comunemente inteso, e quale sopra lo abbiamo definito, possa riuscire generalmente giudice autorevole di verità.

§ 843. Dalla nozione che nella prima Parte di questo scritto abbiamo esposta si vede che cosa noi intendiamo qui sotto la denominazione del *Pubblico* (ved. Parte I. Capo VI). Chiedere adunque se il Pubblico possa generalmente riuscire giudice autorevole di verità, egli è lo stesso che chiedere se il maggior numero degli uomini componenti una o più civili società possa recare giudicii i quali tener si debbano qual *criterio di verità*. Dapprima sotto una considerazione meramente ipotetica abbiamo figurato questo Pubblico fornito di tutte le capacità opportune e proporzionate a giudicare (ved. Parte II. Sezione II. Capo IX). Ma questa è una pura finzione, attesochè realmente lo stato e le circostanze delle civili società impediscono al maggior numero degli individui componenti il Pubblico di acquistare e rivestire siffatte capacità.

§ 844. Se la costituzione, l'estensione ed i nessi delle verità fossero *versatili*, talchè or più ed or meno si potessero ampliare e ristringere proporzionatamente alla comprensione di chi le contempla; forse un sif-

---

(1) Per ora ci contentiamo di questi cenni, a motivo che più sotto dobbiamo di nuovo trattar di proposito questo argomento. Ved. Parte IV. Sez. III. Capo III. Art. II.

fatto Pubblico, quale realmente lo riscontriamo nelle civili popolazioni, potrebbe divenir giudice competente di verità; e quindi le sue decisioni rivestire un carattere autorevole di certezza, ed esprimere gli oracoli adequati dell'umana ragione. Ma siccome la verità dipende dallo stato reale delle cose, *immutabile* rapporto all'uomo; e siccome un tale stato offre un vastissimo ed immenso numero di relazioni, di esistenza e di non esistenza, d'identità e di diversità, di origine e dipendenza da una parte, e di indipendenza dall'altra, di coesistenza e di successione, ec.; e siccome altresì i giudicii umani si racchiudono entro tali rapporti, talchè la verità relativamente all'uomo non è che la comprensione di siffatte cose, a norma dell'azione risultante dalle determinazioni scambievoli del di lui *essere* pensante con tutti gli *esseri* fisici e morali che lo circondano: così è troppo chiaro che i giudicii umani per essere veri debbono abbracciare ed esprimere siffatte relazioni. Tutte le scienze, tutti i lumi, tutte le umane investigazioni hanno questo solo scopo e quest'unica sorgente.

§ 845. D'altronde abbiam veduto che le verità *per sè evidenti* non debbono entrare come scopo e materia nelle ricerche di questo programma, ma bensì dobbiamo attenerci alle verità *complesse* (ved. Parte II. Sezione I. Capo V. e VI). Dunque, parlando del Pubblico nello stato *reale*, conviene esaminare se *al di là* delle verità spontaneamente evidenti possa essere collocato in tali circostanze, che, assumendo la naturale capacità della mente umana, egli possa recar giudicii i quali siano il risultato della cognizione dello stato complesso e dei moltiplici rapporti delle cose.

§ 846. Ma siccome abbiamo veduto che a ciò si vuole un'analitica e profonda attenzione, il cui esercizio richiede tempo proporzionato alla grandezza degli oggetti ed alla limitazione della vista razionale (ved. Parte II. Sezione I. Capo VIII. al XII., e XX.), oltrechè dipende dall'azione, direzione, durata ed intensità dei motivi (ved. Parte II. Sezione II. Capo I. al V.); così, riguardo alla ricerca presente, convien discoprire se nell'universalità degli uomini componenti le civili società si riscontrino siffatti *motivi*, che spingano a ricercare, o almeno ad imparare, mercè l'altrui istruzione, a conoscere i rapporti meno evidenti delle cose; e se pur anco loro ne rimanga il tempo proporzionato.

§ 847. Ridotta la questione a questo punto di vista, la risposta si presenta agevolmente. È noto un calcolo che un acuto ingegno (san Tommaso) ha formato per provare la necessità della *rivelazione* per rapporto alle verità morali. Questo stesso calcolo non solo prova la *necessità* del-

l'istruzione scientifica, derivata da quei pochi privati che hanno il raro privilegio di essere inventori o pensatori; ma, esaminato a fondo, prova che la universalità degli individui componenti le civili società non ha il campo nemmeno di essere completamente istruita, onde formare giudicii autorevoli di *verità* (1). Diciamo anzi, che per lo più si contenterà delle decisioni del puro *senso comune* sulle cose più ovvie e triviali; ricevendo, rapporto alle altre materie alquanto ardue, i giudicii studiati dall'autorità e dalla tradizione di pochi, in guisa che li ripeterà per una cieca deferenza, e senza comprenderne il valore.

§ 848. Ed affinchè si ravvisi più davvicino questa verità, giova considerare che i primitivi ed indispensabili bisogni invocano imperiosamente la nostra attenzione. Dopo di questi sopravvengono i bisogni di comodità. In appresso convien sempre ricordare che l'esercizio dell'attenzione, che appellasi *studio*, riesce penoso. Inoltre, che i piaceri fisici e di spettacolo hanno un grande ascendente sull'uomo, *essere misto*. Quindi tutto il coro delle passioni predomina generalmente alla tranquilla ed imparziale passione della ricerca e cognizione della *verità*. Questi sono fatti noti, e derivanti dalla costituzione cognita dell'uomo.

§ 849. Ciò posto, considerando dall'altro canto tutto ciò che i progressi dello stato sociale esigono dai membri della società, e combinando le forze e le circostanze col carattere fisico e morale del genere umano, si ritrova che il maggior numero di una popolazione, lungi dal potere in veruna materia riuscire conoscitore competente e giudice autorevole di verità, vi rimane anzi decisivamente inabile. Si assuma in considerazione qualsiasi popolo, in quanto sia capace di conoscere e giudicare della verità. Conviene tantosto sottrarne la metà, cioè a dire le femmine, l'educazione e la vita delle quali si oppone a qualunque profonda cognizione della verità, oltre le più evidenti e triviali. È d'uopo altresì detrarne i fanciulli, i vecchi, gli artigiani, gli operai, la gente di servizio, i soldati di professione, i mercanti, il gran numero degli agricoltori, ed inoltre generalmente tutti coloro che, in forza del loro stato, delle loro dignità, delle loro ricchezze, sono assoggettati ad assidue occupazioni, o dati in balía a piaceri che riempiono molta parte delle loro giornate; e si troverà quanto ristretto risulti il numero di que' soli i quali possano giudicare della verità nelle diverse materie meno triviali.

---

(1) Io prego che qui vengano richiamate le condizioni indispensabili, mercè le quali ogni uomo può riuscire *passivamente* addottrinato, espresse nella P. II. Sez. II. Cap. XII.

§ 850. Ma ridotto il Pubblico a questo piccolo numero, la nozione sovra espressa sparisce, nè abbiamo più sott'occhio il *Pubblico*, ma bensì pochi *privati*. Quindi è, che se veramente il Pubblico sulle materie complesse esprime un qualche giudicio, esso non può riuscire se non che arrischiato e senza fondamento di cognizione, o puramente ripetuto sull'altrui tradizione e autorità. Perlochè nè in nissuna materia, nè dentro a veruna circostanza, nè fino a segno alcuno il giudicio del Pubblico, volgarmente inteso, si potrà tenere per *criterio di verità* là dove se ne può abbisognare; vale a dire dove la verità non salta agli occhi, e dove potendo ricorrere il timore dello sbaglio, abbisogniamo d'una qualche cauzione che ce ne assicuri.

§ 851. Rimangono, è vero, i pochi conoscitori; ma di questi dovendo noi ragionare nella Parte seguente, ci contenteremo, per rapporto al Pubblico qui contemplato (il quale, a dir vero, meglio appellerebbesi *il popolo*), di avere addotto quanto finora ci è parso rilevare con verità. Se rimanesse qualche vista subalterna, o qualche oggetto da specificarsi ed esaurirsi, ciò meglio verrà fatto dopo le altre considerazioni che siamo per intraprendere, le quali con tanto maggior ragione verranno applicate al Pubblico comunemente inteso.

PARTE IV.

Come, quando, in quali materie e fino a qual segno il giudicio concorde di molti s'abbia a tenere per un criterio di verità.

SEZIONE I.

Preliminari e generali teorie.

CAPO I.

Dove sia fondata l'autorità attribuita al giudicio concorde di molti intendenti sopra quello di uno o di pochi privati.

§ 852. A malgrado di tutte le cose discorse fin qui, non dovrò io forse temere che la questione proposta si possa tuttavia riguardare come intatta? Alla fine, che cosa hai tu provato? taluno dir mi potrebbe. Null'altro, che una generalissima tesi. Al più tu hai provato che le circostanze inseparabili da qualunque società distolgono il maggior numero degli individui componenti le popolazioni dall'intraprendere e proseguire il lungo ed arduo cammino unico e indispensabile per giungere alla cognizione delle *più complesse verità.* Ma che perciò? Benchè il numero maggiore d'una popolazione riceva passivamente i suoi giudicii dall'autorità dei pochi; benchè lo spirito della moltitudine sia aggirato da un vortice comune, in cui i giudicii di lei vengono trascinati giusta una sola direzione derivante dall'impulso di poche mani: pure coloro che creano i giudicii medesimi, coloro che dettano al Pubblico ciò ch'ei deve ripetere, non sono eglino sgombri da tutti i vincoli e da tutte le illusioni che necessariamente predominano la moltitudine? Questi che sono pochi in ogni istante del tempo e in ogni paese, benchè siano molti nello spazio generale delle culte società e dei secoli, giudicano pure a *proprio* dettame. Costoro non formano, per dir così, il vero *Pubblico* giudice? Non rivestono forse i titoli legittimi della competenza? Ora se molti uomini illuminati, di comune consenso, con cognizione di causa, affermano alcuna cosa, non è egli forse presumibile che un tale giudicio per sè stesso sia *vero?*

§ 853. Altro è il supporre un uomo singolare che si applichi a un dato

oggetto di cognizione; ed altro è supporre molti uomini che del pari ne formino argomento delle loro meditazioni.

§ 854. Per ciò appunto che esistono molti uomini, ciascuno dei quali per sè stesso dirige la sua mente ad uno stesso punto per trarne quel giudicio che il suo esame gli detterà; per tale motivo, dico, non si può presumere giammai che la struttura loro organica, gli aspetti delle cose, la catena delle loro idee tanto principali quanto accessorie, il genere delle loro affezioni, il grado di energia di queste medesime affezioni, gl'interessi secondarii, siano tali da far sì che fra di loro *rassomiglino* perfettamente. — Tutte queste cose sono legate e determinate da un sì vario e moltiplice concorso di circostanze, che non costituendo giammai un uomo nè fisicamente nè moralmente nella possibilità di essere apparecchiato o situato come un altr'uomo, fanno eziandio ch'egli non possa avere gli stessi deviamenti e gli stessi difetti.

§ 855. La tanto svariata e oppugnante differenza degli umani dispareri allorchè gli uomini non giudicano per autorità, ma per proprio raziocinio, non è essa forse rivolta a profitto della verità allorquando molti o, a dir meglio, tutti quelli che possono giudicare con cognizione di causa concordano in una sola maniera di giudicio? E questo vantaggio di argomentare per la verità non deriva forse dal motivo appunto che tutti sono d'altronde cotanto fra loro discordi? L'errore è vario ed instabile. E appunto perchè è tale, dove si rinviene la uniformità e la costanza, si ritroverà la verità. Se l'instabilità e la varietà delle opinioni formano il carattere del primo, perchè la uniformità e la costanza non dovrà formare il contrassegno della seconda?

§ 856. Dicesi che la via della verità è una sola; e per lo contrario quelle dell'errore sono infinite. Or bene: da questo medesimo principio non nasce forse un argomento favorevole per la verità, quando appunto molti uomini si trovano, malgrado tanti casi di fallibilità, tutti uniti nello stesso sentimento? Appunto a proporzione che vi erano più casi possibili di errore, e che questi casi possibili, fra tanti uomini posti in circostanze cotanto disparate, dovevano tanto più probabilmente produrre la discrepanza, quanto maggiore era il numero degli errori possibili sopra un dato oggetto di giudicio, e quanto maggiore era il numero e la varietà di pensare di coloro che potevano commetterli, a meno che la individua verità non avesse fatto breccia su tutti: appunto per tal motivo, se si vede che fra molti ragionatori avviene un caso che non è nei rapporti probabili dell'errore, cioè l'uniformità di giudicio, arguire si può che un tale giudicio racchiuda la verità.

§ 857. Per sì fatta maniera considerando questi giudicii ragionati tanto dal canto della natura stessa della verità e dell'errore, quanto dal canto della disposizione delle menti umane che li pronunciano, nasce un presentimento che ci spinge a riguardarli come pegni sicuri di verità.

§ 858. Ecco il vantaggio di *molti* su di *un solo* che giudica; vantaggio che nasce appunto perchè sono *molti* che giudicano in una guisa conforme e per proprio esame ragionato, o sia ch'eglino scoprano la verità, o sia che rivochino a squittinio i pensamenti altrui.

§ 859. Questo presentimento acquista forza maggiore in noi e giunge a guadagnare il nostro assenso, se ci prendiamo cura di salire alle fonti medesime, d'onde negli uomini deriva la cognizione della verità e d'onde sono spinti all'errore. Imperocchè (soggiungere si può) tu stesso ci hai detto che le cagioni degli errori negli oggetti complessi, dove solamente possono gli errori accadere, si riducono a due sole. La prima si è la mancanza parziale di taluna delle idee, le quali veramente appartengono ad un oggetto, o considerandolo nei rapporti dell'identità o della diversità, o considerandolo come effetto di qualche cagione precedente. Allora non conoscendo l'intelletto tutte le parziali idee ch'entrano a determinare le identità o le diversità rispettive, o non conoscendo tutte le cagioni che concorrono a produrre uno stesso effetto, egli deduce false illazioni.

§ 860. Nel caso poi che le idee richieste fossero ben anche tutte presenti alla mente, allora l'errore deriva o da un eccesso o da un difetto di attenzione, la quale, diretta da una passione parziale, si concentra soverchiamente su di un aspetto, e lascia trascorrere gli altri aspetti inosservati. O anche perchè una pigra o poco interessata attenzione, non eccitata abbastanza all'analisi, deliba quasi fortuitamente i concetti informi ed incompleti delle cose, e tali gli affida alla memoria ed al raziocinio.

§ 861. Ciò posto, non è verisimile che in molti intelletti simultaneamente si verifichino le stessissime combinazioni e i difetti medesimi, onde tutti debbano errare d'una sola maniera. Quella notizia che mancò ad un solo è ben naturale che cada sott'occhio ad altri. Gl'interessi poi che eccitano ed invocano l'attenzione, in forza di tanti e sì svariati rapporti, viste e situazioni, essendo tanto varii e moltiplici in molti individui, non possono indurre nel loro spirito quel *dato* eccesso o difetto di attenzione nelle medesime parti degli stessi oggetti, sicchè debbano concordemente urtare nello stesso errore.

§ 862. Perlochè se si scorgono molti e disparati ingegni recare un premeditato giudicio, non ordinato dall'autorità, ma dedotto da una propria ragionata *illazione*, è forza conchiudere che ciò non possa essere

se non effetto della immutabile e vittoriosa verità, la quale essenzialmente presentandosi a tutti quegl'intelletti d'una sola maniera, dètti pur anche un solo e concorde giudicio. — Ecco in qual guisa il giudicio del Pubblico, o, per parlare più precisamente, di quel Pubblico che giudica a proprio dettame, si debba riguardare come *criterio legittimo di verità.*

CAPO II.

Conciliazione del Capo precedente colle cose dette dapprima. Necessità di esaminare il ragionamento precedente.

§ 863. Tutto questo mi si potrebbe rimostrare con imponente apparenza di verità. Se però ben addentro si esamini questo discorso, si scuopre primieramente che il supposto è cangiato da quel di prima. Egli non è più il *Pubblico*, quale viene comunemente concepito nel significato del termine (ved. Parte I. Capo VI.), ma bensì un Pubblico astratto, i membri del quale possono tutti giudicare con cognizione di causa. Ora è noto che questa maniera di giudicio è impraticabile nelle viventi civili popolazioni.

§ 864. Che se con questo nuovo supposto si ripropone il quesito, allora la questione diviene ipotetica, e si riduce a sapere se il giudicio concorde degli *uomini illuminati* s'abbia a tenere per un *criterio di verità.*

§ 865. Ma posto eziandio che dalle ricerche praticate su tale supposizione derivasse un risultato *affermativo* almeno intorno a qualche materia, ciò non pertanto egli non giungerebbe mai ad invalidare nella minima maniera la soluzione da me sovra addotta; attesochè nell'*applicazione* delle mie teorie ho figurato il Pubblico quale viene comunemente inteso; e ho trovato quindi un aggregato, i cui individui sono prepotentemente *distolti* dal riunire in sè le condizioni delle quali viene dotato quest'altro Pubblico ipotetico, vale a dire l'agio e lo stimolo di esaminare le cose, onde giudicare per propria scienza delle *più complesse* e *meno ovvie verità.*

§ 866. Ma ora vien posto in campo un Pubblico collocato in tutte le favorevoli circostanze di giudicare; diciamolo senza equivoco: qui si esamina la *repubblica letteraria*, quale per altro esister può in qualsiasi vivente società e sotto qualsiasi Governo.

§ 867. Ciò ritenuto, parmi certamente che sia dover mio lo investigare se si verificano i termini del quesito, e come; e ciò per più motivi. — Il primo si è, che talvolta presso alcuni sotto alla denominazione di *Pubblico*, allorchè lo si contempla come giudice di qualche materia o

controversia, viene designato il complesso degl' *intendenti*, non limitato a numero, nè a paese. L'altro Pubblico viene sotto alla denominazione di *volgo*, oppure di *popolo;* ed il quesito ha chiesto non del volgo, nè del popolo, ma bensì del *Pubblico* in genere. In vista di ciò, potendo essere avvenuto che codesta Reale Accademia abbia avuto di mira siffatto *Pubblico* o come soggetto solo, o come soggetto cumulativo; se io tralasciassi di volgere le mie ricerche su di lui, non soddisferei alle intenzioni del quesito, e le mie discussioni riuscirebbero fuor di proposito, od imperfette.

§ 868. V'ha ben anche un'altra considerazione, che si può conciliare coi termini del quesito; ed è, che una *situazione* acconcia a giudicare sulle cose *complesse*, quale nel maggior numero degl'individui delle viventi popolazioni rinvenire non si può in fatto, ma che pure non ripugna, si potrebbe porre nel novero di quelle *circostanze* contemplate dal quesito, entro alle quali situando il Pubblico, può forse recare giudicii che talvolta s'abbiano a tenere per *criterio di verità.*

§ 869. Un altro motivo finalmente si è, che quand'anche si supponesse che il Pubblico disegnato dal quesito fosse quello solo che più ovviamente viene divisato; ciò non pertanto le mie ricerche sulla validità dei giudicii della repubblica letteraria mi somministrerebbero, rapporto alla validità o nullità dei giudicii del Pubblico, volgarmente inteso, risultati di una forza trascendente. Conciossiachè, se si dimostrasse che il giudicio concorde dei dotti non può essere in certe materie *criterio di verità*, argomentar sempre si potrebbe *a fortiori* ch'essere no'l possa pel Pubblico in genere. — Nelle altre materie poi, ove i dotti potessero essere giudici autorevoli, riflettendo al *come* ed al *perchè* il giudicio loro concorde possa divenire *criterio di verità*, si verrebbe a dimostrare in ispecialità, che la tesi mia generale contro del Pubblico (tesi della quale io medesimo ho fatto la censura, come testè si è veduto) viene pur anche verificata in tutti i casi, o, a dir meglio, in tutte le materie.

§ 870. Laonde, in vista dei premessi motivi, mi è forza analizzare se il ragionamento tessuto nel Capo precedente sussista, o no. E posto che sussista, se in tutto o in parte sia conforme al vero; e con quali cautele, e in quali materie, e dentro a quali circostanze si possa egli verificare.

CAPO III.

Che, in forza di sole generali e più favorevoli considerazioni, il giudicio dei dotti tutt' al più esser può un criterio probabile, ma non certo, di verità.

§ 871. Per quanto il ragionamento esposto nel primo Capo far possa ingombro alla mente, e per quante attrattive egli abbia a cattivare il voto della ragione; nulladimeno non giungerà mai a persuadere che il giudicio concorde e ragionato di molti riguardar si debba quale *infallibile* norma di verità. — Diffatti le prove addotte ci additano elleno per avventura in una guisa speciale e dimostrativa la *infallibilità* scolpita nel giudicio concorde e ragionato di più uomini? Escludiamo forse, mercè i rapporti del ragionamento, la possibilità logica di un comune e concorde errore? — Anzi all' opposto ci abbandoniamo ad una legge vaga, confusa, generale, e per noi incalcolabile, qual' è quella della *fortuna* degli umani pensamenti.

§ 872. Se rendiamo esattamente conto a noi medesimi per qual via siamo giunti alla illazione che attribuisce tanto peso al sentimento concorde di molti, ci avvediamo di aver percorsa soltanto la dubbia e vaga carriera della probabilità, dove solo penetra il barlume ed il presentimento, ma non la retta e piena luce della *certezza*, per cui l' anima è côlta da una irresistibile attrazione di assenso. Abbiamo noi forse dentro i cervelli umani vedute le *idee* connettersi a foggia di *vero*, benchè tutte si esprimano in una sola maniera?

§ 873. L'errore è vario. Ciò è vero. Ma fu forse dimostrato essere impossibile che molti uomini talvolta, giudicando anche a proprio dettame nelle materie *complesse*, errino di una sola maniera? — È pur vero che l'errore dipende dall' ignoranza e dalla mal diretta attenzione. Ora ci consta per avventura certamente che in molti uomini non si possa verificare il caso, che tutti ignorino su qualche materia complessa un dato articolo, la cognizione del quale perchè appunto mancò doveva trarli ad uno stesso errore, quanto più metodiche erano le loro ricerche e quanto più esatte le illazioni? — Datemi un calcolo risguardante qualche cosa di *reale*, a cui manchi una partita: tutti i più periti calcolatori dedurranno la stessa somma. Ma applicato al fatto riuscirà falso. E perchè ciò? Perchè vi manca una quantità *reale*. A che giova per la verità che molti siano concordi nello stesso risultato, se non ad assicurare che il calcolo è stato tessuto a dovere, ma non mai che tutte le quantità convenienti sianvi state introdotte?

§ 874. Ora, per rapporto al Pubblico, si è forse dimostrato che a motivo che molti concorrono a ragionare di una stessa maniera sur un soggetto complesso, abbiano avuto tutte le notizie che la natura delle cose esige per la verità? — Ciò posto, chi ci assicura dall'*ignoranza*, presa rigorosamente come tale?

§ 875. In tale ipotesi sarà vero che non vi fu *ommissione* nei raziocinii; ma ciò basta forse per la verità? Se un popolo di ciechi deduce che il sole non fa altro che riscaldare il genere umano, prova ciò per avventura che realmente sul restante degli uomini produca questo solo effetto?

§ 876. Dunque esaminando il giudicio concorde di molti per questo solo rapporto, che io chiamo *rapporto allo spirito*, tutt' al più potrebbe produrre la certezza che non intervenne abbaglio nell' osservazione e nella deduzione; ma non mai l'altra certezza ch'egli sia *conforme* alla verità delle cose, la quale in sè stessa, cioè a dire nello stato reale, può essere *diversa*.

§ 877. Che se poi esaminiamo questi giudicii relativamente al *cuore*, vale a dire per rapporto ai motivi direttori dell'attenzione, il ragionamento sopra tessuto non ci può offrire il giudicio concorde di molti rivestito di certezza, nemmeno per rapporto alla osservazione ed alla deduzione, se non si dimostra precisamente che non vi possa intervenire una *cagione comune* di seduzione. Questa agisce, come si è veduto, deviando l'attenzione dal considerare quei rapporti i quali comprendere si dovevano per pronunciare un giudicio vero; oppure non istimolando abbastanza l'attenzione ad arrestarvisi per quel tempo e con quella intensità ch'erano necessarii a percepire tutti gli aspetti delle cose.

§ 878. Fino a che non abbiamo un principio *dimostrativo*, il quale escluda una siffatta cagione comune, non potremo mai riguardare quei giudicii come atti a servire di *criterio di verità*.

§ 879. Ora nel proposto ragionamento non ci consta dell' esistenza di un principio chiaro, il quale escluda questa cagione. — Dunque, contemplando i giudicii benchè concordi di molti dal canto delle leggi dell'*attenzione*, non possiamo, in forza dei soli dati generali sovra espressi, i quali, come ben si vede, sono i più favorevoli possibili; non possiamo, dissi, mai dedurre ch' eglino s' abbiano a tenere per un *criterio infallibile di verità*. Solo ci consta che non possiamo decidere tra la *fallibilità* e la *infallibilità*.

§ 880. Dunque siccome tanto dal canto dello *spirito*, quanto dal canto del *cuore*, vi si ravvisa la logica *possibilità* dell'errore, o almeno non si

può escludere; il giudicio concorde e ragionato di molti non si potrebbe giammai tenere per *certo* ed *infallibile*, ma soltanto *probabile criterio di verità.*

§ 881. Ecco in generale fino a qual segno il giudicio di un Pubblico intendente tener si potrebbe qual *criterio di verità:* tutt' al più si potrebbe farlo salire fino alla probabilità della esistenza del *vero*, ma non mai fino alla certezza assoluta.

§ 882. Per tal modo emerge un altro estremo di conciliazione fra le mie idee. Ho detto che nel senso rigoroso di *criterio*, che ho richiesto di un uso *infallibile*, il giudicio del Pubblico, ancorchè vero, rimaneva superfluo, perchè incerto (ved. Parte II. Cap. I). Qui trovandolo *probabile*, dico che, nelle materie dove può verificarsi, egli serve ottimamente all' uomo *in pratica;* perchè temer potendo di abbaglio nel ragionare sugli oggetti complessi, abbisogna di una testimonianza che lo rassicuri da tal timore; e in mancanza di *certezza*, gli serve la *probabilità.*

CAPO IV.

Quali precisi supposti racchiuda la tesi che attribuisce al giudicio di molti intendenti una maggiore presunzione di verità che a quello di un privato.

§ 883. Spingiamo più oltre l' analisi. Per qual ragione debbo io indurmi a presumere che nel giudicio concorde di molti conoscitori si racchiuda la verità? Deve pure esistere un *principio* teoretico e generale, *certo* per sè medesimo, il quale determini ed avvalori piuttosto questa presunzione, che la sua contraria. Se io mancassi di un tale principio, la mia presunzione sarebbe *temeraria.* — Esiste questo principio fondamentale e determinante? E se esiste, qual è?

§ 884. Se in natura non esistesse un mezzo *per sè infallibile* onde conoscere le verità *complesse;* se questo mezzo non escludesse di sua natura tutti i casi possibili dell'errore, e non abbracciasse tutti gli accidenti favorevoli alla verità; a che gioverebbe l'investigazione e l'autorità di molti uomini a produrre nel privato o certezza o probabilità della di lei scoperta? È pur chiaro che tutte le viste del genere umano sarebbero in tale ipotesi frustrate, e noi rimarremmo nella notte perpetua del pirronismo.

§ 885. Dunque in tanto il giudicio pubblico si valuta qualche cosa per la verità, in quanto si suppone che l' uomo sia fornito di qualche mezzo per sè infallibile di rassicurarsi della verità.

§ 886. Ma se all' opposto a tutti gli uomini *singolari* ogni verità si presentasse in una guisa evidente, cosicchè escludesse la tema dell' abba-

glio; a che avrebbero bisogno d'invocare il soccorso dell'altrui autorità? (ved. Parte II. Capo I.)

§ 887. Dunque il giudicio di molti in tanto si considera utile e in tanto ottiene preferenza sopra quello di un privato, in quanto si suppone che *un solo* o *pochi* possano errare più facilmente che *molti* nel rilevare i veri rapporti delle cose.

§ 888. Dunque per ciò stesso si suppone per regola generale e teoretica, che *molti* veggano o avvertano quello che *un solo* o *pochi* non vedono, nè avvertono. In breve: si suppone che, a forza di rappezzate e distinte osservazioni, i *molti* emendino i difetti di spirito e di cuore, i quali possono rendere erronei i giudicii d'ogni uomo *singolare;* e ciò in forza della sola moltiplice diversità delle loro vedute, dei loro interessi e delle loro inclinazioni.

§ 889. Se si riuniscono adunque gli estremi del principio avvalorante l'autorità di *molti* in fatto di *verità*, egli inchiude il doppio supposto, che esista un mezzo infallibile a conoscere la verità, escludente tutti i casi dell'errore, ed abbracciante tutti gli accidenti favorevoli alla verità; e che questo mezzo, mercè l'esame di *molti*, venga ridotto ad effetto più probabilmente che da *un solo* uomo; e perciò ottenga l'intento della scoperta della verità.

§ 890. Ora tutto ciò si verifica egli di fatto? Con quali modi e in quali circostanze entrambi i supposti si possono verificare? — Potendosi eglino verificare in natura, come si deve dirigere l'uomo privato in pratica, onde accertarsi della loro esistenza nei casi concreti, e determinare il suo assenso ai pubblici giudicii?

§ 891. Ecco ricerche, la soluzione delle quali, quando venga eseguita a dovere, deve infallibilmente soddisfare allo scopo del proposto quesito. Prima però di entrare nella loro investigazione è d'uopo proporre altre preliminari osservazioni.

CAPO V.

A quali confini venga ristretta l'idea del Pubblico intendente, *ossia della repubblica delle lettere.*

§ 892. Anche la persona di questo Pubblico *intendente* si deve circoscrivere entro certi estremi. — Se a costituire il pubblico consenso degli *intendenti* si richiedesse il pensamento di tutti coloro che in ogni secolo ed in ogni paese giudicarono e giudicano con cognizione di causa di qualche cosa, non solamente ciò renderebbe troppo ampio il concetto di questo Pubblico, ma lo farebbe riuscire del tutto frustraneo.

§ 893. Il Pubblico colto d'oggidì si può forse appellare il Pubblico del secolo di Galileo, di Bacone e di Newton, o quello del secolo di Pericle o di Augusto? Se oggi esce qualche produzione, sulla quale i dotti decidono, si dovrà forse attendere il giudicio della posterità per affermare che il Pubblico o la repubblica delle lettere abbiano giudicato?

§ 894. Quei che vissero dapprima formano l'antichità o gli antenati; quei che vengono dopo formano la posterità. Il Pubblico si racchiude fra questi due estremi. Egli è nella generazione vivente. La tomba costituisce la linea di confine che circoscrive il concetto del *Pubblico*.

§ 895. Che se questo Pubblico adotta i pensamenti delle antecedenti generazioni, s'egli aumenta il patrimonio dei lumi che ne ereditò; tutto ciò gli appartiene, direi così, per sua speciale *proprietà*. Il diritto di autorità pubblica, che le vecchie opinioni hanno, è fondato interamente sul consenso della vivente generazione; la quale siccome alcune ne annulla, ad altre deroga, e in tal guisa fa sì che non più riescano giudicio del Pubblico, ma opinioni di qualche privato, o vittime dell'obblío: così se alcune ne ritiene, sicchè possano dirsi *pubbliche*, ciò avviene unicamente in forza di un intrinseco ed innato diritto della vivente età.

§ 896. Non dico perciò che molte volte gli antichi non possano aver ragione contro un Pubblico moderno, e che il Pubblico non abbisogni in certi casi del soccorso della loro sapienza per legittimare i suoi giudicii; ma dico solamente, che a costituire il giudicio di un Pubblico ricercasi unicamente il complesso dei contemporanei. Questi sono i limiti che sembra fissare si debbano al Pubblico ragionatore per rispetto all'*età*.

§ 897. Ma se anche, attenendosi ai soli contemporanei, si volesse per un altro canto oltrepassare il cerchio degli *intendenti* racchiusi entro alle nazioni culte poste in iscambievole, moltiplice e regolare corrispondenza e commercio di lumi, per errare traviati fra le più remote e dissociate popolazioni a raccoglierne i pensamenti sugli articoli speciali degli umani giudicii; questa cura sarebbe del pari strana che impraticabile all'intento che trar se ne dovesse. D'altronde nella comune significazione si sente che siffatta ampiezza eccede smodatamente i limiti dell'idea di un Pubblico di dotti, o vogliam dire di una repubblica delle lettere.

§ 898. Nemmeno poi credo che sia lecito restringerci ai pensieri degli intendenti di una borgata o di una città, onde caratterizzare un giudicio veramente pubblico, o poterlo dire giudicio della repubblica letteraria, trovandosi che nella comune significazione il suo concetto è assai più esteso.

§ 899. Ond'è, che non riguardo al numero, il quale per sè è indefinito, ma bensì riguardo alle popolazioni, parmi che la repubblica letteraria non si possa nel suo più ristretto concetto verificare se non nel *complesso* dei dotti di una nazione che usa di un comune linguaggio. Nel suo più ampio giro poi abbraccia quelli delle culte nazioni poste in uno scambievole, attivo e regolare commercio di lumi e di opinioni.

§ 900. I caratteri costituenti questo ente tanto vago e indefinito della repubblica delle lettere sembranmi quelli ora annoverati, nè saprei addurne una più precisa nozione.

SEZIONE II.

Esame delle questioni proposte nel Capo IV. della Sezione precedente.

CAPO I.

Verificazione del primo supposto. — Del mezzo infallibile a scoprire la verità.

§ 901. Un giudicio vero ha luogo necessariamente quando l'anima sente ed avverte a tutte le rassomiglianze e le differenze fra le idee, e a tutte le dipendenze fra gli oggetti. Ciò nasce dalla nozione medesima del giudicio, e dall'indole di fatto dello spirito umano. Per la stessa ragione che io avverto di vedere un circolo ed un quadrato, e ne paragono le forme, io sono per legge di natura costretto a sentire che l'uno è diverso dall'altro.

§ 902. Ma fra le idee altre sono *semplici*, ed altre sono *complesse*. Le idee semplici sono indivisibili in altri elementi; le complesse, per lo contrario, sono divisibili nelle semplici, che costituiscono gl'integranti loro elementi.

§ 903. Alle semplici appartiene una *unità* assoluta tanto nel concetto integrante, quanto nel concetto circoscrivente; alle complesse appartiene una *unità* rigorosa nel solo concetto *circoscrivente*, la quale perciò appellasi *unità collettiva* (ved. Parte III. Sezione I. Capo VI).

§ 904. Dunque se si tratta d'idee semplici, poichè fanno impressione su di lei, ella deve sentirle tutte. Dunque per ciò stesso che sono semplici non hanno che un punto solo di paragone. Dunque sentendo questo punto, si conoscono tutti i rapporti di convenienza e di discordanza che hanno fra di loro. Dunque l'anima allora necessariamente conosce l'*in-*

tera verità; la sente in una guisa irresistibile, cioè per legge necessaria di fatto dell' *essere* pensante, per la legge cioè della *evidenza*. Dunque l'*errore* e la *falsità* non si possono produrre se non nelle idee *complesse*.

§ 905. Ma ogni idea complessa o si riguarda in sè medesima, o rispettivamente ad un' altra idea. Nel primo caso è chiaro che la cagione immediata e logica dell' errore altra essere non può, se non quella che gli elementi non si chiamano tutti fra di loro a paragone immediato. Nel secondo caso le idee separate, prese nella loro totalità, non si paragonano scambievolmente ad un punto di rapporto immediato, cioè nelle loro particolarità, in quanto compongono un tutto; o i loro elementi non si paragonano scambievolmente, in quanto fanno parte del corpo delle idee.

§ 906. Ho detto *nelle loro particolarità;* perchè se le idee complesse mancassero tutte intere, allora sarebbevi l' *ignoranza* assoluta, e non l'*errore:* allora manca ogni *giudicio*.

§ 907. Ma il non essere le idee chiamate a paragone non può dipendere se non da due sole cagioni accidentali. La prima, perchè esse non esistono nel campo della sensibilità; ciò che appellasi *ignoranza*. La seconda, perchè quantunque siano *presenti*, l' anima non vi presta la sua attenzione, e non le riduce a paragone immediato. Nel primo caso l'errore è inevitabile; nel secondo deriva da ommissione dell'uomo. Noi ora parliamo di questo.

§ 908. Paragonare immediatamente, altro non è che passare avvertitamente da una ad un' altra idea, senz' altro intervallo intermedio. Il risultato di questo avvertito passaggio è un *giudicio*. Questo passaggio immediato è indispensabile all' assoluta certezza, perchè la capacità dell' *essere* nostro è necessariamente determinata a non potersi prestare a più operazioni di questa sorta nel medesimo tempo (ved. Parte II. Sezione I. Capo XI).

§ 909. Dunque a fine di formare un giudicio *infallibile* debbono essere le idee ridotte a siffatta prossimità che non siavi *intermezzo*. Dunque nei giudicii sulle idee *complesse* la conchiusione per essere infallibile deve risultare da una unione di immediati paragoni fra la idea che si assume come primo termine di paragone, e tutte le particolarità dell' oggetto del quale si vuole pronunciare la convenienza o la disconvenienza; il quale oggetto appunto forma il secondo *termine* di paragone.

§ 910. Lungi da ciò, saremmo al mero *verisimile*. Dunque in forza della capacità attuale dello spirito umano havvi un metodo bensì infallibile onde conoscere la verità, poste le convenienti notizie di *fatto;* ma ad

un tempo stesso dove cessa l'*evidenza* incomincia la *possibilità* pratica dell'errore.

§ 911. Da ciò per altro si vede, che per la ragione medesima fondamentale onde si ottiene l'evidenza fra le idee *semplici*, si ottiene pur anco fra le idee *complesse*. Ogni raziocinio ben fatto e dimostrativo non racchiude che una ripetizione o più ripetizioni di giudicii semplici; vale a dire un paragone immediato delle idee elementari o fra loro soltanto, e dentro il corpo della stessa idea complessa, o con una idea separata; i quali paragoni, se si traducono a norma delle loro somiglianze in una espressione generale, fanno risultare una conchiusione affermativa o negativa, o simultaneamente in parte affermativa e in parte negativa, quando tutti i rapporti delle molte idee non siano identici. — Quest'ultima proposizione astratta viene meglio schiarita dal seguente esempio.

CAPO II.

Continuazione e schiarimento del Capo precedente.

§ 912. Entro in una sala, ove stanno due clavicembali scordati. Mi viene in capo di scoprire se abbiano fra loro voce alcuna ad unissono. Ecco la ricerca, ossia la verità a me incognita, che mi propongo di conoscere. Come degg'io fare per ottenere il mio intento? — Fingiamo per brevità che questi cembali siano composti di sole cinque corde per ciascuno.

§ 913. È troppo chiaro, che se voglio riuscire ad accertarmi in una guisa indubitata della verità che mi propongo, mi è forza paragonare il suono d'ogni corda dell'uno col suono di tutte le corde dell'altro, sino a che io ritrovi le due unissone. — Se poi voglio accertarmi se ne esistano altre, la ricerca diviene generale; ed allora converrà proseguire l'operazione sino alla fine.

§ 914. Perlochè tocco con una mano il primo tasto del cembalo *A*, e sto attento al suono della corda. Ad un tempo stesso porto l'altra mano sul cembalo *B*, e tocco il primo tasto, e bado al suono della corda. Dal confronto m'avveggo che sono dissonanti. Formo un giudicio negativo singolare.

§ 915. Proseguo, persistendo sempre a far suonare sul cembalo *A* la corda prima, e passo sul cembalo *B* a toccare la seconda corda. Sento la differenza. Ecco un secondo giudicio negativo.

§ 916. Persisto sempre in *A* sulla prima corda, e in *B* collo stesso metodo passo a toccare la terza, la quarta e la quinta corda. Sento sem-

pre la dissonanza, e ne ottengo un terzo, un quarto e un quinto giudicio negativo singolare.

§ 917. Ritengo che *B* non ha che cinque corde, notizia di fatto preliminare; veggo d'averle percorse tutte: conchiudo che la prima corda del cembalo *A* non consuona con alcuna del cembalo *B*. — Questa è una conchiusione generale su tutte le corde del cembalo *B* rapporto alla prima del cembalo *A*. Questa conchiusione forma un giudicio negativo, che si esprime colla seguente proposizione: La corda prima del cembalo *A* non consuona con alcuna del cembalo *B*.

§ 918. La verità di questa proposizione risulta dalla verità di tutte le altre proposizioni, ossia di tutti i giudicii fatti nel paragonare il suono della prima corda del cembalo *A* con ognuna delle corde del cembalo *B*; e in tanto appunto è vera, perchè tutte le altre singolari sono vere.

§ 919. Ma come è risultata questa verità? Prima dal sapere che il cembalo *B* ha cinque corde; in secondo luogo dall'averle come sopra paragonate.

§ 920. Ma come si è saputo e scoperto che *B* aveva sole cinque corde? Dall'averle ben distinte e annoverate, cioè dall'*analisi*.

§ 921. Ma l'avere cinque corde forma lo *stato di fatto reale* del cembalo. Dunque l'analisi dello *stato di fatto* dell'oggetto su cui versa il raziocinio è la prima operazione *preparatoria* onde ottenere certamente una verità risguardante una cosa complessa, di cui si voglia affermare o negare qualche cosa in una maniera generale. — Più sotto giustificherò l'estensione generale da me data a questa conchiusione. Frattanto si accolga come un lemma.

§ 922. L'altra conseguenza poi si è, che il paragone *analitico*, cioè fatto con ogni elemento delle idee complesse, distinto prima col mezzo dell'analisi, è la seconda condizione pratica e necessaria onde affermare una verità generale, vale a dire relativa a tutto intero un argomento.

§ 923. Se sopra si è veduto (Capo antecedente) che tutto ciò è indispensabile all'uomo attesa la naturale ristrettezza della sua comprensione, si vede ad un tempo stesso esservi un mezzo infallibile onde ottenere la scienza certa dei rapporti, vale a dire l'*evidenza*.

§ 924. È però chiaro che il metodo usato in questa specie di ragionamenti complessi è perfettamente identico a quello che si usa nei giudicii o ragionamenti semplici. Non v'ha altra differenza che nell'essere ripetuta l'operazione, e nel riferire in fine il sommario di queste ripetizioni. Mercè la *conclusione* generale veggo con un solo cenno il risultato delle operazioni precedenti, e quindi nell'*uso* rapidamente trascorro

più oltre. Il motivo che mi fa riuscire indispensabile l'analisi per ridurre tutto a *moltiplicità*, a fine appunto di ottenere due semplici vicine *unità*, è pur quello stesso che mi rende indispensabile questo sommario, in cui le cose singolari si riducono ad *unità*, onde ottenere il più semplice concetto proporzionato alla capacità mia.

§ 925. Sarebbe agevole opera il dimostrare essere questo metodo lo stesso di quello che si usa nelle matematiche; e quindi nasce una conferma più speciale di una verità annunciata in generale più sopra (ved. Parte II. Sezione I. Capo III).

CAPO III.

Continuazione. — Degli errori nelle materie complesse.

§ 926. Ma se da questo primo sperimento io volessi dedurre che nessuna corda del cembalo *A* consuona con quelle del cembalo *B*, questa conseguenza sarebbe *precipitosa*. La deduzione sarebbe un *pregiudicio*.

§ 927. E perchè ciò? — Perchè se la prima corda del cembalo *A* non consuona con tutte quelle del cembalo *B*, potrebb'essere benissimo che qualcheduna o tutte le successive consuonassero con taluna o con tutte quelle del detto cembalo *B*.

§ 928. Ma ciò non mi consta, nè mi può constare, se non dopo che ho ripetuto collo stesso ordine lo sperimento paragonato. Così pronuncio un giudicio che nella maggior parte non è provato. Qui il difetto è nella prima parte della proposizione.

§ 929. Quanti difetti di questa natura si commettono tuttodì negli umani giudicii su di qualsiasi materia! Quanti scrittori, quanti filosofi rassomigliano a quel Francese, il quale avendo in Germania alloggiato ad un'osteria, ove la padrona era rossa di capelli e stizzosa, scrisse nel suo giornale: tutte le ostesse di Germania sono di capelli rossi e stizzose!

§ 930. A questo difetto l'uomo è assai proclive. Tutte le opere che segnano i progressi dello spirito umano ne fanno luminosa prova. Si scorge ch'egli, dopo pochi fatti non bene analizzati, scappa con impazienza e senza ritegno alle conchiusioni generali. Tutti i sistemi imperfetti dei filosofi, tanto antichi quanto moderni, contestano questo fatto d'una maniera tanto costante ed invariabile, che si può porre per legge: esistere una *intemperanza* logica nello spirito umano.

§ 931. La cagione è nella natura. L'amore di conoscere molto e senza fatica da una parte, e il ritegno dell'inerzia dall'altra, producono questo effetto. La curiosità odia di andare a lente e piccole pause trascinandosi

sui particolari, dai quali non trae che piccole cognizioni e tenue piacere. L'inerzia non procede se non istimolata; e l'una e l'altra, o a dir meglio l'uomo viene atterrito dalla fatica della meditazione.

§ 932. Questa intemperanza reca in progresso molti mali. Il primo si è d'indurre i *pregiudicii* e gli *errori* formali mercè l'allettativo d'una piccolissima dose di verità che abbaglia. Il mondo si trova inondato di cognizioni, le quali rassomigliano alle monete dorate. L'apparenza è vero oro; l'intrinseco è pessimo metallo.

§ 933. Il secondo male egli è di arrestare per lunga pezza i progressi dello spirito umano; e ciò per due motivi. Il primo, perchè l'apparenza della verità attrae e lega, per dir così, lo spirito all'errore con quella forza istessa per cui dovrebbe andarne sciolto, vale a dire per l'amor del vero. I titoli autentici e le prerogative della verità si fanno servire di passaporto all'errore. Come mai non si attirerà egli la fiducia della mente che pure lo odia, e che, ravvisatolo per quel ch'egli è, non gli darebbe certamente ricetto? Il secondo motivo si è, perchè lo spirito umano viene, per dir così, adulato e lusingato nel suo stesso debole. Diffatti la passione predominante di chi si rivolge a studiare alcuna materia si è quella di conoscerla. E come mai non sarà lusingato da una conchiusione generale, la quale appunto gli annuncia che conosce tutto? Come non riposerà egli con una specie di soddisfatta acquiescenza, d'un forte attaccamento e d'una compiacenza orgogliosa sulle proprie conquiste, o sul possesso di quelle che suppone intere e complete verità? Come non si irriterà contro chiunque ardisce sturbarlo, o diminuirgli ed assai più togliergli siffatto dominio? Rimarrebbe troppo povero ed umiliato.

§ 934. Quindi le controversie intorno alle nuove opinioni, benchè vere; quindi le censure e le persecuzioni contro i saggi novatori del regno scientifico; quindi le umiliazioni e lo scoraggimento loro: e frattanto più durevole l'impero dell'errore. Tutte queste opposizioni derivano e derivar debbono appunto dai più ricchi del regno scientifico, i quali ne soffrono il maggior danno. Non è questa forse la storia pratica delle lettere e delle scienze? Ora si vegga se l'inerzia e l'amor proprio mal diretto non si debbano riguardar come leggi che largamente influiscono sopra i giudicii degli intendenti in tutti i tempi ed in tutti i luoghi, fino a che un pieno lume non rischiari tutte le mascherate dell'errore, avvalorato da quell'amor proprio che è imperfettamente attivo nell'acquistare, e sommamente tenace per la medesima ragione nel possedere.

§ 935. Ma questo non è ancor tutto. Benchè l'errore dipenda in ultima analisi da quel motore medesimo che spinge all'acquisto della verità,

e solo ne differisca nei gradi progressivi di energia e nella direzione: pure contro la verità rivolge le attrattive medesime di cui ella si giova per cattivare il cuore dell'uomo. Se lo spirito umano non fosse svegliato dagli stimoli della curiosità, ajutati ed aumentati da altri interessi secondarii, egli si arresterebbe entro il più augusto cerchio delle cognizioni limitatissime, procacciategli dai puri indispensabili bisogni: quindi non si potrebbe mai compiere la grand'opera della umana perfettibilità.

§ 936. Ma all'opposto l'incessante e sempre rinascente bisogno di conoscere nuove cose è, per dir così, uno sprone a percorrere una carriera immensa. Perlochè, da uno in altro particolare sempre scorrendo, l'uomo non si arresta fino a che non sia giunto ad una sfera, d'onde realmente abbraccia o almeno crede abbracciare tutti i particolari o generali delle cose. Si può dire, imitando una frase antica, che la sfera a cui tende lo spirito umano sia la regione metafisica.

§ 937. Noi abbiamo altrove accennato (vedi Parte II. Sezione I. Capi IX. XIII. XIV. XV. XIX.) per quali gradazioni salir si debba a quella sfera, e come discendere se ne debba: le difettose dimore, il rilassamento, l'aggravamento e la precipitanza, di cui si è parlato, rendono l'opera imperfetta; ma pure si vuol soddisfare a qualunque costo all'*apparenza*.

§ 938. Da ciò nasce la tendenza a ridurre sempre le scienze in teorie generali, in sistemi, in corpi, in corsi. Se queste cose sono utili e necessarie nel tempo della piena cognizione, elleno sono infinitamente nocive in uno stato di lumi imperfetti, i quali non possono porgere più che meri aforismi, o assiomi meno generali. — Dico che sono infinitamente nocive: anzi aggiungo, che sono tutte prestigii e adulazioni perniciosissime, le quali lusingano, seducono e corrompono la ragione dell'uomo, e per lungo tratto ne arrestano i progressi.

§ 939. E come no? Se lo spirito umano si lusinga di conoscere tutto, non fa più nulla per ispingere più oltre le sue ricerche. Da un canto non sospetta che esista un paese da conquistare alla sua curiosità; dall'altro canto non si riversa sopra la carriera trascorsa, perchè non s'avvede delle grandi lacune che vi ha lasciate per entro. E come lo farebbe con un'anima la quale non è mossa se non dagli stimoli, e a cui si toglie per questo mezzo l'incentivo della curiosità?

§ 940. Da ciò il male si raddoppia, perchè in chi lo prova toglie la volontà di guarire, togliendo fino il sospetto d'abbisognar di rimedio; e perchè dalla irritabile resistenza, di cui sopra si è parlato, i saggi novatori vengono respinti, e viene loro imposto silenzio: non altrimenti che quando un ammalato, non conscio della sua infermità, caccia da sè i medici.

§ 941. Per buona fortuna la male imbevuta generazione sparisce nella successione dei tempi; e la verità giunge a trionfare, e lo fa colle forze medesime con cui si volle difender l'errore. Imperocchè se la comune degli uomini colti trascorre o, a dir meglio, riposa sugli estremi delle orbite generali, oltre le quali lo spirito umano non può sospingersi; nasce il felice accidente di taluno che, dagli estremi procedendo al centro, o a dir meglio attenendosi ai particolari, procede con meno di precipitanza ai generali, e va discoprendo molti assiomi meno generali, e moltiplica così i punti di vista intermedii.

§ 942. Allora nuovi, pieni e più solidi principii vengono discoperti; ma allora la vecchia scienza vien cangiata. Appunto il complesso di questi nuovi principii, o a dir meglio delle viste intermedie, forma la nuova scienza, e porge il campo alle conquiste dell'uomo di genio. L'attività e l'arte nell'eseguirle sono i caratteri che lo contraddistinguono dalla comune intelligenza.

§ 943. Nasce, è vero, tra le vecchie, imperfette od erronee dominanti opinioni e le nuove un acre conflitto; ma se da un canto l'*errore* sostenuto dall'*amor proprio* combatte, ciò si rivolge a profitto della *verità*.

§ 944. L'ardore della controversia riconcentra l'attenzione del vero interprete ed energico difensore della verità. Ogni nuova trincea, ogni nuova difesa contrapposta al nemico riesce un nuovo sostegno alla verità; e se l'uomo di genio, prima di palesare le sue scoperte, prevede la resistenza, diffonde sulle sue idee un più chiaro ed irresistibil lume, a fine di soggiogare l'indomito e neghittoso orgoglio degli spiriti lusingati e vincolati dall'*errore*. — Ecco per qual maniera la *verità* giunge a trionfare colle forze medesime con cui impera l'*errore*.

§ 945. Dal fin qui detto lice trarre una conseguenza importante alla presente trattazione; ed è, che in astratto un giudicio ed un'opinione accolta o formata da dotti in qualunque epoca anteriore alla piena scoperta dei lumi non può veramente essere tenuta per un assoluto probabile *criterio di verità*, ma solamente far prova della sua *illazione* legittima dai ricevuti principii. Mi riservo a provare più ampiamente questa verità, la quale riesce una delle fondamentali della presente Opera.

§ 946. È d'uopo altresì distinguere le condizioni della *verità* e dell'*errore* nella loro intrinseca attività, e quali si verificano in natura, dalle apparenze loro esteriori, e quali si verificano solamente nella umana opinione. Sotto il primo rapporto dalle cose sopra dette si deducono i seguenti corollarii; cioè:

1.° Quanto più un giudicio è *generale*, cioè comprendente maggior

numero di oggetti nel suo concetto, benchè abbia ne' suoi fondamenti un' apparenza o, a dir meglio, una certa quantità di verità speciali che impongono all' intelletto; ciò non pertanto, per naturale difetto dello spirito umano, trae seco una maggiore facilità pratica di *errore*.

Questo è un corollario applicabile a tutti i tempi, a tutti i luoghi, a tutte le materie, a tutte le circostanze, per ciò stesso che vien tratto dai rapporti universali della verità, e dalle leggi fondamentali della naturale umana fallibilità.

2.° Viceversa quanto meno un giudicio è *generale*, vale a dire *più speciale*, trae seco una minore facilità di *errore* dal canto dell' uomo.

Forse dir si potrà che, per lo contrario, a proporzione ciò reca seco una maggiore presunzione di *verità*. Ma rispondo, che se si assume questa presunzione dal canto dell' *apparenza* esterna, ciò non si può verificare se non se provvisoriamente ed in una guisa negativa; cioè a dire, se non fino a che non consti della falsità positiva, e però dopo che si avranno tutti i dati che dal canto degli autori del giudicio e dell' opinione siasi posto in uso un esame accurato, il quale (come sopra si è veduto, e meglio si scorgerà dappoi) è acconcio a procurare la cognizione della verità.

Ma se poi si riguardi la cosa intrinsecamente, questa presunzione di *verità* non si può legittimamente dedurre dai gradi diversi della *fallibilità*. Ciò è chiaro, poichè deriva dalla nozione intrinseca della *verità indivisibile* ed *invariabile*. Forse che ella rassomiglia ad un liquore che possa esistere disperso in parti ed esteso in tintura sulle umane idee? Ogni verità sta in un giudicio; ogni verità relativa ad un oggetto complesso sta nella conchiusione del raziocinio. A che giova che taluna delle premesse sia in sè stessa vera, se non ha un rapporto completo colla conseguenza? Questo rapporto completo non risulta forse dall' influenza degli altri dati, ossia delle altre premesse? Un sofisma, perchè impone, è desso vero? Ma pure impone a chi lo legge ed a chi lo ascolta.

Dunque dalla minore o maggiore probabilità dell'*errore*, relativa alla maggiore o minore *fallibilità* umana, non è lecito dedurre una maggiore o minore presunzione di *verità* sullo stato intrinseco delle cose.

3.° Un altro corollario, che deriva dalle cose discorse in questo Capo, si è, che la riprovazione dei dotti al comparire di una nuova opinione contraria alle massime da loro ricevute in quella materia in cui sono versati, non può per sè stessa formare una presunzione legittima di *falsità* contro la nuova opinione, o di *verità* a favore dell'antica. Appartiene ad

un terzo il giudicare. Questo terzo è l'*intimo senso* còlto dall'*evidenza*; ed il Pubblico che può esser giudice è la *posterità*. — Questa si deve annoverare fra le *circostanze* da registrarsi nella risposta del quesito.

4.° Per lo contrario la favorevole accoglienza d'una nuova contraria opinione (altro non constando in contrario nè dal canto dell'intimo senso, nè dal canto di un secreto interesse), quando venga fatta dai dotti su quelle materie in cui tali si professano (specialmente se sia intervenuta controversia), induce per un'astratta considerazione nel privato una ragionevole presunzione estrinseca di *verità* a favore della nuova opinione, e una presunzione di *falsità* contro l'antica.

Potremmo trarre altri corollarii; ma qui non cadono per anche in acconcio. I sopra dedotti richiedono per la pratica alcune altre considerazioni; e noi ci limiteremo a suo tempo a quella sola che precipuamente interessa lo scopo di quest'Opera. Frattanto è d'uopo non perdere di vista lo scopo speciale di questa Sezione; perlochè ritorno alla mia similitudine.

CAPO IV.

Come il metodo sopra accennato escluda tutti i casi possibili dell' errore, *ed abbracci tutti gli accidenti della* verità. *Di quali errori e di quali verità.*

§ 947. Il lettore si rammenterà ch'io ho fatto lo sperimento della prima corda del cembalo *A* con tutte le corde del cembalo *B*, e l'ho trovata dissonante con tutte. Ora a fine di scoprire con certezza la verità di cui andava in traccia, vale a dire se in ambedue que' cembali ne esista alcuna che consuoni scambievolmente, proseguo collo stesso ordine il mio sperimento sopra tutte le corde, e giungo finalmente a scoprire che la quinta corda di *A* consuona colla quinta di *B*.

§ 948. Ma quante operazioni mi è convenuto eseguire? Siami lecito esprimerle qui tutte partitamente.

OPERAZIONE I.

Cembalo *A*.		Cembalo *B*.
Corda 1.ª colla	. . . .	1.ª dissonanti
» 1.ª	. . . .	2.ª diss.
» 1.ª	. . . .	3.ª diss.
» 1.ª	. . . .	4.ª diss.
» 1.ª	. . . .	5.ª diss.

OPERAZIONE II.

Cembalo *A*. Cembalo *B*.

Corda 2.ª colla . . . . 1.ª dissonanti
» 2.ª . . . . 2.ª diss.
» 2.ª . . . . 3.ª diss.
» 2.ª . . . . 4.ª diss.
» 2.ª . . . . 5.ª diss.

OPERAZIONE III.

Cembalo *A*. Cembalo *B*.

Corda 3.ª colla . . . . 1.ª dissonanti
» 3.ª . . . . 2.ª diss.
» 3.ª . . . . 3.ª diss.
» 3.ª . . . . 4.ª diss.
» 3.ª . . . . 5.ª diss.

OPERAZIONE IV.

Cembalo *A*. Cembalo *B*.

Corda 4.ª colla . . . . 1.ª dissonanti
» 4.ª . . . . 2.ª diss.
» 4.ª . . . . 3.ª diss.
» 4.ª . . . . 4.ª diss.
» 4.ª . . . . 5.ª diss.

OPERAZIONE V.

Cembalo *A*. Cembalo *B*.

Corda 5.ª colla . . . . 1.ª dissonanti
» 5.ª . . . . 2.ª diss.
» 5.ª . . . . 3.ª diss.
» 5.ª . . . . 4.ª diss.
» 5.ª . . . . 5.ª concordanti.

§ 949. Se si rifletta al tenore di queste operazioni parziali, le quali formano il complesso particolareggiato dell' analisi generale e paragonata dei suoni delle corde nei due cembali, si trova che ad oggetto di scoprire se vi siano due corde consonanti io ho eseguiti venticinque confronti, dai quali sono risultati venticinque giudicii singolari e semplici, compendiati in cinque giudicii generali per rapporto al cembalo *B*, ma che per rapporto ad ogni corda del cembalo *A* diventavano singolari.

§ 950. Questi giudicii generali e subalterni, eccettuato l'ultimo, si esprimevano come il primo, di cui sopra abbiamo ragionato; cioè a dire: nessuna delle corde del cembalo *B* consuona colla prima del cembalo *A*; e così ripetendo in seguito.

§ 951. Perlochè si scorge che ogni idea singolare ossia elementare di un oggetto può divenire un centro comune di rapporti affermativi o negativi con tutte le idee di un altro oggetto. Si può fingere così ch'ella formi intorno a sè come tanti raggi, l'orbita dei quali forma una nozione complessa ed unica, il cui centro sia l'idea costituente il primo estremo d'ogni paragone, e la circonferenza le altre che ne formano il secondo estremo.

§ 952. Allora questa nozione serve come di un punto compendiato, d'onde più speditamente può lo spirito passare ad altre, allorquando gli avvenga di doverne far uso. Diffatti la mente non abbisogna di altro tempo a comprendere, se non che di quello che ricercasi per abbracciare il concetto di una semplice proposizione.

§ 953. Così nel nostro esempio tutta quell'analisi si riduce ad un complesso di cinque nozioni. Queste si possono di nuovo tradurre e restringere in una sola e generale. Eccola. — Tutte le corde dei due cembali *A* e *B* sono dissonanti fra loro, a riserva delle due ultime.

§ 954. Questa nozione esprime tutto intero lo stato dei rapporti di consonanza e dissonanza dei due oggetti. Mercè di essa vien ricomposto nella mia mente ciò che dapprima ella vide singolarmente diviso nella mentale anatomia, la quale era totalmente necessaria alle corte viste della mia cognizione. Questa ricomposizione esprime la natura. — Ecco il metodo unico per ritrovare la *verità di riflessione*.

§ 955. Ma i termini della mia ricerca quali erano? Sapere se tra le corde dei due cembali ve ne fossero delle consonanti, o no. L'idea di *consonanza* era dunque il centro unico di tutte le mie ricerche. Nell'eseguirle egli era il *termine* primo di paragone con tutte le successive idee singolari dei suoni delle corde. — Dunque la soluzione non poteva essere se non un giudicio semplice o affermativo o negativo; o tutt'al più due giudicii, l'uno affermativo fra l'idea assunta per primo termine di paragone con alcune parti dell'oggetto, e l'altro negativo fra la medesima idea ed altre parti del medesimo oggetto.

§ 956. Si è veduto con quale artificio questo si compia. Tal è pure il modo di sciogliere qualsiasi problema o quesito filosofico, matematico, fisico, politico; semprechè il suo oggetto si possa analizzare.

§ 957. Ho detto *semprechè si possa analizzare:* poichè se col nostro esempio constasse bensì che i due cembali avessero delle corde, ma fos-

sero collocati in alto, e non fosse possibile, se non mercè qualche filo annesso all'uno o all'altro tasto, di scoprirne i suoni, è chiaro che allora la mia ricerca, se fosse generale, resterebbe delusa; e il problema riuscirebbe per me *insolubile*, per mancanza di qualcuno dei fatti fondamentali, la cui cognizione è necessaria a scoprire il mio intento.

§ 958. Per altro allorchè sapessi che vi sono *più* corde alle quali non posso far rendere un suono, la ragione ben dedotta ne trarrebbe altri risultati; cioè a dire, che la verità ch'io mi sono proposto di scoprire è *superiore* ai mezzi praticabili; e quindi che debbo acquietarmi in una ragionata *ignoranza*, ed astenermi da chimeriche congetture. — L'altro risultato si è, che se le mie cure riescirono frustrate nel loro scopo finale e generale, non rimangono tuttavia defraudate di frutto e di utilità. Conciossiachè dopo i miei tentativi dir potrei: le tali e tali corde consuonano, e le tali dissuonano. Queste sarebbero effettive *verità* singolari e certe. Perlochè se l'oggetto fosse utile, ne otterrei sempre *verità* speciali, acconcie a qualche uso. — Dal fin qui detto si scorge che col metodo medesimo si giunge tanto alla piena *scienza*, quanto alla necessaria *ignoranza*, della quale si debbono rispettare i confini.

§ 959. Quante volte avviene in ogni scienza che lo scopo d'una ricerca riesca frustraneo? Ne abbiamo un'infinità d'esempii in fisica, in morale ed in politica, che ommetto e per amore di brevità, e perchè più sotto ne dovrò fare parola.

§ 960. Solo parmi che nelle matematiche *astratte* dar non si possa veramente un problema intrattabile, a motivo appunto che gli enti di sì fatta scienza essendo di *creazione umana*, cioè a dire mere astrazioni, ovvero nozioni ontologiche, non possono racchiudere dati estremi o intermedii non reperibili coll'analisi. — E se per avventura taluno dei proposti problemi rimane intrattabile, ciò deve certamente derivare o dall'assurdo racchiuso nella esposizione, o dal non essere l'esposizione fatta a dovere. Quindi non si deve dire problema intrattabile, ma bensì assurdo e ripugnante negli estremi, o mancante dei dovuti requisiti. Potrei comprovare tutto questo coll'esame di quei problemi un tempo cotanto celebrati, che fecero il tormento di tanti matematici; ed eziandio coll'analisi di quei pretesi misterii matematici, che l'ignoranza per tali riguardò, perchè non salì giammai alle prime origini delle cose.

§ 961. Non debbo per altro dissimulare, che fra il modo di ragionare delle mere logiche *convenienze* e *discrepanze* degli oggetti, e il modo di ragionare delle *dipendenze* e delle *connessioni* fra le *cagioni* e gli *effetti*, passa per un rapporto una totale diversità. Ma questa diversità

non varia punto il concepimento logico della *verità*, nè la di lei struttura, dirò così, nè la legge unica dell'*analisi* applicata successivamente alle parti singolari. La diversità consiste soltanto nell'*ordine*, o a dir meglio nella distribuzione degli oggetti. Come in pittura posso ravvicinare nello stesso quadro un edificio della China ad un edificio di Londra; così pure nella mia immaginazione, quando scelgo di rilevare le *somiglianze* e le *differenze* di due oggetti, posso prescindere dalla loro reale collocazione in natura, e dalla loro priorità o posteriorità di esistenza: in breve, mi limito alle loro qualità, facendo astrazione dalle circostanze con cui esistono nello spazio e nel tempo. Ciò appartiene agli oggetti che noi giudichiamo esistenti fuori di noi. Per lo contrario ragionando delle *cagioni* e degli *effetti*, l'ordine non è più *arbitrario* rapporto alle connessioni ed alle esistenze; ma viene necessariamente determinato dall'ordine e dalla successione reale delle cose, e viene siffattamente determinato, che il negligerlo o il controverterlo produrrebbe errori e assurdi formali; e gli uni e gli altri sarebbero gravemente nocivi, attesa la natura degli oggetti cui appartengono (ved. § 219).

§ 962. Per altro agevolmente si scorgerà che collo stesso metodo esaminando le connessioni e le dipendenze, previo un esatto stato istorico o sperimentale della cosa, si giungerà ad un risultato del pari evidente, il quale determinerà o la nostra assoluta o respettiva *ignoranza*, o la nostra certa *scienza;* e l'una e l'altra di queste cose è infinitamente utile alla umanità.

§ 963. Ben è vero che talvolta nella mancanza di cognizione di certe *concause* l'intelletto umano attribuirà interamente l'effetto alla *sola* cagione conosciuta: ma l'errore allora è inemendabile, l'uomo non è colpevole; e altro non constando, è costretto ad attenersi alla cagione conosciuta.

§ 964. Da questa considerazione emerge una necessaria *limitazione* alla proposizione proposta, in cui abbiamo enunciato l'esistenza di un mezzo infallibile a conoscere la *verità*. Noi abbiamo inteso ed intendiamo che riguardi non le *verità storiche*, per dir così, e quali esistono nei rapporti forse comprensibili all'uomo (ved. Parte II. Sez. I. Capo XVIII. le Osservazioni), ma di cui però mancarono le notizie e le occasioni per ottenerle; ma riguardi soltanto le verità di *osservazione* e di *deduzione* sulle notizie che la presenza delle cose ha offerte o poteva offrire alla mente umana. Qui il giudicio dei dotti è concorde; là è precario.

CAPO V.

Continuazione. — Come il metodo sovra esposto escluda tutti i casi possibili dell' errore, *ed abbracci tutti gli accidenti della* verità.

§ 965. Ritenuta la limitazione ora fatta sulle verità e gli errori comprensibili all'uomo, mi rimane a provare fino a che si estenda la forza e la sfera d'influenza del metodo sopra divisato; e dico ch'egli esclude tutti i casi possibili degli errori di *osservazione* e di *deduzione*, ed abbraccia tutti gli accidenti favorevoli alla verità. Alcuni filosofi hanno asserito che la scoperta di tutte le verità nuove è effetto dell'*accidente*. Se si parla della scoperta delle verità che sopra ho disegnate col nome di *storiche*, ciò è vero. Che se poi si ragioni delle altre verità di osservazione e di deduzione; se ciò si verificasse in *fatto*, deriverebbe unicamente da qualche *difetto* di memoria e di attenzione, e perciò nel *complesso* degli uomini sarebbe evitabile e correggibile. Ma sarebbe sempre vero che, mercè il metodo sopra divisato, l'uomo di *genio* non sarebbe dono della sola natura e dell'accidente, ma sì bene dell'arte. Conciossiachè se da prima noi abbiamo sottomesso le occasioni dell'*attenzione* ad una specie di ordine *fortuito* (ved. Parte II. Sez. II. Capo XI.), ciò da noi fu contemplato nei casi *singolari;* ma per ciò appunto che si ragiona di un *Pubblico*, questo par che divenga caso di *eccezione*, per le ragioni sopra allegate in favore dell'autorità prestata all'assenso di più uomini che di concerto rivolgono il loro ingegno allo stesso oggetto.

§ 966. D'altronde non conviene mai perdere di vista che le osservazioni determinate dai rapporti generali vengono a grado a grado limitate dai meno generali.

§ 967. Che se anche dopo la scoperta del metodo piacesse, per l'uso pratico di lui, attribuire all'*accidente* tutto quell'impero che prima di tale scoperta esso ha sull'*attenzione;* ciò non affievolirebbe in conto alcuno la verità della tesi, per cui affermo esistere un mezzo infallibile a porre in luce tutte intere le verità di osservazione e di deduzione. Conciossiachè la mia proposizione non riguarda l'esercizio pratico dell'uomo, e nemmeno le circostanze favorevoli ad adoperare siffatto metodo; ma sì bene affermo che il mezzo racchiude *di sua natura* una tale efficacia, che praticato dall'uomo gli procura certamente la cognizione della verità. L'una di queste proposizioni è di *fatto*, l'altra è di *diritto*. Lungi pertanto dal collidersi, anzi conciliansi scambievolmente. L'intemperanza morale, la quale produce tuttodì una moltitudine infinita di disordini,

esclude ella forse l' esistenza di una regola di perfetta giustizia e di virtù? — Premessa questa conciliazione, procediamo oltre.

Articolo I.

Effetto ed estensione dell' efficacia dell' accidente *sulla cognizione della* verità.

§ 968. Quando dicesi che l' *accidente* è cagione di tante scoperte fisiche e morali, qual è il senso reale che annettere si deve a quest' asserzione?

§ 969. Ogni *verità* per rapporto all'uomo non può essere che un *giudicio;* ogni *giudicio* non può essenzialmente venir prodotto e creato se non dalla presenza delle *idee* e da un atto di *attenzione*. Se dunque all' *accidente* si attribuisce la scoperta di una *verità*, ciò non potrebbe significare se non che esiste una combinazione di circostanze o non comprensibile o non procurata, la quale introduce nella sensibilità di taluno certe idee, e ne richiama l' attenzione a paragonarne i rapporti. La cognizione del *risultato* di questi rapporti costituisce appunto la *verità* relativamente all' uomo.

§ 970. Ma è ben chiaro che se l' *accidente* non pareggia il metodo nel guidare successivamente e adequatamente l' umana attenzione sugli aspetti *tutti* di due oggetti, la verità scoperta sarà rapporto agli oggetti medesimi solamente *parziale*. Il concetto integrale, ossia la conchiusione che abbraccia tutto il *complesso* delle verità singolari, e che esprime la somma di tutti i rapporti d'identità o di diversità, di cagione o di effetto, mancherà intieramente.

§ 971. Venendo ora al fatto, io chieggo se l'attività dell'*accidente* si può ella estendere fino a questo *segno*. — Si noti bene: io qui non parlo di ciò che è possibile metafisicamente, ma bensì di ciò che per legge stabilita di natura si può ottenere.

§ 972. A questa ricerca si presenta tosto un' ovvia osservazione. Per la ragione medesima, che veggendosi su di una tavola una fila di caratteri di stamperia, i quali esprimessero, a cagion d'esempio, *Arma virumque cano*, non si giudicherebbe mai essere stata opera di un getto fatto a guisa di quello dei dadi; del pari una teoria, un' analisi seguita non si saprebbe tutta attribuire ad una vista *fortuita*. Nelle cose di *fatto* dell' ordine fisico e morale non v' ha altra norma solida di ragionare sulle leggi *stabilite*, se non che ricorrere alle *consuetudini* della natura. Se si afferma, a cagion d' esempio, esser legge di natura che l' anno abbia

diverse stagioni, e che il sole duri or più ed or meno sull'orizzonte; tale asserzione è fondata unicamente sull'esperienza del passato.

§ 973. Perlochè, ragionando della sfera attiva dell'*accidente* nell'impero razionale, chieggo a quanto egli *per sè solo* estenda le viste dello spirito umano allorchè presenta le viste e sveglia l'attenzione. — La storia e la sperienza ci mostrano ch'egli *per sè solo* non somministra che ristrettissimi e fuggitivi cenni, e nulla più.

§ 974. Se poi si chiede fino a qual segno egli *per sè solo* sospinga dappoi i passi della ragione, e renda utile una vista presentata; e specialmente poi se egli esiga *condizione* alcuna preliminare onde inspirare, dirò così, la verità; io rispondo colle seguenti osservazioni.

§ 975. Soventi volte l'*accidente* presenta le occasioni più favorevoli a vedere una nuova verità, ma le presenta in vano: l'ignoranza o la disattenzione vi si oppongono. Ad un uomo della plebe si presentano nell'ordine morale certi oggetti, che nella testa di un filosofo avrebbero prodotta una luminosa e feconda teoria; ma nell'uomo della plebe, quasi semi gettati su sterile arena, muojono senza germogliare. — Quante volte ad un pastore sui monti e fra i boschi la natura svela certi segreti che il fisico si tormenterebbe invano d'indovinare! Ma allo sguardo zotico del pecorajo trascorrono inosservati, ovveramente eccitano uno stupore passaggiero, e nulla più. La storia delle invenzioni di ogni genere e la sperienza giornaliera somministrano infinite prove di questa verità. Negli uomini stessi illuminati, se da qualche passione vengano assorti, avviene il medesimo. Ma per ora atteniamoci ai rapporti della *cognizione*, e sorpassiamo quelli dell'*attenzione*.

§ 976. D'onde deriva che nel filosofo che avverte ad un fenomeno o fisico o morale, ovvero anche ad un accozzamento non premeditato di idee, l'*accidente* divien fecondo di verità? È troppo chiaro che deriva da ciò: che nel filosofo la mente si trova dapprima fornita di altre convenienti cognizioni, le quali facilmente si accoppiano colle fortuite successive; ed all'opposto l'idiota ne manca. Diffatti qual è il carattere che contraddistingue l'uno dall'altro, talchè l'*accidente* debba favorir l'uno, e l'altro no? Certamente è quello solo che distingue un uomo istruito da un altro che non lo è.

§ 977. Ma approssimiamoci vie meglio alla verità. La sperienza e la ragione ci dimostrano che se queste cognizioni precedenti non si trovano in un rapporto assai vicino con quelle che vengono presentate dall'*accidente*, questo non offre sorgente alcuna di *verità*. Diffatti se fra le cognizioni attuali acquisite e le fortuite si frapponesse un'assai lunga

distanza, è troppo chiaro che sul momento la mente umana non potrebbe coglierne gli estremi, perchè eccederebbero soverchiamente la sua naturale capacità. Dall'altro canto, passato l'istante, l'occasione svanisce, e non si produce verun effetto di comprensione e di giudicio.

§ 978. Dunque in fatto di *verità*, perchè l'*accidente* riesca fecondo di un buon pensiero o di un'alquanto estesa scoperta, si richiede che il fondo, dirò così, dello spirito umano sia preparato e disposto a guisa di addentellato; ossia che le sue idee siano in tal guisa associate ed ordinate, che facilmente innestare si possano colle fortuite. Nè ciò solo; ma ricercasi inoltre che l'intervallo fra le une e le altre non sia considerabile, o, a dir meglio, che le une e le altre non siano fra loro molto disparate.

§ 979. Può talvolta avvenire che la mente umana avendo due serie separate di idee, non vi ravvisi gli anelli intermedii di comunicazione. Allora l'*accidente* serve a guisa di ponte, il quale mostra e rende praticabile la comunicazione dapprima incognita fra due strade già cognite ed appianate: allora pronto e fecondo riesce l'effetto dell'*accidente*. Ma anche in questo caso la catena intermedia delle idee non può essere lunga, ed eccedere i limiti di un semplice raziocinio; altrimenti l'efficacia dell'*accidente* riescirebbe frustranea per la medesima ragione sopra discorsa.

§ 980. Talvolta poi guida ad un varco non preveduto, e nel quale non si scorgono gli estremi di passaggio; ed allora l'*accidente* somministra quelle verità *isolate*, delle quali parecchie ve n'ha specialmente nella fisica. Ma esse non appartengono a quelle di *riflessione*, ma bensì a quelle di *sensazione*.

§ 981. Però l'effetto più noto e visibile dell'*accidente* si è la *vocazione* ad una data scienza od arte. In tal caso egli non apporta veruna speciale cognizione della verità, ma solamente somministra eccitamenti ad acquistarla. Allora rassomiglia a taluno che inviti a leggere un libro, predicandolo interessante senza spiegarne il contenuto. Appartiene intieramente al leggitore il rilevarne la dottrina e il trarne le convenienti istruzioni. Quindi allora non siamo debitori all'*accidente* delle nostre cognizioni più di quello che lo saremmo ad un cieco o ad un ignorante, il quale ci additasse l'esistenza di un libro istruttivo.

§ 982. Dalle cose esposte fino a qui si deduce che l'*accidente* si può contemplare come operativo in tre distinte maniere; cioè: 1.° come stimolo ad acquistare certe cognizioni; 2.° come apportatore diretto di cenni rapidi di cognizione; 3.° come stimolo ed istruttore nel medesimo tempo.

§ 983. La prima maniera non appartiene al nostro assunto. Noi ragioniamo qui della cognizione intima della *verità*, e non della passione d'intraprenderne la ricerca. Nemmeno la seconda maniera può interessare la presente trattazione; perchè l'*accidente* in quella rassomiglia a taluno che mostri in privato una pagina di un libro, e ne lasci leggere una riga, e poi lo chiuda e lo nasconda. Ora nel presente argomento di questo scritto valutar si debbono le cagioni operanti sulla massa intera di un popolo o di una colta classe di persone; e perciò la cognizione della *verità* si debbe derivare da cagioni costanti e comuni: specialmente poi perchè ci viene proposto il Pubblico in astratto, e si deve prescindere da qualunque luogo, paese, e momentanea circostanza. Quindi i vantaggi e gli svantaggi puramente accidentali non possono recare al Pubblico alcuna prerogativa speciale sopra del privato, ma all'opposto la comunicano al privato sopra del Pubblico. Tal'è appunto la sorte di molti *uomini di genio*, e di tutti quegli inventori i quali a rigor di termine meritano questo nome. Della terza maniera non faremo parola, come di cosa superflua: ella è una mera unione delle due precedenti.— Non era inutil cosa il considerare da vicino questa sorgente di cognizioni, postochè sembrava avere qualche influenza sulla opinione avvalorante i pubblici giudicii.

Articolo II.

*Come il metodo gradualmente analitico e recapitolante escluda i casi dell'*errore, *e racchiuda tutti gli accidenti favorevoli alle* verità di riflessione.

§ 984. Io non dubito che chi dà un'occhiata alla esposizione e alla pratica del metodo sovra esposto, non accordi agevolmente ch'esso raduna tutti gli accidenti favorevoli alle verità di osservazione e di deduzione, ed esclude tutti i casi possibili di errore. Se tutte le convenienze e sconvenienze sono sentite; tutti i giudicii sono dunque tessuti, tutte le verità scoperte, tutti gli errori esclusi. Ciò è troppo manifesto, e non abbisogna d'ulteriore dimostrazione.

§ 985. Solo sembrami non inutile cosa il far osservare, che quando proponiamo di ritrovare con quel metodo qualche *speciale* verità, ci avviene di abbatterci impensatamente in altre luminose ed importanti verità, delle quali non ci eravamo pur sognata la esistenza. Scorgo in vetta di un colle un edificio che mi vien brama di visitare. Io salir vi debbo per un aperto sentiero, da me però non mai per lo addietro praticato. Con qual grata sorpresa m'avviene per via di vedere aprirsi avanti allo

sguardo mio le varie scene, ove per lunga fuga boschi e colli e fiumi e paesi sono in vaga distribuzione disposti, l'aspetto dei quali io non immaginava allorquando mi avviai per quel sentiero! — Io chiamo in testimonio tutti que' pochi pensatori, i quali hanno fatto un uso completo dell'analisi in qualsiasi materia; e sono ben certo ch'eglino tutti, or più ed or meno, saranno stati sorpresi da queste aggradevoli fughe d'idee, e scossi da un vivo trasporto di gioja si saranno vieppiù confermati nella persuasione della piena efficacia di siffatto metodo in pro della istruzione umana. Ardisco predire, che a malgrado dell'alta opinione che si nutre della ricchezza dei lumi di questo secolo, potrà avvenire tuttavia che in ogni materia esista un Archimede, il quale côlto da un'ebbrezza di verità non solo esca dal bagno esclamando *inveni, inveni;* ma eziandio possa con trasporto esclamare: io trovai *assai più* di quello ch'io m'era proposto di scoprire. Questi sono, se mi lice dirlo, i colpi segreti della grazia razionale, coi quali il genio della verità e della sana ragione conferma ed infervora i suoi eletti nella difficile ed unica via della certezza.

§ 986. Non so con quale accoglienza siasi dai dotti trattata l'opinione di un troppo celebre scrittore, colla quale sostiene per principio necessario di natura, che *ogni nuovo pensamento sia dono dell'accidente.* So però che la ragione ch'egli ne adduce è inconcludente: «Una verità intieramente incognita non può essere oggetto della mia meditazione»(1). Questo riflesso è vero, ma la conseguenza non è legittima. Conciossiachè l'oggetto cognito della mia meditazione, analizzato con metodo, mi può somministrare certe verità, delle quali prima della meditazione non aveva il minimo presentimento; non altrimenti che un libro o un gabinetto che mi proponga di visitare mi offre oggetti dapprima non veduti. Si dirà che altro è un oggetto di meditazione, ed altro è un oggetto sensibile incognito. Io rispondo: che un'idea anche presente all'anima, della quale l'attenzione non abbia per anche distinti e rilevati i rapporti e le particolarità, può somministrare almeno tutte le idee relative, ossia i giudicii, in una maniera totalmente nuova. Si sa che ogni verità di riflessione consiste appunto nella cognizione dei risultati di sì fatti rapporti. Nel paragone dei due cembali io poteva scoprire che *tutte* le corde di entrambi fossero dissonanti; la qual verità riescirebbe *generale* per rapporto a quei due oggetti, mentre pure ch'io m'era proposto soltanto una *speciale* verità, la quale era di sapere se ne esistessero *alcune* concordanti.

---

(1) Helvetius, *De l'homme*, Sect. III. Chap. II.

§ 987. Per le cose fin qui esposte convengo che esista un mezzo *infallibile* a scoprire le verità di osservazione e di deduzione, e che perciò il primo supposto inchiuso nell'opinione autorizzante i pubblici giudicii dei dotti sia pienamente vero.

§ 988. Ma tutto questo non determina peranche nulla per lo stato reale e pratico del Pubblico, sicchè si attribuisca a' suoi giudicii una preferenza di verità sopra quelli di un solo. — Parlando metafisicamente, sì fatto metodo può essere usato con pari felicità da un solo uomo, o da molti insieme. In tal caso meramente *possibile* il privato non abbisognerebbe dell'assicurazione dell'altrui giudicio nelle verità di osservazione e di deduzione, come non ne abbisogna in una dimostrazione geometrica.

§ 989. Perlochè ora è d'uopo indagare se il secondo supposto racchiuso nell'opinione convalidante i pubblici giudicii al di sopra di quelli dei privati si verifichi, o no. — Egli era quello che si esprime col comune proverbio: *plus vident oculi, quam oculus.*

§ 990. Prima di sperimentarne la verità stimo acconcio di additare in qual guisa si debba verificare, giusta i termini che racchiude. Ma avanti di accingermi a questa intrapresa debbo giustificare il contegno mio sopra adoperato, estendendo in generale un esempio sensibile.

CAPO VI.

Che il metodo e le leggi dei giudicii e dei raziocinii delle cose sensibili si applicano rettamente a qualsiasi materia.

§ 991. Quando io penso ad una massa di piombo, la mia anima non rimane meno spirituale che allorquando penso ad un angelo o a Dio. E l'una e l'altra idea sono sempre modificazioni del mio stesso *essere* pensante; o, a dir meglio, egli è lo stesso mio spirito, in quanto riveste l'una o l'altra idea. Egli rassomiglia ad uno specchio, le cui riflessioni si fanno colla medesima legge fondamentale tanto riflettendo l'una, quanto l'altra pittura.

§ 992. Se io ravviso le relazioni d'identità o di diversità, d'azione o d'effetto che passano fra due oggetti corporei; o, a dir meglio, fra le loro idee, o fra due idee intellettuali, o fra una corporea ed una intellettuale; l'atto del mio intendimento è sempre *simile* ed *uguale* (ved. Parte I. Capo II). La diversità sta nella *natura* intrinseca degli oggetti, gli uni dei quali sono corporei, e gli altri incorporei; e non nel *modo* di concepire e giudicare dell'anima, che è sempre il medesimo.

§ 993. Inoltre l'essere le idee in sè medesime o semplici o complesse,

o generali o singolari, non può indurre varietà nè differenza fra le leggi dei concetti e dei raziocinii che versano su di loro; conciossiachè la *semplicità* e la *complicazione* delle idee sono qualità che si verificano promiscuamente tanto negli oggetti sensibili, quanto negli intellettuali. La nozione di un *essere* che definisco dotato delle facoltà di *sentire*, di *volere*, e di *eseguire* le volizioni, racchiude essenzialmente il concetto di tre distinte idee, le quali fanno riuscire l'idea totale *complessa*. Ecco l'idea dell'anima umana, oggetto incorporeo. Se tentassi sottrarre taluna di siffatte parziali idee, distruggerei il concetto di un'anima umana. — Pure quest'idea quanto è complessa a fronte di quella di un circolo tracciato sulla carta! Il carattere di *complesso* non si oppone al *corporeo*, ma soltanto al *semplice;* il concetto del *moltiplice* in parti si oppone solamente al concetto dell'*unico* rigorosamente.

§ 994. Perlochè non si potrebbe sentire ripugnanza ragionevole nel vedere che le conseguenze dedotte da un esperimento logico fatto sopra due cembali si estendessero ad ogni maniera di giudizii.

§ 995. Ma perchè mai avviene che con pari facilità non si possano tessere le analisi e le ricomposizioni sulle cose astratte e generali, come sulle cose sensibili ed individuali? La ragione della differenza è troppo manifesta. Un oggetto sensibile può realmente sottomettersi all'occhio, o esprimersi in figura; dove per lo contrario un oggetto astratto o generale non può essermi reso presente se non col magistero della *memoria*, o vogliam dire della *immaginazione*. Ben è vero che, dopo che è reso presente, può essere espresso coll'uso dei *segni*, specialmente in iscritto; e quindi si scorge la necessità di una somma esattezza nel foggiare i vocaboli anche per uso di colui che produce una propria idea. Qualunque scrittore avrà sperimentato soventi volte che la scelta sola di un vocabolo avrà influito sulla cognizione di molti rapporti di una cosa qualunque, e quindi sulla scoperta di una verità, e sempre poi sopra una chiara di lei dimostrazione.

§ 996. Ma se questo sussidio giova dopo che le idee sono risvegliate, qual soccorso possiamo noi avere contro i difetti della memoria, la quale o non riproduce assolutamente le idee in tutto o in parte, o le offre in una guisa languida, o finalmente le affolla d'una maniera rapida e confusa, talchè al momento che ne abbiamo espressa qualcheduna, le altre sono già svanite dallo sguardo della mente? (ved. Parte II. Sez. I. Capo XXI). Contro sì fatti difetti non v'è rimedio; conciossiachè non è in potere dell'uomo il fissarsi sulle sue idee nell'atto stesso che ne distoglie la sua attenzione (ved. Parte III. Sez. I. Capo II).

§ 997. Ecco dove consiste la differenza e la difficoltà maggiore nel maneggiare analiticamente le idee astratte e generali, e ogni rappresentazione *interna* in paragone di un visibile oggetto *esterno*. — E qui di nuovo si riconferma una delle cagioni fisiche che può frapporre una grandissima differenza fra gl' ingegni degli uomini. Si vede inoltre, che al buon raziocinio ed alla vasta comprensione delle cose si esige una forte, vivace e durevole memoria, vasta quanto la materia che si tratta. Onde parmi che sia un favellare improprio il dire che una gran memoria escluda un grande ingegno. Io sono d'avviso che dir si dovrebbe piuttosto, che una memoria grandemente caricata di molte notizie non lascia il *tempo*, nè permette l'*abito* del raziocinio. In breve: contemplar non si deve la *potenza* della memoria, ma sì bene il di lei *esercizio esclusivo*.

CAPO VII.

Degli aspetti diversi, sotto i quali si può assumere il giudicio del Pubblico.

§ 998. Dire che molti occhi veggono più che un solo, suppone che molti occhi esaminino una data cosa attentamente, o almeno ciascuno ne rilevi una parte, talchè l'unione di tutte vicendevolmente comunicate costituisca un concetto *completo*; altrimenti un occhio solo, attento indagatore, vedrebbe assai più che cento occhi distratti.

§ 999. Inoltre col dire che molti occhi veggono di più che un solo, non si determina *quanto* ci veggano di più. Ora trattandosi di *ravvisare* la verità, è cosa importantissima il sapere la comune *misura* di vedere del Pubblico anche illuminato. Le verità sono immutabili, e stanno, per dir così, collocate immobilmente in un dato luogo, per raggiungere il quale è indispensabile percorrere una carriera più o meno lunga. Ma per quanta velocità piaccia attribuire all'uomo, egli non potrà eccedere giammai l'angolo che le sue gambe possono fare nel dar ogni passo. Parliamo senza metafora: egli non potrà mai eccedere i limiti della naturale sua intuitiva comprensione, talchè sarà sempre costretto nelle materie *complesse* a ripetere più o meno a lungo le sue occhiate; nè in ciò vi può essere differenza fra un solo o molti.

§ 1000. Quindi è, che siccome tutto un popolo situato in una pianura non vede ciò che si apre allo sguardo di un solo uomo collocato sulla cima di un colle vicino; del pari nel paese della ragione esister può un solo individuo, che in qualche materia vegga di più che tutti i suoi contemporanei uniti. Tali sono appunto i genii, i quali hanno ampliato i li-

miti delle umane cognizioni. Sotto questo punto di vista il Pubblico come potrebbe mai esser giudice competente di verità *avanti* che gli fossero comunicate le grandi scoperte, non dico di rigorosa *invenzione*, ma di pura *osservazione* e *deduzione*, delle quali appunto parecchie s'incontrano nella storia delle scienze? È pur vero che dappoi le adottò e le riconobbe per vere; ma è pur vero che dapprima fu imbevuto di un comune *errore*, che riconobbe e riprovò. È pur vero ch'egli dapprima, non conoscendo le posteriori scoperte, non poteva far uso di incogniti principii nel recare i suoi giudicii.

§ 1001. Dunque siccome la storia dello spirito umano presenta in ogni materia errori *comuni*, rivocati pur anco dal giudicio concorde del medesimo Pubblico che pria li confessò; così giova dedurre che il suo giudicio non si estenda a modellare i *principii* direttori dei giudicii, ma solamente abbia forza a pronunciare sulle verità di un *paragone*, assumendo per norma il principio ricevuto, e riportandolo al nuovo oggetto.

§ 1002. Convien dire per altro, che s'egli cangia d'avviso, ciò non avvenga in forza di sì fatto paragone, ma bensì per quel *lume di ragione* di cui più sopra si è parlato (ved. Parte II. Sez. II. Capo VI.), mercè il quale venendogli svelati ed offerti luminosamente nuovi rapporti, non si può esimere dal riconoscerne le forme e le connessioni.

§ 1003. È chiaro per altro, che sì fatto magistero non *determina* nulla di preciso per la verità; non altrimenti che la bontà di un occhio umano non determina per sè medesima la struttura e il colore di un oggetto visibile (ved. loc. cit.).

§ 1004. Ma a fine che lo scopo delle nostre ricerche non vada soggetto ad uno scambio facilissimo, attesa la somiglianza dei termini, stimo acconcio premettere alcune generali e teoretiche distinzioni.

§ 1005. La frase di *giudicio del Pubblico* si può assumere in due sensi, ciascuno dei quali importa una relazione ed un effetto assai diverso. — Ella può significare lo stesso che un'*opinione* del Pubblico intorno a qualche oggetto, e può eziandio disegnare una mera *decisione* intorno a qualsiasi materia.

§ 1006. Sotto la prima interpretazione il vocabolo di *giudicio* veste un significato totalmente logico, attesochè è noto che ogni *opinione* consiste appunto in un *giudicio*. Nell'altra interpretazione poi inchiude un concetto per dir così *giuridico*, e quale appunto egli presenta allorchè il Pubblico giudica fra due partiti, fra i quali ferve una qualche controversia di opinioni; allorchè assistendo ad uno spettacolo ne afferma o nega la bellezza o la magnificenza, o pronuncia sul merito di un libro,

di un'azione, di una persona, di una manifattura, o assolutamente o comparativamente ad un'altra opera o azione o persona.

§ 1007. Nell'usitato modo di favellare sembra che la denominazione di *giudicio* venga riservata più propriamente a questa seconda specie; e che alla prima si applichi in vece più esattamente il nome di *opinione*, che di *giudicio*. Diffatti dicesi che il Pubblico *reca giudicio* fra le opinioni di Leibnitz e di Newton; e viceversa dicesi più propriamente che il Pubblico *tiene opinioni* religiose, morali, fisiche, politiche, di quello che dire *tiene giudicii* religiosi, morali, fisici e politici.

§ 1008. Ciò premesso, se dobbiamo estimare il giudicio del Pubblico nel senso di mera *decisione*, in quanto ha rapporto alla *verità*, si debbono distinguere due considerazioni fondamentali; la prima cioè di *diritto*, e la seconda di *fatto*. La prima riguarda il *principio* o la *regola* che serve di norma al giudicio decisivo del Pubblico; la seconda poi riguarda la *pratica* ossia le *leggi di fatto* naturali, colle quali la ragione umana viene in molti uomini diretta a giudicare.

§ 1009. Ritenuto tutto questo, sembrerà per avventura a primo aspetto che il giudicio del Pubblico intendente, riguardato come una mera *decisione*, non importi un apparato tanto grandioso di condizioni, come quello che abbiamo premesso. Ma se più addentro si consideri la cosa, si scoprirà che anche un tale giudicio soventi volte esige le medesime condizioni, le quali nelle prime parti di questo scritto sono state da noi annoverate; a meno che da un canto non vogliamo assumere per norma di verità una mera *provvisoria* apparenza delle cose tanto nella loro intrinseca nozione, quanto nel modo di presentarne gli aspetti e di tesserne i rapporti; e dall'altro canto non vogliamo ammettere che qualunque *grado* di lumi del Pubblico, nelle diverse progressioni dell'incivilimento, sia egualmente acconcio a renderlo giudice competente delle verità complesse, e quindi sempre ugualmente dotto ed immutabile ed infallibile.

§ 1010. Ho detto *soventi volte*; ed è quindi mestieri determinare la ragione e i confini di questa limitazione. — Per due maniere il Pubblico può recare una *decisione*: o assumendo per norma la verità possibile della cosa, colla quale confrontando l'oggetto speciale, ne rileva la rispettiva conformità o difformità, quindi giudica a norma del sentimento che ne riporta; ovvero decide assumendo per norma un già cognito e professato principio, ovvero un modello, intorno al quale ha data opinione di verità o di falsità, di bontà o di malvagità, di bellezza o di turpitudine, di perfezione o di difetto. — Nel primo caso la norma che assume può essere in sè medesima vera e perfetta, e può essere eziandio falsa

e difettosa. Ma siccome intorno a questa norma si presuppone che il Pubblico tenga qualche *opinione*, così la chiamerò *giudicio logico antecedente*, a differenza del posteriore decisivo, cui nominerò *giudicio susseguente*.

§ 1011. Ma se il giudicio antecedente fosse in sè medesimo *falso*, è incontrastabile che anche il susseguente dovrebbe riuscire necessariamente falso, quantunque *molti* lo deducessero. — In tal caso dunque, a fine di caratterizzare un pubblico giudicio come *vero*, non basterebbe ch'egli fosse formato rettamente; ma di più sarebbe necessario che il principio, da cui è dedotto, fosse *vero per sè medesimo;* e però che il Pubblico non avesse dapprima errato nel giudicio antecedente. La validità dunque dei giudicii *decisivi* e susseguenti del Pubblico risultar dovrebbe dal previo adempimento delle condizioni che la verità esige dallo spirito umano per fissare i principii logici delle cose.

§ 1012. Che se poi si tratta del secondo caso, allora ci troviamo con principii dirò così di *convenzione* o di *fatto positivo*. In questa ipotesi la verità di un giudicio dovendo essere il risultato completo dei rapporti fra due oggetti fissi, l'uno dei quali si pone come norma di verità, di bontà, di bellezza e di perfezione, e l'altro come oggetto di paragone; in tale ipotesi, dico, le condizioni per giudicare rettamente sono meno difficili e meno numerose, e quindi è più agevol cosa ottenere la verità. Ma ciò non pertanto è sempre vero, che se tutte le esposte condizioni non si debbono riscontrare nella pratica del Pubblico, tuttavia vi debbono aver luogo quelle che sono proprie dei più semplici giudicii di paragone.

§ 1013. In tal caso per altro la competenza dei giudicii del Pubblico viene assai ristretta: conciossiachè verrebbe esclusa dal recare giudicio autorevole sulle *cagioni* dei fenomeni e dei fatti dell'ordine fisico e morale, e limitata ad un semplice giudicio *comparativo* delle convenienze e delle disconvenienze, del più o del meno, del bello o del turpe, del bene o del male, a norma del *sentimento*. Allorchè si vuole assegnare la vera e adequata ragione del moto della sfera di un oriuolo, sarà sempre d'uopo indicare la molla elastica, i rocchetti e le ruote, e la loro scambievole connessione. Perlochè o siano molti uomini od un solo, esistano in tempo di barbarie ovvero d'incivilimento; finchè non giungeranno a sì fatta cognizione tutte le loro teorie e le ipotesi saranno sempre false, e quindi i loro giudicii sulla vera *cagione* non potranno esser veri in parte alcuna; attesochè l'effetto è un risultato *unico*, derivante in ragion composta dalla considerazione di tutte le cagioni confluenti a produrlo.

§ 1014. Quindi è, che se in fatto di rassomiglianza e differenza o del più e del meno apparir possono verità parziali ed ovvie, ciò non può avvenire allorchè si ragiona delle cagioni e degli effetti.

§ 1015. Ma egli è pur vero, che nello spingere successivamente i principii logici verso le loro *origini* non si deve procedere all' infinito. Alla fine si giunge ad un principio, o almeno ad una classe di principii, oltre i quali è impossibile procedere. Perlochè siccome i giudicii antecedenti sono dal canto loro susseguenti ad altri principii, non si schiva la difficoltà esaminandoli partitamente l'uno rispettivamente all' altro; ma invece è d'uopo riportarli tutti ad una norma comune, qual' è la verità essenziale delle cose.

§ 1016. Riducendo però allo *stato reale* delle civili popolazioni questa considerazione, si giunge ad una situazione, nella quale troviamo la massa della società fornita degli elementi costituenti la ragionevolezza civile. Ma questi alla perfine che cosa sono in sè medesimi? Eglino altro non sono che le idee *radicali*, dirò così, della ragionevolezza, le quali vengono tratte dalle più ordinarie scene e dalle più ovvie apparenze dell'ordine fisico e morale. — Ma a qual pro si potrebbono elleno allegare là dove si tratta delle più *complesse* verità tanto fisiche quanto morali, le quali pur sono quelle che più largamente padroneggiano il sistema delle nostre cognizioni? — Ma eccoci omai avviati dalle viste teoretiche verso le considerazioni di *fatto*.

CAPO VIII.

Che in qualunque epoca della ragionevolezza esiste una cagione comune a commettere errori simili e durevoli. — Della prima epoca. — Filosofia volgare.

§ 1017. Tutti gli uomini, prima di essere dotti ed illuminati, sono ignoranti e rozzi; tutti i popoli, prima di essere politi, furono selvaggi e barbari. La natura, la società e l'uomo interiore sono gli oggetti sui quali tutti gli uomini colti formano osservazioni, traggono nozioni, e pronunciano giudicii.

§ 1018. Al maggior numero degl' ingegni umani nel vario giro delle circostanze della vita si presentano pressochè le medesime ovvie riflessioni sulle stesse apparenze. Lo spettacolo dei cieli nel giorno e nella notte, quello delle stagioni, delle meteore, la terra, gli animali, i vegetabili, i minerali, gli elementi, le arti necessarie, il linguaggio, le leggi apparenti delle percezioni, gl' interessi comuni, sono tutte cose che a prima vista offrono ad ogni individuo i medesimi aspetti. — Ora se dal seno

di un popolo incivilito sorgano ragionatori che volgano la loro attenzione a tutto questo vario spettacolo, potranno eglino mai tutto ad un tratto non dirò divenire intendenti dei diversi rapporti delle cose, ma solamente ritrovare il vero *metodo* di osservare e di scoprire? Ciò violerebbe le leggi cognite e consuete della natura umana. Come conciliarlo colla ristretta *capacità* umana? come verificare le leggi inevitabili della *continuità* sopra accennata? come riscontrarle coi fatti inseriti negli annali della umana perfettibilità?

§ 1019. Dunque avvenir deve, come diffatti avvenne, che quei ragionatori incomincino le loro teorie dalle più ovvie apparenze, e traggano le loro prove dalla similitudine delle cose familiari; e se meditano assai, diventeranno astrattissimi, ma saranno sempre ignorantissimi.

§ 1020. Così dopo che le menti umane cessano di *personificare* le cagioni delle cose, allorchè sciolgono le idee dall'ingombro più concreto, ed incominciano a dar luogo all'osservazione, si volgono ad indagare le cagioni nella natura. Ma per quanti deviamenti e quanto a lungo non si aggireranno entro l'ima atmosfera delle nozioni *volgari!*

§ 1021. Se li seguiamo nelle loro speculazioni sul regno fisico, veggendo eglino intorno a sè il cielo stendersi a guisa di vôlta, e tutte le stelle parendo loro poste ad eguale distanza, si figureranno una sfera, o a dir meglio uno strato sferico trasparente, in cui le stelle siano inchiodate come sopra un fondo solido. Diranno che questo cielo si move intorno alla terra, perchè tale è l'apparenza. Alcuni di loro poi, dopo lunghe osservazioni, scoprendo che i pianeti hanno un moto speciale, assegneranno loro una sfera di cristallo trasparente in circoli perfetti. Ed ecco un'*astronomia* intelligibile a tutti, da tutti facilmente accolta, nella quale tutti o almeno il maggior numero dei ragionatori converranno, perchè ne trovano una comune ovvia ragione, o a dir meglio spiegazione. Così vedendo talvolta rovesci di pioggia, immagineranno, a somiglianza delle cose che veggono in terra, serbatoi da cui, come da vasi ed otri, le acque vengano traboccate.

§ 1022. Nella folgore, dopo certe funeste sperienze di alberi scorticati e infranti, di materie accese, di fabbriche diroccate, immagineranno, a somiglianza delle cose più note e familiari, un sasso o un ferro rovente scagliato con impeto sorprendente, e collocheranno in cielo zolfi, bitumi, ed altre confuse materie, che esalate dalla terra, poi si accozzano e si accendono.

§ 1023. Osservando inoltre che i vapori, il fumo, il fuoco ec. salgono in alto, l'acqua discende al basso, e la pietra gravita enormemente, im-

magineranno le varie *sfere* di tendenza; e quindi la regione del fuoco sarà più alta, quella del fumo e dei vapori più bassa, quella finalmente dei gravi nel seno della terra.

§ 1024. Sentendo talvolta la terra tremar sotto a' loro piedi, la loro casa scossa dall' impeto del vento, e il turbine schiantare alberi e atterrare abitazioni, eglino si figureranno che sotterra i venti vengano fra loro a fiera lotta, e facciano traballare la terra; ed ecco il *terremoto.*

§ 1025. Passando ai corpi organizzati, e riflettendo che tutti nella loro specie, siano animali, siano vegetabili, vestono una *forma* simile, e nascono da ascose sementi; e d'altronde essendo loro noto che gli artefici hanno certe loro *forme*, onde sollecitamente gettare e far sortire molte cose tutte simili, e che, ripetendo sempre lo stesso getto, l'opera riesce sempre *uguale:* così naturalmente immagineranno le *forme plastiche*, ed altre preformazioni di siffatta specie. Alcune volte poi quando nei luoghi chiusi s' avvedranno di certi vermi o della muffa, nascerà loro l' idea della generazione dalla putredine o dall' accidente.

§ 1026. Finalmente sperimentando che ogni luogo è pieno d'aria; che l'acqua penetra ovunque trova meati ove porsi a livello; che l'aria e l'acqua s' ingorgano nell'atto di darsi scambievolmente luogo, ma che nulla lasciano di *vano;* immagineranno nella natura una innata tendenza a riempiere ogni cosa, ed una ripugnanza a lasciar vuoti; e denomineranno tale tendenza *orror del vacuo.*

§ 1027. Così se le prime popolazioni, non conoscendo altre cagioni attive fuorchè degli esseri *animati*, dovettero immaginare in cielo, nell' aria e nel seno della terra *uomini* o *genii* buoni o cattivi; la nazione incivilita per egual maniera spiegherà i fenomeni della natura mercè le leggi più cognite e più grossolane, le quali a prima vista nella natura e nelle arti si svelano o si aprono alla impaziente meditazione di un ingegno che rifugge d' intisichire su minute, lente, ripetute, spesso frustrate, sempre faticose e poco sorprendenti osservazioni. — Se fra le nazioni può esistere qualche *varietà*, ella sarà di modificazione, ma non di essenza nel fondo dei pensieri. — Nel nostro spirito non v' ha pressochè veruna nozione anteriore a quelle che apprendiamo dallo spettacolo diretto della natura e dell'arte nel paese che abitiamo. — Questo principio quanto non è fecondo di osservazioni utili all' educazione!

§ 1028. E come dunque non sarà questa la prima *fisica* di tutte le colte persone nei primordii delle scienze? e come non sarebbe e non sarà sommamente facile in tutti i tempi e in tutti i luoghi farla adottare, ammirare, tenere per soddisfacente e certa? Ella scende da principii o,

a dir meglio, da notizie cognite, nè reca fatica ad essere compresa. — Rammentiamoci che anche in mezzo ad una generazione *illuminata* sonovi sempre fanciulli adulti e ignoranti, e che ad ogni nuova generazione si presentano forniti di tali germogli comuni, sui quali siffatta filosofia si può sempre e poi sempre innestare. Se, per una finzione, al dì d'oggi tutti i libri e tutti gl'intendenti della sana fisica fossero rapiti dalla terra, io sono d'avviso che in capo ad un anno questa sarebbe la fisica di tutta l'Europa.

§ 1029. Io non so se male m'apponga; ma parmi che quando una filosofia si trova in tale *lega* colle sempre rinascenti ed eguali nozioni *volgari*, non può sembrare molto meraviglioso che tenga un concorde, vittorioso e durevole impero sulle menti umane.

§ 1030. Molte volte avvenir può (come diffatti è avvenuto) che questa popolare filosofia emigri da un popolo all'altro: ella serve al genere umano come di primi rudimenti e di scala intermedia alla scienza della natura. — In tal caso però si avrebbe torto di calcolarne la vera durata connettendo le successive epoche in cui dominò i pensatori nelle rispettive popolazioni. Se un popolo che da cent'anni in qua incominciò ad essere colto e adottò siffatta filosofia, dappoi soggiogato ferocemente venga risommerso nell'ignoranza, e la medesima filosofia passi a regnare in un'altra rozza popolazione per altri cento anni; non si dee veramente dire ch'ella ha durato duecento anni nello spirito umano, e che per tanto tempo lottò contro la verità?

§ 1031. Ma compiamo il giro dell'orbe intellettuale, e delle materie sulle quali cadono gli umani giudicii, onde non nasca sospetto ch'io mi voglia, mercè l'esame di una parte sola, disimpegnare dal restante.

§ 1032. Avvezzo l'uomo dalla prima infanzia a trasportare le sue idee fuori di sè ed ai membri del suo corpo, dirà di sentire nella *mano*, nel *piede*, nella *schiena*; e dirà quindi filosofando, che l'anima è sparsa in tutto il corpo, oppure è tutta in tutto, e tutta in ogni parte. — Nei forti affetti suoi sentendo certi plessi di nervi, collocati alle regioni del petto, più sensibilmente irritarsi per la loro maggiore corrispondenza col cervello, cosicchè nasce una più forte sensazione, dirà che il cuore ama ed odia.

§ 1033. Avvezzo, come dissi, a trasportare le sue idee fuori di sè, attribuirà i colori, i suoni, gli odori, i sapori, il caldo, il freddo agli oggetti posti fuori di sè; gli parrà di palpare le realità, di vedere fin per entro le *essenze*. Le sue idee saranno per lui *immagini*, la sua anima uno *specchio*. Le larve, le entelechìe, gli specchietti delle monadi verranno

in folla ad abitare gli appartamenti della filosofia; come le ombre dei morti, i folletti, i genii cattivi, i congressi delle streghe, i vampìri escono di notte ad inondare la terra nel regno della superstizione.

§ 1034. I ragionatori allora giudicheranno con eguale audacia delle *qualità* reali e dei *poteri* della natura; e tutta la intellettuale filosofia nelle più astratte nozioni si risentirà di questo *realizzamento*, fino al segno di inventare le *forme* sostanziali, le *realità* accidentali, e convertire le specie e i generi in *sostanze* esistenti.

§ 1035. A questo passo io non so contenermi dal richiamare le fatte osservazioni, e di rivocare alla mente le leggi generali dello spirito umano, che vien mosso per un canto da uno stimolo di curiosità, e rintuzzato per l'altro dallo scoraggiamento di un'aspra e incerta fatica, che spaventa la nostra inerzia e la nostra vanità, mentre la nostra curiosità ha lieve pascolo: perlochè avvenir deve che l'ingegno umano, munito di pochi fatti, si rivolga ad abbracciare tutto lo spettacolo fisico e morale posto sotto i suoi occhi.

§ 1036. Che se poi sale a sottili astrazioni, ciò avviene per la medesima legge. È certamente più comoda e agevol cosa in una indolente solitudine riversar l'attenzione sulle proprie idee, che uscire ad accattar con istento le osservazioni singolari e staccate in seno della natura e della società. — Perlochè lo spirito umano, in forza di tal legge, si darà in balía alle astrazioni ed alle minute anatomie fatte *ex abrupto*, dirò così, sul fenomeno tal quale gli verrà presentato, anzichè cumulare i fatti, tessere sperimenti, e derivare una buona genesi delle cose. — Qual meraviglia dunque se con sommi ingegni e con lunghe meditazioni non solo non si allarghi la sfera delle umane cognizioni, ma solamente si ammucchii una illusoria scienza, la quale arresta i progressi della ragione per l'apparenza stessa della verità? Qual meraviglia che presso tutte le società dell'universo si ritrovi l'infanzia della filosofia cinta d'un'aspra selva delle più minute e sfumate astrazioni, le quali sembrano dover piuttosto appartenere all'epoca della maturità?

§ 1037. La geometria potrà fiorire, è vero; ma la geometria non è forse figlia immediata delle *astrazioni* più ristrette? Grandezze, superficie, numeri, quantità esigono forse la cognizione dei fatti della storia fisica e morale, e le penose indagini e le difficili genealogie delle cagioni e degli effetti? — Giacendomi neghittosamente a letto potrò sapere, al di sopra di chi che sia, tutte le più minute particolarità della camera che sta sotto gli occhi miei. Ma per sapere con certezza la sola misura del territorio mi converrà uscire, informarmi, far mille e mille passi, e spesso

indarno. Per sapere come la mia camera fu formata, e il magistero che si richiede per farne delle simili, mi converrà scuotere la mia leziosaggine analitica, e darmi un moltiplice movimento.

§ 1038. Vero è che lo spirito umano, portato sulle ali, dirò così, d'una scorrevole curiosità, fa impetuose ed immense escursioni dal visibile all'invisibile, dal presente al passato, e dal presente al futuro; ma quali cognizioni ne riporta egli? Chimere e pregiudizii. Diciamo meglio: non accozza se non alterate ripetizioni delle cognizioni più volgari e familiari di cui è attualmente fornito, e nulla più.

§ 1039. All' *invisibile* trasporta le sue sensazioni e le mal distaccate astrazioni, di cui non vide le vere *origini*, ma le sole attuali *differenze*. Quindi, senza avvedersene, rende il mondo invisibile quasi teatro di riverbero di tutto il suo attuale edificio razionale, e nulla più.

§ 1040. Nel *passato* tesse una *cosmogonìa*, ultimo confine possibile d'uno degli *estremi* della sua curiosità, e v'imprime soltanto il carattere della sua attuale *fantasia*. Si trovano gli uomini nella infanzia della ragione, in cui vengono aggirati dalle più sensuali immagini? Tutto è *personificato*; la *cosmogonìa* è una *teogonìa*; la cagione è in natura (ved. Parte II. Sez. II. Cap. XIII. Art. IV).

§ 1041. Si trovano eglino in un'epoca primitiva d'incivilimento? La loro cosmogonìa sarà una imitazione grossolana, un impasto, una fermentazione delle cose più triviali che giornalmente cadono sott' occhio nelle opere della natura e dell'arte. Da un capo all'altro del globo nella mente di tutti i filosofi si vede terra, fuoco, acqua, aria, manipolate, svaporate, distribuite in diverse maniere; l'umido, il secco, il luminoso, il tenebroso, il leggiero, il pesante, il caldo, il freddo, le congelazioni, le fusioni giocare a capriccio: e se chiedete a tutti questi cosmogonisti dove prendano questi materiali, tutti vi diranno che v'erano dapprima. Quasi tutti ve li esibiscono in massa; alcuni poi in tanti granelli d'arena, sotto il nome di *atomi*.

§ 1042. Anche qui si vede una ragione comune e naturale, in forza della quale tutti debbono errare di una sola maniera, fino a che non infrangano, per così dire, i chiostri apparenti della natura.

§ 1043. Per rapporto alla cognizione dell'*avvenire*, tanto avidamente implorata dalla umana curiosità, l'astrologia giudiciaria, le divinazioni, le sorti, le cabale per la medesima ragione si creano, ed illudono possentemente la ragione del volgo e dei filosofi.

§ 1044. Io non parlo della teologia dell'uomo abbandonato a sè solo, e che a grado a grado dal regno dei sensi, della fantasia e delle volgari

nozioni passa al regno della ragione. Si è veduto che nella barbara età per una naturale cagione egli è *idolatra;* un poco più avanti diventa *antropomorfita;* dappoi o *puro materialista*, acquietandosi sulla catena delle cagioni; ovvero *manicheo*, non sapendo conciliare i beni ed i mali; finalmente poi *unitario*.

§ 1045. La *morale*, dispersa in oracoli, in sentenze, in proverbii, in apoftegmi, costituirà la parte più sana della dottrina dei filosofi. I bisogni sempre presenti, e determinanti i rapporti sociali; gli odiosi e penosi *affetti*, figli del *sentimento*, i quali seguono le infrazioni dei doveri; l'applauso dato alla virtù, l'infamia ingiunta al delitto, benchè si manchi di un'astratta regola teoretica, dedotta da un ben complesso sistema di rapporti (su dei quali al momento che si tentasse qualche indagine meno che rettamente sistematica nascerebbero i dispareri speculativi), dirigeranno ciò non ostante per una *sperimentale* opinione i sentimenti comuni degl'individui anche pensatori delle civili società.

§ 1046. Quello che si è detto della morale si deve pur anche estendere per la medesima ragione alla medicina, alla politica, ec. Perlochè con una teologia assurda, con una cosmogonìa romanzesca, con una fisica immaginaria, con una psicologia illusoria, con una metafisica puramente anatomica, con una morale empirica gli uomini anche culti commettono i medesimi errori, perchè esistono in essi le medesime comuni cagioni.

§ 1047. Non sarebbe difficile impresa autenticare tutte queste riflessioni coi fatti della storia cognita di tutte le nazioni della terra. Mercè una breve analisi paragonata delle notizie relative ai sovra accennati oggetti, riportate dapprima alle rispettive epoche, si comproverebbe l'esattezza di queste mie deduzioni. Ma perchè protrarrebbe di soverchio il mio lavoro, mi riporto a quello che i più sani storici e filosofi ci hanno riferito della filosofia naturale e razionale di tutte le nazioni.

§ 1048. Le quali cose essendo, parmi che trarre se ne possa una luminosa verità; ed è, che le leggi dello spirito e del cuore umano, relativamente alla cognizione della verità ed alla caduta nell'errore, agiscono nella *comune* dei ragionatori, ossia sul Pubblico illuminato, d'una maniera *eguale* fino a che almeno non si sottrae dal cerchio costante e sempre mai rinascente delle *volgari nozioni*.

§ 1049. Del pari si scorge per quali rivoluzioni fallaci vengono modellati quelli che appellammo *giudicii antecedenti*, ossia le nozioni *normali*, sulle quali il Pubblico reca i suoi giudicii, segnatamente quando ha per oggetto di pronunciare sulle cagioni e sugli effetti delle cose, ovvero anche sopra le opere e le opinioni.

§ 1050. Quindi, approssimandoci per un doveroso ritorno colle nostre riflessioni al punto da cui ci dipartimmo, giova fare una limitazione al *supposto* autorizzante i giudicii pubblici sopra i giudicii privati, restringendolo entro certi confini; cosicchè fino a quando un Pubblico non ha disceverato le sue vedute da quelle del volgo, non si potrà riguardare giammai come più illuminato di alcuni pochi o di un solo privato. Avverrà bensì che in alcuni paesi l'avviamento alla verità venga maggiormente accelerato; ma questo non ismentisce la regola sopraddetta.

§ 1051. Inoltre nel seno di una popolazione e fra i dotti si troveranno i *dissidenti*. Questa è una provvidenza. Sorgerà poi l'Ercole liberatore. Ma frattanto se eglino non saranno nè tanto illuminati, nè tanto robusti da riformare colla possanza di una irresistibile ed ampiamente fruttifera evidenza i principii, e non si trarran dietro il voto universale, all'opposto verranno trascurati, e fin anco perseguitati. Le opinioni volgari hanno il vantaggio di affascinare coll'incantesimo dell'apparenza, e di interessare colla facilità di un'abituale e comune serie di idee, e coll'adulazione resa all'orgoglio; attesochè non rinfacciano l'ignoranza, nè pongono limite alla curiosità.

CAPO IX.

Della distanza che i progressi dei lumi frappongono fra il popolo e la repubblica letteraria.

§ 1052. Da quello che pur ora abbiamo discorso sembra che trar si possa una conseguenza in ordine *inverso;* ed è, che in massa il giudicio dei molti intendenti deve riuscire discordante nell'*errore*, allorchè le teorie sono, se m'è permesso il dirlo, del tutto *fattizie;* vale a dire, allorquando debbono trarre tutto il loro vigore dalle complete, razionali e graduate nozioni, rimote dai volgari concetti. Conciossiachè sembra che avvenir debba la *discordanza*, tostochè gli uomini non hanno, per dir così, più un punto *comune* di vocazione alle medesime opinioni; ma invece è loro d'uopo scegliere da sè la traccia, per la quale procedere a qualche conclusione.

§ 1053. Ma in fatto pratico questa indipendente investigazione si verifica ella mai pel maggiore complesso degl'intendenti anche nel regno dei lumi non volgari? Lo vedremo tantosto. Frattanto giova osservare di passaggio, che questa è l'epoca più solenne della umana perfettibilità; ma ad un tempo stesso è il momento della maggior reale povertà dei lumi e delle esatte cognizioni.

§ 1054. Se la voce divina e possente della Verità dissipa finalmente l'incantesimo di una seduttrice fantasia; se l'energia penetrante del genio supera gli ostacoli eretti dalla ignoranza e dall'orgoglio, spezza le catene dell'errore, sgombra gli spettri dei pregiudizii, afferra la mano della ragione, la trae fuori dal vecchio recinto, e la sforza quasi suo malgrado a fare un perpetuo divorzio dalla sua antica società; se guidatala in una regione dapprima a lei incognita, sotto altro cielo, dove signora di sè medesima può scegliere la via che la condurrà alla luce eterna del Vero ed alla purissima beatitudine del giusto: con tutto ciò, se il genio non le addita ad un tempo stesso il sentiero che deve percorrere, a quante cadute umilianti egli non l'avventura!

§ 1055. Il genio percorre d'un rapido sguardo il regno scientifico: sembragli intravedere il tempio della Verità, ne traccia i contorni, ne eleva le mura. Ma l'edificio posa su labili fondamenta; egli è rovinoso, perchè fu elevato in fretta, e non era possibile fare di più. Le illustri e lunghe fatiche dei saggi a distruggere i vigenti errori e a sventare i pregiudizii non lasciarono adito a scoprire i rapporti diretti della verità; o se parte ne scopersero, non ne poterono segnare tutti gli aspetti. Ciò per altro era necessario, perchè a diritta ed a sinistra vi mettono capo i sentieri degli errori. Però il genio rese un alto servigio alla umana ragione: egli ardì redimerla dalla schiavitù dei comuni nativi errori.

§ 1056. In origine questa fu l'opera di felici circostanze. Sopravvengono di poi altri genii i quali, approfittando dell'acquistata libertà, rovesciano l'effimero edificio eretto dal genio precursore. A ciò non abbisogna grande sforzo, avvegnachè non incontrano se non fattizii ostacoli. L'edificio che atterrano non s'innesta coll'addentellato moltiplice e saldo dei consueti e sempre rinascenti errori e pregiudizii. L'opera più grande di questi nuovi genii consiste nell'essere legislatori della repubblica letteraria. Le imprese del primo sono le fatiche di Ercole; quelle dei secondi l'opera dei Licurghi, dei Numa e dei Manco-Capac.

§ 1057. Ma dopo che i pensatori sanno diffidare delle nozioni volgari, e vedonsi forniti di meditati lumi dimostrativi, costituiscono in mezzo alle popolazioni un corpo, nelle operazioni del quale il Pubblico comune non prende quasi parte alcuna, attesochè le vie di commercio ed i punti di comunicazione sono soverchiamente disparati. Allora per la comune i giudicii dei dotti diventano sempre più oggetti di mera credenza. Nella storia dell'infanzia delle nazioni coloro che primeggiavano in sapienza tenevano gelosamente celato al popolo il tenore delle loro dottrine: quindi il Pubblico riceveva le opinioni a guisa di oracoli, e le professava per

credenza sostenuta dall'*autorità*. Nella storia delle più illuminate nazioni, dove i dotti comunicano apertamente le loro cognizioni, il Pubblico non le cura; o se pure le riceve, lo fa tuttavia per *tradizione*, persuaso dall'argomento dell'*autorità*. Così gli estremi si toccano senza confondersi.

CAPO X.

Che il giudicio sulle materie complesse potrebbe al più avere validità nell'epoca dei maggiori lumi, quando derivasse dai pochi versati specialmente nelle materie intorno alle quali si aggira il giudicio.

§ 1058. Quanto più una scienza sale ad un punto maggiore di perfezione, tanto più lunga e varia diventa la catena delle dimostrazioni che racchiude. — Siccome il metodo non si può dispensare dall'indurre la *certezza*, così non si può esimere dal segnare tutti i *punti* di passaggio necessarii alla ristretta capacità dello spirito umano (ved. i Capi I. e II. di questa Sezione).

§ 1059. Ma siccome tutte le scienze fanno *corpo*, perchè tutte sono espressioni della natura, e sono deduzioni tratte da comuni fondamenti; così verun uomo non si potrà a buon diritto chiamar dotto, se non conoscerà le *connessioni* della scienza da lui coltivata. — Quanto la *dissociazione* delle scienze riesce di ostacolo alla completa loro cognizione, altrettanto il ravvisarne i rispettivi confini e le provincie, dirò così, finitime riesce utile a fissarne la collocazione nella carta generale del regno scientifico. Ma inoltre (quello che più importa) ciò serve a determinare le *fonti* dalle quali ogni scienza trae il suo nascimento e la sua esistenza, e ad indicare quei rapporti *successivi*, mercè i quali o sola o in compagnia di altre scienze influisce sulla filiazione di altre subalterne.

§ 1060. Ma a proporzione che si radunano le esperienze, che si moltiplicano gli assiomi, che si dilata il tessuto armonico delle teorie sui diversi oggetti dello scibile; a proporzione pur anche ogni uomo non può abbracciare se non un minor numero di rami dell'albero scientifico. Perlochè nell'albero enciclopedico accadrà appunto quello che vedesi negli alberi di genealogia. All'infanzia delle scienze i nomi dei dotti possono agevolmente abbracciare tutta la dottrina cognita. All'opposto nella loro maturità il nome di ogni dotto viene innestato su di un solo ramo. Si può dire che a proporzione che i lumi si aumentano tocca ad ogni uomo una sempre minor *frazione* della vera scienza. Perlochè l'elogio di Cicerone a Varrone ridurrebbesi nel secolo dei maggiori lumi ad una incredibile adulazione o ad una satira formale. Un uomo tale ripeterebbe

le sue cognizioni come il sergente di Sterne nel *Tristram Shandy* recita la predica. Sì fatti uomini sono i pappagalli del paese *razionale:* eglino non possono divenire giudici delle cose, ma rimangono puri *credenti.* Pure eglino ed i loro piccoli confratelli, cacciatori di vocaboli, di motti, delle stelluzze dei tropi, ripetitori o estimatori di fogliame e di vernici, sono quelli che menano più rumore nella repubblica delle lettere. Ma i solidi pensatori sanno che il corvo così coperto delle piume altrui dev'essere rilegato col *volgo.*

§ 1061. Quando le scienze sono spinte ad un grado assai elevato rendesi impossibile il creare *grandi sistemi,* perchè sono già scoperti. Laonde i grandi ingegni non si possono riversare che sui particolari. Il campo è mietuto: conviene spigolare.

§ 1062. Da ciò si scorge che la repubblica delle lettere non si deve assumere come un tribunale, i cui individui presi in complesso possano giudicare su ogni materia; ma bensì come un'unione, le cui competenze riseggono in altrettanti *dipartimenti* divisi, a ciascuno dei quali, ove mai giudicasse oltre la sfera della sua competenza, oppor si potrebbe ragionevolmente la declinatoria del fòro. Il *ne sutor ultra crepidam* non si applica mai tanto a dovere in epoca veruna, quanto in quella dei grandi lumi.

§ 1063. Se dunque gl'individui componenti il Pubblico letterario potessero recare giudicii che tener si dovessero per un *criterio di verità* nelle rispettive materie, tale prerogativa non apparterrebbe ai meri eruditi, nè ai filologi, nè ai begli spiriti, nè ai ragionatori occupati in una materia *disparata,* ma sì bene a quei soli che fossero versati nelle materie *proprie,* sulle quali cade il giudicio.

§ 1064. Se la necessità di restringere alle persone testè rammemorate la proporzione e la competenza di quest'autorità risulta dai rapporti della sola *cognizione,* ella assai più si conferma se si riflette alla necessità dell'*attenzione,* di cui sopra si è ragionato. Conciossiachè, dato eziandio che taluno possa conoscere una cosa, siccome non abbiamo argomento ch'egli vi presti attenzione in una guisa proporzionata a rilevarne tutte le parti se non per effetto dell'impressione esterna; e dall'altro canto essendo indispensabile tale attenzione in chi deve giudicare: così a buon diritto siamo costretti a riservare l'autorità del giudicio sulle materie complesse a quei soli che consta appunto essersi su di quelle rispettivamente occupati, od occuparsi attualmente.

§ 1065. Per quanta sia la propensione che mi spinga ad allargare vieppiù la competenza di giudicare su di un maggior numero di persone,

io non ritrovo verun principio logico il quale mi autorizzi ad ammettere sì fatta estensione. Ritorno sempre al mio principio: per giudicare con verità convien conoscere tutti i rapporti delle cose, nella cognizione completa dei quali consiste la *verità*. Per conoscere siffatti rapporti conviene esaminarli ad uno ad uno. Per esaminarli in tal guisa è necessario avere il *metodo*, il *tempo* e l'*interesse* di farlo. Chiunque è altrove rivolto o volontariamente o a suo malgrado, non fa nè può fare nè l'uno nè l'altro. — Parlando di un Pubblico, i cui giudicii debbono fare autorità per essere di molte persone concordi, non si ha altro mezzo a riconoscere chi sia in grado di aver tempo, metodo ed interesse di applicarsi all'esame di una materia, se non dalle notizie *estrinseche* ottenute dalle opere, dalle lezioni, dalle conversazioni; in una parola, mercè i *segni estrinseci* o degli scritti o dei fatti o della favella. — Collocandosi poi il Pubblico in un'epoca di *lumi* molto copiosi, quando i gradi intermedii per giungere dalla semplice ignoranza agli estremi delle già scoperte cognizioni sono molto numerosi, dovrebbe per ciò stesso esigersi molto tempo ed attenzione; e perciò una mediocre e superficiale dottrina non potrebbe avvalorare il giudicio delle persone in qualsiasi materia, quand'anche di quella sola si fossero occupate.

§ 1066. Dal fin qui detto però non vorrei che si deducesse ch'io voglia collocare e restringere la competenza dei giudicii nelle materie complesse a quei soli che professano una data scienza al momento che viene annunciata una nuova scoperta; talchè in *qualunque situazione* possibile si debba riguardare a preferenza quale miglior norma probabile di verità. Solo intendo parlare di uno stato posteriore alla scoperta dei lumi, dopochè cessato il conflitto fra le vecchie, imperfette e scadute opinioni e le novelle, queste a mano a mano hanno acquistato il voto universale, e vengono dal Pubblico coltivate. L'importanza, la latitudine e le condizioni di questa *limitazione* si sentiranno assai meglio più sotto, dopo che avrò sviluppato altre vedute.

CAPO XI.

Dei contrassegni esterni ed ovvii per riconoscere il secolo della maggiore scienza.

§ 1067. Ma a quali *segni esterni* riconosceremo noi l'epoca della, se non completa, almeno maggiore scienza, quale per congettura si può ripromettere? Non è egli vero che ogni secolo intenta la pretesa di essere il più dotto? E come no? Mercè i sistemi suoi o ragionevoli o assurdi ab-

braccia tutto lo scibile, ed anche quello che non si può sapere. D'altronde non conoscendo le scoperte che i secoli avvenire faranno, non può avere norma o misura alcuna nè della sua ignoranza, nè de' suoi errori.

§ 1068. Rispondo, che il secolo dei maggiori lumi verrà riconosciuto precipuamente mercè due *contrassegni* visibilissimi, e che non mi sembrano fallaci. Il primo si è una vera e sentita *stima* che i coltivatori di tutte le scienze e di tutte le arti professeranno scambievolmente gli uni verso gli altri. Il secondo poi si è l'intima *persuasione* di non poter conoscere nè giudicare di certe materie (di cui più abbasso si farà parola), e la perfetta *acquiescenza* nella ragionata ignoranza di quelle.

§ 1069. La validità del primo contrassegno si sente tantosto, se si rifletta che allorquando una scienza od un'arte sono spinte ad un alto segno d'ingrandimento, si conoscono i loro *estremi*, le loro connessioni, i loro sussidii, e le leggi di azione e di reazione che le une hanno sulle altre.

§ 1070. Siffatti rapporti di connessione, d'influenza e di soccorso scambievole esistono certamente fra le scienze, e ormai fra molte parti dello scibile si sono comprese e si agisce in conseguenza. Se invece di avere informi e mal distribuite *classificazioni* delle scienze avessimo un vero albero enciclopedico; se fosse esistito in Europa un genio, il quale invece di fare *partizioni* meramente fattizie ed incongruenti avesse tessuta la filiazione naturale delle scienze; il Pubblico scorgerebbe al dì d'oggi fra le scienze questa vicendevole connessione ed influenza, come in un albero genealogico la vede fra le cognazioni.

§ 1071. Siccome adunque ogni scienza esprime il complesso di tutti i fatti e di tutte le nozioni tessute e concatenate, le quali or più or meno a lungo serpeggiano, fino a che per rami distinti si giunga ad un tronco comune; e siccome si sa che l'uomo coesiste costantemente con altri esseri, i quali hanno e tra loro e con lui rapporti vicendevoli di identità e di diversità, di azione e di passione, di cagione e di effetto: così le scienze, le quali altro non sono che la espressione di siffatti rapporti, debbono per necessità rappresentare un sistema di collegamenti, di relazioni, di dipendenze, di azioni e di reazioni, di influenze e di effetti.

§ 1072. Se dunque tutto ciò vien compreso e sentito, le professioni rispettive dei dotti sentono di poggiare le une sulle altre, e di attingere scambievolmente soccorso. Allora i diversi loro coltivatori diventano stretti per una specie di *cognazione* e di scambievole *società*.

§ 1073. E se durante l'epoca di una corta intelligenza ogni *dipartimento* aspirava al primato letterario, ciò non avviene più nell'epoca dei maggiori lumi. Conciossiachè ognuno conoscendo il sistema degl'interessi

interni ed esterni del suo dominio, e la di lui collocazione ed estensione nell'orbe scientifico, non può omai più nutrire mire ambiziose, le quali verrebbero tosto rintuzzate dagli altri, le cui prerogative egli si volesse arrogare. Inoltre conoscendosi evidentemente e notoriamente debitore de' suoi possessi alle fatiche di molti altri, egli non può soverchiare altrui per la prosperità e lo splendore della propria provincia. Se è l'interesse che inspira la stima, come non potrebbe ogni uomo veramente scienziato stimare doppiamente le professioni tutte, che vede recare tanto sussidio al ramo prediletto da lui, alla umana perfettibilità ed al benessere sociale?

§ 1074. Quanto poi alla cognizione dei *limiti* delle umane investigazioni, e alla necessità di rispettarne i confini, ciò è troppo chiaro essere una naturale conseguenza di una scienza completa. Quando gli uomini sono giunti ad un tal punto, invece di gettare inutilmente i loro sudori in tentami superflui, o disperdere stoltamente la preziosa attività delle loro meditazioni in un vacuo immenso, la rivolgono sul campo di una fruttifera speculazione. Sono inoltre costretti per una inevitabile cognizione a divenire modesti e meno dogmatici, perchè scorgono quanto siano limitate le progressive viste umane, e perchè s'avveggono che gli ultimi limiti, a cui viene raccomandata la catena della loro scienza sulle cagioni e sugli effetti, si stendono oltre il loro sguardo per ascondersi in una notte impenetrabile.

§ 1075. Per tal maniera i dotti costituiranno una vera repubblica letteraria, invece di rappresentare un anfiteatro di piccoli ambiziosi, gelosi, esclusivi, e sempre alle mani gli uni cogli altri. — Ecco i *contrassegni esterni*, ai quali si riconoscerà l'epoca dei lumi più completi che ottener si possano fra gli uomini.

CAPO XII.

Della seconda epoca della civile ragionevolezza.

Rivolgiamo ora i nostri ragionamenti a comprovare l'intrapreso assunto (ved. Capo VIII. di questa Sezione).

Articolo I.

Della scoperta delle verità.

§ 1076. Due *stati* conviene distinguere nella costituzione razionale di ogni Pubblico, per fissare l'estensione delle sue vedute, e la validità dei giudicii che appellammo *antecedenti* (ved. loc. sopra cit.). Il primo si

è quello della *scoperta* delle verità; il secondo si è quello della loro *accettazione*.

§ 1077. Esaminiamo i rapporti di *fatto* del primo stato. — Toltene le più semplici, ristrette e triviali opinioni, la scoperta o l'invenzione delle verità complesse, sia che parliamo di quelle che hanno una più ampia applicazione speculativa, sia che parliamo di quelle che largamente influiscono sulla morale e sulle arti, è un privilegio per ordinaria legge riservato ad un solo pensatore. Immaginare che molti ingegni, senza una precedente scambievole comunicazione e per una specie di simultanea ispirazione, creino uno stesso originale pensiero richiedente qualche studio, ella è cosa che la comune sperienza di fatto ed il sentimento delle consuetudini razionali riconosce cotanto *straordinaria*, che quando due veramente s'incontrano in qualcheduno di siffatti pensieri, si presume piuttosto l'uno averlo tolto all'altro, che derivar esso da una originale e simultanea concorrenza di idee. — Io non dimenticherò giammai di ricordare, che ad assegnar le leggi di *fatto* del mondo fisico e morale dobbiamo sempre riportarci alle *consuetudini cognite* della natura (vedi il Capo V. Art. I. di questa Sezione).

§ 1078. Questa legge fondamentale della *origine* delle opinioni studiate, derivante da un solo, da cui dappoi il Pubblico le raccoglie, viene più largamente confermata dalla storia costante di molte *scoperte*, le quali rigorosamente non meritano un tal nome; pel merito delle quali ciò non ostante alcuni rari pensatori hanno acquistato gli strepitosi nomi di *inventori*, di *genii creatori*, ed altrettali predicati da apoteosi.

§ 1079. Tali nomi e tale esagerata professione di stupore si direbbono meglio essere una specie di tacito *compenso* cercato dall'orgoglio della mediocrità comune, la quale veggendosi fuori della sfera di una facile emulazione, e nella distanza troppo visibile dal merito, si sforza di rendere il *genio* pressochè prodigioso. Per tal maniera si tenta di toglierg li ciò che non si può nè dividere con lui, nè offuscare.

§ 1080. Il *genio* per verità merita la nostra ammirazione, i nostri suffragii e la nostra gratitudine. È dovere il professar verso di lui siffatti sentimenti, tanto per una specie di ricompensa alle sue coraggiose fatiche, quanto per aggiungere uno sprone a coloro che fossero côlti da sublime entusiasmo di imitarlo. Ma conviene da un altro canto guardarsi bene dal collocare il genio in tanto ardua altezza, che agli altri nascer debba l'opinione dell'*impossibilità* di raggiungerlo.

§ 1081. Non so se male io m'apponga; ma parmi che questa mal misurata opinione sia da annoverarsi fra gli ostacoli che si oppongono ai

progressi delle solide cognizioni, e fanno sì che il Pubblico s'arresti, assai più di quello che l'ordine delle cose comporta, in quelle lunghe pause che si frappongono fra le utili scoperte. — A dissipare questa illusione io credo che sarebbe cosa acconcia il far entrare nella educazione razionale la storia degli uomini celebri, più particolareggiata in quei tratti che fisicamente o moralmente poterono influire sulla loro anima, aggiugnendovi eziandio le pratiche da loro usate per rapporto all'attenzione. Se ad insegnare a pensar rettamente è necessario tracciare il modo col quale il pensiero deve procedere, dall'altro canto è pur d'uopo dargli stimolo a camminare. Un muto e freddo apparato di regole che non movono il cuore come potranno svegliare l'attenzione? E come si potrà svegliar l'attenzione senza eccitare le passioni convenienti? Quanto è possente nei teneri cuori la sacra fiamma dell'entusiasmo scientifico! Ma quanto è sopra ogn'altro mezzo valevole a suscitarla l'*esempio!*

§ 1082. Quindi vorrei che un due terzi per lo meno d'ogni corso di logica (la quale non dovrebbe esser altro che una pura avvertenza di attenzione su quello che dapprima si fosse già fatto nell'apprendere altre scienze ben insegnate) fosse occupato dalla vita e dagli elogii dei più celebri scienziati. Vorrei per altro che anche nell'incominciamento della carriera filosofica si proponesse, fra gli altri eccitamenti, l'esempio della gioventù di siffatti illustri personaggi, e si additasse solo in generale la celebrità a cui salirono dappoi, e gli onori di cui i contemporanei o i posteri ricolmarono il loro nome.

§ 1083. Io non sarò giammai del sentimento di un moderno Inglese, il quale vorrebbe in siffatte vite troncata ogni narrazione delle circostanze *private*, accusando di noja e di superfluità il riferirle. Certamente se l'oggetto per cui si narra la vita di un gran letterato dovesse essere unicamente un dilettoso spettacolo onde ingannar l'ozio degli svogliati lettori, egli avrebbe ragione. Ma se si considera essere necessario il togliere all'inerzia umana ogni scusa, e prevenire lo scoraggiamento nella comune degli uomini, i quali stupefatti dalla grandezza delle opere dei celebri letterati s'immaginano che siano concorsi mezzi assai *straordinarii* a sublimarli a tant'altezza di merito e di gloria; io credo all'opposto essere cosa utilissima il dare a divedere, mercè la narrazione fedele della loro vita privata, ch'essi non furono collocati in veruna situazione privilegiata al di sopra della moltitudine, e che generalmente la posterità non ha per questo rapporto altra scusa, che la pigrizia o la tumultuaria applicazione determinata dalle seduzioni di un abbagliante lusso ideale.

§ 1084. Io non sono perciò disposto a credere che ogni uomo, il quale n'abbia il tempo, possa divenire, mercè la *sola arte*, uomo di genio, siccome più sotto accennerò; ma dico solamente, che per attribuirgli troppo il privilegio delle esterne circostanze si toglie forse l'adito ad aumentarne il numero; e certamente si respingono gli altri dal giugnere almeno a quel segno a cui senza ciò potrebbero utilmente pervenire.

§ 1085. Ripigliamo il filo del ragionamento. Ho detto che a molte cognizioni si è attribuito il nome di *scoperte*, mentre pure no'l meritavano. Non si avrà difficoltà alcuna a ravvisare la verità di questa proposizione, se si dia un'occhiata ai monumenti più celebri dell'umana ragione. Se si eccettuano alquante scoperte dell'ordine *fisico;* come, per esempio, l'uso della calamita, della polvere da schioppo, della elettricità, e di altre simili; le restanti tutte dell'ordine fisico, e generalmente tutte le altre dell'ordine morale, sono un mero risultato dei *paragoni* e dell'applicazione di quelle *notizie* ch'erano già sotto gli occhi di tutti. Ne potrei citare molti esempii; ma, come noti, li tralascio per amore di brevità.

§ 1086. Le prime si possono quindi veramente dire *scoperte accidentali;* le altre poi, se tali furono talvolta in fatto, non lo sono però di loro natura: quindi le appelleremo col nome di *razionali.* In queste ultime l'*invenzione* altro non è che una più lunga e non ordinaria *deduzione.*

§ 1087. Ma se il fatto costante di tutti i secoli dimostra essere queste razionali invenzioni riservate sempre al privato, si può fissar come *legge di fatto* dell'umana ragione che il Pubblico in complesso non sospinge più oltre i progressi delle cognizioni; o, a meglio dire, non deduce le complesse *verità*, le quali pure potrebbero essere raggiunte col solo uso dell'*attenzione.*

§ 1088. Da ciò deriva una importante conseguenza; ed è, che il Pubblico, propriamente parlando, in fatto di *verità* riesce, per dir così, un *conoscitore passivo*, ritenendo il solo merito della *scelta* e dell'*accettazione* delle dottrine scoperte dal genio. Perlochè conviene esattamente distinguere le circostanze che lo determinano a siffatta scelta, e all'uso ch'egli ne fa dappoi.

§ 1089. Se i progressi del genio si possono risguardare come gli slanci più energici ed ampii della umana ragione; se la misura dello spazio percorso dal genio ad ogni scoperta forma la misura della distanza maggiore che passa fra il Pubblico intendente e gli estremi sforzi della ragione umana; e se, mercè di tale misura, si viene a circoscrivere l'orizzonte della veduta del Pubblico, ed a fissare l'estensione del suo discernimento; egli è certamente del nostro instituto l'occuparci di quest'oggetto.

§ 1090. Nelle scoperte delle *verità* due tratti specialmente primeggiano; vale a dire l'essere elleno ad assai rari intervalli sparse nella successione dei tempi, e l'essere ogni volta eseguite dal ministero di un solo.

§ 1091. La medesima cagione produce questi due effetti, e viene effettuata dal complesso delle circostanze che formano l'uomo di genio. — Qui noi parliamo del *genio di riflessione*, e che come tale dovrebbe essere definito = la veduta ampia e distinta dei rapporti che sono fra le cose. = Egli, occupandosi di un dato oggetto, prima abbraccia tutte le verità note al Pubblico, e in ciò è semplicemente *dotto;* ma ve ne aggiunge poi molte altre dapprima incognite, o a dir meglio non avvertite. Con un *piccolo* progresso un uomo sarebbe *ingegnoso*, ma non un *genio*.

§ 1092. Ma siccome egli non può cangiare la natura del suo essere, nè le leggi del destino umano; così non può nemmeno ampliare la capacità della sua intuizione, togliere o scemare l'inerzia delle sue facoltà, prolungare la sua vita, protrarre la sua gioventù. Quindi la legge delle ripetute riflessioni e della graduale spinta delle cognizioni, la forza dei motivi, l'ordine delle circostanze, la necessità del metodo ec., sono dominatori supremi a cui egli è costretto di servire e di soddisfare.

§ 1093. Quali sono adunque le condizioni indispensabili che producono il genio, e lo contraddistinguono dalla comune degli uomini? È indubitato ch'elleno esser debbono quelle medesime, le quali, data la natura attuale dell'uomo ed i suoi rapporti colla verità, sono valevoli a produrre l'effetto che contraddistingue il *genio* dagli altri minori ingegni. Quest'effetto, come testè si è veduto, consiste nella veduta ampia e distinta dei rapporti che legano le cose, in quanto tale veduta al di sopra della comune si estende a comprenderne molti e interessanti. Lo scopo di questo si è la *verità*. Dunque in ultima analisi il carattere specifico e distintivo del *genio* altro non è che la veduta di molte e grandi verità dapprima incognite; o, a dir meglio nel caso nostro, inavvertite dal Pubblico.

§ 1094. Ora in un uomo, ed in un uomo sociale, che cosa importa e presuppone ciò? Si noti bene che noi parliamo di un'epoca d'incivilimento, e per conseguenza di un'epoca, nella quale il Pubblico ragionatore è imbevuto di certe opinioni. Che se poi, dividendo in parecchie gradazioni lo stato progressivo dei lumi, come il fatto esige, spingiamo le considerazioni a quelle epoche in cui per sapere unicamente le cose già note conviene sapere assai; qual cosa più speciale richiedesi alla produzione del *genio?*

§ 1095. Avanti di rispondere a queste questioni mi si permetta di far osservare, che il *genio* propriamente non può esistere che in uno stato

di *mediocrità* dei lumi. Nel primo estremo della ragionevolezza s'incontrano le ovvie nozioni volgari; e nell'altro estremo non si rinviene più nulla che dall'uomo, coi mezzi di cui è fornito, si possa con certezza discoprire. Nella somma ignoranza diviene impossibile, perchè non si conosce nulla; nella somma coltura diviene impossibile, perchè non si può conoscere al di là delle precipue ed interessanti verità di già scoperte. Gli *estremi* così si toccano senza confondersi.

§ 1096. Ciò premesso, veggiamo se, in forza delle cagioni che producono il *genio*, avvenir debba che cotanto raro sì nel tempo che nelle popolazioni incontrar si debba; e se ciò derivi dai rapporti che determinano nell'uomo l'ampia veduta delle verità dapprima non conosciute.

§ 1097. Mercè le considerazioni premesse nelle prime parti di questo scritto noi troviamo che quando si tratta di scoprire un corpo di verità ampie ed interessanti, dapprima incognite al Pubblico, si debbono necessariamente verificare i seguenti requisiti, e verificar si debbono tutti simultaneamente.

1.° Una tenace, viva e moderatamente rapida *memoria* (vedi Parte II. Sez. I. Capi XXI. XXII., e Capo VI. di questa Sezione).

2.° Un'*attenzione* intensa e continuata, e per ciò stesso una gagliarda e costante *passione*, tanto ad apprendere i cogniti, quanto ad indagare gl'incogniti rapporti della *verità* (ved. Parte II. Sez. I. Capo VIII. e seg.; Sez. II. Capo I. al V., Cap. XII. e XIII).

3.° Una disinvolta e coraggiosa, ma non insolente *indipendenza* dall'impero dell'*autorità* degli antichi e dei contemporanei.

4.° L'*agio* e il *tempo* tanto all'intrapresa, quanto alla continuazione delle ricerche; e perciò il non essere distolti da prepotenti cagioni fisiche e morali (ved. Parte II. Sez. I. Cap. XVIII).

5.° La pratica del buon *metodo*, e per ciò stesso la previa cognizione di lui e degli artificii onde ridurlo ad effetto (ved. Capo I. al V. di questa Sezione).

Ecco distintamente i fondamentali requisiti, dall'azione unita dei quali risulta il *genio;* requisiti che nascono essenzialmente dalla natura e dalla costituzione dello spirito umano nelle civili popolazioni, e da'suoi rapporti colla *verità.*

§ 1098. Un solo di tali requisiti che manchi, fa sì che mancar debba anche l'effetto, cioè la scoperta di molte e grandi *verità.* — Io mi dispenso dal dimostrare la verità di quest'avvertenza, dopo che estesamente ho premesso nelle prime parti di questo scritto le vedute che ne formano una completa prova.

§ 1099. Solamente pel terzo requisito io confesso di non aver preparata per anche una precisa filosofica dimostrazione. Conciossiachè ella legittimamente risultar non può se non presupposto il principio, che le pubbliche opinioni racchiudano sempre una certa *presunzione* di verità; la quale però se da un canto non può essere così prepotente da inceppare servilmente la libertà dello spirito, dall' altro canto non è cotanto inetta da dover essere trattata dal pensatore con incuranza o leggierezza. Vedremo or ora se ciò si verifichi.

§ 1100. Frattanto così essendo le cose, non può recar meraviglia se il *genio* sia cotanto raro nella successione dei secoli. — Si richiami, di grazia, non dico la notizia che abbiamo della tempra ordinaria della *memoria* fra gli uomini, cui non possiamo riconoscere che dagli *effetti*, ma sì bene quello che ci consta intorno alle altre circostanze; e si scorgerà che il complesso di tutte le sopra annoverate condizioni deve riuscire tanto raro, che la scarsa e rara esistenza del genio lungi dal recarci meraviglia, all' opposto dovrebbe farci meravigliare come abbiano esistito que' pochi che illustrarono gli annali della ragione umana.

§ 1101. Se nel numero degl' individui componenti le popolazioni sembra un fausto caso che taluno solamente possa divenir *dotto;* quanto più non dovrà esser raro l'accidente ch' egli divenga uomo di genio! — Noi abbiamo veduto da quali e quante sorgenti dipenda l' educazione che appellammo *di spirito* (ved. Parte II. Sez. II. Capo IX). Del pari si è avvertito, che se tante cagioni non confluiscono ad uno stesso punto, elle riescono ostacoli piuttosto che impulsi progressivi alla individua verità (ved. loc. cit. Capo X).

§ 1102. Si rifletta dall'altro canto, che l'agio, il tempo, la passione, e l' esercizio di una forte e continuata meditazione debbono essere per sè sole combinazioni difficilissime e rarissime ad esistere unite nelle civili società. — Avanti ad ogni cosa i bisogni di prima necessità, ed i rapporti politici che interessano la nostra sussistenza, la nostra sicurezza, il nostro benessere, richiamano la nostra attenzione. Dall' altro canto, se la fortuna ci sottrae dall'assumere tali cure in una guisa assorbente la nostra attenzione, rimangono altri ostacoli dal canto dell' inerzia umana e dell' amor del piacere. Lo studio è una fatica. Uno studio profondo, intenso e continuato, qual si richiede a formare l'uomo di genio, è un' assai maggiore fatica. Se l' agio ci sottrae dai bisogni più prepotenti, non ci rimangono che le passioni fattizie, ossia di *opinione*, le quali infiammar possono l'uomo ed animarlo a superare una siffatta ardua fatica.

§ 1103. Ora con un aspro e scosceso monte alle spalle, e un fiorito

ed agevole sentiero a fronte, come mai l'uomo ordinariamente non lascierà il primo, e non si avvierà per il secondo? Si sa che i piaceri di una vita molle, distratta o spettacolosa devono avere un predominio esteso e gagliardo sull'uomo, perchè presentano piaceri *fisici*. E quand'anche l'uomo agiato s'incamminasse verso il regno delle scienze, egli è assai più naturale all'inerzia comune ed all'amor del piacere lo scegliere quelle che offrono un sensibile *allettamento*, che quelle il cui frutto non si gusta che alla fine di un'ardua e lunga carriera (ved. Parte II. Sez. II. Capo XII).

§ 1104. E finalmente dato eziandio che si appigliasse alla spinosa e scoscesa salita della riflessione, noi troviamo una ragione per cui l'uomo agiato tenga una maniera ed un metodo più conforme alla minore fatica, che all'unico e sicuro cammino che conduce alla verità (ved. loc. cit.).

§ 1105. Ora siffatta naturale e generale condotta non accresce per nulla il patrimonio delle scienze e il numero delle verità. Se dunque, a calcolo fatto, il numero delle persone capaci di commettere questa specie di disordini razionali è già cotanto ristretto; quanto più ristretto essere non dovrà il novero di coloro che adempiono alle condizioni che la verità richiede dallo spirito umano?

§ 1106. Ciò non è ancor tutto. È noto quanto sia prepotente sull'animo degli uomini l'impero dell'*autorità* e della *pubblica opinione*. È noto che questa, benchè assurda, ottiene il sacrificio di tanti piaceri e tanti interessi, che eccita tanti affanni e tanti bisogni, che dalla capanna al trono regge imperiosamente la sorte delle riputazioni, e spesso anche il destino di molti uomini. Ora è ben evidente ch'ella deve spesso affacciarsi all'uomo di genio come un terribile fantasma, ed arrestarlo nella sua carriera. I pensamenti invalsi nel tempo precedente, e adottati dai contemporanei, si rivestono dal Pubblico di un'autorità veneranda, alla quale pare non esser lecito opporsi senza sacrilegio o ribellione.

§ 1107. Molte volte poi alla forza *morale* già troppo soverchiante dell'*opinione* si aggiunge eziandio la forza *reale* della pubblica *autorità*, la quale non bene distinguendo i confini della verità, della giustizia e del ben pubblico, interessa il sacro e supremo suo potere per difendere opinioni che realmente sono indifferenti, o nocive all'oggetto delle vere sue cure. Talvolta poi, tremando d'ogni novità, sbandisce indistintamente anche quelle che potrebbero riuscire proficue alla verità, alla giustizia, ed al comune interesse. La storia delle lettere somministra molti esempii di questi abusi. E non parlo solamente delle opinioni che riguardavano davvicino la tranquillità ed il benessere delle popolazioni, ma eziandio

di quelle che erano più *indifferenti* e più *rimote* da quella dignità che deve occupare i direttori della pubblica felicità. Non si è forse veduto un Parlamento d'Inghilterra interessarsi della pronuncia di certe lettere dell'alfabeto greco? Siccome questo è un aneddoto non molto conosciuto, lo riporterò colle parole medesime di un anonimo Inglese (1). « Sul finire del regno di Arrigo VIII. Smith e Cheek cominciarono a riflettere ai cattivi effetti cagionati dalla imperfezione della greca pronuncia. Osservarono ch'eransi perduti i suoni di molte vocali e di parecchi dittonghi; che un tale difetto privava la lingua della sua antica bellezza, del suo vero spirito e del suo carattere proprio, e rendevala insipida e languida. Non sentivano in questa pronuncia quell'armonia, nè quei sonori periodi, pei quali gli antichi retori ed oratori greci avevano acquistato un sì gran nome. Non potevano far comparire eloquenza alcuna nei loro discorsi e nelle loro arringhe, perchè mancava ad esse la bellezza e la varietà dei suoni: ciò fece che pensassero ad una riforma (2). Studiarono la più parte degli antichi retori e autori greci, i quali aveano trattato dei suoni; e ritrovando in essi il modo d'introdurre una mutazione, di consentimento della più parte dei dotti della Università si posero ad affaticarvisi. Furonvi alla prima alcuni contrasti; ma fu dappoi quasi generale l'approvazione.

» Era allora Cancelliere dell'Università Cromwell. Non erano sotto di lui le riformagioni tanto pericolose, come sotto Gardiner suo successore, il quale era nemico di ogni novità. Quest'ultimo fece per qualche tempo ostacolo. Si arrogò un potere, che non si era giammai preso Cesare, di dar leggi alle parole. Scrisse a Cheek, professore a quel tempo di greco, perchè abbandonasse il suo nuovo metodo, il quale però era l'antico e il vero. Cheek non si diè a vedere sommesso in tutto al di lui volere. Gardiner mandò a nome suo e del Parlamento un ordine che ha qualche cosa di straordinario. Io qui non ne riferirò per brevità che due o tre articoli. »

ARTICOLI.

Quisquis nostram potestatem agnoscis, sonos litteris sive graecis	« Chi riconosce il nostro potere » non osi dare di sua privata auto-

(1) *Reflections upon learning, wherein is shewn the insufficiency thereof in its several particulars, in order to evince the usefulness and necessity of Revelation.* Fu tradotto in italiano sotto il titolo di *Trattato della incertezza delle scienze.* Venezia, presso Francesco Pitteri, 1735. Vedi il Capo III. pag. 42 e seg.

(2) Cheek, *De ling. graec. pronunt. Disput.* — Smith, *De pronunt. ling. graec.*

sive latinis ab usu publico praesentis saeculi alienos privato judicio affingere non audeto.

» rità alle lettere greche o latine » suoni differenti dall'uso pubblico » di questo secolo.

Diphthongos graecas, nedum latinas, nisi id diaeresis exigat, sonis ne diducito.

» Non iscomponga i suoni dei » dittonghi greci o latini, se non lo » richiede la figura di *dieresi.*

Aι ab ε et ει ab ι ne distinguito, tantum in orthographia discrimen servato; η, ι, υ uno eodemque sono exprimito.

» Si distingua αι da ε e ει da ι » solamente nella ortografia; η, ι, υ » abbiano un medesimo suono.

Ne multa: in sonis omnino ne philosophator, sed utitor praesentibus.

» In somma: non filosofar sopra » i suoni, ma ognuno si attenga al- » l'uso. »

Nulla noi aggiungeremo a questo esempio. Le riflessioni si presentano in folla da sè medesime.

§ 1108. Ma se è pur vero che l'impero dell' *autorità* ha cotanto predominio sulle menti umane, talchè il Pubblico per questa parte ne sembra sotto un aspetto lo schiavo, e sotto un altro il tenace difensore pronto a combattere contro ogni privato che non ne veneri ciecamente i dettami; se questo Pubblico è un padrone sempre rispettato dagli individui: come mai potrà agevolmente sorgere un uomo che ardisca violare il sentimento della venerazione infuso in lui sino dall'infanzia? O, se pure giunge ad emanciparsi, come vorrà poi per un'opinione sua propria compromettere il proprio nome, e fin anche la propria tranquillità? A meno di un singolare e straordinario entusiasmo, ciò non pare praticabile. Frattanto lo stato delle umane cognizioni rimane per lunga pezza nella condizione e nel grado di depressione in cui si trova, e le scoperte riescono rare. — Gli abusi della critica, molte volte dettata da motivi personali, ossia dall'amor proprio, cadono sotto questa classe. Gli uomini si rassomigliano in tutti gli stati; o, a dir meglio, le passioni agiscono sempre di una data maniera. La passione dei dotti sembra essere l'ottenere e il conservare i pubblici suffragii e il primeggiare in riputazione. Un antico scrittore chiamò i filosofi *animali della gloria.* Nello stato politico la passione di chiunque ha già soddisfatto alla necessità si è pur quella di distinguersi e di dominare. Ora siccome i vecchi nobili, come ha riflettuto Bacone, invidiano gli avanzamenti dei nuovi che ascendono (1), del pari coloro che

(1) Francisci Baconis de Verulamio *Sermones fideles*, Cap. XIV.

primeggiano nella repubblica delle lettere scorgono con amarezza la nuova fama di un altro pensatore, e quindi pongono tutto in opera per reprimerne i progressi, che temono nocivi al loro dominio sulla pubblica opinione. Arrossiscono di aver potuto ignorare qualche cosa nelle materie di cui fanno professione, e quindi spingono la censura fino alla mala fede ed alla soperchieria.

§ 1109. Ancora una riflessione avanti di chiudere questo articolo. Le condizioni sopra annoverate per formare l'*uomo di genio* sono quelle che possono farlo divenir tale. In ultima maniera però il loro *esercizio* spiegato e pratico dipende da felici combinazioni di *fortuna*. Questa *fortuna* abbraccia alcune circostanze sopra non avvertite; come, a cagione d'esempio, il nascere o il trovarsi in un paese dove siano convenienti occasioni d'istruzione, d'emulazione, d'imitazione, l'incontro di letture proficue, l'accesso ad uomini illuminati, e finalmente anche quelle ultime accidentali determinazioni dei pensieri, di cui più sopra si è ragionato (ved. Capo V. Art. I. di questa Sezione).

§ 1110. Al fin qui detto aggiungere si deve, che solamente in una certa epoca di cognizioni sono possibili certe scoperte; e ciò forma la *misura* della forza del *genio*. La di lui attività non è *infinita:* ella viene circoscritta dall'indole della memoria, dalla estensione naturale della mente umana nelle intuizioni singolari, e dal tempo che impiegare si può nella meditazione durante la ragionevole e robusta età. Se dunque ogni scoperta nel caso nostro è una verità, e per conseguenza ella è la cognizione delle *connessioni* che sono fra due *estremi;* ogniqualvolta questi estremi siano talmente *rimoti* l'uno dall'altro, che il trovarne gli anelli intermedii sorpassi il tempo e la capacità di cui ora si fa parola, essi eccederanno per allora la comprensione del pensiero umano. Ma siccome poi col progresso di più ingegni, che vanno a grado a grado aggiugnendo nuovi anelli, si ottiene un avvicinamento maggiore fra questi estremi; o, a dir meglio, si segnano nuovi punti di *passaggio:* così diviene dappoi eseguibile ciò che dapprima non era. Ond'è, che questa situazione di *avvicinamento* è una circostanza favorevole a produrre il pieno effetto; ma si può a ragione appellare *opera del tempo e delle rivoluzioni dello spirito umano.*

§ 1111. Dalle cose fin qui disaminate si scorge la ragione per cui gli uomini di genio nello spazio dei secoli e delle società debbano essere cotanto *rari.* Si vede ad un tempo stesso che un tal fenomeno dipende da una stessa cagione. Quindi non è meraviglia se le scoperte siano tanto scarse, i progressi della ragione cotanto lenti, e l'impero dei pregiudizii

e degli errori cotanto durevole. — Quello che abbiamo detto del *genio* si applica pur anche all'*ingegno*, da cui esso non differisce che per la sola *misura*.

Articolo II.

Osservazioni preliminari sulla promulgazione delle opinioni, e sull' accettazione fattane dal Pubblico.

§ 1112. Mi lusingo di aver dimostrato il fatto e la ragione per la quale il Pubblico dotto non iscopre le dottrine, ma gode solamente delle scoperte fatte dapprima dal privato *genio*.

§ 1113. Nelle scoperte che appelliamo *razionali* le verità non sono di rigorosa invenzione, ma bensì di pura osservazione e deduzione. Dunque se il Pubblico dotto non eseguisce da sè siffatte scoperte, è per ciò stesso evidente ch'egli per sè medesimo non *estende* la sua attenzione ad investigare i rapporti dapprima inavvertiti fra le cose, a connetterne gli estremi, e a formar quindi giudicii logici espressi in proposizioni, in sentenze, in teorie, in sistemi. Dunque il Pubblico non esercita il suo giudicio direttamente sullo stato delle cose, ma sì bene sulle opinioni che intorno alle cose medesime vengono formate dai privati dopo che tali opinioni sono state promulgate. Dunque la cura unica de' suoi giudicii consiste nell'*approvare* o nel *riprovare*, *ammettere* o *rigettare* un' opinione, un sistema, un principio enunciato dal privato autore.

§ 1114. Ma ogni teoria o sistema altro non è che l' espressione d'una somma e serie più o meno lunga di giudicii taciti o espliciti sopra una data cosa, di cui si affermano o negano i rapporti o contemplativi o efficaci. — Dunque il giudicio del Pubblico in queste contingenze ad altro non si estende, che ad affermare o negare i rapporti indicati da un privato.

§ 1115. Ora se prima della scoperta fatta il Pubblico non conosceva questi rapporti, ed anzi ne riceve la notizia dal privato; se sempre egli viene addottrinato dal privato autore: come potrà egli giudicare *da sè* della verità o falsità dell' opinione promulgata? Forse per le censure o le lodi di un altro privato? Ma primieramente quando siffatta critica o lode non esistessero, come mai il Pubblico se ne potrebbe prevalere?

§ 1116. Quando poi esse esistessero, il Pubblico in tal guisa non giudicherebbe più per propria scienza, ma bensì su l'*altrui* parola e per cieca *credenza*. In tale ipotesi il suo giudicio non sarebbe propriamente il giudicio di *molti* intendenti, ossia del Pubblico, ma sì bene il giudicio di un *solo* ripetuto da molti.

§ 1117. In terzo luogo, con quale ragione si dovrà presumere che il Pubblico modelli il suo giudicio piuttosto su quello del critico, che su quello dell'autore medesimo? In fondo della cosa potrebbe darsi benissimo che il critico avesse torto, e l'autore avesse ragione; e talvolta accadere il contrario. Come dunque in una cieca scelta si potrebbe mai presumere la verità?

§ 1118. Ma in fatto pratico, o sia che esista controversia, o non ne esista, il Pubblico talvolta approva, accetta e professa l'opinione di un autore, e talvolta la disapprova e la rigetta. Ora dà ragione ai critici contro l'autore e i suoi difensori; ed ora la dà a questi contro dei critici; e talvolta dà torto ad entrambe le parti. Finalmente avviene talvolta ch'egli riceva un'opinione senza critici e senza difensori.

§ 1119. Pare dunque che in questa condotta egli non assuma le suggestioni di una classe di privati come guida de' suoi giudicii, almeno in quelle materie dove può giudicare *liberamente*, ma bensì li pronuncii a *proprio* dettame. Ciò è conforme anche a quel sentimento di naturale *indipendenza* dei proprii pensieri, il quale si spiega energicamente quando non preesiste la preoccupazione dell'autorità, o il costringimento della forza; e sopra tutto poi quando la veduta dei rapporti è tanto chiara e vicina, che convelle, per dir così, e attrae direttamente la nostra sensibilità. Generalmente parlando, pare che, per qualunque estensione che abbia l'impero dell'autorità altrui sul nostro spirito, tale impero non si eserciti propriamente e completamente se non dove noi abbiamo un confuso timor di errare. Ma allorquando le cose ci si presentano sotto un vivo, chiaro e convincente aspetto, non abbiamo bisogno del soccorso dell'autorità per giudicare, ed il di lei impulso o la di lei resistenza rendesi pressochè nulla, a meno che non abbiamo adottata la precedente opinione dell'assoluta sua infallibilità.

§ 1120. Da ciò lice trarre una importante conseguenza per la presente trattazione; e questa si è: affinchè il giudicio del Pubblico non riesca sospetto di derivare da una mera ripetizione dell'altrui sentimento, anzichè da proprio impulso e persuasione diretta, essere necessario che una nuova opinione di un privato sia ridotta così *vicina allo stato attuale* della comprensione del Pubblico, che non debba durar molta fatica a coglierne le connessioni. Qui cadono in acconcio le osservazioni già fatte; e si scorge quindi che le condizioni necessarie alla passiva *istruzione* del Pubblico sono pur anco quelle che rendonsi necessarie affinchè egli possa veramente giudicare a *proprio* dettame, e quindi costituire un giudicio che si possa con verità risguardare come *proprio* del Pubblico.

§ 1121. Ora supponendo che il Pubblico giudichi per intimo e libero sentimento tanto nello scegliere quanto nel rigettare le opinioni, e nel decidere su qualsiasi materia; con qual legge, norma e sentimento si dirige egli? Devesi ammettere, o no, che il Pubblico si attenga allora alla verità?

§ 1122. Ai casi in cui si esercita la scelta e la decisione del Pubblico se ne aggiunge un altro. Talvolta avviene che il Pubblico si trovi fra due o più sistemi, fra due o più teorie o sette o scuole, che invocano tutte il suo voto e sollecitano i suoi suffragii. Allora egli si vede avanti gli occhi la scena nella quale a Pirrone presentavansi i filosofi di Atene, ch'egli ravvisava divisi in molte scuole opposte, gli uni dal Liceo e gli altri dal Portico, gridando: Son io che posseggo la verità; egli è qui che si apprende ad essere sapienti; venite, signori, datevi la briga di entrare; il mio vicino non è che un ciarlatano che vi farà impostura. — Eppure, malgrado tanti dibattimenti di opinioni, il Pubblico presta i suoi suffragii ad una parte, e proscrive le altre; professa le dottrine di una scuola, e sommerge le altre nell'obblio. Questa scelta e decisione deve pur avere una qualche cagione, o buona o cattiva. Questa cagione qual'è?

§ 1123. Certamente ella è un sentimento o imparziale, o determinato dalle passioni. Prescindiamo dalla seconda cagione, ed atteniamoci unicamente alla prima. Chieggo io: il Pubblico, nel determinare la sua scelta e nel pronunciare i suoi giudicii, va egli soggetto ad *errore*? Esaminiamolo.

CAPO XIII.

La decisione e la scelta del Pubblico intendente può esser fallace.

§ 1124. Lo stato ipotetico in cui ravvisammo il Pubblico, egli è quello di un'epoca di libertà e di ragione. Le materie sulle quali abbiamo figurato versarsi il suo *giudicio*, sono quelle intorno alle quali non può cadere sospetto di estranea passione che rifranga le sue sentenze. Le opinioni poi sulle quali egli pronuncia, furono da noi supposte di pura *osservazione* e di *deduzione*, fingendo che i fondamenti di *fatto* siano certi. Abbiamo con tutte queste supposizioni trovato che il Pubblico non giunge a procurarsi le scoperte razionali, e per conseguenza nè a creare nè a riformare i principii delle scienze, ma bensì che gli accoglie o li rigetta dalla mano del privato autore. Quindi rassomiglia a colui che solamente gode dei cibi apprestati, alcuni de' quali gusta, e ad alcuni

altri non si cura di stendere la mano, senza però essersi dato cura alcuna di prepararseli.

§ 1125. Sotto questo punto di vista trattandosi d'un mero giudicio di *scelta* e di *decisione*, io dico che, malgrado tante supposizioni favorevoli, il Pubblico va tuttavia soggetto ad *errore*. Hannovi però gradazioni e modificazioni tali nella maniera di errare, che in fine favoriscono la competenza del Pubblico, e danno una gran preponderanza al suo *discernimento*.

§ 1126. Nel comprovare la mia tesi non pretendo colla mia privata autorità erigermi censore dei giudicii del Pubblico ragionatore; ma bensì pretendo valermi della sua medesima autorità. Si è già avvertito che il Pubblico in un secolo professava una concorde opinione, che poi in un altro secolo riprovò. Non è mestieri ricordare più specialmente i fatti sui quali è fondata quest'asserzione. Le dottrine delle quali più sopra ho esibito un saggio, e le quali pure versano sopra materie intorno a cui sembra che gli uomini non debbano avere una passione ed un interessamento ad errare, furono quelle di tutto il mondo culto un secolo fa, e pur tuttavia in certe nazioni occupano e ritengono l'assenso della pluralità degli intelletti.

§ 1127. Ora se il Pubblico un tempo professò sentimenti che dappoi rigettò per sostituirvi un'altra guisa di opinare, egli è certamente forza conchiudere che o in un tempo o nell'altro egli abbia preso abbaglio. Dunque il Pubblico, anche nelle materie dove non esiste una estranea spinta d'interesse a decidere piuttosto in una guisa che in un'altra, è soggetto ad errore.

§ 1128. Vero è che talvolta, anzi il più delle volte, il Pubblico viene costretto, quasi suo malgrado, a deporre le vecchie opinioni. In tal caso forse si dirà, che se si può supporre che dapprima siasi ingannato, ciò non si può supporre dopo l'avvenuta rivoluzione delle sue idee; imperocchè ella non potè esser l'opera che di forti, chiare e ben rannodate dimostrazioni, le quali abbiano, per dir così, avuto forza di divellere il suo assenso dal vecchio errore per annodarlo alla scoperta verità.

§ 1129. Rispondo, che in questo caso esiste una maggiore *presunzione*, ma non mai una *certezza* della verità del giudicio del Pubblico, assumendo il *solo* giudicio qual *criterio di verità*. Poichè convengo di buon grado, che a fronte del conflitto della controversia, della imponente influenza dell'autorità, e dell'abituale impero delle ricevute opinioni, non è cosa naturale che il Pubblico con libero impulso deponga un'opinione per abbracciarne un'altra, od anco semplicemente ne pro-

scriva un'antica, senza che esista una più chiara e convincente ragione che a ciò lo induca; altrimenti dovremmo rovesciare le leggi essenziali dell'umano intendimento. Ma non segue perciò che la nuova ragione sia in sè medesima indubitatamente conforme alla verità, talchè per questa sola vittoria dir si debba assolutamente *certa.* Primieramente si sa quale distanza passi fra il distruggere un errore e creare una nuova opinione. Per convincere taluno di un errore basta porre in chiaro le *sconvenienze* fra quelle idee ch' egli connetteva: per lo contrario a stabilire una teoria, un principio, un sistema ricercansi altre vedute.

§ 1130. A dedurre un carattere di *certezza assoluta* in favore della decisione del Pubblico non basta che noi lo supponiamo *preferire* una opinione ad un'altra, bastando che la prescelta apparisca più ragionevole dell' altra. Il sentirla più ragionevole reca seco una persuasione puramente *comparativa*, ma non mai una certezza *assoluta.* La certezza assoluta non può essere prodotta che dalla piena e perfetta comprensione dello stato *reale* della cosa a cui il pensamento si riferisce. Ora non solo non abbiamo alcun principio teoretico che il Pubblico possegga la scienza *assoluta* delle cose; ma per lo contrario sappiamo che ogni *nuova* veduta, in cui si ricerchi studio ed artificio, gli viene somministrata dal *genio* di un privato autore. Come dunque avvenir potrà che il Pubblico possa pronunciare il suo giudicio in vista di siffatta scienza assoluta?

§ 1131. Dunque tutt'al più il suo giudicio in favore della nuova opinione potrebbesi rassomigliare a quello di un tribunale integro ed accurato, che pronuncia giusta le cose allegate e provate in processo, ma non mai direttamente ed immediatamente sullo *stato reale* delle cose. E la verità risiede nello *stato reale*, non nelle *deduzioni* del contemplatore.

§ 1132. È vero però che in questo caso il Pubblico cangia di giudicio per un sentimento che ogni volta più si approssima alla verità, attesochè ogni volta abbraccia il *verisimile*, e lo abbraccia in un'epoca sempre più copiosa di lumi e di scoperte. Perlochè la pratica del Pubblico ad altro non riducesi, che ad un esercizio del senso comune, o a dir meglio della ragionevolezza, la quale pronuncia senza parzialità l'*affezione* che prova alla presenza di un' opinione scoperta e a lei presentata.

§ 1133. Ma ciò non ci assicura che tuttavia non vi siano altre relazioni incognite da scoprire; anzi questo modo di giudicare lascia le investigazioni a quel punto, sotto cui vengono offerte. D' altronde la persuasione che aveva il Pubblico di non errare si trovò pur priva d'un assoluto e perpetuo fondamento tostochè esso fu costretto a riconoscere il suo errore ed a cangiare di opinione. L'unica norma dunque onde trarre

argomento che la pubblica decisione non sarà più per cangiarsi liberamente, sarebbe il sapere certamente che la materia, della quale si sono dall' autore segnati i rapporti, fu veramente *esausta*. Ma il giudicio del Pubblico non ci rassicura su questo punto; poichè anche dapprima esso credeva veder *tutto*, mentre poi l'evento mostrò il contrario. Dobbiamo dunque convenire, che mercè il *lume naturale* non si ravvisano gli oggetti se non sono ravvicinati assai al centro dei raggi; e così come vengono presentati, e nulla più.

§ 1134. Dunque con tutte le supposizioni favorevoli sovra espresse ci è forza convenire che il Pubblico in ogni materia *complessa* vada soggetto ad *errore;* conciossiachè se in quelle, intorno alle quali non prova un impulso parziale di passione e di interesse, è costretto a soggiacere a fallacia; con assai più forte ragione vi deve andar soggetto in tutti quei casi, dove effettivamente esistono seduzioni o secrete o palesi del cuore. Del pari se, cangiando di pensiero, a fronte della controversia e di una penosa rinuncia alle dominanti vecchie opinioni, va soggetto ad errare, mentre pure aveva il più vivo interesse di esaminare accuratamente i titoli della confutazione o della nuova opinione; con quanto maggior ragione non riescirà fallibile la decisione e la scelta in quelle materie dove manca la discussione, e per una non contrastata apparenza e promulgazione, o per un'assoluta novità, un soggetto razionale s'insinua nella grazia del Pubblico?

§ 1135. Non dico perciò che l'ultima opinione del Pubblico si debba assolutamente reputar *falsa;* ma affermo soltanto non aver noi dal canto della condotta del Pubblico un principio teoretico, ed una norma e pietra di paragone, per accertarci che la reale *verità* sia pienamente conforme ai caratteri che l'*opinione* racchiude.

CAPO XIV.

Che la concorde uniformità o la moltiplice diversità dei pareri su di un dato oggetto non può servire di contrassegno certo per indicare piuttosto la verità *che l'* errore.

§ 1136. Dalle cose sopra discorse risulta che il Pubblico e quando accetta e quando rigetta un'opinione la quale esige studio ed artificio ad essere creata, ciò fa dietro la semplice prima *verisimiglianza*, o per un'apparente *conciliazione* coi principii già ricevuti; ma non mai per un profondo *esame* della materia medesima, e per un'antecedente *piena* scienza della verità. Quindi si scorge che può esistere un *comune* sen-

timento fra molti uomini sopra un dato oggetto, senza che inevitabilmente siamo costretti a confessare che tale uniformità sia effetto unico e proprio della sola *verità*.

§ 1137. Affinchè l'illazione che si trae dall'*uniformità* di pensare alla esistenza della verità fosse *legittima* converrebbe dimostrare che tale uniformità non potesse essere prodotta che dalla sola *verità*. Ma tostochè si vede che ella può derivare da una *passione* o da una *prevenzione* comune, o da una semplice apparente *verisimiglianza* che sulla comune faccia impressione, senza che realmente la cosa in fondo sia vera; tale uniformità diviene in generale un connotato *equivoco*, e per conseguenza non può servire di *certa* prova a determinare in particolare la presenza della *verità*, ed escludere quella dell'*errore*. Ogni prova per essere veramente tale deve per sè medesima *escludere* l'esistenza degli altri casi o diversi o contrarii.

§ 1138. Interniamoci vieppiù nei seni reconditi di questo supposto. A fine di poter trarre vantaggio dalla *disparità* dei pensamenti umani in favore della *verità*, allorchè si verifica la uniformità di pensare converrebbe dimostrare che un'opinione apparentemente ragionevole, ma in sostanza erronea, non possa nel maggior numero degli uomini non dotati dapprima di lumi *superiori* fare una eguale impressione. Converrebbe aver provato dapprima esistere in natura una *legge*, per cui un giudicio non evidentemente erroneo, passando da un uomo ad un altro, sempre svegli successivamente una *nuova vista* di cose; o che ogni altro, cui viene comunicato, ve l'aggiunga da sè: talchè propagato a tutto il Pubblico, alla perfine non ottenga mai l'uniformità di assenso e la pluralità dell'approvazione. Ciò non basta ancora. Converrebbe aver provato che queste nuove e dispari viste, impedienti la uniformità, derivassero unicamente dall'azione e dal sentimento dell'*errore*. Conciossiachè se anche una cosa *vera* producesse questa medesima disparità di opinare, ella non potrebbe per una contraria relazione servire di distintivo nè alla *verità*, nè all'*errore*.

§ 1139. Ma venendo alla storia *reale* dei giudicii del Pubblico, si trova ch'egli molte volte di comune assenso ha ammesso un *errore* e rigettata una *verità* anche in quelle materie dove non interveniva un interesse estraneo che deviasse le idee. Dunque l'assenso o il dissenso del Pubblico non fa prova certa della presenza o dell'assenza della *verità*.

§ 1140. Bensì in tale ipotesi constando che in ogni uomo, che non sia fuor di senno o soverchiamente invaso da una straniera forza, un errore evidente non può mai cattivarsi l'assenso; così nella presenza

evidente ed irresistibile della verità, senza una patente mala fede, non potrà esimersi dal tributare un uniforme giudicio. Dunque il valore dei giudicii del Pubblico si ristringe ad un' *ovvia* convenienza o ripugnanza collo stato attuale delle cognizioni ch'egli possiede; e perciò non fa altra prova, che della esenzione da un *ovvio* ed *apparente* errore.

§ 1141. Andiam più oltre. O supponiamo il Pubblico in uno stato in cui non è fornito che di nozioni volgari, le quali appellansi *ragion naturale;* o lo supponiamo in un' epoca di lumi acquisiti colle meditazioni dei dotti, che potrebbonsi dire *cognizioni fattizie.*

§ 1142. Nel primo caso troviamo una cagione ampia di *comuni* errori, come sopra si è veduto, anche in tutte quelle materie nelle quali non può esistere un prepotente *estraneo* interesse a giudicare piuttosto in una guisa che nell' altra. Ivi gli errori sono durevoli e largamente predominanti, senza che la legge dei singolari dispareri faccia sulla massa del Pubblico un sensibile effetto.

§ 1143. Se poi lo contempliamo nell'epoca dei lumi *fattizii*, per ciò stesso lo troviamo sfornito di un patrimonio proprio e riservato di lumi ulteriori a quelli d' ogni progressivo pensamento, al quale riportarlo come a termine di paragone.

§ 1144. Se dunque neglige o rigetta un pensamento nuovo, ciò non può avvenire che in forza dei rapporti delle precedenti sue cognizioni. Che se poi lo accetta, è chiaro che non deriva da un *discernimento naturale*, col quale in ogni tempo ed in ogni epoca d' ignoranza, intendendo i rapporti di una cosa, è spinto a giudicarne in una guisa conforme alle impressioni ricevute ed all'attenzione prestatavi.

§ 1145. Ma siccome per regola generale non s' interna mai *assaissimo* nei seni reconditi delle cose, talchè per veder più oltre ha sempre d'uopo del soccorso dei privati ingegni; così tale discernimento non rassicura da un più ascoso errore.

§ 1146. Nulla in natura si fa per salto, nè senza cagione. Tutto ciò che avviene nel mondo *razionale* ha le sue leggi. Così data la *misura* della perspicacia comune dell' uomo in quella che appellasi *prima vista* ed *ordinaria attenzione* per decidere, si ha la vera misura del discernimento del Pubblico, e quindi della sua fallibilità.

§ 1147. Dunque o conviene supporre che il Pubblico dapprima non siasi ingannato, o convien confessare che la sua approvazione o disapprovazione, la uniformità o il disparere non provino certamente la esistenza della verità o falsità *recondita* rispettivamente alle attuali sue cognizioni.

§ 1148. Il fatto comprova solennemente questa verità. Quante volte è avvenuto, che essendo un tempo insorti molti critici ed ottimi innovatori, i loro giudicii nel tempo che furono divulgati non ebbero effetto alcuno, od anche furono rigettati, mentre dappoi il Pubblico s'avvide che avevano piena ragione?

§ 1149. Dunque l'argomento riferito al principio di questa Parte inchiude un supposto, il quale applicato indistintamente alla *pratica* riesce falso; trovandosi che il convenire in un sentimento non è effetto della sola reale *verità*, e viceversa la moltiplicità delle opinioni non deriva necessariamente ed unicamente dall'*errore*.

§ 1150. I casi dell'esistenza di varii errori non si debbono calcolare matematicamente; cioè a dire, non si deve far uso del calcolo delle astratte *probabilità*, supponendo che in ogni caso, dove non sia presente la *verità*, siano egualmente praticabili tutti gli *errori* che si oppongono ad una data *verità;* e che perciò molti dispareri possano effettivamente nascere ad un tempo stesso in un Pubblico, il cui discernimento si esercita in maniera superficiale. Anche gli errori hanno le loro *leggi fisse*, le quali determinano sempre l'esistenza di *uno* in particolare a preferenza di ogni altro. Ogni errore è un *giudicio;* ed in ogni giudicio concorrono la comprensione e l'attenzione, come cagioni efficienti. Dunque gli errori di un Pubblico sono determinati dalle leggi attuali della cognizione e dell'attenzione di questo Pubblico. Sopra abbiamo veduto quali siano queste leggi, e come elleno operano; talchè qui è superflua ogni ulteriore dichiarazione.

§ 1151. Dunque risulta, che tanto per legge di *fatto*, quanto per legge di *ragione*, tanto *a priori*, quanto *a posteriori* possono esistere cagioni di un errore simile e comune in un Pubblico in qualunque epoca della ragionevolezza, senza che la moltiplicità delle viste rivolte sopra uno stesso oggetto possano indurre un'assicurazione sullo stato vero e alquanto recondito delle cose.

CAPO XV.

Quale validità aver possano i giudicii del Pubblico per accertare della verità. Dei diversi gradi del loro valore. Analisi del senso comune.

§ 1152. Abbiamo veduto i difetti e i gradi di debolezza del discernimento del Pubblico; ora veggiamo le prerogative e i gradi di *validità*. La esposizione delle cose per riuscir vera dev'essere completa.

§ 1153. Primieramente si è veduto che il giudicio *libero* e *proprio* del Pubblico fa sempre fede della *esenzione* di una di lui opinione da una evidente ed ovvia falsità e ripugnanza fra le idee note; talchè si può sempre dire: il Pubblico pensa così; dunque questo pensiero non è ovviamente falso.

§ 1154. E siccome nelle diverse elevazioni della istruzione ci procede sempre decidendo a norma dei principii dapprima ricevuti; così se il Pubblico afferma o nega, sceglie o rigetta liberamente e con propria scienza, dir si può che la sua decisione è *ragionevole*, comparativamente ai principii cogniti e ricevuti. Ma anche di siffatti principii antecedenti, professati liberamente ed a proprio dettame, si può affermare la medesima cosa. Dunque il canone predetto, col quale si attribuisce una *verità* apparente ai giudicii del Pubblico con tali condizioni recati, riesce *generale*. Non abbiamo spiegato che cosa debba intendersi per *libertà del giudicio*. Non istimo però superfluo di far presente, che in due maniere si deve ella verificare; vale a dire tanto rapporto alla decisione dello *spirito*, quanto rapporto alla *espressione* esterna. Relativamente al primo punto è chiaro che siccome la verità delle cose non dipende dall'arbitrio umano, così i giudicii dello spirito non possono dipendere dalle affezioni da cui egli è preoccupato, ma bensì debbono essere intieramente modellati giusta i rapporti della verità. Dunque lo spirito dev'essere talmente disposto, che se la verità gli dètta una opinione, egli non vi si opponga; dev'essere disposto ad adottare tanto un pensiero, quanto il suo contrario. Senza questa perfetta *indifferenza*, o a dir meglio *imparzialità*, riesce sempre sospetto qualsiasi giudicio.

§ 1155. Ma l'*attenzione* è una delle cagioni necessarie alla formazione dei giudicii. Dunque l'unico motivo dell'*attenzione* esser deve un impegno generale a scoprire la verità della cosa, il quale ad un tempo stesso lascia sgombro il cuore dal desiderio di ottenere piuttosto un risultato che il suo contrario. Dunque quando consta intervenire qualche *prevenzione* o *interesse* che determini specialmente un giudicio piuttosto che il suo contrario, il giudicio diviene di sua natura sospetto, ed abbisogna d'essere intieramente convalidato da un'accessoria dimostrazione che ne faccia sentire la verità, rimanendo intanto *nulla* l'autorità di chi lo recò. — Ecco quella che io chiamo *libertà di spirito* nei giudicii del Pubblico.

§ 1156. Ma siccome si chiede se questi giudicii possano mai servire di *criterio di verità*, così si suppone che siano *palesati*, e palesati intieramente nella guisa con cui furono *formati*. Dunque allorchè constasse

che non esiste una perfetta *libertà di manifestazione*, si potrebbe sempre ragionevolmente sospettare se gl'individui componenti il Pubblico esprimano le cose nella guisa con cui le sentono, e quindi se il giudicio promulgato sia conforme al concetto intellettuale del Pubblico, o no. Perlochè, oltre alla imparzialità di spirito, esige un'assoluta libertà di manifestazione, affinchè possa rivestire un carattere autorevole, e riguardar si possa come la voce della ragione comune di una nazione o della repubblica delle lettere. — Questo è ciò che precisamente intendo per *libertà di giudicio*, la quale si deve esigere come perpetua *condizione* nei giudicii umani, affinchè possano servire di qualche prova della comprensione della verità.

§ 1157. Il canone sovra fissato si verifica in una maniera eguale in ogni Pubblico. Conciossiachè sebbene due nazioni possano essere dispari fra di loro in cultura, ciò non pertanto la misura di vedere d'entrambe, considerata dal canto delle persone, riesce perfettamente uguale. L'una vede maggior numero di oggetti dell'altra; ma la vista dell'una non è in sè medesima più lunga di quella dell'altra. Datemi due uomini di vista eguale, l'uno posto in una valle, e l'altro su di un monte: benchè questi scorga più ampio orizzonte e numero maggiore di cose di quello che sta nella valle, non si può dire ch'egli abbia miglior occhio dell'altro.

§ 1158. La *misura* visuale media fra molti si è quella che forma la *misura* della vista fisica umana. Del pari, ragionando dello spirito, il discernimento tra più uomini preso in simile *proporzione* forma la vera misura di quello che appellasi *senso comune*, o *lume di ragione*.

§ 1159. Per tal maniera il Pubblico letterario non riesce punto superiore al Pubblico popolare. Fra l'uno e l'altro non v'ha altra differenza, se non che gl'individui del letterario sono collocati chi più chi meno alto nelle scienze; laddove quelli del popolare sono rimasti chi per necessità e chi per pigrizia nella ignoranza. Perlochè i popolari stando a quel basso sito, o non giudicheranno di quelle cose che vengono ravvisate solamente da quelli che stanno in alto; o, se ne affermeranno alcuna, ciò faranno soltanto sulla informazione e tradizione altrui. E se pur volessero di proprio capriccio dirne qualche cosa, è chiaro ch'eglino parlerebbero a caso, e proferirebbono molti errori. Ecco fin dove s'estende la condizione di parlare con *cognizione di causa*, che noi abbiamo richiesta come indispensabile ai giudicii del Pubblico. Quindi, oltrechè siffatto giudicio non deve essere recato sull'altrui nuda autorità, deve eziandio essere formato con competenza di cognizione; e però presuppone una tale istruzione e dottrina, che il discernimento esercitato in

una guisa consueta possa agevolmente cogliere gli *estremi* fra le precedenti cognizioni di cui taluno è fornito, e l'oggetto sul quale si giudica.

§ 1160. Dunque dove consta intervenire una considerabile *distanza* fra i lumi di chi giudica, e la materia sulla quale egli pronuncia, diviene ragionevole il *sospetto* che il giudicio non sia recato colla cognizione necessaria ed intima dei rapporti che legano i concetti; e quindi non può nè devesi mai tenere come un dettame della ragione umana.

§ 1161. Abbiamo veduto qual differenza passi tra il Pubblico volgare ed il Pubblico istruito. Questa differenza è puramente *estrinseca*, ma non di *costituzione*, dirò così, delle facoltà razionali; attesochè ella consiste nella sola maggiore coltura di cui uno è fornito a fronte dell'altro. Perciò è chiaro che tanto il Pubblico popolare sulle nozioni volgari da lui comprese, quanto il Pubblico letterario sulle acquisite con ispeciale studio, si dirigono nella stessa maniera, e così godono rispettivamente di pari autorità. Conciossiachè siccome fra gl'individui umani, benchè esistano e ciechi e miopi e oftalmici e guerci, ciò non pertanto dicesi sempre che tutti gli uomini ci veggono, e che fino ad una data lontananza discernono; del pari benchè fra i privati si riscontrino e stupidi e pazzi e prevenuti e fanatici e distratti, dicesi però sempre che gli uomini giungono comunemente a discernere e comprendere fino ad un dato segno.

§ 1162. Qui si offre spontaneamente la ragione per la quale a pari caso il giudicio pronunciato dal Pubblico a proprio dettame, con cognizione intima della cosa e liberamente, debba avere una decisa *preponderanza* sopra il giudicio di un privato, assunto come nuda autorità: ed è appunto perchè nel complesso degli individui componenti il Pubblico spariscono tutte le subalterne individuali *eccezioni* difettose; e quindi ottenendo il suo sentimento, accompagnato dai sovra richiesti requisiti, si ottiene lo schietto e adequato sentimento della naturale ragionevolezza umana, posta in un dato grado di sviluppata perfettibilità. Questa naturale ragionevolezza è la stessa cosa che il *senso comune*.

§ 1163. Molti filosofi hanno confuso un tal senso colla *cognizione*, o a dir meglio colla *erudizione* comune. Se per *senso comune* s'intenda la *misura dei lumi* dei quali un popolo si trova fornito, non si riscontrerà in realtà giammai senso comune alcuno; attesochè venendo allora riportato soltanto ad una varia, mutabile ed estrinseca *quantità*, non può mai essere ridotto a stabile definizione. Oltredichè i lumi e le notizie formano piuttosto l'oggetto sul quale il senso comune si esercita, anzichè costituire il senso comune in sè medesimo.

§ 1164. Se poi per *senso comune* s'intenda la sola *astratta* facoltà di discernere e giudicare, in tal caso non abbiamo che una nuda *potenza*, la quale non contraddistingue colui che dicesi aver senso comune da colui che dicesi esserne privo, o non averlo per anche acquistato; come sarebbero, a cagion d'esempio, gli stupidi e i bambini.

§ 1165. Il senso comune sta collocato fra questi due estremi: egli dir si potrebbe essere realmente la comune e subitanea capacità comprensiva dell'intelletto umano, ossia dell'uomo dotato di ragionevolezza, posto in qualsiasi grado di coltura.

§ 1166. Questa nozione non si può sentire adequatamente fino a che non se ne abbiano accuratamente distinte e sviluppate le parti; e specialmente se non si abbia presente qual differenza passi tra i fondamenti ossia le idee *radicali*, dirò così, della ragionevolezza umana, e le cognizioni scientifiche più artificiali.

§ 1167. Quando Tacito, Machiavello, Galileo, Bacone, Locke, Leibnitz, Montesquieu hanno annunciato le loro osservazioni, le grandi loro vedute, hanno forse dovuto inventare un nuovo dizionario? È chiaro dunque che le loro scoperte non racchiudevano se non mere *combinazioni* diverse delle già cognite idee *radicali*, tanto concrete quanto astratte, tanto assolute quanto relative. La cognizione attuale di tali idee serve all'uomo come quella dei caratteri alfabetici per leggere o scrivere. Se io conosco siffatti caratteri, è ben naturale che quando vengami presentata una nuova parola non mai da me veduta, io la rilevi e la legga e la scriva, quantunque ella sia nuova. Del pari allorchè l'uomo è fornito delle idee le quali servono quasi di perpetui elementi ossia di materia prima alla industria intellettuale per fabbricare le infinite sue combinazioni, ei può a grado a grado passare da una in altra cognizione, senza bisogno di tessere dapprima entro la sua mente le associazioni elementari fra i vocaboli e le idee. L'unica pena ch'ei proverà sarà quella di seguirne le combinazioni, segnatamente se vengano soppresse le idee *intermedie* al di là di quelle ch'egli può per una subitanea comprensione abbracciare o supplire.

§ 1168. Se si tessesse un catalogo separato di tali idee *radicali* comuni a tutte le umane cognizioni, vale a dire un catalogo separato delle idee rigorosamente *semplici*, espresse come tali, tanto di quelle che si destano dagli oggetti esterni, quanto di quelle che stanno racchiuse nelle affezioni interne della nostra anima; io ardisco dire che il catalogo risulterebbe infinitamente più ristretto di quello che taluno possa figurarsi. Ora questo catalogo esiste realmente in ogni uomo dotato di

ragionevolezza fino ad un dato segno, cioè fino al punto che le circostanze ordinarie della vita civile comportano. Egli è già fatto; ma si trova sparso e frammisto per entro le idee complesse, le massime e le opinioni che vengono tuttodì poste in opera dagli uomini. Questo catalogo e queste cognizioni formano il *patrimonio*, dirò così, del senso comune. La *capacità* poi naturale della vista intellettuale, ed il modo ordinario di esercitare l'attenzione sugli oggetti tanto fisici quanto morali, costituisce la *forza* e l'*estensione* del senso comune.

§ 1169. Laonde ricomponendo tutte le parti d'onde egli risulta, si può dire che il *senso comune* è la comprensione naturale dell'intelletto umano, in quanto trovandosi fornito delle idee che la natura e la società offrono agli uomini inciviliti, si esercita a norma dell'attenzione diretta dalle circostanze.

§ 1170. Perlochè se troviamo che le verità più semplici divengono, per dir così, acquisizioni immediate del senso comune; egli è del pari vero che possiamo collocarlo anche in uno stato *accidentale* e meno immediato: non altrimenti che se fingessimo gli uomini non abitare d'ordinario che la sola pianura, potremmo ciò non pertanto supporli abitare sui colli e sui monti. Ora se diffatti collochiamo il senso comune nella sommità della maggior perfezione ragionevole, noi troviamo ch'egli si esercita colle stesse leggi, cioè a dire comprende colla stessa forza ed estensione proporzionale, colla quale comprendeva nello stato dell'infima ragionevolezza; nè v'impiega cura o tempo maggiore che prima.

§ 1171. Ecco distintamente e precisamente l'*ampiezza* e la *profondità* proporzionale delle vedute del Pubblico, sia popolare, sia letterario, nel pronunciare i suoi giudicii. Non v'è bisogno, dopo le cose sopra discorse, di comprovare che non si estendono oltre questi confini. Perlochè ogni giudicio del Pubblico altro non è che la decisione del senso comune collocato in tutte le graduali cognizioni delle scienze e delle arti.

§ 1172. Ciò posto, qualunque siasi la materia sulla quale il Pubblico pronunci la sua decisione, non se gli potrà mai negare, posti i convenienti requisiti già sopra espressi, quella *misura* di autorità, la quale risulta dalla penetrazione del senso comune impiegato su qualsiasi materia.

§ 1173. Dopo le cose sopra esposte mi credo dispensato dall'assegnare la *misura* dell'autorità che attribuisco a siffatti giudicii. Nella stessa maniera che a tanti passi di distanza l'uomo suol discernere gli oggetti, e senza un gagliardo interesse non arresta per lungo tratto lo sguardo sur una cosa; del pari dir possiamo che il Pubblico, cioè a dire il *complesso* degli uomini, non suole arrestare la sua attenzione su qualsiasi

materia che pel tempo che si ricerca per intendere le connessioni a lui enunziate, e nulla più: talchè l'effetto che ne riporta serve di fondamento ai di lui giudicii. Un tribunale di questa natura decide, per dir così, *su due piedi.*

§ 1174. Siccome però non vengono espresse sempre idee della stessa sfera, nè le cose presentano sempre connessioni vicine ed evidenti, e rapporti immediati; così o convien supporre che tali connessioni siano rese vicine ed immediate al momento che il Pubblico decide, o convien supporre ch'egli si trovi già elevato ad un punto di prospettiva da comprendere le cose in un colpo. Il buon senso non può procedere *per salti*, per ciò stesso ch'egli è limitato entro certi confini. Conviene sublimarlo a poco a poco mercè le successive sempre crescenti istruzioni; non altrimenti che se si voglia far giudicare ad un uomo delle cose visibili da un alto monte, conviene farlo salire.

§ 1175. E siccome l'esigere ch'egli corra di galoppo, o che in un istante faccia la salita, sarebbe una sempre maggiore stranezza a proporzione che la salita fosse più lunga o scoscesa; del pari pretendere che tutto il Pubblico anche letterario pronunci giudicio autorevole senza le sovra espresse precedenti istruzioni, sarebbe un controvertere le leggi *razionali* consuete. Viceversa, sarebbe poi dabbenaggine il rispettare come ragionevoli i giudicii emanati senza tale preparazione. Classifichiamo da una parte le materie in gradi più o meno elevati; classifichiamo dall'altra i giudici che debbono decidere; e otterremo dappertutto i giudicii competenti del *senso comune*. Eglino avranno forza di provare l'attuale *verisimiglianza* del giudicio, e quindi faranno prova di una *estrinseca* e *probabile verità.*

CAPO XVI.

Dell'uso pratico che in generale far si deve del giudicio del Pubblico.

§ 1176. Per ciò stesso che i giudicii liberi formati dal Pubblico con intimo sentimento e vicina comprensione fra gli estremi delle idee recano seco l'autorità del *senso comune*, e quindi una prima apparenza di verità, vale a dire la *verisimiglianza;* è evidente non esser lecito all'uom privato sprezzarli temerariamente, e senza qualche ragione che provi la loro insussistenza o falsità.

§ 1177. Ma per ciò stesso che possono essere facilmente *fallibili* non debbono così inceppare la libertà del suo spirito da non doverli citare

al tribunale della ragione, e coraggiosamente rigettare quando ne scopre la vanità o la falsità.

§ 1178. Questi due canoni sono rigorosamente logici, e derivano da una medesima fonte. Il progresso medesimo dei lumi ed il bene dell'umanità suggeriscono siffatta condotta. Diffatti se l'autorità del Pubblico si dovesse riguardare sempre come *nulla*, si aprirebbe un varco alla maggiore licenza e dissolutezza razionale di tutti i privati pensamenti, e le società sarebbero in balía ad un mare tempestoso di dubbii perpetui. Un orribile pirronismo predominerebbe il loro assenso, e turberebbe la loro condotta; e quindi il sistema intero della vita civile non avrebbe ordine, nè consistenza, nè pace. La natura, che non fa nulla di superfluo, non ha inspirato senza un gran fine il sentimento di venerazione verso l'autorità. Solo l'eccesso diviene riprovabile. Diffatti, avendo ella destinato l'uomo a vivere in società, ed essendo questo un ente morale il quale vien mosso dall'*opinione*, doveva esistere un sentimento che, a malgrado dell'indipendenza privata del pensiero, che riesce come una forza centrifuga, lo spingesse ad un punto comune di collegamento, e divenisse così quasi una forza centripeta del mondo politico.

§ 1179. Ma per lo contrario se l'autorità del Pubblico si dovesse riguardare come un decreto irrefragabile, in tal caso il genere umano si avrebbe dovuto e si dovrebbe lasciar bruteggiare mai sempre nell'ignoranza, nei pregiudizii e negli errori; e così per un altro estremo privarlo delle cose più importanti allo splendore ed alla felicità sociale, e renderlo vittima di opinioni infinitamente nocive alla pubblica e privata tranquillità. Abbiamo veduto che la scoperta di ogni cognizione deriva sempre dai sudori e dal coraggio dei *privati* individui. Dunque il venerare i giudicii del Pubblico in conflitto di una ragione convincente sarebbe una perniciosa e mal intesa adulazione, anzichè un atto di prudente e moderato ossequio.

Articolo I.

Come si possa il privato *accertare dell'esistenza del primo requisito necessario alla validità dei giudicii del Pubblico.*

§ 1180. Quantunque in ogni giudicio del Pubblico concorrer debbano le ricordate condizioni, e la loro necessità derivi dai rapporti essenziali di ogni giudicio vero, cioè dalla *necessità* della *percezione* delle idee dell'oggetto, e dell'*attenzione* su di esse; ciò non pertanto il conoscere teoreticamente una tale necessità in tutti i suoi rapporti non potrebbe *in pratica* recar giovamento al privato, nè abilitarlo ad usare dei

giudicii del Pubblico, come di norma di qualche verità, fino a che non si sapesse che esista un qualche *contrassegno* esterno ed una qualche *regola*, mercè la quale ei si potesse assicurare e dirigere nell'atto che s'avvisa di dare il proprio assenso al giudicio del Pubblico.

§ 1181. Se l'uomo potesse leggere entro le menti de' suoi simili come in un libro; o se almeno si trovasse presente ad ogni occasione, nella quale ognuno degl'individui componenti il Pubblico recar suole giudicio; se egli ne potesse esplorare il contegno, i discorsi, le ragioni, e tutti quegl'indizii dai quali si può intravedere il modo di pensare di taluno: forse egli si troverebbe non molto lontano dal cogliere l'economia interna dello spirito, per cui molti uomini concorrendo nello stesso giudicio, lo fanno risultar pubblico. Ma siccome e l'una e l'altra cosa riesce impossibile, giacchè trattandosi di sapere le operazioni intellettuali di molti uomini disparati di luogo e di condizione non può il privato essere presente a tutto; così egli rimane nella perpetua impossibilità di ottenere una prova *diretta* che un dato giudicio del Pubblico sia il dettame adequato e libero del senso comune.

§ 1182. Perlochè in quest'assoluta ed insuperabile ignoranza egli è inevitabilmente costretto a ricorrere ad altre prove più rimote, le quali per ciò stesso non sono che indizii lontani, inducenti piuttosto una nuda *presunzione*, che una *certezza*. Qualunque volta avvenga che un uomo privato prevaler si voglia del giudicio del Pubblico, egli può sempre dire a sè medesimo: io so che la sua decisione può almeno somministrarmi una provvisoria ed apparente verisimiglianza; ma come posso io mai sapere se siffatta cognizione e libertà di spirito e di lingua siano intervenute? Sono io forse stato presente ai moti interni di tutte le anime di coloro che costituiscono questo Pubblico, onde intraveder potessi il modo col quale si sono condotte per giudicare? No certamente. Sono io stato presente ad esplorare dai discorsi, dai moti, dal tempo se abbiano tutti giudicato con cognizione propria e con libertà? Qual prova ho io adunque che sia intervenuta siffatta cognizione e libertà? Trattandosi di verificare questo fatto, che avviene intieramente nell'interno di ogni uomo, la prova riuscirà tanto meno valida, quanto più nelle sue indicazioni si scosterà dall'indicarlo in una guisa specifica e vicina.

§ 1183. Sarebbevi, è vero, il contrassegno delle ragioni determinanti il giudicio, le quali venissero palesate da ognuno di coloro che lo pronunciarono. Ma in tale ipotesi, se queste ragioni venissero palesate, siccome qui servir debbono non a convincermi della verità intrinseca della decisione del Pubblico, ma bensì ad accertarmi solamente ch'egli abbia

giudicato con cognizione di causa; così esse debbono tener luogo di meri ricapiti esterni, i quali facciano fede ch'egli giudicò con tale cognizione. Ma come assicurar mi potranno della sua libertà di spirito e di lingua?

§ 1184. Venendo però al fatto pratico, d'ordinario non si suole ottenere una ragione pubblica di una pubblica decisione. La decisione vien proferita *nuda*, ed i motivi del giudicato vengono taciuti. — Dunque rimane dubbio se la decisione sia stata proferita coll'intimo senso, o per cieca condiscendenza all'altrui tradizione; se con cognizione di causa, o con temeraria precipitanza; se con perfetta libertà di spirito e di lingua, o per prevenzione cieca, con passione estranea, con costringimento esterno; e quindi se venga palesata con veracità o con simulazione.

§ 1185. Che far dunque si deve? Sarà vero che dal canto dello spirito il giudicio del Pubblico non sarà evidentemente *per sè* assurdo. Ma a che giovar mi può questa cauzione di non evidente assurdità? Io non ho bisogno del criterio dell'altrui autorità per guardarmi da questi eccessi, e per ravvisarli tosto che mi si presentano.

§ 1186. Ora nella profonda oscurità che a molti doppii si addensa intorno al tribunale del Pubblico, in qual guisa contener mi debbo per venerarne o sprezzarne le decisioni? Forse rigetterò tutte quelle che non veggo accompagnate dalla *relazione* dei motivi del giudicato?

§ 1187. Qual è il principio che mi autorizzi a quest'assoluta rejezione? Egli è certamente la convinzione d'*ignorare* se siano stati recati i giudicii con cognizione e libertà, o per lo contrario per pura credenza, prevenzione o passione e costringimento; d'onde io deduco di non poter fondare presunzione alcuna che mi faccia fede piuttosto della verità, che dell'errore.

§ 1188. Ma non potrebbe forse avvenire, che sebbene gl'individui che giudicarono non palesino le ragioni della loro opinione, ciò non pertanto abbiano effettivamente praticato i doveri razionali? In tal caso il disprezzo, che ne facessi, riuscirebbe realmente ingiusto, quantunque nell'esteriore apparenza giustificato. Ora io chieggo di nuovo: in queste ambiguità come debbo io guidarmi nell'estimare il valore delle decisioni del Pubblico?

§ 1189. Io so che in qualunque materia complessa, specialmente se avvenga di dover pronunciare una rapida decisione, è indispensabile che lo spirito sia dapprima preparato colle graduali convenienti cognizioni, stantechè gli è impossibile eccedere i limiti del primo e rapido sguardo, che è sempre assai ristretto. — Ciò posto, ogniqualvolta le persone sono

visibilmente e notoriamente *inferiori* all'oggetto, perchè non ne posseggono i rapporti, o non li possono incontanente possedere; io sono ragionevolmente autorizzato ad eccepire sull'incompetenza di un giudicio reso totalmente sospetto, o privo di *autorità*. Così i giudicii del volgo, in tutte quelle materie ove si esige una previa preparazione di accurate e lunghe istruzioni, si dovranno mai sempre risguardare come privi di ogni *autorità*, benchè forse per accidente fossero *veri*. L'effetto di un mero *caso* non si deve avere in considerazione nell'assegnar le leggi *generali*.

§ 1190. Siccome poi da una parte sono diversi i rami delle cognizioni, le quali, attesa la brevità della vita razionale e l'angusta prima comprensione dell'intelletto, richieggono lunghe operazioni; e siccome dall'altro canto alcuni scelgono piuttosto un genere che un altro di dottrina: così, a tenore di questa varia scelta, gli uni potranno essere giudici competenti in una materia, ed in un'altra saranno privi di autorità.

§ 1191. Da siffatte premesse discende spontaneamente una regola pratica per accertarsi della validità interna del giudicio dal canto dello spirito, per indagare cioè se venga dettato dai *periti* in quella materia.

§ 1192. Si deve primieramente indagare se il giudicio annunciato per pubblico sia veramente del Pubblico, o di pochi privati (ved. Parte I. Capo VII). Poi se fra le persone che pronunciarono la decisione si annoverano le *esperte* nella materia sulla quale si aggira il giudicio, o se non v'intervennero. Nel primo caso per una presunzione generale e vaga potrò dedurre che siasi giudicato *con cognizione di causa*, e quindi se consti di quella verisimiglianza che i lumi attuali permettono di ottenere. Nel caso poi che le persone esperte non si trovino fra i giudici, non dovrò mai riguardare la decisione come *autorevole*. Ciò non pertanto mi asterrò dal rigettarla come *falsa* fino a che la ragione o l'autorità dei migliori determini il mio giudicio. A dir breve, la riguarderò come *nulla*.

§ 1193. Però siccome fra i rami dello scibile passa una scambievole comunicazione e procedenza, così fra i giudici esistono rapporti più o meno vicini, benchè si occupino di materie distinte. Per tal motivo gl'individui sono meno incapaci ed incompetenti a giudicare scambievolmente degli oggetti della provincia vicina, che della più lontana; e così viceversa. Colui che volgarmente appellasi *metafisico* riesce più idoneo a giudicare di morale e di pubblico diritto, che un medico, un chirurgo, un agronomo. Viceversa, questi fra loro avranno più competenza, che un giurisperito, un politico, un moralista.

§ 1194. Si deve poi ammettere che certe scienze più elevate presuppongono almeno la cognizione generale di altre subalterne; talchè se una

scienza è bene insegnata, pone lo spirito dell' uomo in grado di estendere i suoi giudicii, almeno per qualche tratto, fuori dei confini speciali di lei. Se avessimo un prospetto ben tessuto della vera genealogia delle scienze e dei loro sussidii, potremmo quasi col compasso circoscrivere l'orbita delle rispettive competenze, ed accennare fin dove i varii esperti si possano estendere a giudicare dei soggetti e delle materie delle non proprie professioni, ed i gradi più o meno vicini dove la cognizione s' indebolisce, fino a che di barlume in barlume va a sfumare nell' ignoranza. Il gran metodo di esporre e organizzare ogni scienza verrebbe determinato da siffatto prospetto. La via dell' istruzione sarebbe la più breve, e la dottrina riuscirebbe la maggiore possibile. Vi si riscontrerebbe quanto un bello ingegno disse riscontrarsi nell'universo: la magnificenza nel disegno, ed il risparmio nell' esecuzione. Finchè manchiamo di tale prospetto, vedremo l'universale economia delle scienze male amministrata accattare con istento ed a larghi intervalli le verità.

§ 1195. Emerge da queste considerazioni una regola pratica per rispettare i giudicii altrui nelle diverse materie. Prima di tutto si ravvisa un grande intervallo fra i *dipartimenti* dell' ordine fisico e dell' ordine morale. In ognuno poi di essi, a proporzione che si procede a più speciali e concreti oggetti, questi per ciò stesso divengono da un canto più complessi, ed esigenti studio maggiore; e dall'altro canto divengono meno generali, e perciò meno istruttivi delle cose che stanno fuori della loro sfera. Quindi è d' uopo a proporzione limitare la competenza dei professori delle rispettive classi a giudicare delle straniere; e riguardare i loro giudicii come proporzionatamente rimoti dal soggetto professato, e per conseguenza racchiudenti un sempre minor grado di validità ad indicare il vero. — Tale parmi la regola prima più generale che il privato seguir deve per accertarsi dell' esistenza della cognizione della materia del giudicio.

§ 1196. Ella però non basta per dirigerci in tutti i casi pratici, se non vi si aggiungono altre regole più speciali. Siccome dapprima abbiamo distinto due stati nella costituzione razionale di ogni Pubblico, il primo dei quali è quello della *nascita* delle opinioni, delle scoperte accidentali e razionali, della formazione delle opere, dell' apparizione del merito ec., ed il secondo quello dell' *accettazione;* così in questo luogo conviene pur anche contemplarli al proposito delle di lui decisioni, onde disegnare le regole pratiche che ognuno di loro importa nel proposito di scoprire se siavi intervenuta l' opportuna cognizione necessaria a giudicare; ben ritenendo esser noi nella impossibilità di veder molto addentro nel-

l'economia intellettuale di questo medesimo Pubblico, e d'essere costretti a prevalerci di rimoti e generali indizii, tratti dalle leggi più consuete e comuni a molti uomini.

§ 1197. Contemplando il primo stato, è d'uopo distinguere se all'apparire della cosa nuova nasca palese controversia per influenza di potere privato, o no. Nel primo caso conviene inoltre suddistinguere se, malgrado il conflitto della controversia, la novità viene accettata dal Pubblico, o se viene rigettata. Se viene rigettata, conviene aggiungervi il *lasso del tempo*, a fine di ottenere un equo risultato di ragione. Io sono d'avviso che questo tempo non possa essere men breve del corso di una generazione. Dopo tal corso, semprechè il Pubblico non abbia obbliato lo stesso oggetto, la decisione che verrà pronunciata si potrà considerare come derivante dal *buon senso* proporzionato a giudicare, ed avrà quel valore di *verisimiglianza* che abbiamo attribuito alle pubbliche decisioni.

§ 1198. La ragione di questa regola deriva tanto dai rapporti che producono la resistenza contro una cosa colla quale gli uomini non si sono per anche addomesticati, e che supera l'attuale sfera della loro capacità, ed urta le opinioni ricevute e gl'interessi vigenti, quanto dal tenore delle decisioni del Pubblico, il quale non si dà molta cura di penetrare un arduo oggetto di scienze o di arti. Il sopire il fermento delle contrarie passioni ed il proporzionare l'oggetto alla vista del Pubblico ricerca tempo (ved. Parte II. Sezione II. Capo XII). Questo ben si scorge non poter essere opera più breve di una generazione, ed importare che nel frattempo il Pubblico venga dai privati, che coltivano la stessa materia, istruito.

§ 1199. Se poi, ad onta della controversia fra i privati recata a cognizione del Pubblico, la nuova cosa viene ammessa; in tal caso se si considera dal solo canto dello *spirito*, e non di passioni estranee, la decisione del Pubblico involge i convenienti requisiti di *validità*, ed acquista un nuovo grado di *autorità*. Non v'ha bisogno di molto studio a comprendere che nella controversia si dilucidano e sminuzzano vieppiù le ragioni della *verità*: la vittoria di una novità, assistita dalle sole sue forze razionali, e senza il soccorso d'estranei interessi a fronte di una vecchia opinione, dev'essere almeno l'effetto di una ineluttabile apparenza di *verità*.

§ 1200. La stessa regola di aspettare il corso del tempo vale pure quando il Pubblico decider deve fra più contemporanee nuove opinioni, opere o azioni sublimi, per le quali esista palese e pubblica controversia. Ciò però s'intende quando nè l'una nè l'altra possa di sua natura avere una cognita relazione con verun interesse estraneo del Pubblico che

deve giudicare. Più sotto ci studieremo di specificare le circostanze del difetto di valore nei giudicii del Pubblico derivanti da siffatto interesse.

§ 1201. Tutte queste cautele hanno luogo pur anche allorchè il Pubblico neglige o riprova una novità, intorno alla quale non si agita alcuna controversia. Conciossiachè convien sempre assicurarsi che il tempo abbia proporzionate le idee alla misura di vedere del *senso comune*. — Questa regola viene anche convalidata da tutti i rapporti del *cuore* e della esteriore *libertà*. Il silenzio o la condiscendenza del Pubblico competente riusciranno sempre indizii equivoci della sua vera interna opinione, fino a che non consti della perfetta libertà a manifestarla. Ora il tempo soventi volte toglie gli ostacoli alla libertà.

§ 1202. Se un giudicio del Pubblico sia di data antica o recente; se abbia destato palese controversia, oppure siasi pacificamente introdotto; se sia trascorso molto o poco tempo dalla sua origine; se il Pubblico o, a dir meglio, altri ingegni siansi dappoi occupati di quell'oggetto; sono tutte esterne notizie ch'è possibile a qualunque privato di verificare.

§ 1203. Dopo queste considerazioni sarebbe superfluo l'arrestarsi sull'altro caso, col quale abbiamo supposto la decisione pubblica già proferita, e quindi l'opinione già dominante. Sarà sempre vero, che se il tempo congruo è trascorso, e siasi proseguito a coltivare quel genere, e tuttavia la novità venga trascurata o riprovata, converrà conchiudere che la novità sorpassi tuttavia nell'estensione del suo concetto le attuali cognizioni, o veramente non racchiuda nè merito, nè verità.

§ 1204. Vi dovrà essere un limite a siffatto processo di tempo, e quindi giunger dovrà il momento in cui le cose siano ridotte a tale vicinanza, che gli estremi siano compresi dalla sfera, e quasi ardirei dire dal compasso, del *senso comune*. In tal tempo il giudicio del Pubblico riuscirà competente, e la sua decisione sarà (salvi i difetti di cuore) pienamente autorevole.

§ 1205. Convengo agevolmente, che prima che un Pubblico di Uroni o di Ottentotti senta il merito di Newton e di Montesquieu, ed intenda il tenore delle loro scoperte, si esige un corso di parecchi secoli. L'uomo stesso pensatore delle colte società non gusta nè apprezza mai nella sua prima gioventù le cose della politica, della morale e dell'arte della prudenza, come far suole in più matura età. Invece la storia, la poesia, la geometria, ed altre o più semplici o più sensibili materie, egli agevolmente accoglie e stima gagliardamente. Quindi per fissare la lunghezza rispettiva del tempo che deve ai giudicii del Pubblico apporre il suggello autentico dell'*autorità* vuolsi distinguere se si tratti di una materia

nuova, nata nel seno medesimo della nazione o del Pubblico che giudica, oppure a lui derivata da estero autore.

§ 1206. Nel primo caso, quando non esistano cagioni costanti di un oppugnante estraneo interesse, il corso di una generazione o due bastar deve a porre il Pubblico a portata di recare un sano giudicio sulla verità o sul merito relativo dell'oggetto. È vero che il genio incomincia la sua carriera ove i suoi contemporanei la compiscono; ma dall'altro canto pur non s'ignora quale sia la misura delle forze dell'ingegno umano, e la brevità della vita pensatrice che il genio può impiegare nelle sue meditazioni.

§ 1207. Nel secondo caso convien pure distinguere se la nazione, da cui deriva il nuovo oggetto, goda della universale riputazione d'essere fornita di lumi *superiori* in quel genere medesimo. Se la nazione superiore si trovasse ricca delle scoperte, dell'opera e dell'industria di molti i quali avessero l'un dopo l'altro cumulato un ricco patrimonio ed innalzato l'edificio delle cognizioni delle scienze e delle arti in guisa che per molto tratto sovrastesse all'altra men colta nazione, ne avverrebbe che per ottenere il vero oracolo del *senso comune* di questa sarebbevi d'uopo di un tempo maggiore.

§ 1208. È però da notare, che allorquando la nazione inferiore sa stimare le produzioni dell'altra più illuminata e colta, la distanza non può essere molto grande, attesochè non si può avere una stima sentita in genere alcuno, quando non si ravvisino almeno confusamente e rimotamente i rapporti di qualche verisimiglianza o utilità. Convien supporre che le cognizioni non siano infinitamente al di sotto presso la nazione men colta, e che la costituzione sociale e l'incivilimento producano bisogni reali o fattizii pressochè uguali.

§ 1209. L'unico inconveniente, in cui allora facilmente si cade, è un eccesso di *ammirazione* o di *stima*, la quale porta sempre seco una prevenzione irragionevole e smisurata di autorità in quel genere in cui la nazione superiore si vede segnalarsi. Contro questo inconveniente ricorre opportunamente il rimedio del *tempo*.

§ 1210. Che se supponessimo nella nazione inferiore un sentimento di indifferenza e di trascuratezza, sarebbevi sempre l'altro rimedio di ricorrere al giudicio del Pubblico stesso in cui nacque la nuova materia scientifica, per dedurne colle regole e cautele sopra assegnate l'adequato giudicio del *buon senso* del Pubblico. Di questo mezzo si può l'uomo privato giovare anche nel caso dell'approvazione e dell'ammirazione fatta dal Pubblico della nazione men colta.

§ 1211. Qui siami lecito osservare, che la disparità fra due nazioni non può essere cotanto esorbitante, tranne il caso che non abbiano da molto tempo avuto mutue connessioni ed attivo commercio di lumi e di utilità. Quindi a proporzione che siffatto commercio fu ed è più intimo e moltiplice, e che i pensatori usano di una lingua intesa da entrambi i popoli, o si moltiplicano le traduzioni, o si comunicano i lavori e le materie, sarà d'uopo a proporzione un tempo molto minore, perchè la nazione meno colta possa decidere colla misura del *senso comune* o, a dir meglio, del *buon senso*, il quale non è che lo stesso *senso comune* collocato in un grado non volgare di *lumi*. La misura del tempo che abbisogna per divenire non dico genii inventori, nè tampoco ingegni che aggiungano e rischiarino, ma soltanto semplici addottrinati al segno in cui le scoperte sono già spinte, egli è il punto di competenza dei giudicii di ogni Pubblico umano.

§ 1212. Tutte queste considerazioni, tutte queste regole e cautele riguardano solamente il primo requisito della validità dei giudicii del Pubblico; il qual requisito trae i suoi rapporti dalla sola *cognizione*. Compiuto così questo primo saggio sulla parte dello *spirito*, passiamo alle considerazioni degli effetti del *cuore* sui giudicii del Pubblico, ed alle regole convenienti per fare un uso pratico della loro *autorità*.

Articolo II.

Delle regole risguardanti l'uso dei giudicii del Pubblico per rapporto all'imparzialità del cuore, ed alla libera loro promulgazione.

§ 1213. Non fa bisogno dimostrare che la imparzialità del cuore è dell'essenza di un giudicio vero; e la libera sua promulgazione è indispensabile, ove si voglia saperne il vero e genuino tenore. Così, per esempio, se nella geometria si potesse introdurre un estraneo interesse, il cuore dovrebbe essere sgombro da ogni desiderio che il quadrato dell'ipotenusa fosse uguale al quadrato dei cateti, affinchè dir potessimo che la conchiusione del geometra sia stata vera, allorchè ci riportassimo alla di lui autorità. Ma tostochè constasse ch'egli ha un estraneo interesse a desiderare che il quadrato sia maggiore o minore, la sua autorità ci diverrebbe sospetta.

§ 1214. Del pari ci dovrebbe constare che non abbia interesse alcuno contrario a palesarci il risultato della sua dimostrazione, e che ciò non gli venga vietato da chi che sia: altrimenti noi potremmo legittimamente temere che la espressione esterna non sia conforme all'interno pensiero.

§ 1215. Questa medesima condizione diviene indispensabile ai progressi di qualunque scienza ed arte. Dal che deriva che, almeno negativamente, la libertà sarà una cagione confluente ai progressi dei lumi, delle arti e dell'incivilimento di qualunque società. Ho detto *negativamente*, conciossiachè la imparzialità e la libertà risultano da una mera negazione ed assenza di un ostacolo interno ed esterno. A svegliare l'attività umana tanto a pensare, quanto ad operare, si esige un positivo *stimolo* efficace, il quale consiste nell'aspettazione di un bene o di un male fisico o morale.

§ 1216. Da queste considerazioni nasce una regola logica, che quando consta di parzialità o di costringimento, l'uomo privato deve sospendere il suo assenso, e richiamare ad esame la decisione emanata, e riportarsi al suggerimento della propria ragione.

§ 1217. Non è cosa ardua lo scoprire le cagioni della parzialità o del costringimento del Pubblico. Conciossiachè non potendo tali effetti derivare se non da cagioni che operano sur una massa intera di uomini, per ciò stesso sono note e palesi; e si può agevolmente ravvisarle, e calcolarne i gradi di estensione e di attività sulle diverse materie. Lo specificare siffatte cagioni e le rispettive materie ci verrà meglio fatto più sotto.

§ 1218. Ora mi si chiederà come il privato operar debba quando non consti della esistenza di ostacoli interni ed esterni che il cuore o il potere oppongono alla perfetta cognizione e genuina manifestazione della verità. — La risposta è già fatta dalle cose discorse. Quando si verifichino i requisiti necessarii dal canto della pura *cognizione*, il giudicio del Pubblico si avrà a tenere come l'espressione del *senso comune* e come un'autorità di *verisimiglianza*.

§ 1219. Appena egli è necessario ricordare, che quando un sentimento esce dal Pubblico ad onta di un contrario *interesse*, egli racchiude la maggiore *verisimiglianza*. È noto con qual occhio indulgente e con quanta facilità l'uomo accolga le idee che lusingano le sue passioni: per lo contrario con quanta severità e renitenza egli s'induca a cedere alle cose, se il cuore contrasta.

§ 1220. Per finale compimento dell'uso pratico che far si deve dei giudicii del Pubblico risulta che la *ragione* dell'uomo privato appone loro, per dir così, il suggello autentico della *probabilità* relativa. Diffatti, se quando una convincente ragione oppugna nell'intimo senso dell'uomo un pubblico giudicio, egli non vi deve deferire; se quando ha argomenti della loro invalidità, a motivo della mancanza degli opportuni requisiti, gli è d'uopo riportarsi intieramente al proprio *interno* dettame;

egli è troppo chiaro che allorquando li trova conformi ai risultati della propria discussione, eglino acquistano il maggior grado possibile di *probabilità*. Ed a vicenda se siffatti giudicii del Pubblico succedano a convalidare il giudicio del privato, gli prestano una cauzione di *verità*, e lo rassicurano vieppiù dal timore di avere errato.

SEZIONE III.

Su quali materie i giudicii del Pubblico possano o non possano essere riguardati per un criterio di verità.

CAPO I.

Prospetto generale delle materie dei giudicii del Pubblico.

§ 1221. Le materie possibili dei giudicii del Pubblico sono le materie tutte degli *umani pensieri*. Ma sia che l'uomo col pensiero ascenda al cielo o si approfondi negli abissi, sia che arretri la mente sullo spazio infinito del passato o la inoltri nel futuro, sia che la contenga nel visibile o la sospinga nell'invisibile, sia che l'aggiri sull'esistente o la lasci trascorrere senza freno nel possibile, l'uomo non *esce* giammai da sè medesimo: le sue proprie idee sono mai sempre il cerchio insuperabile in cui si ravvolgono i suoi pensamenti.

§ 1222. Ciò posto, quante specie di idee assolute e relative esister possono, altrettante sono le materie dei giudicii del Pubblico, e le specie dei giudicii medesimi. E benchè qui riguardiamo siffatte materie nel solo rapporto della validità del giudicio del Pubblico a divenire *criterio di verità;* talchè, analisi fatta, si scopra che alla perfine non abbisogniamo di sì vasto apparecchio nella enumerazione delle materie: ciò nondimeno siamo costretti ad abbracciarne tutto il complesso ideale, onde rassicurarci di non averne trasandata alcuna, la quale potesse cadere a buon diritto sotto le nostre ispezioni.

§ 1223. Per tale maniera siamo obbligati a contemplare, almeno in una vista generale, tutto intero l'albero enciclopedico, guidati dall'analisi, la quale se da un canto si occupa a dividere e ad isolare con precisione le parti di un oggetto, dall'altro canto però presuppone di tenerlo tutto intiero sotto il magistero anatomico. — Fissato così il campo delle attuali nostre osservazioni, passiamo a distinguerne le parti che costituiscono le materie degli umani giudicii.

Articolo I.

Divisione generale delle scienze.

§ 1224. Nella scienza in generale distinguo prima di tutto due cose: vale a dire l'*oggetto* della scienza medesima, che con altro vocabolo appellasi *materia della scienza;* ed il *fine* di lei. Il primo membro di questa distinzione racchiude tutte le *idee* possibili dell'uomo; il secondo poi esprime il *centro* di tendenza della mente umana nell'occupare la sua attenzione intorno alle idee medesime.

§ 1225. Sotto il primo rapporto le *idee* non sono altro che un fenomeno puramente storico ed esperimentale; sotto il secondo divengono materiali per simmetrizzare il grande edificio della scienza. Conciossiachè ogni scienza ha un *fine*, e per ciò stesso esige una determinata *scelta* e *combinazione* d'idee confluente al centro o scopo suo; e così esclude ogni altra combinazione.

§ 1226. Appunto sotto questo secondo rapporto ci conviene contemplare le idee umane. Ciò ritenuto, è noto che il fine di ogni scienza è la *verità.* Ma questa verità o è puramente *speculativa*, e non interessante per alcun bisogno umano; o è *interessante* per siffatto rapporto; o finalmente serve ad additare il modo e le azioni colle quali si può ottenere la cognizione stessa, o i suoi oggetti. — Da ciò emerge la prima e più generale divisione della scienza in *contemplativa*, *interessante* ed *operativa.*

§ 1227. Alla *contemplativa* si riportano tutte quelle cognizioni, dalle quali non avendo noi la podestà di trarre un sensibile frutto, le riguardiamo come materie di mera *contemplazione*. Non è che non siano effettivamente interessanti l'animo umano, conciossiachè per ciò stesso che divengono oggetti di meditazione interessano l'attenzione; ma egli è solo perchè negli usi della vita non riportandosi direttamente a qualche bisogno, rimangono come materie di spettacolo e di mera curiosità, o, a dir meglio, vengono riguardate come tali. Lo scopo della scienza contemplativa si è la *pura verità.*

§ 1228. Alla scienza *interessante* si riportano tutte le cognizioni delle cose e dei rapporti reali di *fatto* fisici e morali, in quanto producono un bene od un male, un utile o un danno, un piacere o un dolore negli usi della vita. Lo scopo di questa si è appunto di conoscere le relazioni delle cose, in quanto sono atte a produrre la felicità e ad evitare la infelicità.

§ 1229. Alla scienza *operativa* si riportano le arti tutte, sia fisiche, sia morali, sia interne, sia esterne, che esercitare si possano dall'uomo.

§ 1230. Siccome le due prime parti della scienza effettuare non si possono che con un certo metodo, qual è appunto quello di scoprire le verità speculative e le interessanti; così ne viene che le arti accompagnano fino ad un certo segno le scienze nell'*inventare*, e dappoi le accompagnano pure e ne vengono a vicenda accompagnate nell'*effettuare* le invenzioni. Perlochè la parte *operativa* cammina sempre parallela alla parte *speculativa* ed *interessante* delle scienze.

§ 1231. Lo scopo diretto della scienza *operativa* è di *conformare* l'azione alla regola, o, a dir meglio, *assegnare* il modo con cui praticare ed ottenere questa conformità; attesochè l'*eseguire* materialmente e rigorosamente un'azione non è un atto di *scienza*, ma sì bene di *forza esecutrice*.

§ 1232. Parmi che questa divisione primaria della scienza si possa riguardare come la più completa e più conforme alla natura. La *speculativa*, e che appellar si potrebbe anche *conoscitiva*, corrisponde alla facoltà di *intendere*, il cui fine è di *conoscere* completamente le cose nel modo ch'è possibile alla natura dell'uomo e a' suoi rapporti. — La *interessante* corrisponde all'*amor proprio*, ossia alla *volontà*, il cui fine è di ottenere il bene e allontanare il male. L'*operativa* finalmente corrisponde al *potere*, ossia alla facoltà *esecutrice* delle volizioni, il cui fine è appunto di esercitare le azioni corrispondenti alle determinazioni della volontà, e per ciò stesso la *libertà*.

§ 1233. Ora è noto che dalla unione di queste tre facoltà, *nosse*, *velle*, *posse*, risulta l'essenza e la natura intera dello spirito umano; o, per parlare più precisamente, egli è un essere in cui non distinguiamo che questi tre soli attributi.

§ 1234. E sebbene sia vero che nè la volontà, nè la facoltà di eseguire *conoscono*, talchè possa sembrare strano il fare una partizione della scienza a loro rapporto; contuttociò, esame fatto, si scuopre essere tale divisione non solo ragionevole, ma la sola completa e necessaria.— Non è egli forse vero, che quantunque l'uomo non conosca che mercè della intelligenza, egli si forma l'idea della intelligenza medesima, della propria volontà e del proprio potere esecutivo? Come avviene ciò? Certamente dagli *effetti*, di cui egli è conscio per la propria sensibilità. Non è egli vero che l'uomo mercè il sentimento scuopre che questa volontà tende al bene e declina dal male, prova affezione verso gli oggetti piacevoli e abborrimento verso i dispiacevoli, e distingue le cose che sono

atte a produrre tali effetti? Dunque può a ragione formare una classe a parte delle *cognizioni* relative alla *volontà*, benchè la volontà non conosca, o, per parlare più precisamente, benchè la cognizione non sia un atto della facoltà di *volere*.

§ 1235. Similmente l'uomo s'accorge di essere autore delle sue proprie azioni tanto esterne quanto interne, colle quali produce certi effetti interni ed esterni. Da ciò forma l'idea di un potere attivo che li produce. Egli s'avvede che il produrre tali azioni in prima origine deriva da certe cognizioni; e che quindi mercè di certe cognizioni può modificare la sua attività per produrre e conseguire certi effetti. Mancando di tali cognizioni, gli è impossibile ottenere certi effetti. Ma siccome fra i molti effetti possibili egli tende specialmente ad alcuni, vale a dire al possesso della verità e del bene; così si trova costretto a scegliere e notare separatamente le cognizioni valevoli a produrre ed ottenere l'uno e l'altro effetto. Dunque a ragione egli può tessere un catalogo separato delle cognizioni che determinano la sua attività, e la dirigono ad ottenere i fini voluti: egli può disegnarle col nome di *regole*, e costituire una scienza che si riporti all'attività, e che appellammo *operativa*.

Concorso comune di tutte le facoltà nello scoprire o nell'apprendere le scienze.

§ 1236. Quest'attività o si esercita sugli oggetti esterni, o sull'interno dell'uomo. Tanto nell'uno quanto nell'altro caso il complesso dei modi con cui egli compie ed ottiene il suo intento appellasi *arte*.

§ 1237. L'uomo si esercita egli a cogliere la verità della scienza *contemplativa?* È rivolto egli a ravvisarla in una diretta esperienza, e nei puri fatti che formano il corpo della storia? Si tratta egli solamente di collocarne le impressioni nella memoria? In tutte queste esercitazioni non può dispensarsi dall'*attenzione*. Ora quest'attenzione è un esercizio della sua attività (ved. Parte II. Sez. I. Capo VIII. e seg.). Quest'attività è svegliata dall'amor proprio (ved. Parte II. Sez. II. Capo. I). — Dunque tutte e tre le facoltà dell'*essere* pensante sono ad un tratto esercitate nella *contemplativa* o *conoscitiva*.

§ 1238. Ma siccome la scienza *interessante* non è che la stessa *conoscitiva*, in quanto è rivolta a discernere e a disceverare i rapporti utili e nocivi e i motivi dell'amor proprio; e del pari siccome la scienza *operativa* non è altro che la medesima *conoscitiva*, in quanto discerne, trasceglie e fissa le regole delle azioni, sia interne, sia esterne: così anche

in queste due parti tutte le tre facoltà dell'*essere* pensante vengono impiegate ed esercitate congiuntamente.

§ 1239. Nella *operativa* avviene precisamente lo stesso. Le idee, le cognizioni, i giudicii determinano la volontà, e questa spinge l'attività ad operare in conseguenza. In breve: nelle scienze, nelle arti, nella vita le facoltà dell'anima umana non solamente non agiscono mai divise, talchè avvenga che quando l'una si esercita, l'altra riposi; ma all'opposto tutte congiuntamente sono poste in esercizio.

§ 1240. Ho creduto dover trattenermi alquanto più a lungo su queste considerazioni fondamentali, sapendo di avere a fronte la divisione generale delle scienze fatta da Bacone, adottata da Chambers, e dappoi dagli enciclopedisti francesi. Credo così di offrire una significazione di rispetto a tanti uomini celebri, posto che vengo a dipartirmi dal loro modello per esibirne un altro.

Connessione costante fra l'arte e la scienza.

§ 1241. Aggiungiamo ancora un cenno, per dileguare l'incantesimo che sembra affascinarci quando contempliamo l'edificio generale delle scienze e delle arti. Se tutto ciò che l'uomo può scrivere, favellare, dipingere e formar colla mano non è che la *espressione* del suo stesso pensiero, accompagnato dall'azione della volontà e dal sentimento dell'utilità; è chiaro che le scienze e le arti vanno per una specie di ruota di ritorno al medesimo principio da cui partirono. Questo è il punto più semplice di reintegrazione di tutta la gran macchina dell'esistente e del possibile per rapporto all'uomo.

§ 1242. Le cose esterne, ch'egli appella *universo*, che cosa sono veramente per rapporto all'uomo, se non *idee di lui?* Se ne assegna la causa ad un potere incognito esterno, ne vede però solamente l'effetto in sè medesimo. Quest'effetto egli denomina appunto *cose esterne*. Le cose esterne adunque non sono che sue modificazioni, determinate da uno o più agenti esterni. — Per rapporto alle cose interne è noto non essere elleno che modificazioni determinate direttamente dai poteri che costituiscono la sostanza dell'*essere* pensante. Dunque la sperienza, la storia, le scienze, le arti, in quanto formano la materia dell'umano discorso, non sono altro che modificazioni dell'uomo interiore.

§ 1243. Ma se il fine della scienza *contemplativa* e *conoscitiva* è di scoprire la verità fra molti errori possibili; se del pari il fine della scienza *interessante* è di cogliere la verità per rapporto ai beni ed ai mali, onde additare all'uomo i mezzi di felicità; e se finalmente nella scienza

operativa è mestieri discernere, fra mezzo ai modi che non producono gli atti conformi alla intenzione, quei modi ed atti onde si eseguisce l'effetto inteso: si sente perciò che in tutte le arti e le scienze interviene la *cognizione* guidata dall'*arte*, e che ogni parte della scienza richiede il soccorso di un'arte speciale. Così distinguendo le *arti sussidiarie* ad ogni scienza dall'*arte essenziale* costituente la scienza medesima, si trova che nell'albero enciclopedico un'*arte* viene sempre sottintesa: questa serpeggia, per dir così, entro le vene d'ogni scienza, le dà anima, vita, forma e direzione.

§ 1244. Per sentir meglio questa verità giova riflettere, che se le cognizioni umane fossero senza *scopo*, e il mondo intelligente si dovesse pareggiare ad un caos in cui le idee, a guisa degli atomi di Democrito e di Epicuro, non avessero connessione, nè centro alcuno di tendenza, noi avremmo bensì una sensibilità in esercizio; ma la verità e l'errore, il bene ed il male, ridotti a puri fenomeni di cognizione passiva, sarebbero ricevuti con pari indifferenza. Ma è chiaro che in tale ipotesi non esisterebbe scienza alcuna. All'opposto, tostochè noi supponiamo uno *scopo* è mestieri trovare e percorrere la via onde giungere a lui. Allora ecco la *scienza*. Ma ad un tempo stesso ecco un'*arte*, la quale in ultima analisi costituisce la *scienza*, e la contraddistingue dalla indeterminata *cognizione* sperimentale delle cose. Ecco del pari che convien dividere e disegnare le scienze dal loro *fine*. Così viene confermata la ragionevolezza della divisione da noi riportata.

Arte figlia della natura.

§ 1245. Ma se l'*arte* nell'uomo fosse innata, ella non sarebbe veramente più *arte*, ma *natura*: l'uomo non avrebbe bisogno di arte alcuna, poichè giungerebbe infallibilmente al suo fine. Se poi quest'*arte* non è innata, come la discopre egli? Certo conviene ch'egli la ritrovi senz'arte. Dunque avanti di tutto si deve supporre ch'egli la ritrovi per semplice sperienza. Dunque in prima origine le scienze e le arti si riducono e ritornano alle leggi di *fatto* della *sensibilità* sotto il regime della *natura*. L'emblema del serpente, che dicesi usato un tempo dagli Egizii per simboleggiar l'anno, potrebbe pur servire di simbolo alla scienza. Da questo punto di vista l'*esperienza* e la *scienza* non vengono punto distinte; e se dappoi riescono diverse, ciò pure deriva in origine dalla forza e dagli impulsi dell'*esperienza*. In tal guisa la *natura* dicesi *maestra dell'uomo*.

Articolo II.

Radici dell' albero enciclopedico.

§ 1246. L'uomo agisce tanto internamente, quanto esternamente. Dunque la distinzione di *cognizione* e di *opera*, di *scienza* e di *potenza*, di *scienza* e di *arte* ha un fondamento reale nella natura.

§ 1247. L'uomo, considerato come un *essere* esistente, forma parte della natura. Egli diviene a sè medesimo oggetto della propria contemplazione, oggetto dell'arte. L'attività sua, oltre all'esercitarsi in vista di un *fine* sugli oggetti esterni, si esercita eziandio sul proprio interno.

§ 1248. Gli altri *esseri* esistenti fuori dell'uomo formano il restante della natura, che più specialmente si appella *universo*.

§ 1249. Alla natura corrispondono l'*esperienza* e la *credenza*. Gli oggetti di queste sono i *fatti*, i quali formano la universale e comune prima base e materia delle scienze.

§ 1250. Come la natura non ci somministra le case, nè le seggiole, nè gli orologi formati, ma sì bene i soli *materiali*; del pari non ci somministra le idee astratte, nè le nozioni, nè gli assiomi, nè le teorie, nè i sistemi, ma i soli materiali di tutte queste cose. E siccome le manifatture sono propriamente prodotti dell'arte fisica esterna, così le cose razionali sono prodotti dell'arte psicologica interna. Elleno appellar si potrebbero *lavori mentali*. La *natura* genera l'*arte*, come si è veduto; l'*arte* serve alla *natura* per conseguire il fine della *verità* e della *utilità*.

§ 1251. Perlochè vi sono tante arti, quante vi sono scienze, e da esse acquistano la denominazione. Solo non esiste l'*arte* di crear l'*arte*, perchè è *natura*, come si è detto.

§ 1252. Se i *fatti*, ossia la *natura*, formano la base e la materia di tutte le scienze; dunque i fatti somministrano i materiali dell'albero enciclopedico. Questo nella parte scientifica presuppone già l'unione dei fatti tutti dell'ordine fisico e morale.

§ 1253. La *raccolta* dei fatti può e dev' essere ordinata ad uso della mente umana, benchè nell'universo tutto esista in uno stato connesso e concreto. La *distribuzione* delle materie di questa raccolta forma le *radici*, dirò così, dell'albero enciclopedico. I veri *rami* di quest' albero dovrebbero essere quelli che abusivamente appellansi *elementi delle scienze* o *della filosofia*, i quali più propriamente appellar si dovrebbero *risultati delle scienze*. Diffatti se, al dire dei filosofi, eglino racchiudono il sistema dei *principii generali*, racchiudono adunque quelle nozioni,

le quali sono veramente le ultime ad ottenersi coi ben ordinati progressi dell'umano intendimento nella cognizione delle cose.

§ 1254. Il modo con cui separiamo queste che chiamiamo *radici* dell'albero enciclopedico dai rami superiori che formano i principii generali delle cose, corrisponde all'uso ed alla successione della sintesi e dell'analisi. L'analisi riguarda i fatti; la sintesi riguarda le scienze. La prima produce la seconda, e la seconda succede alla prima. Per tal maniera si scorge che un albero enciclopedico tracciato in questa maniera deve riuscire il più completo e fruttuoso.

§ 1255. Una sola avvertenza mi conviene qui richiamare, ed è: che sui fatti *singolari*, attesa la nostra limitazione, ci è forza impiegare il *raziocinio*, come altrove si è discorso. Ciò però non altera l'aspetto finale ed essenziale della cosa (ved. Parte II. Capo ultimo). Un fatto sarà sempre una rappresentazione completa, quale viene o dovrebbe venir prodotta a norma dei rapporti tutti attivi delle cose che fanno o farebbero impressione su di noi; rappresentazione la quale, considerata nel suo stato reale, non soffre astrazioni, nè paragoni. Questi sono opera della nostra mente.

§ 1256. Quindi vi sono arti che tendono a scoprire o a verificare i fatti; come appunto l'*arte di sperimentare*, *di osservare*, la *critica*, ec.

§ 1257. Da ciò viene in qualche modo turbato il vero ordine col quale delinear si dovrebbe l'albero enciclopedico, se tutti i fatti potessero constare all'uomo mercè la esperienza diretta.

§ 1258. Adattandoci quindi alla limitazione e costituzione attuale della mente umana, noi osserveremo preliminarmente gli ultimi *confini* dell'orbe scientifico. A destra l'uomo ha, per così dire, il *passato;* a sinistra il *futuro.* Egli è posto nel mezzo del *visibile*, o, a dir meglio, del *sensibile.* A fronte e a tergo ha l'*invisibile*, ossia l'*insensibile.*

§ 1259. Però se l'uomo non conosce veramente se non a tenore delle *idee* ricevute; dunque il *passato* ed il *futuro* non saranno nulla per la cognizione umana, se non in quanto attualmente le apportano una cognizione certa dei fatti o accaduti o futuri. Ma il *passato* veramente non esiste più. Dunque la certezza della di lui esistenza è fondata sui monumenti *presenti* che ebbero connessione col *passato* medesimo, che da essi viene indicato mercè di siffatta connessione.

§ 1260. Similmente l'esistenza del *futuro* non può, mercè la *cognizione*, essere determinata che per le connessioni col *presente:* altrimenti non esisterebbe fondamento di distinzione fra il *puro immaginario* ed il *reale.*

§ 1261. Rapporto al *visibile*, abbiamo dimostrato che l'uomo non ne può conoscere le vere intime cagioni: invece egli è limitato a segnare nel prospetto enciclopedico la successione delle *apparenze costanti* fra gli oggetti come cagioni delle loro azioni, passioni, fenomeni, effetti, ec.

§ 1262. Ma per conoscere le cose convien supporle dapprima già *esistenti*, e tali che agiscano sull'uomo. Dunque è chiaro ch'egli non può nulla pronunciare sulla primitiva *origine* delle medesime, e non può nè affermarne, nè negarne l'epoca e il modo. Le origini che l'uomo conosce, e può conoscere, sono le *apparenze* del nascere delle cose subalterne, vale a dire di meri fenomeni del tutto secondarii, dopo che le cose esistono.

§ 1263. Tutto questo si vede, se si riflette che l'uomo non può conoscere i *poteri reali* della natura se non mercè gli *effetti* che producono in lui. Gli attributi essenziali delle cose sono sepolti al di lui sguardo in una notte impenetrabile. L'effettiva primaria cagione delle cose gli è incomprensibile. La catena reale delle cagioni primitive, producenti i fenomeni, è del pari ascosa, e cinta da tenebre insuperabili. La qualsiasi *reale origine* di tutti gli avvenimenti dell'universo viene necessariamente ignorata dall'uomo. Dunque con infinitamente maggior ragione egli non potrà aver cognizione nè congettura alcuna dell'origine e della formazione dell'universo.

§ 1264. Da ciò si scorge che la scienza delle cagioni ossia dei poteri reali della natura non deve entrare nell'albero enciclopedico, ma dev'essere soltanto inscritta nella serie delle umane credenze. Del pari si deduce che la *cosmogonìa* filosofica dev'essere anch'essa eliminata dal prospetto delle scienze; parlo però di quella cosmogonìa che l'uomo, mercè il solo proprio ingegno, si finge filosoficamente.

§ 1265. Tal contegno, fino ad un certo limite, si può usare anche nella *cosmologìa*. Imperocchè l'uomo non può pronunciare che sulle mere secondarie *apparenze*, delle quali è spettatore. Ma queste apparenze, a cui corrisponde l'ascosa ed impenetrabile *realtà*, connotano uno scarsissimo numero di leggi generali di quello ch'egli appella *universo*; e se eccettuiamo la luce degli astri ed il moto dei pianeti, tutto il restante della cosmologìa restringesi alla terra ch'egli abita, e per conseguenza somministra lo spettacolo ristrettissimo di un solo punto dell'universo.

§ 1266. Io credo che prima di erigere l'edificio enciclopedico sia d'uopo divisare i materiali che vi debbono entrare, e quelli che convien rigettare. Se le scienze vengono determinate dal loro fine, è troppo evidente che non possono abbracciare nè quello che non si può sapere, nè

quello ch'è falso. Il miglior servigio che rendere si possa alla ragione umana non è solamente istruirla di ciò che ignora, ma eziandio avvertirla di quello ch'è impossibile di mai conoscere. Questa parmi la prima cautela fondamentale nel tracciare i confini del regno delle scienze.

§ 1267. Dai *confini* passando all'*interno*, distinguo in questa storia la parte meramente *descrittiva* dalla parte *ragionata*. L'oggetto poi di lei è l'*universo* e l'*uomo*.

§ 1268. Nella prima parte *descrittiva* si comprende la *cosmografia*, che si divide in *uranografia* ed in *geografia*. La *geografia* presenta la forma e la struttura del globo, e in essa la materia organizzata e la inorganica. L'organizzata abbraccia la materia animata, vale a dire gli animali; e la materia organica inanimata, vale a dire i vegetabili. La descrizione di questi riceve il nome di *botanica*.

§ 1269. La materia inorganica abbraccia la terra, il mare e l'atmosfera; in una parola, quelli che dal volgo appellansi *elementi*. La terra, presa sotto questo aspetto, dà campo alla descrizione delle miniere, delle cave, delle cristallizzazioni, delle petrificazioni, ec. L'atmosfera, tutte le meteore; il mare, tutte le sue vicende e diverse forme di vortici e correnti, di tempesta e bonaccia, di flusso e riflusso, ec.

§ 1270. Salendo all'altra parte della storia che deve servire di materiale alle scienze, c'incontriamo nella *storia* dell'uomo. La di lui descrizione si divide in *interna* ed *esterna*. L'interna riguarda il principio pensante, vale a dire l'anima: i fenomeni puramente spirituali entrano in questa descrizione. L'esterna si è quella della sua macchina e de' suoi bisogni. Quindi la storia dell'uomo si divide in *psicologica* e *fisiologica*. Questa storia riguarda l'uomo individuo.

§ 1271. Ma siccome l'uomo stesso vive in società, evvi una *storia politica*, *civile*, *aneddota*, ec. Egli ha una religione, un culto, una credenza, e quindi la *storia religiosa*, *teologica* o *sacra* o *ecclesiastica*.

§ 1272. Le popolazioni vivono e si succedono per il corso dei secoli: quindi la divisione della storia umana in *antica* ed in *moderna*; quindi la *cronologia* presa come divisione de' tempi.

§ 1273. L'uomo e le popolazioni formano certe opinioni, certi discorsi, certe combinazioni d'idee, che palesano a' loro simili. La recensione di tutte queste cose forma la *storia letteraria*, in cui l'errore e la verità, i pensamenti utili ed i nocivi vengono egualmente compresi.

§ 1274. L'uomo, mercè la sua mano ed il suo ingegno, forma *opere* elaborando la materia, o producendo mediatamente certi effetti esterni. Ecco la *storia delle arti* e delle loro produzioni.

§ 1275. Così percorrendo i sovra riportati ed altri oggetti, si prepara il fondo delle scienze e delle arti, le prime delle quali siano coordinate alla verità, e le seconde alla utilità ed al piacere.

§ 1276. Dopo ciò sorge l'edificio *razionale*, distribuito in tre grandi parti, a cui corrispondono altrettante parti dell'arte generale che costituisce la scienza. Se le partizioni possono convenire alla *storia*, esse ripugnerebbero alla struttura generale delle *scienze:* elleno debbono essere esposte mercè l'assegnazione delle fonti da cui derivano. Per la qual cosa è mestieri dar luogo prima di tutte a quelle che sono di un uso più universale, e dai rapporti delle quali risultano le altre subalterne: dopo vengono le più complesse, le quali traggono i loro sussidii da più scienze distinte. Così, per esempio, esistono scienze fisico-matematiche: queste, come sarebbero la meccanica, l'astronomia geometrica, l'ottica, la cronologia ec., è mestieri esporre dopo la geometria ed i principii generali della fisica. In breve: l'ordine delle scienze dev'essere perfettamente identico a quello col quale la mente umana può apprendere i risultati delle osservazioni sulla storia, passando successivamente per tutti quei gradi, senza dei quali rendesi impossibile raggiungere i principii, le leggi e le teorie delle cose.

§ 1277. L'indole di questo scritto non mi permette di trattenermi a lungo su questo argomento. Solo mi fo lecito osservare, che la divisione sovra recata riesce così opportuna, che tutte le scienze e tutte le arti hanno la loro nicchia naturale. La mente umana coglie allora le connessioni e le progressioni delle scienze in maniera, che può del pari avvedersi della ricchezza e della povertà delle sue cognizioni.

§ 1278. Premesse queste generali osservazioni, passiamo a vedere in quali materie possa il Pubblico riuscir giudice competente di *verità* tanto dal canto della mente, quanto degli affetti del cuore.

CAPO II.

Nozioni direttrici per determinare in quali materie il Pubblico può recar giudicio autorevole.

§ 1279. Conosciute le condizioni che il giudicio del Pubblico deve racchiudere per essere autorevole, vengono pur anche determinati i canoni onde separare le *materie* sulle quali cadendo il suo giudicio, venga estimato secondo il suo vero valore. Non ho bisogno di ripetere che di queste materie altre hanno una mera relazione alla curiosità, talchè il cuore non desidera anticipatamente una conchiusione piuttostochè un'al-

tra; ed altre hanno connessione e relazione colle passioni da cui il Pubblico è preoccupato, talchè per regola generale è spinto piuttosto a giudicare in una maniera che nella contraria.

§ 1280. Ora questa considerazione ci dà lume a determinare in quali materie il Pubblico possa essere giudice competente, ed in quali incompetente; in quali occasioni possa essere giudice imparziale, e in quali riesca giudice prevenuto. Quindi nasce la regola onde valutare i di lui giudicii o direttamente o per contrapposto.

§ 1281. Debbo avvertire, che qui le nostre osservazioni cadono su di un campo *assoluto*, e non limitato nè a paese, nè a secolo. Quindi le nostre conchiusioni verranno determinate dai rapporti comuni a tutti gli uomini in qualunque secolo ed in qualunque società: in breve, dai rapporti, dalle abitudini, dalle affezioni dello spirito e del cuore umano.

§ 1282. Ciò premesso, osservo primieramente che vi sono materie, nelle quali si dimostra che lo spirito umano non può veder *nulla*. Dunque sarà pur dimostrato che allora qualunque giudicio e decisione del Pubblico saranno atti meramente *temerarii*.

§ 1283. In secondo luogo vi sono altre materie, nelle quali si dimostra che lo spirito umano non può vedere se non *imperfettamente*. In queste qualunque giudicio *assoluto* riesce pure *temerario*. Ivi è lecita la sola *congettura*. L'effetto, che se ne riporta, si restringe ad una mera *probabilità*.

§ 1284. In terzo luogo consta che vi sono altre materie, nelle quali il Pubblico può *in astratto* veder *completamente*; ma *in pratica* ciò non può fare se non dopo certe vicende di passaggi e rivoluzioni. Dunque, *avanti* che siasi verificata l'epoca conveniente, ogni giudicio del Pubblico non può mai riuscire autorevole. Tutte queste nozioni direttrici riguardano la mente, e prescindono da ogni rapporto d'interesse che preoccupi il giudicio.

§ 1285. Restano adunque quelle materie, nelle quali lo spirito si trova attualmente e praticamente *proporzionato* a vedere mercè le leggi ordinarie dell'attenzione comuni a molti uomini, vale a dire mercè le leggi del *senso comune*. Non dimentichiamo che qui si ragiona del Pubblico in generale. Le eccezioni private, tanto favorevoli quanto contrarie, debbono essere escluse dal nostro calcolo.

§ 1286. Per quello che riguarda l'influenza del *cuore* nei giudicii del Pubblico, parlando noi in fatto di *verità*, l'affare si risolve a trovare in quali materie gli *affetti* del Pubblico dirigano l'*attenzione*, sì che le sue vedute coincidano colla *verità*. Allora il sentimento dirige l'attenzione, lo spirito coglie i rapporti presentati, e decide a norma dei risultati

che ne ritrae. Ma per determinare ciò che è conforme alla *verità* conviene assumere per norma un principio *teoretico*, col quale paragonando la pratica naturale del Pubblico, ella si ritrovi *conforme* a lui. Ogni altro metodo sarebbe pericoloso, nè ci somministrerebbe certezza alcuna.

§ 1287. Ma a fine di veder vie meglio a qual punto preciso debbono essere rivolte le nostre considerazioni è mestieri riflettere che l'*attenzione* non è che l'esercizio di una *forza*. Questa forza non può essere suscettiva che di due stati; vale a dire di *azione* o d' *inazione*. Nello stato di *azione* non si possono distinguere se non: 1.° la durata del di lei esercizio; 2.° i gradi ora maggiori ed ora minori della di lei energia: e 3.° finalmente la direzione del di lei esercizio. Ma abbiamo veduto che la *verità* richiede di sua natura che l'uomo si possa accomodare a comprendere tutti i rapporti che le cose inchiudono, quali sono in sè medesimi. Dunque fino a che non consti che l'attenzione del Pubblico venga realmente spinta per un principio generale attivo a cogliere le cose nel loro vero aspetto, non consterà che il Pubblico giudicando per sentimento, giudichi con verità. Dire che l'inclinazione comune fa giudicare così, e che dunque il giudicio è vero, sarebbe un ragionamento temerario fino a che non constasse che il sentimento del Pubblico venga d'altronde diretto, per una legge generale, giusta i rapporti della *verità*.

§ 1288. Qui nasce una distinzione importante, la quale dà lume in tutte quelle decisioni nelle quali ha parte il cuore. Altro è dire che un giudicio venga recato per un'intima comprensione delle *idee* e della loro intrinseca relazione; ed altro è dire che venga recato sulla veduta e sulle connessioni degli aspetti offerti da un *sentimento interessato*. Il primo modo di giudicii è propriamente *teoretico;* il secondo è *di passione*. Quantunque questa seconda specie potesse essere e fosse effettivamente vera, tuttavia la certezza non risulterebbe dalla illazione, ma bensì da un'armonia tra la spinta dell'*affetto* e i rapporti della *verità*. Allora la certezza diviene, per dir così, *estrinseca*. Ma onde accertarsi se ciò avvenga veramente, è d'uopo dimostrare che in certe materie il *cuore* dirige e presenta al Pubblico le idee in guisa armonica colla *verità*. Dunque è d'uopo dimostrare che esista su certe materie una legge di *fatto*, per cui la natura dirige colle spinte del *cuore* i dettami del Pubblico a norma della *verità*. Fuori di questa certezza non potremmo mai riguardare i giudicii del Pubblico portati per puro sentimento come legittimi, ma sì bene come mancanti di prova; in una parola, li dovremmo estimare come semplici pregiudicii, che la ragione deve poi ratificare o rigettare mercè una diretta dimostrazione.

§ 1289. Queste sono le nozioni direttrici, colle quali possiamo avviarci in progresso a determinare in quali *materie* il giudicio del Pubblico, che dobbiamo sempre ritenere non essere se non l'oracolo del *senso comune*, tener si debba quale *criterio di verità*. — Ridurremo queste materie a cinque classi principali; vale a dire: 1.° del vero e del falso speculativo; 2.° del giusto e dell'ingiusto; 3.° del bello e del turpe; 4.° dell'utile e del nocivo; 5.° del merito e del demerito.

CAPO III.

Del vero e del falso speculativo.

In questo Capo non diremo nulla, oltre a quello che si è già discorso. Una sola ricapitolazione è necessaria.

Articolo I.

Separazione del vero e del falso speculativo, di cui il Pubblico non può giudicare, da quello di cui egli può recar giudicio.

§ 1290. Prima di tutto convien separare il vero ed il falso speculativo, intorno al quale il Pubblico non può mai recare giudicio per mancanza di cognizione. Ora dalle cose dette più sopra risulta:

1.° Che nell'ordine *fisico* il giudicio concorde del Pubblico non si potrà mai tenere come *criterio* nemmen probabile *di verità*, quando abbia per oggetto di pronunciare sui poteri della natura reale, sulle vere origini delle cose, su quello che *per sè* possa recare di bene e di male, poste altre combinazioni.

2.° Nell'ordine *morale* il giudicio concorde di molti non si potrà tenere per un *criterio di verità*, quando col *senso comune* pronuncia sulle *leggi* delle umane percezioni; attesochè in natura esiste un fondamento costante ed universale di errore, originato dalle abitudini e dalla inevitabile ignoranza, per cui deve passare e principiare l'ordine delle umane cognizioni.

3.° Nemmeno sulle materie *religiose* puramente tali, in quanto il giudicio del Pubblico si occupa nel pronunciare sugli attributi della Divinità, sui decreti della di lei volontà, sull'ordine della di lei provvidenza, sul culto a lei dovuto. — Non già che la sana ragione non possa, poste certe cognizioni, dedurre alcune verità su queste materie; ma bensì perchè in natura vi sono leggi costanti, per cui il Pubblico, diretto dal solo *senso comune*, deve comunemente errare. Qui il fatto di tutte le false religioni convalida la mia proposizione.

4.° Nell' ordine *fisico-morale* il giudicio del Pubblico non può essere assolutamente *criterio di verità* in tutte quelle materie, la determinazione e la cognizione delle quali dipende dal concorso di molte minute, passaggiere e momentanee circostanze, e di viste affatto private e spesso incomunicabili. Questa proposizione viene dimostrata dai rapporti essenziali del giudicio. Per ciò stesso che si tratta di un giudicio del Pubblico, convien supporre una materia la quale o per sè stessa sia posta sotto gli occhi di tutto il Pubblico, o della quale almeno esistano prove comunicate a lui. Ma come è egli possibile comunicargli, a cagion d'esempio, quello che appellasi *colpo d'occhio* di un generale, di un politico, di un filosofo, di un artista, e di qualunque altro uomo che s'accinge a qualche impresa? Come giudicare di quelli che appellansi *presentimenti* o *passaggiere apparenze*, note ad un solo od a pochi privati? Il Pubblico tutt' al più potrebbe giudicare degli effetti esterni, di cui rimanesse una cognizione almeno di tanta durata, che potesse completamente comunicarsi a tutti gl' individui componenti il Pubblico.

Articolo II.

Del vero e del falso speculativo nelle materie di fatto.

§ 1291. Separate così queste materie, rimangono tutte le altre, sulle quali può accadere il vero o il falso speculativo. Queste materie altre sono di *fatto* ed altre di *riflessione*. Su quelle di *fatto*, siccome qui non contempliamo il Pubblico come testimonio, ma bensì come giudice che ne afferma o ne nega la verità; così noi siamo costretti a limitarci a quelle materie di *fatto*, sulle quali egli giudica non mercè della propria *esperienza*, ma per altrui *tradizione*. Le prime sono propriamente cose talmente notorie, che ad ogni uomo privato constano mercè un atto d'intuizione, talchè non abbisogna dell' altrui giudicio onde pronunciare con certezza.

Restringendoci pertanto alle seconde, esse non possono riguardare se non che un fatto *passato*, di cui soltanto esiste la memoria; o un fatto *presente*, che avviene *fuori* degli occhi del Pubblico; come, a cagion d'esempio, in un paese lontano, ovvero in un luogo del tutto privato.

§ 1292. Qui abbiamo sott'occhio un Pubblico posto nella necessità di trarre ogni sua notizia dal racconto altrui. Dunque trattiamo della *credenza* del Pubblico, e quindi cerchiamo se i motivi di credibilità che egli adotta si possano riguardare come *certi*, perchè egli li adotta; e se l'uomo privato debba deferire alla pubblica credenza.

§ 1293. Quest'ipotesi presuppone che esista la *testimonianza*, sulla quale il Pubblico crede il fatto narrato. Questa testimonianza dev'essere certamente nota a tutto il Pubblico, poichè egli deferisce il suo assenso a lei. Dunque l'uomo privato può chiamare ad esame la testimonianza medesima senza aver bisogno della credenza del Pubblico, onde pronunciare se il fatto sia o no credibile, se sia certo o incerto, vale a dire provato o non provato.

§ 1294. Sarà sempre vero che la notizia del fatto noto deriva da uno o più uomini. Dunque assumendolo dal canto della sua *prova*, non può la credenza di molti, quand'anche si supponesse ragionata e determinata dalle regole della più purgata ed imparziale critica, spingerci ad altro risultato, se non a quello di sapere se il dato uomo, che narra il fatto, si possa credere *verace*, o no. Dunque il fatto anche ammesso da più persone, mercè l'uso accurato delle regole *critiche* non diviene niente più certo di quello che essere lo possa mercè la *fede* del testimonio.

§ 1295. Se dunque dal *numero* delle persone che concorrono con discussione critica a credere un dato fatto si volesse trarre maggior argomento della certezza di lui di quella che deriva dalla testimonianza di chi lo depone, si argomenterebbe falsamente. L'unica illazione che trar si potrebbe a favore di un fatto, quando la sua credibilità fosse stata *purgata* dal crogiuolo della critica, si è: che dal canto del testimonio non constano nè appariscono *eccezioni* di menzogna; che la nostra credulità o incredulità non è temeraria, perchè viene misurata dal valor critico della fede del testimonio, e nulla più.

§ 1296. Ma ridotta a questo punto la questione, si hanno tosto in mano le misure onde stimare il giudicio del Pubblico giusta il suo *vero valore*. Diffatti s'egli non è accertato dell'esistenza del fatto se non col mezzo della testimonianza; se la credenza per non essere temeraria deve essere richiamata a discussione; siamo dunque nel caso che la certezza della credenza riposa sui *raziocinii*. Dunque risulta che la credenza del Pubblico dev'essere stimata colle medesime regole con cui si valutano i di lui giudicii sulle verità complesse di *riflessione*.

§ 1297. Ma ciò non basta ancora. Fra le materie di *fatto* e quelle di *riflessione* passa una differenza essenziale. Nelle materie di *riflessione* non devesi ricercare se gli oggetti esistano, o no: qualunque siano, quando sono presenti, l'uomo giudica. La questione cade sulla sola cognizione dei *rapporti*. Non esistendo le idee degli oggetti, non si può tessere giudicio alcuno sopra i differenti punti di relazione e di tendenza che possono avere. Per lo contrario, benchè il Pubblico non abbia sott'occhio

prova alcuna del fatto, lo può credere e spesso lo crede sulla sola *asserzione* di un uomo che ne propaghi il racconto o la descrizione. — Dunque, affinchè la pubblica *credenza* possa servire di qualche presunzione di *verità*, sarebbe necessario: 1.° che le prove dei fatti fossero egualmente pubbliche e note, quanto il fatto medesimo; 2.° che siffatte prove fossero talmente sminuzzate ed ovvie, che per coglierne la validità non si richiedesse che una *prima vista*, un atto del *senso comune;* 3.° che questo Pubblico non avesse un *estraneo interesse*, nato dalle passioni, a credere un fatto, ovveramente un contrario interesse a non crederlo.

§ 1298. Poste tutte queste condizioni, si potrebbe dedurre che la credenza del Pubblico fa *prova* di credibilità, egualmente che di verisimiglianza, nelle cose di *riflessione;* o, per parlare più precisamente, dedur si potrebbe che se il Pubblico crede un fatto con tali condizioni, gli argomenti di credibilità sono *verisimili*, e quindi non si deve leggiermente rigettare la credenza del fatto; e fino a che non si hanno più concludenti *prove* si dee giudicarlo come *probabilmente* avvenuto.

§ 1299. Ma riportandoci alla *pratica* costante del Pubblico, non troviamo quasi mai che le tre sovra allegate condizioni si verifichino nella credenza dei fatti ch' egli ammette come *certi:* all' opposto troviamo generalmente *temeraria* la sua credulità o incredulità. La ragione di questo procedere si scorge contemplando da un canto quali rapporti della mente e del cuore si richieggano per comprovare un fatto, e qual cosa dall' altro prestar soglia il Pubblico in siffatte investigazioni. Si richiami alla mente qual' estensione e penetrazione di veduta abbia il *senso comune* (ved. il Capo XV. della Sezione precedente); quale intricata discussione si richiegga, onde avverare il fatto più minuto, e fissarne i gradi di probabilità (ved. Parte III. Sez. II. Capi V. e VI.); e nessuno farà le meraviglie come anche nei fatti dove il cuore non rapisce il giudicio, si possa giudicare generalmente con somma precipitanza. Su questa difficoltà di verificare i fatti m' appello ai giureconsulti intenti a riscontrar prove che hanno appena il minimo vigore filosofico, delle quali pure la potenza umana è stata costretta di contentarsi per mancanza di prove più convincenti.

§ 1300. Che se poi esaminiamo la credenza del Pubblico nei rapporti del cuore, troviamo praticamente cagioni di errore e di precipitanza, anche supponendo tutte le possibili facilità dal canto delle cognizioni. Si sa che l'amore, l'odio, il falso zelo, l'orgoglio nazionale, il desiderio e la speranza, il timore ed il sospetto viziano egualmente e la esposizione dei fatti, e la loro credenza o rigettazione. A questo proposito mi rimetto a

quanto ne dissero i filosofi, a quanto si scorge nelle opere dei critici, e negli annali delle imposture. Basterà aggiungere, che il privato ha un mezzo più diretto e breve per giudicare delle *verità di fatto* richiamando ad esame i fondamenti della *credenza* del Pubblico, mentre il privato in questo caso riveste il doppio carattere di privato giudice e di membro del Pubblico; attesochè per principio teoretico si dimostra che ogni fatto, le cui prove non siano egualmente note al Pubblico come il fatto stesso, non si può giammai riguardare come probabile.

Articolo III.

Del vero e del falso speculativo nelle materie di riflessione.

§ 1301. Nulla di essenziale dobbiamo aggiungere sul vero ed il falso speculativo nelle materie di *riflessione*, dopo le cose dette nella Sezione precedente. Solo per rapporto ai *gradi* di validità dei giudicii del Pubblico, recati con cognizione di causa, con imparzialità e con libertà, ci converrebbe entrare in qualche *enumerazione*, disegnando le relazioni diverse delle cose che formano la materia dei giudicii speculativi, e fissando in ognuna i *gradi* diversi di verisimiglianza che le decisioni del Pubblico possono ottenere. Conciossiachè dapprima abbiamo contemplato il giudicio del Pubblico su queste materie *in complesso*, e senza una distinta loro recensione, e un calcolo speciale della diversa misura di verisimiglianza delle decisioni del *buon senso* intorno ad ognuna di esse. È superfluo formare questa *scala* di probabilità, dopo quanto ne scrissero il Locke (1) ed il Genovesi (2). Quindi io dico, che a proporzione dei *gradi* della cognizione umana intorno alla identità o diversità, eguaglianza o disuguaglianza, esistenza assoluta o coesistenza, connessione o dipendenza, cagione o effetto, i giudicii del Pubblico avranno gradi diversi di verisimiglianza, ben ritenuto che il punto da cui si deve salire, e quello a cui si può giungere, siano racchiusi entro i soliti limiti della comprensione e dell'attenzione esercitate in ogni atto del *senso comune*.

§ 1302. Da ciò emerge, che in tutte le materie *positive*, dove si tratta di cogliere le *somiglianze*, sarà più agevole al Pubblico il giudicare, e quindi più probabilmente egli si avvicinerà al *vero*. In natura esiste un fondamento, mercè il quale gli uomini più facilmente giudicano con verità allorchè si tratti di pronunciare sulle *somiglianze*. Le idee si ri-

---

(1) *Dell'intendimento umano*, Libro IV. Capo III. — (2) Logica, Libro III. Capo II.

chiamano scambievolmente nella memoria mercè il doppio vincolo dell'*associazione* e dell'*analogia;* anzi queste sono le uniche fonti del bello letterario: tutti i tropi in ultima analisi riduconsi a questi due soli generi; le metafore e le allegorie si riferiscono all'*analogia;* gli altri si riferiscono alle *associazioni* formate dalle circostanze che costantemente presentano due o più idee connesse o di *tempo* o di *apparenza.* Nelle *somiglianze* lo spirito umano assaissimo si compiace. Quindi tanto a motivo della costituzione della umana memoria, quanto a motivo dell'interesse che le *somiglianze* inspirano, si deve conchiudere che la massima autorità nelle materie di pura *riflessione* attribuir si deve ai giudicii del Pubblico allorchè si occupa a decidere in fatto di *somiglianza* o d'*identità.*

CAPO IV.

Del giusto e dell' ingiusto.

§ 1303. Nemmeno sul *giusto* e l'*ingiusto* dobbiamo più a lungo trattenerci, dopo quanto ne abbiamo scritto. Il *giusto* qui si assume come *relazione* ad una regola. Sotto questo rapporto fa parte delle verità speculative di *riflessione.* Quando la regola teoretica è già nota ed ammessa, il giudicio del Pubblico sopra un'azione o un sentimento riesce agevole, e riveste il massimo grado di *autorità.* Allora non si tratta che di pronunciare se la materia o, a dir meglio, il soggetto sul quale il Pubblico giudica sia conforme alla norma adottata. Ma questa specie di giudicii non somministra che una verità ipotetica e convenzionale, anzichè recare una certezza della *reale* verità. Questa non può risultare che da un profondo e moltiplice esame dei rapporti interessanti delle cose, di cui il Pubblico nel giudicare non suole assumere giammai l'incarico. D'altronde le materie della morale e del giusto sono per sè stesse difficilissime e complicatissime, talchè la scoperta delle verità teoretiche viene esclusivamente riservata all'uomo di genio.

§ 1304. Che se poi chiediamo se il Pubblico possa formare giudicii autorevoli intorno al giusto e all'ingiusto, seguendo i dettami del cuore; rispondo che questa ricerca si risolve a sapere se i giudicii dell'*affetto* intorno all'utile ed al nocivo s'abbiano a tenere quali dettami di retta ragione. Conciossiachè per ciò stesso che la guida a giudicare si è il cuore, si presuppone che l'unico criterio sia il sentimento dell'*utile* o del *nocivo*, del *bello* o del *turpe.* — La risposta a questa ricerca si troverà nei Capi seguenti.

CAPO V.

Del bello e del turpe.

§ 1305. Se nel decorso di questo scritto ho serbato silenzio sull'argomento del *bello* e del *turpe*, abbenchè mi sia proposto una speciosa obbiezione, ciò fu per non disperdere in minute e staccate osservazioni, e quasi in frammenti, il complesso della risposta.

§ 1306. E prima di tutto osservo, che Hutcheson ha stabilita l'esistenza di un *senso estetico;* ma la cosa, in ultima analisi, si riduce a mere parole. Non si nega che l'uomo sia dotato di capacità a sentire il *bello* ed il *turpe*, il *buono* ed il *nocivo;* anzi e l'uno e l'altro sono tali unicamente in forza dell'*effetto* che l'uomo ne risente, piacevole o doloroso, utile o nocivo alla sua conservazione, ai mezzi del piacere, ed a tutti quegli oggetti che possono soddisfare i suoi bisogni. Quello che più importa di sapere si è, se la natura abbia dotati gli uomini di tale sensibilità ed antiveggenza, ed abbia così coordinato il sistema delle cose, che qualunque specie e grado di *bello* e di *turpe*, di *utile* o di *nocivo* venga sentito mercè un atto subitaneo che rassomigli alla sensazione, e quindi l'uomo non prenda abbaglio nel giudicare.

§ 1307. Ora a schiarire questo punto non basta solamente dimostrare che l'uomo senta il *bello* ed il *turpe*, l'*utile* ed il *nocivo* in molti oggetti; conciossiachè siffatto fenomeno può benissimo verificarsi nelle materie di pura sensazione fisica, od anche nelle materie morali, fino ad un dato *segno*, senza che per ciò necessariamente si debba supporre ch'egli avvenga in ogni altra più profonda e meno prossima circostanza. Il risolvere adequatamente questo problema importa viste più grandi e varie di quelle che i partigiani del *senso estetico* hanno abbracciate. Non solo è necessario arrestarsi sull'uomo, spiarne sottilmente i fenomeni sentimentali, e le conseguenze che ne derivano; ma egli è indispensabile entrare nell'economia generale della natura, nei moltiplici rapporti dei fini da lei voluti nella umana costituzione, seguendo però sempre i risultati di una esperienza paragonata fra le cose che avvengono nell'individuo, e gli effetti che si producono sulla massa del genere umano nei diversi periodi di *lumi*, di *gusto* e di *benessere.* Quest'astratta osservazione verrà vie meglio sentita quando entrerò in qualche specificazione. Ora mi limito ad un principio generale, ed è: che se la natura umana non viene a cangiarsi nei diversi periodi di cognizione, non si dovrebbe neppur cangiare il gusto, se fosse vero che l'unico sensorio del *bello* ri-

siedesse come in un sesto senso; attesochè nella stessa maniera che l'occhio, in qualunque tempo che gli si presenta un oggetto illuminato, produce una sensazione visuale, e siffatta legge non si può smentire; del pari in qualunque tempo si presenta un oggetto di gusto, egli dovrebbe dall'uomo essere sentito come bello, senza che avvenisse giammai che un secolo prima fosse ritrovato indifferente, ed un secolo dopo assai bello, o viceversa. Ora la sperienza comprova, che segnatamente nelle materie di gusto *ideali* avviene in tutto il Pubblico una rivoluzione e contraddizione di giudicii e di sentimenti. E come dunque si conciliano le funzioni di questo sesto senso colla esperienza? Se egli esistesse, le sue leggi sarebbero del tutto simili a quelle della umana perfettibilità e del senso comune; e quindi non verrebbero a somministrare criterio alcuno estetico, mercè il quale dir si dovesse che il gusto del Pubblico sia una norma del bello reale. Qui per *bello reale* si assume quel sentimento piacevole che viene prodotto o, a dir meglio, dev'essere prodotto in ragion composta dei rapporti che passano fra la costituzione reale delle umane facoltà, e l'attività degli oggetti esterni o interni. Io non pretendo ancora di assegnare una definizione, ma soltanto di accennare alcuni tratti fondamentali che sono inseparabili dal *bello reale*. Ma, a fine di dare qualche ordine alle nostre osservazioni, giudico necessario separare in diversi punti di vista l'argomento sulle materie di *gusto*, relativamente ai giudicii del Pubblico. Non aspiro a raggiungere la meta che molti scrittori si prefissero nel trattare del *bello essenziale* applicato alle opere della natura e dell'arte, ma sì bene mi limito a trattarne rapporto al Pubblico, onde scoprire se il di lui *gusto* possa servire di *criterio* per discernere il bello dal turpe, ed il men bello dal più bello.

Articolo I.

Delle rivoluzioni del gusto del Pubblico.

§ 1308. Sembra che lo spirito umano provi un'incessante inquietudine fino a che non raggiunga il bello e l'ottimo; ma del pari sembra che, quando lo ha raggiunto, tenda ad allontanarsene. Non è nei soli piaceri sensuali che l'uomo diventi logoro (*blasé*), usandone senza moderazione; ma lo diviene eziandio nei piaceri dello spirito e nelle opere del *bello*. Il Pubblico, pel solo motivo che persiste in un dato genere di piaceri o in un dato modo di produrli, se ne sazia ed annoja: questa è cosa di fatto notorio.

§ 1309. La cagione è fondata nella costituzione stessa dell'uomo. Se una fibra viene scossa per la prima volta, reca seco il piacere della no-

vità; ma dappoi a poco a poco quella specie di energica resistenza alla impressione dell'oggetto, per cui reagiva sull'anima con un tono di una interessante difficoltà, e per cui il piacere diveniva più vivace, e s'aumentava eziandio dalla forza dell'attenzione; tale resistenza, dico, va degenerando in un'abituale e pieghevole facilità, e talvolta eziandio cade in vera atonía. Quindi la primitiva aggradevole impressione si scema, e decade alla noja od anche al dispiacere.

§ 1310. Ma rimane pur anco una reminiscenza confusa del piacer maggiore provato dapprima. Quindi si viene ad un involontario paragone fra il minor piacere presente ed il maggior piacere altra volta provato. Da ciò nasce una disaggradevole situazione, in cui col piacere attuale si sente il desiderio di un piacere uguale o maggiore di quello che si provò, e però una somma inquietudine, ovvero anche un positivo sentimento di disperazione, allorchè non si ravvisino i modi di soddisfarlo.

§ 1311. Allora si fanno tutti gli sforzi d'invenzione per pareggiare il piacer passato, ed anche per superarlo. Quindi avvenir deve l'abbandono totale dell'oggetto usato, o almeno delle forme e combinazioni che dapprima rivestì. Quindi si cercano altri oggetti intieramente diversi, o almeno altre combinazioni e forme atte a recare un nuovo piacere. E succedono le nuove invenzioni nelle arti, le nuove foggie di frasi, di maniere, di vesti, di musica, di poesia.

§ 1312. Nè giova, per impedire queste vicissitudini, che un oggetto siasi dapprima riconosciuto rivestire i rapporti più completi del *bello:* tutt'al più si otterrà dal Pubblico una fredda confessione; ma ciò non impedirà ch'egli non cada nella sazietà, e non tenti variare. Per astenersi dall'innovare sarebbe d'uopo ch'egli potesse mantenere la sede del piacere nello stesso stato di energia, da cui l'uso solo dell'impressione la fa decadere. Ma siccome è impossibile cangiare la natura dell'uomo, così è del pari impossibile che un oggetto quantunque bello possa sempre piacere.

§ 1313. Ma dall'altra parte l'incessante *bisogno* di godere stimolando senza posa il cuore umano, e l'*ottimo* in qualunque genere non potendosi variare od oltrepassare senza peggioramento; non si può evitare di cadere nel mal gusto, e subir sempre nuove e più rapide rivoluzioni. La sorgente dei piaceri al di là dei modi della vera bellezza è sempre più sterile; il gusto loro riesce vieppiù incompleto.

§ 1314. Invano allora gridano i precettori del *bello*, che nelle opere dell'arte non conviene discostarsi mai dal grande ed inesausto modello della natura; invano con precetti luminosi e critiche severe tentano ri-

siedesse come in un sesto senso; attesochè nella stessa maniera che l'occhio, in qualunque tempo che gli si presenta un oggetto illuminato, produce una sensazione visuale, e siffatta legge non si può smentire; del pari in qualunque tempo si presenta un oggetto di gusto, egli dovrebbe dall' uomo essere sentito come bello, senza che avvenisse giammai che un secolo prima fosse ritrovato indifferente, ed un secolo dopo assai bello, o viceversa. Ora la sperienza comprova, che segnatamente nelle materie di gusto *ideali* avviene in tutto il Pubblico una rivoluzione e contraddizione di giudicii e di sentimenti. E come dunque si conciliano le funzioni di questo sesto senso colla esperienza? Se egli esistesse, le sue leggi sarebbero del tutto simili a quelle della umana perfettibilità e del senso comune; e quindi non verrebbero a somministrare criterio alcuno estetico, mercè il quale dir si dovesse che il gusto del Pubblico sia una norma del bello reale. Qui per *bello reale* si assume quel sentimento piacevole che viene prodotto o, a dir meglio, dev'essere prodotto in ragion composta dei rapporti che passano fra la costituzione reale delle umane facoltà, e l' attività degli oggetti esterni o interni. Io non pretendo ancora di assegnare una definizione, ma soltanto di accennare alcuni tratti fondamentali che sono inseparabili dal *bello reale*. Ma, a fine di dare qualche ordine alle nostre osservazioni, giudico necessario separare in diversi punti di vista l'argomento sulle materie di *gusto*, relativamente ai giudicii del Pubblico. Non aspiro a raggiungere la meta che molti scrittori si prefissero nel trattare del *bello essenziale* applicato alle opere della natura e dell'arte, ma sì bene mi limito a trattarne rapporto al Pubblico, onde scoprire se il di lui *gusto* possa servire di *criterio* per discernere il bello dal turpe, ed il men bello dal più bello.

Articolo I.

Delle rivoluzioni del gusto del Pubblico.

§ 1308. Sembra che lo spirito umano provi un' incessante inquietudine fino a che non raggiunga il bello e l' ottimo; ma del pari sembra che, quando lo ha raggiunto, tenda ad allontanarsene. Non è nei soli piaceri sensuali che l' uomo diventi logoro (*blasé*), usandone senza moderazione; ma lo diviene eziandio nei piaceri dello spirito e nelle opere del *bello*. Il Pubblico, pel solo motivo che persiste in un dato genere di piaceri o in un dato modo di produrli, se ne sazia ed annoja: questa è cosa di fatto notorio.

§ 1309. La cagione è fondata nella costituzione stessa dell'uomo. Se una fibra viene scossa per la prima volta, reca seco il piacere della no-

vità; ma dappoi a poco a poco quella specie di energica resistenza alla impressione dell'oggetto, per cui reagiva sull'anima con un tono di una interessante difficoltà, e per cui il piacere diveniva più vivace, e s'aumentava eziandio dalla forza dell'attenzione; tale resistenza, dico, va degenerando in un'abituale e pieghevole facilità, e talvolta eziandio cade in vera atonía. Quindi la primitiva aggradevole impressione si scema, e decade alla noja od anche al dispiacere.

§ 1310. Ma rimane pur anco una reminiscenza confusa del piacer maggiore provato dapprima. Quindi si viene ad un involontario paragone fra il minor piacere presente ed il maggior piacere altra volta provato. Da ciò nasce una disaggradevole situazione, in cui col piacere attuale si sente il desiderio di un piacere uguale o maggiore di quello che si provò, e però una somma inquietudine, ovvero anche un positivo sentimento di disperazione, allorchè non si ravvisino i modi di soddisfarlo.

§ 1311. Allora si fanno tutti gli sforzi d'invenzione per pareggiare il piacer passato, ed anche per superarlo. Quindi avvenir deve l'abbandono totale dell'oggetto usato, o almeno delle forme e combinazioni che dapprima rivestì. Quindi si cercano altri oggetti intieramente diversi, o almeno altre combinazioni e forme atte a recare un nuovo piacere. E succedono le nuove invenzioni nelle arti, le nuove foggie di frasi, di maniere, di vesti, di musica, di poesia.

§ 1312. Nè giova, per impedire queste vicissitudini, che un oggetto siasi dapprima riconosciuto rivestire i rapporti più completi del *bello:* tutt'al più si otterrà dal Pubblico una fredda confessione; ma ciò non impedirà ch'egli non cada nella sazietà, e non tenti variare. Per astenersi dall'innovare sarebbe d'uopo ch'egli potesse mantenere la sede del piacere nello stesso stato di energia, da cui l'uso solo dell'impressione la fa decadere. Ma siccome è impossibile cangiare la natura dell'uomo, così è del pari impossibile che un oggetto quantunque bello possa sempre piacere.

§ 1313. Ma dall'altra parte l'incessante *bisogno* di godere stimolando senza posa il cuore umano, e l'*ottimo* in qualunque genere non potendosi variare od oltrepassare senza peggioramento; non si può evitare di cadere nel mal gusto, e subir sempre nuove e più rapide rivoluzioni. La sorgente dei piaceri al di là dei modi della vera bellezza è sempre più sterile; il gusto loro riesce vieppiù incompleto.

§ 1314. Invano allora gridano i precettori del *bello*, che nelle opere dell'arte non conviene discostarsi mai dal grande ed inesausto modello della natura; invano con precetti luminosi e critiche severe tentano ri-

chiamare questo Pubblico di sensibilità obliterata alla purità del gusto; invano citano le informi stravaganze della novità al confronto dei capolavori antichi. L'amore della varietà, il bisogno di nuovi piaceri trascina gli artefici ed i contemplatori per sempre più oscure e mal agiate discese d'imperfezione; fino a che la sazietà medesima e la noja, la quale assai maggiore ed assai più pronta si fa sentire tra gl'imperfetti piaceri della decadenza, riconduca di nuovo gli spiriti per altre vie, e li riconcilii colle Muse e colle Grazie.

§ 1315. Queste sono le inevitabili vicissitudini del gusto del Pubblico, le quali è forza che si succedano con tanto maggiore rapidità, quanto è più durevole e concentrata la persistenza di lui nello stesso genere di piaceri, e quanto è più delicata la sede organica, per mezzo di cui si percepiscono. Laonde dir si potrebbe che il gusto del Pubblico, in quello che appellasi *bello d'invenzione dell'arte umana*, non assicura della perfezione dell'oggetto. Il Pubblico non ha altro criterio del *bello*, che il proprio piacere. Dunque il suo gusto forma l'espressione diretta dello stato attuale della sua sensibilità e cognizione, anzichè della perfezione intrinseca dell'oggetto stesso. Bramo però che si distingua il *gusto* dai *giudicii estetici* del Pubblico.

Articolo II.

Effetti delle rivoluzioni del gusto a pro dell'umana perfettibilità.

§ 1316. Le leggi del *gusto* sono in parte quelle dell'*attenzione*. Le leggi dell'*attenzione* sono quelle che determinano la direzione e l'esito degli umani giudicii. Le leggi del *gusto* influiscono adunque nell'acquisto della cognizione di molte verità.

§ 1317. Le leggi del *bello*, ed il bisogno che l'uomo ne sente dopo che il conobbe, si possono risguardare: 1.° come impulsi a percorrere i gradi di quelle cognizioni che un più ristretto bisogno non rende necessarie o interessanti; 2.° come sussidii alla istruzione, allorchè il Pubblico giunse ad intraprendere la coltivazione di una determinata dottrina; 3.° come oggetto di semplice stima e di puro diletto alla specie umana, la quale abbisogna d'intervalli di ricreazione onde giungere al fine voluto dalla natura. Nel primo stato le leggi del *gusto* precedono e guidano l'uomo sulle soglie del tempio della Verità; nel secondo dalla soglia lo introducono al di lei santuario; nel terzo poi giovano all'uomo di genio, onde interpretarne gli arcani, e renderli agevoli al volgo.

§ 1318. La natura determinando l'uomo alla ragionevolezza e ad un'alta perfezione, dispose i mezzi ad ottenere il suo fine: tali sono i bisogni naturali, i fattizii, ed il desiderio del *bello*. Ma arrestandoci sopra quest'ultimo, noi troviamo una ragione importante nelle rivoluzioni del *gusto*. Il piacere annesso alle idee sveglia ed adesca l'attenzione ad esaminarle; la sazietà, il disgusto e la noja, appendici dell'abitudine, lo distolgono dall'arrestarvisi oltre il bisogno, e lo invitano a passar oltre all'acquisto di nuovi gradi di perfezione morale ed intellettuale.

§ 1319. Se un oggetto fosse all'uomo affatto indifferente, egli non vi arresterebbe giammai l'attenzione, e non potrebbe trarne profitto nè per la verità, nè per l'utilità. Se all'opposto continuasse ad essergli piacevole ed interessante come da principio gli riuscì, l'uomo non se ne staccherebbe mai per trapassare ad altro meno piacevole. Dall'altro canto la *scala* dei gradi di piacere viene determinata da altri importanti fini dell'umana organizzazione. Perlochè il crescere sempre in intensità nelle impressioni dei diversi oggetti diveniva certamente impossibile senza costruire organi diversi o crearne a mano a mano dei nuovi, e senza violare molti altri rapporti sistematici del mondo fisico e morale.

§ 1320. D'altronde, quand'anche per una finzione si avesse supposto un ordine di questa fatta, conveniva pur sempre coordinare le circostanze in guisa che l'uomo non fosse mai condotto a scegliere i sommi gradi di piacere, tralasciati i meno intensi; ma bensì condurlo ad incominciare dagli infimi e più languidi gradi della *scala*, e successivamente fargli calcare ad uno ad uno gli altri tutti consecutivi. Senza ciò, se gli eventi della vita in quest'ipotesi avessero primieramente recato all'uomo il godimento di quegli oggetti d'onde si attingono i più forti piaceri; come avrebbe egli, nel caso che avessero durato sempre con eguale attività, potuto discostarsi per discendere agli inferiori?

§ 1321. Dunque il far sì che un oggetto da principio fosse interessante all'uomo, e continuasse ad esserlo fino ad un dato segno, e dappoi il piacere continuando si scemasse, riuscir doveva un'ottima via per attrar l'uomo su altri oggetti sovente meno piacevoli dei primi, e così guidarlo ad altre cognizioni.

§ 1322. È poi necessario temperare la durata del piacere e dell'attenzione in guisa, che riescano proporzionate allo scopo della ragionevolezza. Se l'attenzione cessasse troppo presto, le cognizioni risulterebbero sempre incomplete. Se continuasse troppo a lungo, si frapporrebbe un ritardo ai progressi della perfettibilità. Il mezzo unico efficace fra questi due estremi era di porre un rapporto proporzionale di eccitabi-

lità e di consistenza fra la tenacità dell'attenzione e la capacità comprensiva dell'anima.

§ 1323. Ma esaminiamo gli effetti delle leggi del *gusto* nei tre *stati* sopra distinti. Presso una nazione vivace ed ingegnosa, in una lunga pace, senza ostacoli alle invenzioni ed alla coltura, con opportuni sussidii, molto più se si aggiungano eccitamenti esteriori, massima dev'essere la rapidità con cui le fasi tutte del *gusto* si succedono. Se alla perfine si esauriscono le sorgenti del *diletto*, che direi quasi di lusso razionale, ne nasce in appresso un bene. La nazione per togliersi dalla noja viene costretta a rivolgersi senza avvedersene a più solide occupazioni, appunto perchè le leggi del *gusto* la nutrirono col latte primitivo del più superficiale *diletto*. Così se nelle belle arti d'immaginazione s'incominciò a dilettarla coll'incantesimo della poesia, questa rendesi vieppiù interessante coll'adornar le memorie nazionali, e rivestire le massime della morale: Il bisogno dètta la scelta. I graduali avanzamenti, fatti colla legge della continuità, somministrano il tipo del *bello* proporzionato al grado di sviluppo delle facoltà della mente. Così se l'epica e la morale poesia formano i primi rudimenti dell'istruzione nazionale, la culta lirica deve sopravvenir più tarda, la drammatica vi sta frammezzo. La nazione che si trova solamente capace a seguire i racconti dell'epica non potrebbe mai tener dietro ai salti della più sublime lirica. Sono persuaso che le Odi d'Orazio, lette al secolo di Omero o di Romolo, non avrebbero destata ammirazione alcuna.

§ 1324. Ma si scorge che per entro le materie medesime poetiche vi sono gradi di maggiore difficoltà, che richieggono attenzione maggiore. Così la natura a poco a poco illudendo l'umana inerzia, o a dir meglio guidandola insensibilmente per una salita agevole e fiorita, e alienandola dal passato, la guida ai gradi più elevati della perfettibilità.

§ 1325. Ciò che fu detto della poesia si applica pure alla pittura, alla scultura, all'architettura, alla musica, alla eloquenza, ed a tutte le arti in cui il piacere primeggia, e l'utilità sembra tenere un luogo subalterno. È noto che l'attenzione, occupata ad imitar la natura, ogni giorno scorge più delicate differenze tra l'opera dell'arte e il modello della natura. Ma l'adescar l'attenzione è l'effetto di sempre graduati piaceri, i primi dei quali, somministrati dalla stessa natura alla superficie delle cose, se bastarono ad indurre la mano ai primi non faticosi abbozzi, vengono poi da sè medesimi aumentandosi nella cognizione ulteriore del *bello*; e, nell'atto che il gusto adulto li rigetta, rinascono, per dir così, dal proprio cenere.

§ 1326. Domata per tal maniera la primitiva renitenza all'attenzione, e avvezze le menti a riflettere posatamente sulle cose, e addomesticate all'occupazione di cui insensibilmente acquistano il gusto, il Pubblico si trova atto a camminare sul sentiero delle cognizioni, senza i puerili sussidii e le allettative sensuali delle idee. Anzi la veduta di cose maggiori, che il loro avvicinamento e la frivolezza nojosa dei già sperimentati elementi rese meno aspre, riesce un impulso possente a progredire più oltre.

§ 1327. In queste progressioni però non vengono smentite le leggi della *continuità*. Si scelgono sempre quelle occupazioni che al minor incomodo possibile riuniscano il maggior diletto. Quindi dopo le cose poetiche si procederà a quelle materie che per sè medesime eccitano un grato sentimento nella immaginazione, e dall'altro canto richieggono minor fatica; e la semplice erudizione, i fatti puramente storici dell'ordine fisico e morale formeranno le prime libere occupazioni del Pubblico. Ho detto *le prime libere*, avendo di mira unicamente il graduale sviluppamento mercè i naturali impulsi della umana *curiosità*, e non delle politiche, straniere ed eventuali urgenze. Quand'anche questi vi si mescolino in guisa da rendere necessaria una certa classe di cognizioni che ecceda l'attuale capacità del Pubblico, non faranno però ch'egli affetti soverchiamente la salita ai più elevati gradi delle cognizioni; benchè gli stimoli non derivino dalle impressioni dirette del *bello*, ma bensì da un bisogno originato dalle sociali circostanze. Ne sono testimonii que' secoli, nei quali il diritto e la morale erano scienze più che necessarie agli interessi di certe nazioni: eppure gl'interessi, i trattati e le decisioni offrono un bizzarro complesso di strane e male avvedute disposizioni.

§ 1328. Le medesime leggi, la stessa influenza del piacere e della noja si verificano eziandio allorchè non per propria invenzione, ma per lettura delle opere di un'altra colta nazione un Pubblico ignorante viene coltivandosi. Le traduzioni, l'erudizione, lo studio degli originali, la loro imitazione, sono i gradi pei quali questo Pubblico passar deve per mettersi in cammino parallelo colla nazione maestra.

§ 1329. E per libera e spontanea inclinazione, dopo le annoverate materie, la fisica, la storia naturale, la chimica interesseranno le ricerche del Pubblico. Dopo ciò per gradi insensibili, e per quelle lunghe pause con cui le invenzioni si succedono, egli si rivolgerà a quegli studii che dapprima lo spaventavano per la loro difficoltà, ma che allora troverà più proporzionati, e dall'altro canto nuovi; e così perverrà alla

metafisica di tutte le materie, ma prima al diritto, alla morale, alla legislazione, alla politica.

§ 1330. Ecco come la natura per un cammino di graduale pendío, proporzionato alla lena dello spirito umano, coll'allettativa del piacere, cogli impulsi e colle ripulse della sazietà, guida la specie umana all'acquisto delle più elevate e solide cognizioni. Perlochè dir si può che le belle arti e le belle lettere alla mente umana, per rapporto al progresso delle scienze, fanno la stessa funzione dei fiori di primavera negli alberi. Senza di essi l'albero non concepirebbe il frutto. Piacciono, durano poco, e cadono; ma al loro cadere vedete già spuntato il frutto, che poi maturerà.

§ 1331. Un altro rapporto utile si scorge in questa economia. Una lunga pace fa sorgere infiniti bisogni dapprima incogniti, e moltiplici oggetti dell'umana cupidigia. La società diventa una macchina più complicata, ove sono necessarii *lumi* maggiori a dissipare i germi di dissoluzione, e correggerne i pericolosi fermenti. Perlochè se il progresso dei lumi e della coltura somministra l'alimento alla umana intemperanza, offre pur anco i ritegni per raffrenarne gli stimoli, e direi quasi neutralizzarne l'attività imitante. Così nell'ordine fisico facendo maturare in primavera la fraga, indi la ciriegia, poi le susine; nella più fervente stagione fa maturare i maggiori frigidi, come il cocomero, il popone. Che se per un deviamento l'uomo libero sconosce la natura, ciò non ismentisce l'ordine provvido con cui essa procede, e gli offre, per dir così, sotto alla mano i proporzionati correttivi, a lato di quei mali che sono inevitabili nella effezione del bene.

§ 1332. Seguendo la traccia con cui la natura promove e reca al suo fine il progetto della perfettibilità umana, mercè le alternative spinte del *bello*, del *piacere* e della *noja* in provvida successione, abbiamo adoperato come il fisico nell'assegnare le leggi semplici e generali del flusso e riflusso del mare. Insorgono nella pratica *modificazioni* le quali oppongono qualche apparente eccezione; ma il fondo del sistema si trova sempre lo stesso. Così se in una nazione esistono *ostacoli* esterni a quella espansiva forza della ragione, la quale ricerca una sana libertà, gli effetti delle spinte della natura non appariranno con pieno effetto. Ma nelle sue stesse forzate mosse porterà l'evidente impronta della potenza superiore che le operò: non altrimenti che in una pianta cresciuta fra scogli che costringono lo sviluppo delle radici si ravvisano le leggi possenti della vegetazione, che tendono all'accrescimento. E però a proporzione che gli ostacoli all'attenzione sono meno forti, la legge della

perfettibilità riceve il suo effetto, posta pari ogni cosa dal canto del clima, del suolo, della soddisfazione dei primitivi bisogni, della quiete e sicurezza del Pubblico. La vegetazione della pianta imprigionata approfitta di ogni spazio e di ogni vano per condursi ad accrescimento e maturità. Perlochè dir si può della coltura ciò che fu detto della popolazione, che per sè non abbisogna *essenzialmente* di eccitamenti esterni, ma le basta il rimovimento degli ostacoli.

§ 1333. L'*utile* e la *gloria* sono due sproni possenti a questo fine; ma sarebbe una sconoscenza oltraggiosa alla natura il dire che siano *indispensabili* all'effezione del gran fine dello sviluppamento dell'umana ragionevolezza. Gl'individui capaci di spingere più oltre la *dottrina* ne abbisognano solamente per superare gli ostacoli accidentali ed esterni che le fattizie umane istituzioni oppongono ai loro progressi, od anche per accelerare le mosse, attesochè quelle della natura riescono assai più *lente*.

Non si deve confondere la storia della *coltura* del Pubblico colla storia delle *invenzioni* del genio. Il Pubblico non produce nulla, ma si approfitta delle altrui fatiche. Egli rassomiglia a chi entra in un campo ubertoso e pieno di frutti maturi, e li coglie finchè, non trovandone più, si volge altrove a cercarne: bisogna dar tempo che altri ne germoglino, per dare altro pascolo alla sua curiosità. Questo più specialmente verificar si vuole in un'epoca, nella quale dopo un corso di vicende e di dottrine elementari il Pubblico si trova, per dir così, proporzionato a pascersi d'ogni novità razionale.

§ 1334. Questa coltura viene eseguita, come si è già detto, dagli ingegni minori, il cui ufficio è di ridurre a tale aspetto le scoperte del genio, che si produca la impressione del piacere e l'agevolamento della fatica. La prima forma l'impero positivo del *bello;* il secondo ne adempie le condizioni *negative:* conciossiachè la minor fatica nel cogliere i rapporti del *bello complesso* è uno dei requisiti proprii di lui. Col vestire degli ornamenti della immaginazione i sublimi e vasti concetti del genio, e coll'approssimare gli estremi da lui segnati, gli spiriti rischiaratori ottengono l'uno e l'altro effetto. Col primo mezzo offrono l'allettativa, che fa strada all'accoglienza della verità; col secondo si accomodano alla fievolezza ed impazienza, che s'oppone ad ogni ardua fatica. Il difficile consiste nel conciliare queste due operazioni così, che gli aspetti della verità non ne soffrano detrimento, e l'immaginazione rispetti i dettami del buon metodo.

§ 1335. Per tal maniera si scorge qual sia l'uso del *fatto* nell'acquisto delle solide ed interessanti umane cognizioni, e come venga posto in

opera dalla natura, e come si possa adoperare dall'arte umana. Il *bello sensibile* d'imitazione, giunto ad un certo confine, non soffre vicissitudini, per la ragione medesima che le umane sensazioni della vista non possono essere cangiate dall'umano arbitrio.

§ 1336. Io mi sono lungamente trattenuto sull'uso del *bello*, e sui fini a cui può servire, per contrapporre vedute ragionate alla obbiezione proposta nella Parte seconda di questo scritto, e tratta dall'economia generale della natura. Ora appare in qual guisa combinare si possano le idee generali e confuse, risguardanti la tendenza dell'umana sensibilità, coi fenomeni versatili del gusto del Pubblico; e quanto a torto da ciò trar si pretenda, che il sentimento del *bello* riguardar si debba come un *criterio di verità estetica*, la quale suppone un *modello* immobile, come esiste nei principii teoretici delle scienze. Quand'anche esistessero questi modelli, figli delle nostre astrazioni, non pare che la natura ci spinga a sagrificar loro oggetti più gravi nelle opere del mondo morale. Sembra piuttosto che abbia voluto farli servire di veicolo alla severa asprezza delle cose più importanti, giusta il pensiero di Lucrezio espresso tanto felicemente dal Tasso. Ma io stimo acconcio internarmi in altre considerazioni dirette intorno al *bello* contemplato nelle sue diverse relazioni.

Articolo III.

Della distinzione e combinazione fra il bello *e l'* interessante, *considerato come cagione dei giudicii del Pubblico.*

§ 1337. La distinzione fra il *bello* e l'*interessante* è tanto nota, che non abbisogna di lunghe trattazioni. Si sa che il *bello* viene riguardato come *inerente* alla forma ed alla disposizione delle idee dell'oggetto appellato *bello;* talchè viene tenuto come una sua qualità così propria, che cangiato il complesso che lo costituisce, cessa di essere bello. Per lo contrario l'*interessante* si riguarda come un effetto, anzichè come una qualità; un accessorio associato al *bello*, anzichè una parte integrante di lui; talchè soventi volte l'*interessante* esiste senza il *bello*, e questo senza l'*interessante*. Tuttodì si dice: la fisonomia della tale persona non è bella, ma è interessante. L'*interessante* si riferisce direttamente ad un affetto che viene svegliato in noi in relazione a qualche considerazione estrinseca dell'oggetto stesso. Il *bello* per lo contrario, quantunque ecciti piacere, si limita piuttosto ad una *compiacenza contemplativa*, quale appunto sperimentiamo nel mirare un'architettura, una pittura, ed altre tali cose. L'*interessante* si riferisce sovente all'*utile*, ed

inchiude il confuso sentimento di un nostro bisogno, o di qualsiasi passione estrinseca a cui l'oggetto può soddisfare.

§ 1338. Ora soventi volte il *bello* si trova accoppiato all'*interessante* in tutte le materie di gusto. Allora l'uomo, per la contemporanea impressione dell'uno e dell'altro, attribuisce al *bello* tutto l'effetto ch'egli doveva ripartire in parte anche sopra l'*interessante*.

§ 1339. Per sentire la verità di questo pensiero basta dare un'occhiata passaggiera, ma attenta, ai varii generi di cose, intorno ai quali il Pubblico nutre il sentimento del *bello*. Noi ci avvediamo che in tutti si può accoppiare il sentimento accessorio dell'*interessante*, e soventi volte vi si congiunge e fa sulla mente un effetto *simultaneo*, e dirò così *solidale*. — Supponiamo un quadro che rappresenti l'addio di Ettore ad Andromaca. Supponiamo che l'invenzione, la composizione, l'espressione, il colorito, il chiaro-scuro fossero degni di tutta lode; ma che venisse posto sott'occhio di un Pubblico che ignorasse il fatto. Il sentimento di piacere, che un tal quadro sveglierà, sarà tutto proprio del *bello* pittoresco. Ma se fingiamo che il Pubblico conosca e gusti Omero, quale impressione proverà, oltre a quella che provò quando ignorava il fatto? Non solamente si sentirà svegliare in petto quel fremito di piacere che desta il *bello* pittoresco; ma per un'associazione inevitabile di idee proverà un confuso e delicato assalto di molti rapidi affetti, che colla loro commozione accresceranno il piacere del *bello*. Un eroe, un padre, un marito, un principe che consacra il sangue alla difesa della patria; il destino di una florida nazione che pende dal suo valore; una virtuosa principessa desolata sulla sorte del marito; un pargoletto che colle innocenti grazie dell'infanzia spande la tenerezza; sono immagini commoventi, le quali in confuso sentir si debbono da qualsiasi Pubblico intendente e gentile. Attilio Regolo che ritorna prigioniero a Cartagine; Andrea Doria che col sacrificio del potere crea la libertà della patria, e altri argomenti di questa sorta, riuniscono certamente il doppio effetto del *bello* e dell'*interessante*.

§ 1340. In architettura se veggiamo delineate, a cagion d'esempio, le ruine di Roma, ci possiamo noi forse sottrarre dal rammentare le grandi cose di Roma antica, e per un confuso ed inavvertito sentimento ingrandir l'idea dell'architettonica magnificenza?

§ 1341. Nella musica distinguesi l'*armonia* dalla *melodia*, la quale ne forma il più seducente incantesimo. Una musica che non tocca il cuore, a ragione si pareggia ad una beltà morta. Tartini ai suonatori di violino che andavano a visitarlo nel suo ritiro, mentre per dargli saggio

della loro maestria eseguivano pezzi di difficile agilità, rispondeva: *Tutto è bello; ma* (ponendosi la mano al cuore) *questo non mi dice nulla*; e così faceva la distinzione fra il *bello* e l' *interessante* della musica istrumentale. L'aggiunta dell' *interessante* si sente più chiaramente nella musica vocale, in cui all'armonia si aggiugne l'effetto della passione a cui le parole alludono. Per altri modi più distinti l' *interessante* si accoppia al *bello* musicale. Una melodia nazionale, un'aria militare che rammenta il trionfo sopra un nemico, per natural legge dell'essere umano svegliano in un solo gruppo tutte quelle idee piacevoli che un tempo vi si collegarono.

§ 1342. Nulla aggiungeremo intorno agli altri generi di *bello* fantastico o intellettuale o morale o misto. Lo spirito, avvertito a porvi attenzione, ravvisa tantosto l' *interessante* regnarvi inseparato nella guisa più manifesta.

§ 1343. Ognuno che conosca anche superficialmente il giuoco delle impressioni simultanee rimane convinto ch'esse confondono talmente il loro effetto, che anche al freddo analitico sarebbe impresa malagevole l'assegnare la misura del piacere che ognuna produce. Il cuore le sente a modo di una sola cagione; nè sa distinguerle se non allorquando si trovano accoppiate *a rovescio*, cioè quando il *bello* si trova in compagnia dell' *interessante* penoso, o l' *interessante* piacevole si trova accoppiato al *brutto*.

§ 1344. Siccome la più esplicita sensazione è quella del *bello*, in quanto che la forma e la distribuzione delle idee richiama principalmente la nostra attenzione; così la sensazione dell' *interessante* divenendo quasi accessoria, serve ad aumentar quella del *bello*; e tanto più bella una cosa verrà giudicata, quanto più grande sarà l'energia di questo misto effetto. Ora, parlando filosoficamente, questo modo di giudicare non è veramente esatto; ed è mestieri separare le cagioni combinate del *piacere*, ed attribuire a ciascuna il suo proporzionato effetto; anzichè usurparlo all' *interessante*, per attribuirlo tutto intero al *bello*, e smentire così l'intervento dell' *interessante*, o almeno sconoscerlo di ciò che gli è dovuto. Però i giudicii del Pubblico saranno sempre recati in questa maniera. La natura che vide l'abbaglio non essere nocivo, ne lasciò provvidamente sussistere la cagione. I grandi artisti, sia per un avvisato sentimento, sia per un confuso barlume, sentono che l'unione del *bello* e dell' *interessante*, anche là dove pare sfuggire all'occhio, è il più efficace mezzo ad ottenere la stima più grande del Pubblico. Quindi scelgono quegli oggetti che per molti altri fini divengono interessanti alla

società. Chi può dubitare che uno scultore scegliendo a rappresentare un eroe caro alla patria, non riscuota maggiori applausi dalla sua nazione che rappresentando uno straniero ed incognito personaggio? Ora l' esempio di Attilio Regolo, di Doria, e di altri simili a loro, non è forse un impulso alla virtù? Da una muta tela, da un freddo marmo, da un insensibile metallo, che offre le immagini degli eroi, lo spettatore trae un' ispirazione di meraviglia e di emulazione.

§ 1345. Da ciò si ricava per tutti gli autori delle opere del *bello* una regola nella scelta dei soggetti, la quale coincide con quella delle scienze e delle altre arti.

§ 1346. L' unione del *bello* e dell' *interessante* è una sorgente di varietà di giudicii intorno al *bello*, se si paragonino quelli di un privato con quelli del Pubblico, quelli del Pubblico di un paese con quelli di un altro, di un secolo con un altro secolo. Questa varietà, supposta pari ogni cosa dal canto dei rapporti del *bello reale*, non consisterà che in una diversa misura di piacere e di stima, senza passare a generi opposti di sentimento. Riassumendo gli esempii sovra riportati, chi non vede incontanente che il quadro di Ettore doveva sembrare assai più bello al Frigio che al Greco? Il Frigio diffatti vi aggiungeva un sentimento di più; e questo si è l' interesse e la gloria nazionale. Così al Romano quello di Attilio Regolo, al Genovese quello del Doria debbono sembrare più belli che ad uno straniero: quindi si può dire che il primo e più forte grado del piacere è riservato al Pubblico a cui la rappresentazione pittoresca più strettamente si riferisce. Il secondo e men forte grado si è quello che in ogni colta ed imparziale società l' *interessante* risveglia in forza di quegli stabili e preziosi vincoli di affetto che la natura pose nel cuore umano (ved. Parte II. Sez. II. Capo XIV. Art. V).

§ 1347. Si potrebbe formare una scala, in cui ponendo tutto il restante pari, tanto dal lato della dipintura quanto del discernimento degli spettatori, si farebbe sentire una graduale progressione di intensità nel piacere che deriva dall' *interessante* congiunto al *bello*, la quale si estendesse ad un numero sempre maggiore d' individui. Così il ritratto di un amante può sembrar più bello ad un individuo, che alle altre persone di una famiglia; quello di un antenato può sembrar più bello a una famiglia, che ad una società; quello del fondatore di un corpo o del capo di una setta può sembrar più bello ai membri che la compongono, che alla nazione intera; quello di un eroe, di un re benefico, più alla sua nazione, che ad una straniera; quello di un nume a tutti i seguaci di una data religione, più che alle nazioni che ne professano una diversa; final-

mente l'immagine dell'inventore di un'arte o di un bene di cui godono tutte le civili società, può sembrar più bello alle nazioni politiche, che a quegli uomini che non vivono sotto siffatto regime.

§ 1348. L'esempio preso dal *bello* pittoresco si estende agevolmente a tutti gli altri generi di *bello* fantastico o morale o intellettuale o misto. Chi può dubitare che al Greco ed al Romano un dramma, un poema epico, una storia, un brano d'eloquenza, che alludano ad un avvenimento nazionale, non debbano sembrare assai più belli che ad una straniera nazione? Alla stessa nazione poi deve apparire molto più aggradevole, se essa è tuttora costituita in circostanze pressochè simili al fatto avvenuto, che se si ritrovasse in un sistema d'interessi del tutto disparato. L'immagine e i fatti di Guglielmo Tell sembrerebbero forse ugualmente pregevoli e belli allo Svizzero vivente sotto il governo monarchico, che sotto il repubblicano? È facile moltiplicare le applicazioni; e dappertutto l'esperienza comproverà ad un attento indagatore l'efficace influenza dell'*interessante* nei giudicii che il Pubblico forma sul *bello* di qualsiasi genere.

§ 1349. Da ciò si può trarre una regola logica intorno alla validità dei giudicii del Pubblico sul *bello* preso rigorosamente come tale: siccome nella ricerca delle verità bisogna sottrarre le quantità che derivano da una parzialità straniera. Ma siffatta operazione è più agevole ad eseguirsi con una speculativa astrazione, che mediante una sicura direzione pratica. Abbiamo veduto che nel mescolamento delle impressioni del *bello* e dell'*interessante* la mente del filosofo assai difficilmente potrebbe separare l'effetto che ognuno dei due principii produce. Perlochè tanto più difficilmente ciò si potrà ottenere nei casi pratici dei giudicii del Pubblico intorno alle materie estetiche, onde rilevarne la vera *misura di verità*.

§ 1350. In generale contentiamoci di dire che i giudicii del Pubblico fanno fede della bellezza dell'oggetto; ma questa fede si sminuisce a proporzione che un estraneo interesse concorre ad alterarne la impressione.

§ 1351. Questa regola ravvolge nel suo concetto l'opinione dell'esistenza del *bello* o del *turpe*, i quali per sè medesimi siano capaci a recare una impressione aggradevole o disaggradevole. Quindi si presenta un'altra ricerca, ed è: se i giudicii del Pubblico sul *bello schietto* s'abbiano a tenere per *criterio di verità estetica*; vale a dire, se quando il Pubblico pronuncia una cosa essere più o men bella, ovvero turpe, si debba per ciò stesso ammettere che realmente sia tale quale egli la giudica; o se pure, dati i rapporti della umana sensibilità coll'oggetto pia-

cevole o spiacevole, possano darsi risultati diversi. Con ciò siamo guidati ad indagare le leggi del *bello per sè.*

Articolo IV.

Del bello per sè, *ossia considerato separatamente dall'* interessante.

§ 1352. Avverto per la significazione grammaticale del *bello* e del *brutto*, che io lego questi vocaboli alla impressione piacevole o spiacevole annessa precipuamente alle idee della *vista* e dell'*udito*, e generalmente a quelle rappresentazioni che l'uomo trasporta fuori di sè, e giudica, benchè illusoriamente, appartenere alle cose esterne. Ho detto *precipuamente alla vista ed all' udito;* conciossiachè sono d'avviso che anche mercè il *tatto* ci avvedremmo del *bello* egualmente che col mezzo della *vista* e dell'*udito*, se, non distratti specialmente dall'*occhio*, coll'attenzione nostra ci concentrassimo abitualmente sul *tatto*. Certamente la ragione di applicare la denominazione di *bello* o di *brutto* alle idee del *tatto* risguardanti le forme dei corpi, è perfettamente la stessa per cui l'annettiamo alle idee della *vista* e dell'*udito*. Il fatto comprova questa ragione. Io sono buon testimonio di aver dato ad un cieco nato un cagnolino di marmo assai bello, e di averlo veduto compreso dalla più viva compiacenza nel percorrerne colla mano le forme; talchè spesso esclamava: *Oh quanto è bello! oh quanto è ben fatto!* Su questo particolare sono d'accordo col Soave nella sua Appendice al Compendio di Locke.

§ 1353. Da ciò mi sia lecito trarre la conferma di una riflessione fatta sull'indole e sull'origine di tutto l'apparato delle idee intellettuali, sulle quali versano le più importanti ed estese operazioni; e questa si è, che la più parte delle nostre operazioni mentali, e, se mi è lecito il dirlo, *manifatture intellettuali* viene composta dalle idee della *vista* in varie foggie spezzate, anatomizzate, indi in nuove composizioni apparentemente tramutate, e rese teatro della nostra contemplazione mentale.

§ 1354. Ma, per proseguire l'esame intrapreso, è noto che se alle rappresentazioni dassi il nome di *belle*, un tal nome non viene applicato a quegli strumenti i quali servono a produrci la sensazione del *bello;* ed anzi all'opposto considerandoli relativamente a questo fine, diamo loro il nome di *buoni*. Così dicesi *un buon pennello*, *un buon violino*, a significare essere capaci a produrre figure o suoni aggradevoli. Ciò premesso, ad evitare ogni amfibologia esaminiamo in sè stesso il *bello*.

§ 1355. Il piacere del *bello*, sia della natura, sia dell'arte, può derivare tanto da un'idea rigorosamente *semplice*, quanto da una o più idee

complesse. Con un prisma separate un raggio di luce: uno dei colori vi presenta un *bello semplice.* Gettate lo sguardo sopra una goccia di rugiada percossa dai raggi del sole: un colore, ch'ella vi presenta fra i molti, vi appar bello. *Bella* si chiama la voce di uno strumento, d'una campana. Ecco il *bello* annesso alle idee rigorosamente *semplici.*

§ 1356. Paragonandone alcune della stessa specie, trovate che una è più bella dell' altra. Ecco un *bello* rigorosamente *semplice paragonato.*

§ 1357. Il *bello complesso* può avere di comune col *bello semplice* il piacere emanante da ogni idea presa singolarmente; ed ha poi di *proprio* il piacere derivante dall' *aggregato* intiero delle idee medesime, non tanto prese come una *somma* di molti piaceri singolari, quanto nei rapporti *relativi* ch' esse hanno fra loro e col *tutto.*

§ 1358. L' anima sperimenta un tal piacere, in quanto avverte alle idee singolari, e le sente direttamente; ed eziandio in quanto passa dalle une alle altre, e ne sente le impressioni relative; e poi tutte le comprende sotto un solo concetto, che all'aggregato comunica l' *unità* (ved. Parte III. Sez. I. Capo VI). — Certamente il maggior piacere del *bello complesso* deriva dal concorso di queste circostanze, le quali contraddistinguono l'*idea complessa* dalla rigorosamente *semplice.* Questo parmi della maggiore evidenza.

§ 1359. Da ciò deriva il *piacere* annesso alla *varietà* accoppiata all' *unità.* Ma vi sono certi limiti fissati dalla natura, entro i quali il *piacere* si deve riscontrare, ed oltre i quali non si ritrova se non scemato, fino a che si ritorni al *bello* rigorosamente *semplice*, e direi quasi stritolato in frantumi.

§ 1360. Questi limiti si comprendono, se si rifletta alle leggi fondamentali della costituzione attuale dell' uomo. Un *piacere* è perfetto ed intero, quando è scevro da *dolore*. La *fatica* unita al *piacere* lo sminuisce, perchè la *fatica* è un *dolore*. Cogliere molti rapporti rapidamente, e chiuderli sotto una sola comprensione, quando eccedono un dato numero di atti reca all' anima un senso di *fatica*. Testimonio ne sono gli studii su tutte le idee assai complicate.

§ 1361. Di più, l' indole della *memoria*, la quale sempre intervenir deve a cogliere tutte le parti di un oggetto assai complicato, fa sì che a proporzione che gli estremi sono più lontani, e la serie intermedia più varia, le prime impressioni sentite riescono più languide. Quindi avendo una sempre minore energia a proporzione che il campo è più vasto, fa sentire un grave *difetto* al momento della recapitolazione che deve chiudere le parti sotto un solo concetto: per lo meno la terza sorgente del

bello viene pressochè tolta. Se ciò avviene nel *bello sensibile*, assai più facilmente avviene quando gli oggetti sono racchiusi entro la sola *mente*.

§ 1362. Per riconoscere il fondamento di questa osservazione fate un'esperienza. Fissate un oggetto molto illuminato: dapprima ad occhi chiusi voi avete un'immagine vivace, che vedete tantosto ottenebrarsi, e lasciare entro di voi un'ombra sola di ciò che prima vedevate con tanta chiarezza. Tessete un ragionamento alquanto lungo: voi sentirete tantosto la difficoltà di sistemarne le parti in guisa che il senso sia esattamente connesso e corretto. Che significa ciò? Null'altro, che le impressioni abbandonate alla sola forza del sensorio sono assai fugaci.

§ 1363. Ora, come una siffatta legge non si farà ella sentire in qualsiasi circostanza? Trattandosi adunque di un' *idea complessa*, l'impressione delle prime parti dura per sè medesima ad un dato grado per un determinato tempo, e nulla più; a meno che non siavi un'altra cagione che rinforzi il movimento del sensorio. Ma frattanto che l'anima impiega l'attenzione su di una parte, ella deve abbandonare l'altra, ed affidarla alla energia naturale della *memoria*. Quindi l' impressione decade rapidamente, e dopo breve tempo si estingue.

§ 1364. Dunque a proporzione che il tempo necessario a cogliere tutte le parti di un oggetto diviene più lungo, riesce più difficile ricapitolarle sotto un concetto unico, e riesce proporzionatamente più disuguale l'intensità dell'impressione di ognuna. L'una sarà forte di quattro gradi, l'altra di tre, l'altra di due; e così in progresso, a proporzione che il momento dell'impressione è più lontano. Quindi oltre certi confini il piacere della *varietà* va perduto. Questi confini sono precisamente fissati dalla forza continuante della *memoria* posta in esercizio.

§ 1365. Un'altra legge si è, che la *somiglianza* è un possente vincolo di rimembranza, talchè questa forma uno dei principali sussidii della *memoria*. Ciò è ben naturale. Due idee simili non sono in sostanza se non la medesima idea ripetuta. Perlochè pare che ciò presupponga che le medesime impressioni siano eccitate di nuovo. Quindi dopo una certa serie di idee piacevoli, le idee simili che, poste agli estremi, fanno *accompagnamento*, debbono concorrere ad aumentare il *piacere*. Dopo l'intervallo delle altre idee diverse, mercè dell'ultima idea si rinnova con più forza anche la prima, la quale per questa ripercussione trovando l'associazione ed il passaggio agevolato colle successive, mercè l'attenzione che poco prima le percosse, comunica anche loro un ripercosso movimento. Se il numero loro non è molto grande, l'eccitamento propagato giunge alle estreme meno illanguidito: l'opposto avviene se il numero è soverchio.

§ 1366. L'idea circoscrivente, che costituisce l'*unità* dell'aggregato, conferisce a tutte le idee integranti una comune *relazione*, oltre a quella che hanno fra loro. Dunque per la ragione medesima che le idee relative formano nelle parti una sorgente di *piacere*, l'idea integrante ne somministra una di più. L'unità sua risparmia la fatica delle ripetizioni, le quali realmente non aggiungerebbero una nuova sorgente di *bello*, ma soltanto prolungherebbero l'impressione delle particolari relazioni.

§ 1367. Ecco dunque le condizioni del *bello complesso*: 1.° Moltiplicità d'impressioni non identiche, ma bensì variate. 2.° Moltiplicità variata d'impressioni, non protratta indefinitamente, ma dentro la capacità riproduttrice della durata di più impressioni. 3.° Moltiplicità variata, e rispettivamente nè lunga nè breve, ma di tempo proporzionale: non disciolta in serie di idee, ma accoppiata ad unità di concetto o di complesso. 4.° Moltiplicità variata di tempo proporzionale, accoppiata ad unità, entro i confini della continuità progressiva, segnata ad intervalli simultaneamente comprensibili.

§ 1368. Nella essenza delle *idee complesse* questo è l'ultimo confine. Riunite queste quantità alle altre, e voi avrete il *massimo bello*; semprechè però la *varietà*, che voi contemplate, non consista unicamente nella moltiplicità di diversità qualunque, ma in una moltiplicità di diversità armoniche. Togliete la facile comprensione dell'unità, che è quanto dire una somma di relazioni identiche fra tutte le parti riportate ad una sola idea, e non solamente sottraete un *piacere*, ma recate un *dispiacere*. La mente umana non riposa fino a che sa rimanervi tuttora il complesso dell'oggetto da abbracciarsi. Dall'altra parte poi se lo coglie, e non sente le parziali impressioni, sente necessariamente una dissoluzione fra le parti, delle quali or l'una or l'altra vede sfuggire dal freno comune. Allora la *confusione* si fa sentire; l'anima riprova la disposizione delle parti.

§ 1369. Ecco la cagione per la quale una moderata *varietà*, la quale appellasi *semplicità di disegno*, piace assai più che la varietà sola, senza unità. I *ritorni* e gli *accompagnamenti* poi divengono necessarii là dove la *varietà* incomincierebbe a nuocere alla massima impressione piacevole, assoluta e relativa, e dove il numero vario delle parti incomincia a prolungarsi oltre le forze dell'attività rappresentativa della *memoria*.

§ 1370. Ecco in breve le leggi, le cagioni e l'economia del *bello complesso reale*, per rapporto alla qualità, al numero ed al complesso delle idee. Havvi ancora un altro sentimento, che deriva dalla legge di *continuità* che armonizza la *quantità*, ossia la grandezza rispettiva di ognuna delle parti medesime, e le fa succedere giusta i rapporti d'una graduata

varietà adattata alla legge dei massimi e minimi. Da ciò si scorge che nel calcolo del *bello* sono necessarie certe *compensazioni*. Il centro normale sta nelle forze della memoria e nella tempra delle impressioni. Dire che la *varietà* piace, egli è un annunciare un *effetto*. Con ciò precisamente non si adduce la ragione per cui la *varietà*, essendo eccessiva, dispiace all'uomo, che la riprova coll'odioso titolo di *confusione*.

§ 1371. Del pari si ravvisa la ragione per cui ogni definizione universale del *bello* non riesce giammai soddisfacente. Quelli che appellansi *gradi diversi di bello* sono realmente specie diverse, le quali nei loro oggetti racchiudono positive differenze. Se prendete di mira quello che si denomina *bello perfetto*, trovate ch'egli esige nel suo oggetto alcuni caratteri totalmente proprii a lui, mercè i quali non potrebbe venir compreso nella definizione applicabile al *bello* meno perfetto; e così viceversa.

§ 1372. Ad evitare ogni difficoltà ed errore parmi necessario distinguere i *caratteri* dell'oggetto dal *piacere* che l'animo prova alla di lui presenza. Rapporto all'anima, non si distinguono che i gradi di *piacere*; attesochè il *piacere*, preso separato dall'*idea*, non presenta forme specifiche, ma solamente gradi differenti d'intensità. All'incontro nell'oggetto che li produce conviene sempre ravvisare nuove circostanze, le quali frappongono una specifica differenza o nella forma o nel numero o nella combinazione delle parti, mercè le quali si produce un maggiore o minor *piacere*. Pare che qui si smentisca il detto comune, che *il più e il meno non varia la specie*. Si trova che, continuando oltre certi limiti le stesse condizioni negli oggetti, il *bello* diventa *brutto*.

§ 1373. So che siccome il *bello* si denomina dalla impressione che l'anima ne risente, così non viene disegnato che con espressioni di *quantità*; ma so altresì, che se un tal linguaggio può essere esatto dal canto del sentimento, non è opportuno se si riporta all'oggetto che lo produce, o almeno non ci deve far supporre nelle cagioni una sola differenza di *quantità*.

§ 1374. L'indole di questo scritto mi permette solamente questi rapidi ed astratti cenni, i quali con più largo sviluppo e applicazioni convenienti si potrebbero porre in maggior luce. Ma me ne astengo, contento di avere spiegato che cosa io intenda per *bello reale* schietto. Non credo malagevole applicare l'esposizione delle mie idee ad ogni sorta di *bello*, preso rigorosamente come tale.

Articolo V.

Della differenza dei giudicii intorno al bello reale *schietto.*

§ 1375. Lasciando intatti i rapporti reali dell' oggetto che appellasi *bello*, può e deve avvenire negli spettatori una differenza di giudicii, quand' anche tutti siano collocati alla presenza dello stesso, e costituiti colla medesima natura, e sotto lo stesso ordine di leggi sentimentali. Io prescindo per ora da tutti i rapporti dell' *interessante*, e voglio supporre un cuore sgombro da passioni che distolgano l' attenzione. Ad onta di tutti questi dati, può nascere una differenza grandissima di giudicii intorno al *bello* di un oggetto qualunque fisico o morale.

§ 1376. Datemi due uomini dotati di pari vista, l' uno dei quali sia avvezzo alla lettura, e l' altro ne abbia un più raro esercizio. Non è egli vero che il primo con un' occhiata rileva il contenuto di una riga intera, e l' altro è costretto di andar compitando? — Dunque la medesima bella scrittura a due uomini dotati di pari vista reca un senso del tutto differente. Al primo apporta un *piacere;* al secondo una *fatica.* Questa fatica sarà a proporzione maggiore, quanto minore sarà stato l' esercizio della lettura. Ecco il caso che spesso avvenir deve a molti uomini a fronte d' uno stesso oggetto complesso: ne deriverà una impressione diversa ed anche opposta, senzachè le leggi fondamentali del *bello* siano variate.

§ 1377. Abbiamo veduto quanto la lentezza o la celerità nel cogliere le idee assolute e relative contribuisca ad apportare un senso più o meno piacevole, o a dettare allo spirito umano il giudicio eziandio di perfezione o di confusione. Non si deve prescindere dal calcolare il senso penoso di *fatica*, il quale accompagna l'uno di questi stati, e non l'altro.

§ 1378. Questi due contrarii effetti possono avvenire contemporaneamente in diversi uomini alla presenza dello stesso oggetto nelle materie di *gusto*, a norma della predisposizione diversa che si trova in ognuno di loro. Quindi si scorge donde nascer possa una vera *discrepanza* ed anche *opposizione* nelle questioni di *gusto.*

§ 1379. Analizzando le cagioni fondamentali, molte volte si ritrova piuttosto negli oggetti una minore quantità di bellezza, che una bruttezza positiva. Talora una produzione ad un tempo di minor coltura sembra bella; e in un' epoca di *gusto* più raffinato viene proscritta. La cognizione del *meglio* rende intollerabile il *mediocre*. È legge dell' animo umano di voler sentire aggradevolmente, e più aggradevolmente che si

può. Scorgendo quindi nello stesso genere il *migliore*, deve sentire disgusto dell' *imperfetto*.

§ 1380. Ma la cognizione del *meglio* nel *bello complesso* deriva dall'attenzione più sottilmente esercitata. Per tal motivo abbiamo notato che l'attenzione analitica è necessaria alla perfezione delle opere del *bello* (ved. Parte II. Sez. I. Capo X).

§ 1381. Ma se con un maggiore discernimento, anche data una pari sensibilità, taluno può trovare imperfetto ciò che comparisce senza difetti ad un uomo di minor gusto; all'opposto questi deve molte volte ritrovare confusa ed enigmatica, e quindi infeconda di *piacere*, una materia che all'uomo di fino discernimento comparirà bellissima. La ragione deriva dalle leggi stesse fondamentali che reggono il sentimento del *bello*. Non fa bisogno ricercare i modelli oltre la natura. Assumasi pure la *misura* comune delle facoltà umane, e il grado comune della sensibilità; e si troverà che la differenza dei giudicii è puramente accidentale ed estrinseca, e l'oggetto si trova nei rapporti del *bello*. Ne volete una prova? Senza cangiar nulla dal canto dell'oggetto, nè dal canto delle umane facoltà, fate che l'uomo di minor gusto eserciti una pari attenzione del primo nel prepararsi, dirò così, all'atto del discernimento; e li farete riuscire entrambi di giudicio concorde.

§ 1382. Da ciò la falsità di quel detto, che *il bello sia puramente relativo*. Per tale maniera si dovrebbe dire che anche la *verità* sia relativa, perchè alcuni comprendono una dimostrazione, ed alcuni no; alcuni trovano convincente un argomento che ad altri appare falso. Dite piuttosto, che la comprensione del *bello* è relativa, com' è appunto quella della *verità*.

§ 1383. Non ci dimentichiamo giammai di ricordare, che i giudicii del Pubblico vengono pronunciati mercè un atto di *prima vista* (ved. Parte IV. Sez. II. Capi XIV. e XV). Il *senso estetico* è dunque diretto colle medesime leggi del *senso comune*. Dunque senza cangiar nulla degli attributi del *bello reale*, senza togliere cosa alcuna dalle umane facoltà, può avvenire che un Pubblico intero nel giudicare sopra il *maggior bello* vada errato.

§ 1384. Ma questo non è ancor tutto. Il *vero* è per sè medesimo un'ampia sorgente di bellezza, come ognun sa, ed è passato in proverbio colla espressione di Boileau. Ora se una cosa può sembrar vera ad un Pubblico, mentre non racchiude che una mera verisimiglianza, e può sembrar falsa ad un altro Pubblico più illuminato; si avrà una larga sorgente di discrepanze e di vicissitudini nei giudicii intorno al *bello*.

Dunque principalmente in quelle materie nelle quali il *vero* interviene come causa primaria del sentimento del *bello*, i giudicii del Pubblico debbono essere valutati colle medesime regole risguardanti i giudicii che hanno per oggetto la *verità*. — Ben è vero che il merito delle opere intellettuali o di imitazione non dipende dalla sola *verità*. Nelle prime deve concorrere eziandio la chiarezza, la concatenazione, l'ordine, l'unità; in breve, tutto ciò che colla minor fatica possibile produce il massimo sentimento della certezza: ma egli è pur vero che, mancando il sentimento della *verità*, cessa ogni merito di *bellezza*. Allora l'opinione del *falso* sveglia un sentimento d'indignazione e di disprezzo.

§ 1385. Ad oggetto di non confondere le regole per estimare i giudicii del Pubblico intorno alle specie diverse di *bello*, convien gettare qualche riflessione sovra ognuna in particolare.

Articolo VI.

Delle specie diverse del bello, *e del valore dei giudicii del Pubblico intorno ad esse.*

§ 1386. Le principali specie del *bello*, com'è ben noto, sono le seguenti: 1.° *bello sensibile*; 2.° *bello fantastico*; 3.° *bello intellettuale*; 4.° *bello morale*.

§ 1387. Queste sono le specie semplici che le teorie filosofiche distinguono; ma in pratica si trovano bene spesso mescolate, e l'esperienza il più delle volte presenta un *bello misto* nel *bello sensibile* della natura e dell'arte, la mente umana aggiugne molte idee assolute o relative, ora fantastiche ed ora intellettuali, le quali aumentano l'effetto. Ciò avviene nelle espressioni delle umane fisonomie, nell'aspetto di certi animali, di orride foreste, di montagne, di spettacoli teatrali.

§ 1388. Nel *fantastico* si uniscono spesso l'*intellettuale* e il *morale*, come si vede nelle cose poetiche. — Nell'*intellettuale* si accoppia bene spesso anche il *fantastico*. Ne abbiamo un esempio nelle Opere di Platone, di Malebranche, e di altri filosofi speculativi. — Nel *morale* si accoppiano molte volte tutti i generi di *bello*. Mirate un uomo a praticare un atto virtuoso verso il suo simile, e talvolta vi vedrete riunite tutte le specie di *bello*.

§ 1389. Ad evitare ogni apparente improprietà parmi necessaria una osservazione. Il nome di *bello*, ragionando di pure sensazioni, non si suole applicare se non alle idee della *vista* e dell'*udito*, lasciando ai ciechi di applicarle alle sensazioni del *tatto*, risguardanti le forme dei corpi;

alle altre sensazioni si applica il vocabolo di *buono*. Ma fuori del confine dei sensi le denominazioni di *bello* e di *buono* vengono indistintamente applicate alle medesime idee, non a norma del giudicio che i loro soggetti esistano fuori di noi, ma bensì a norma che noi ci collochiamo in un punto diverso di relazione. — Niun uomo trasporta fuori di sè il proprio ingegno, nè il proprio cuore. Pure dicesi promiscuamente: *io sento di avere un bello ed un buono ingegno, un bello ed un buono umore, un bello e buono animo.* Di Socrate e di Tito, di cui raccontasi una tale azione, dicesi promiscuamente: *la tale azione fu buona e bella.* Nel caso nostro, non sofisticando sui vocaboli, dobbiamo riguardare gli oggetti in quanto producono il *piacere;* tanto più che il *piacere* della rappresentazione del *buono*, trovandosi contemporaneo a quello che deriva dal *bello*, ne aumenta l'efficacia; e viceversa quello del *bello* aumenta l'impressione del *buono.*

§ 1390. Incominciando quindi a riguardare i giudicii del Pubblico sul *bello sensibile*, io distinguo quello che è inerente alle opere della natura da quello che è sparso sulle opere dell'arte umana. Nelle prime, allorchè il Pubblico pronuncia esistere il *bello*, è indubitato che vi si ritrova. Tradotta questa espressione, significa che nella comune degli uomini componenti una società una data produzione della natura reca *piacere.* Questo è un effetto di puro sentimento, ed il Pubblico esprime una semplice testimonianza.

§ 1391. Che se poi pronunciar volesse che la cosa da lui veduta od ascoltata è più bella d'ogni altra, un tal giudicio comparativo non è più certo per sè, a meno che non supponiamo in questo Pubblico una notizia completa di tutte le opere di quel dato genere, o finalmente non siamo certi ch'egli possegga un completo discernimento. Quest'ultima restrizione diviene più chiara, se si rifletta che le più delicate bellezze della natura esigono un proporzionato discernimento, al quale non si giunge mai con una fuggitiva attenzione. La natura materiale veduta da Gessner poteva essere osservata da tutta la sua nazione, e perpetuamente le stava sott'occhio: eppure ella non se ne accorgeva.

§ 1392. Dunque quando si tratta di un giudicio indeterminato, e non comparativo, la decisione del Pubblico può essere un *criterio certo di verità estetica.* Per lo contrario, quando egli è comparativo, non si può riguardare come *certo:* egli deve trarre una confermazione di *probabilità* dal testimonio dei più sottili osservatori.

§ 1393. Questa regola vale assai più nelle opere dell'arte umana. Siccome alcune di queste sono principalmente imitazioni della natura, ed

altre invenzioni umane; così il giudicio del Pubblico può andar soggetto ad eccezioni e vicissitudini. Una pittura ed una musica giudicata bella un tempo, col sopravvenire di migliori produzioni viene in dispregio. Qui avviene quanto abbiamo notato accadere fra l'uomo di maggior discernimento e l'uomo di un men fino ed esercitato gusto. In questo secolo medesimo ne abbiamo veduto l'esempio nella musica italiana trasportata alle estere nazioni; sul che mi rimetto alla lettera di Rousseau. Allorchè si tratta di un *bello comparativo* tra oggetti dello stesso genere, convien chiamare in soccorso il giudicio degli intendenti, e riguardarlo solamente come un *criterio probabile di verità estetica*, mentre non ci è noto fino a qual segno possa giungere la perfezione dell'arte; e dall'altro canto l'esperienza c'insegna che il gusto del Pubblico non è infallibile nè immutabile, e non può dirsi l'oracolo della natura spinta alla massima perfettibilità.

Più sopra ho osservato, che quando si conosce il *meglio*, l'aspetto del *mediocre* non ci rapisce mai dal labbro una professione di *bellezza*. D'altronde è ancora più assurdo il pensare, che conoscendo e sentendo il *meglio*, vogliamo riprovarlo per passare al *peggio* con cognizione e con sentimento. Rammentiamoci che si parla del *bello puramente sensibile*, sul quale il capriccio non estende sensibilmente il proprio impero. Dunque il cangiamento di *gusto* si deve presumere farsi sempre per il *meglio*. La varietà delle scuole non ha trascinato giammai il Pubblico a riporre in credito i tentativi dell'infanzia dell'arte; nè le teorie della filosofia sono state in contraddizione col gusto del Pubblico. Dunque dir si può che nel *bello sensibile* egli non vede il *meglio* fino a che non gli venga esplicitamente e chiaramente presentato. Quindi siccome non lo immagina anticipatamente, non può recare giudicii comparativi al di sopra dei rapporti della cosa sentita o veduta. Ma allorquando ha un modello di già scoperto, benchè tenti di trovar *piacere* altrove, non perde il *gusto* (1): e però il giudicio del Pubblico in materia di *bello puramente sensibile* fa fede di un *bello positivo*, ma non del *massimo bello possibile*; e parimente fa fede della *bruttezza* di una cosa, ed anche di una minor *bellezza*, comparativamente a quella che già conosce.

§ 1394. La cosa non procede così nel *bello fantastico*. In questo del pari può primeggiare l'imitazione o l'assoluta invenzione; ma si ritrova sempre *misto* d'invenzione e d'imitazione. La poesia offre precipuamente

(1) Se il Pubblico va in traccia di modi peregrini, e accoglie le affettate novità, ciò non prova che il *gusto* sia estinto: solo cerca se fosse possibile di accrescere o variar *piacere*.

gli esempii del *bello fantastico;* la pittura, tuttochè talvoltà si estenda a sfrenatezze d'immaginazione, non ha un campo così arbitrario.

§ 1395. Le grandi sorgenti del *bello immaginativo* sono nella natura, nella società, nella religione, e negli affetti dell'uomo. Oltre di esse il *bello dell' arte* non si può rinvenire, e si giunge ad un segno in cui rimane esausto. In Virgilio ammiriamo un copioso e forte apparato di *bello fantastico* in tutti i quattro modi sovra espressi; le grandi sorgenti hanno a lui somministrato i primi sei Libri dell'Eneide. Quale meraviglia se dappoi fu costretto a spigolare le più minute e ristrette bellezze?

§ 1396. Il *bello sociale* soventi volte è legato agli usi, al governo, ai gradi d'incivilimento, alle produzioni delle arti, alla pubblica opinione. Perlochè, specialmente per ciò che chiamasi *nobiltà d'idee*, il *bello fantastico* deve soggiacere a vicissitudini inevitabili, senzachè il Pubblico di una età posteriore abbia diritto di condannare il gusto del Pubblico dell'età precedente. Un oggetto che attualmente è in onore somministra idee e modi nobili. Se in altro luogo o tempo egli non è apprezzato, ciò toglie forse che la espressione non sia stata nei rapporti del *bello* quando venne prodotta? In un popolo, presso del quale l'agricoltura e la vita campestre sono sinceramente pregiate, gli animali che servono a lei non sono riguardati come cosa ignobile e vile: se poi gli stessi animali servono al culto pubblico, ed intervengono nelle più fauste e pompose circostanze della nazione, verranno riguardati come oggetti decentissimi. Quindi il poeta e l'oratore potranno, senza taccia d'indecenza, usarne a soggetto di similitudine. Così se in qualche poeta romano troviamo la giumenta ricordata per similitudine decente e nobile, abbiamo diritto a redarguire d'inconvenienza il poeta?

§ 1397. Questa vista c'inspira una maggiore equità nel censurare le celebri produzioni d'altri secoli e d'altri paesi. Quello che non soffre mutazione si è il *bello* relativo alle cose della *natura* e della *ragione*. Ragionando quindi del giudicio del Pubblico, dobbiamo avvertire se versi intorno al *bello sociale accidentale*, oppure intorno a quel *bello*, le cui sorgenti sono perpetue ed invariate in tutti i secoli ed in tutti i paesi. Nel primo caso conviene attenersi al giudicio dei contemporanei, e riguardarlo come criterio di un *bello positivo* nel senso sovra espresso, cioè relativamente alla perfezione fino allora avvertita, e nulla più. — Nel secondo caso poi il giudicio dei secoli posteriori e degli altri paesi può riguardarsi come competente; ben inteso però, che non trascenda una decisione positiva rapporto al *bello possibile*, e la decisione comparativa si rapporti solo alle opere cognite. — Solo conviene conciliare le

contraddizioni apparenti sulle opere che servono ad ingannare una mobile volubilità e sazietà, e le produzioni che il tempo consacrò ad una celebrità perenne. Benchè nei secoli posteriori alla età aurea di Pericle e d'Augusto, e presso di noi dopo i bei tempi della sana letteratura, il Pubblico siasi abbandonato al mal gusto nelle cose fantastiche; pure, per quanto io mi sappia, non furono mai universalmente riprovate come cattive le Opere di Omero e di Virgilio. Solo in ciò che più direttamente riguarda lo stile si tentò di aprire una nuova vena di bellezze, di tropi e di figure, che in progresso si sentì impura, e feconda di strani accozzamenti e di mostruosità. Questo fenomeno ci può additare una *regola* subalterna per valutare i giudicii del Pubblico intorno al *bello fantastico* della *natura* e della *ragione*. Dopo una breve considerazione risulta essere veramente nei rapporti del *bello* una produzione che, ad onta delle vicissitudini del gusto, non fu mai riprovata. Per lo contrario il nuovo genere applaudito abbisogna della prova del *tempo* per rivestire un carattere autorevole.

§ 1398. Per ciò che riguarda il *bello intellettuale* aggiungeremo una breve riflessione, la quale non si riferisce alla *verità* intrinseca esposta nella trattazione dell'opera che si chiama *bella*, ma al solo modo di esporla. Se il Pubblico fosse una classe sola di persone d'eguale dottrina, dir si potrebbe che in ogni tempo i rapporti del *bello intellettuale* vengono percepiti incominciando dal confine dei principii noti e certi, e progredendo con ordine, connessione, chiarezza, unità, e sopra tutto con gravità di materia. Ma siccome nello stesso momento si riscontrano nel Pubblico diverse classi di persone poste in diversa distanza dalla dottrina completa attuale, così può nascere dubbio se l'opera scientifica chiamar si debba *bella* quando racchiude le condizioni per cui può sembrar tale ai più dotti; oppure debba essere tale da eccitare il sentimento di *bellezza* anche negli altri, i quali non si trovano al corrente dei lumi del secolo. Questa quistione pare appoggiarsi sulla nota massima, che *la verità dev' essere partecipata al maggior numero degli uomini.*

§ 1399. Se però più addentro si riguardi la cosa, si scopre che se gli uomini, pei quali taluno si propone di scrivere, hanno il tempo ed il modo di apprender tutto un corso di *verità*, potranno certamente istruirsi di tutto ciò che è già noto; ma se non hanno un tal tempo e modo, pare superfluo che uno scrittore, per annunciare una qualche ulteriore verità, debba incominciare *ab ovo* tutta la serie dei precedenti principii, per guidare passo passo gl'ignoranti alla conchiusione proposta, o debba stemprarsi in volgari catechismi.

§ 1400. Questo magistero analitico, minuto e dimostrativo rendesi propriamente necessario allorquando si tratta di sradicare qualche falsa opinione predominante, ovvero si ha fra le mani un punto controverso, sul quale convien fissare stabilmente un qualche partito; in breve, nelle opere propriamente polemiche.

§ 1401. Nè questa regola smentisce quanto abbiamo di sopra ricordato intorno alla necessità di ridurre le idee dell'uomo di genio alla misura di vedere del Pubblico. Conciossiachè colà si trattava che un solo o pochissimi potevano essere al fatto di una produzione scientifica; all'incontro qui supponiamo che, mercè un corso comune di studii e le opere già note, il Pubblico possa da sè stesso giungere ad un certo confine, oltre il quale l'autore che produce il nuovo lavoro scientifico deve spingere le umane cognizioni. Perlochè non trattandosi di compendii o di commentarii, ma sì bene di un'opera che recar debba un aumento di lumi, conviene scrivere pei dotti, vale a dire per il Pubblico intendente.

§ 1402. Fissato questo scopo, il *bello intellettuale* sarà annesso a quella esposizione la quale col maggior diletto compatibile all'indole della materia rechi negli animi delle persone colte la certezza.

§ 1403. Il giudicio di quel Pubblico, per cui si scrive, può essere un ottimo *criterio di verità* intorno alla esistenza del *bello intellettuale*, annesso alla maniera della trattazione; ben inteso però *comparativamente* ai metodi per lo addietro usati.

§ 1404. Non bisogna mai perdere di vista, che oltre certi confini nasce la *confusione* e la *fatica*. Questa viene misurata dal tempo che impiegar deve il Pubblico intendente a cogliere i rapporti di una dimostrazione, ed a rimanerne convinto. Quando il piacere supera la fatica, l'esposizione si trova nei rapporti del *bello;* a proporzione poi che il piacere si aumenta, il *bello intellettuale* si aumenta pure: talchè il giudicio del Pubblico può essere un *ottimo criterio di bellezza intellettuale positiva*. Ben è vero che altri autori potrebbero vieppiù aumentare un tal piacere. Il Pubblico, non conoscendo peranco le non prodotte maniere, non può avere un termine di paragone a decidere se il *bello intellettuale* di una produzione sia il massimo, o no. Bensì può dire che il *bello intellettuale* della tale produzione è maggiore di quello di una tal'altra; conciossiachè egli decide con un sentimento certo di esperienza.

§ 1405. Siccome qui non entra l'*arbitrio*, attesochè il *bello intellettuale* altro propriamente non è che il piacere risultante dall'uso del *buon metodo;* così i giudicii del Pubblico non vanno soggetti alle eccezioni che soffrono quando versano sul *bello fantastico*.

§ 1406. Rimane per ultimo il *bello morale*. Egli è la cagione di quel piacere che chiamasi *interesse* nei romanzi, nei poemi epici, nelle tragiche rappresentazioni. Intorno a questo giova osservare, che le sorgenti sono negli affetti della natura, o, a dir meglio, nelle leggi dell'amor proprio degl'individui componenti il Pubblico. Dunque il *bello morale* sarà il complesso di tutte quelle circostanze che svegliano gli affetti figli dell'*amore*. Il piacere e il dolore producono l'amore e l'odio; e questi tutta l'estesa famiglia delle contrarie passioni.

§ 1407. Ciò posto, benchè in tutti i secoli ed in tutti i paesi le virtù fondamentali, senza le quali la società perirebbe, eccitino pari sentimenti; pure non avviene lo stesso per molte altre virtù e molti altri vizii. Nel leggiero abbozzo delle barbare età abbiamo fatto sentire che molte virtù che distinguono le società civili, e sono in molto pregio, vengono colà riguardate come *difetti*. Così la moderazione, la circospezione, la prudenza vengono tenute a vile, e recano una specie d'infamia. Cangiando paese, si trova una forte e larga discrepanza di opinione, di stima e di disprezzo. Dunque il *bello* ed il *brutto morale* in fatto pratico vengono collocati contraddittoriamente dal Pubblico nello stesso oggetto in tempi ed in luoghi differenti. Nei secoli della cavalleria doveva certamente interessare un personaggio, il quale al dì d'oggi ci parrebbe ridicolo e odioso.

§ 1408. V'ha ancor di più. La *religione* è pei popoli una sorgente di *bello morale*, attesochè presenta in molte circostanze certi modelli di virtù; e chiamo in testimonio le storie note antiche e moderne di tutti i popoli della terra. Dunque per essa verranno soventi volte diretti i giudicii del Pubblico intorno al *bello* od al *turpe morale*. Confesso che non potrei attribuire autorità decisiva ai giudicii del Pubblico nel pronunciare sul vero *bello morale* colla scorta sola del *sentimento*: piuttosto credo questa provincia riservata al giudicio depurato dalla sana filosofia.

§ 1409. Un'altra sorgente modifica diversamente il gusto intorno al *bello morale*, e questa è nelle leggi politiche e nel Governo. Ma basta soltanto annunciarla, perchè si vegga che i risultati derivanti dalla di lei considerazione debbono essere uniformi agli altri ora esposti (1).

---

(1) Vedi l'aggiunta alla *teoria del bello* in fine di quest' Opera. (DG)

CAPO VI.

Dei giudicii del Pubblico intorno all' utile *ed al* nocivo.

§ 1410. L'*utile* ed il *nocivo* si possono considerare derivanti da due classi di cagioni, l'una fisica e l'altra morale. Quando l'effetto non si vede immediatamente derivare da una nota cagione, si esige il *raziocinio*, onde scoprirne l'origine. Un bene ed un male fisico o morale, di cui il senso comune non addita la cagione, esigerà un *raziocinio* più o meno complicato, perchè si trovi la sua vera sorgente. Questa riveste appunto il carattere di *utile* o di *nociva* a proporzione che ha l'efficacia di produrre un *bene* o un *male*. Dunque a proporzione che cadrà meno sott'occhio, e richiederà uno studio maggiore ad essere scoperta, diverrà oggetto di scienza; il nudo sentimento proverà l'effetto, senza indovinare d'onde derivi. La medicina, per esempio, è una di queste scienze, e riguarda il bene ed il male fisico del corpo umano. La politica è un'altra scienza, e riguarda il bene ed il male dei corpi morali. La scienza fondamentale della prudenza ha appunto per oggetto di additare l'utile o il nocivo morale, risguardante ogni individuo vivente in società.

Articolo I.

Dei giudicii del Pubblico intorno all' utile *ed al* nocivo fisico.

§ 1411. Allorchè si tratti di far uso del *raziocinio* sull'utile o il nocivo fisico, si accorda agevolmente che il Pubblico non può essere giudice della verità. Solo a caso seguíto, e spiegata la cagione di un bene o di un male fisico, egli può testificare che, date le note e assegnate circostanze, ne segue il dato effetto. Così in tutte le utili invenzioni relative agli usi della vita la *testimonianza* del Pubblico ci assicura, mercè la costante esperienza ripetuta da molti. Ma qui siamo entro la sfera dei puri *fatti*, e non c'inoltriamo in un giudicio di *riflessione*.

§ 1412. All'opposto quando il Pubblico da sè stesso tenta di assegnare le cagioni di qualche effetto fisico, egli pei motivi di già espressi non vi riesce; attesochè qualunque più semplice fenomeno fisico importa un lungo corso di osservazioni per essere ridotto a qualche nota cagione. Ora un atto di *buon senso* del Pubblico si trova del tutto a ciò insufficiente: convien sempre che un osservatore ripeta e moltiplichi gli sperimenti e le osservazioni, e poi le comunichi agli altri uomini. Che se te-

merariamente o superficialmente taluno assegnasse una causa ad imitazione delle cose più grossolane e famigliari, il Pubblico forse l'adotterebbe con piena confidenza. Ne sia testimonio la falsa fisica di cui furono imbevute le età passate, e tutti gli errori popolari che furono comuni anche ai dotti intorno alle cagioni dei beni o dei mali fisici aventi una cagione alquanto occulta. Non si può adunque riguardare come *criterio di verità* ciò che viene convalidato dall'autorità concorde di molti; ma bensì è d'uopo far uso delle sane teorie fisiche, e chiamare la *testimonianza* del Pubblico a confermazione della verità dell'*effetto*.

Articolo II.

Dei giudicii del Pubblico intorno alle materie politiche. Della legislazione.

§ 1413. Un'altra classe di *utile* e di *nocivo*, la quale sembra incitare assai più l'appetito del Pubblico a pronunciare decisioni, e in cui egli si assume bene spesso un'arbitraria autorità, si è la provincia della *politica*. Si sa quante volte egli si diffonda a lodare o censurare un Governo, un sistema di leggi, un ordinamento economico, una deliberazione di pace o di guerra. Ma qui sia detto con buona pace del Pubblico, il suo giudicio non reca *certezza*. Io non dico perciò ch'egli sia *falso* in ogni circostanza; ma s'egli fosse *vero*, lo sarebbe forse in quei momenti ne' quali pronunciasse contro le sue inclinazioni.

§ 1414. Abbiamo veduto quanto sia vasta e complicata la scienza del *diritto* e del *dovere:* eppure ella è piccola cosa a petto della *politica*, la quale dal canto dello spirito esige le più ardue ed ampie vedute. Se la *giustizia* è la norma della scienza del diritto, il *maggior utile pubblico*, risultante dalle non astratte circostanze, forma lo scopo della *politica*. Ella crea, per dir così, un secondo universo, che è l'opera delle forze, della ragione e dell'arte umana. Come la natura non somministra che una terra co'suoi rozzi prodotti, così ella fa nascere l'uomo con facoltà non esercitate, sprovvisto di ogni cognizione, nudo ed ignorante. Dalla società colta, industriosa, illuminata, virtuosa l'uomo trae la sua perfezione e la sua maggiore felicità. Dunque è mestieri procurare all'uomo gli stimoli ed i materiali dell'industria, i lumi della scienza, i motivi della virtù, il modello della perfezione. Questa è l'opera della *politica*.

§ 1415. Ma ella non crea nè può creare un nuovo uomo: ella è costretta a porre in opera l'uomo della natura colle facoltà, coi bisogni e colle imperfezioni inerenti al di lui essere.

§ 1416. Ella non può creare un nuovo universo, una nuova terra, una nuova atmosfera, nuovi elementi, nuove stagioni, nuovi climi: ella è costretta a sottomettersi a tutte le loro leggi e a tutti i loro effetti.

§ 1417. Ma l'uomo socievole è un ente morale, e la *politica* è costretta a guidarlo precipuamente mercè le leggi dell'interesse, mercè gli stimoli del piacere e del dolore. — La natura stessa legò il bene all'esercizio regolare delle facoltà umane, ed il male al loro abuso. Sarebbe errore e violenza della *politica* voler giudicare l'uomo contro una tal legge; ed ella correrebbe contro al suo stesso fine, qual è la felicità umana, e ne distruggerebbe perfino la possibilità. Dunque ella è costretta a *secondare* le mosse della natura legislatrice, e ad avvalorare l'energia degli stimoli di lei.

§ 1418. Secondare ed aumentare il vigore delle leggi morali di natura mercè un interesse d'istituzione, ecco dunque la prima cura della politica, ecco la prima fonte delle sue leggi.

§ 1419. Divisare efficaci provvedimenti, e così scoprire altri vittoriosi motivi onde spingere ulteriormente per la via più breve gli uomini alla loro perfezione e alla massima compossibile comune loro felicità, e fare che questi motivi non offendano nè collidano quelli della morale naturale, ecco l'ultima più difficile e più complicata operazione della *politica.*

§ 1420. Ma se la felicità umana risulta in ragion composta dall'unione di tutte le situazioni e di tutti i rapporti fisici e morali, in primo luogo la *politica* deve conoscere gli oggetti fisici e le relazioni utili o nocive che possono avere coll'uomo, la terra ch'egli abita, il clima che lo cinge, la situazione in cui è posto. Del pari deve conoscere le umane passioni, il loro retto uso e il loro abuso; deve comprendere quale influenza aver possa in ciò il complesso delle irresistibili circostanze esterne da cui è circondato un popolo, e il grado di sviluppamento in cui si trova. Da ciò deve trarre i correttivi dei mali, e rattemperarne la simultanea attività; quindi dedurre quali siano gl'impulsi più acconci alle circostanze, onde produrre il miglior bene della nazione.

§ 1421. Una buona legge è dunque il problema più difficile che proporre si possa alla mente umana. Dunque in materia di legislazione abbiamo un possente ostacolo onde elevare a qualche autorità i giudicii del Pubblico. Sulla legislazione astratta si può, come su qualsiasi altra scienza filosofica, dettargli rette cognizioni: ma questo non basta per giudicare dell'opportunità pratica di una legge ai bisogni di una nazione, il cui movimento attivo, moltiplice e variabile esige sempre nuove vedute e pratiche modificazioni.

Articolo III.

Dell' applicazione delle viste legislative alla pratica.

§ 1422. Non basta che la legislazione comandi ed agevoli tutti i mezzi onde effettuare il benessere di una popolazione; ma è necessario altresì ch'ella dia a tutti questi mezzi un'attività eguale a riguardo del fine. — Così è necessario ch'ella promova e conservi il valore guerriero; ma il dare soverchio impulso al valor militare reca pericoli grandissimi per altra parte. — Così è necessario alimentare lo spirito di commercio, alimentare le arti; ma un soverchio favore a queste reca seco grandi inconvenienti. — Esaminando profondamente la storia di molte nazioni politiche, troviamo la conferma di queste osservazioni.

§ 1423. Vi possono essere posizioni in cui l'una o l'altra di queste cose debbano primeggiare perpetuamente, o almeno per un dato tempo. Tal'era per rapporto al commercio la posizione di Tiro e di Cartagine nell'antichità, di Genova e dell'Olanda nei tempi moderni.

§ 1424. Le leggi possono operare assai a diffondere questa eguale attività nei mezzi del benessere dove sono cagioni di squilibrio; e ciò ottengono mercè l'arte dei *compensi*. Basta che all'attività dei motivi e degl'impulsi estrinseci la politica supplisca fino al segno richiesto dalla necessità, e poi rivolga il vigore delle sue suste ad altri oggetti. Di tutte le operazioni della legislazione pratica questa è la più difficile e la più incognita. Fu detto e ripetuto, che ogni paese propor deve uno speciale oggetto alla sua legislazione; ma il farne un oggetto esclusivo sarà un massimo errore della *politica*.

§ 1425. Pure in pratica si trova che le società stimano senza misura quel dato oggetto, al quale è rivolta precipuamente l'attività nazionale; sprezzando e deprimendo gli altri tutti, nei quali non iscorgono una immediata relazione al prediletto scopo. Così nell'Olanda si stima cotanto il commercio da sprezzare infiniti altri rami di politica utilità. Questa maniera di giudicare, specialmente quando un Pubblico esce dai confini del proprio paese per innalzarsi a viste di una legislazione più generale, lo rende infinitamente ingiusto in tutte le viste e in tutti i giudicii ch'egli forma intorno alla materia legislativa applicata alla pratica. Pure da siffatto errore appena possono guardarsi gli stessi filosofi più illuminati.

§ 1426. Ma non usciamo dal seno medesimo del Pubblico che pretende giudicare del sistema politico proprio. — Si sa che, a riserva delle leggi confermatrici del rigoroso diritto naturale, una legge politica non può essere mai perpetua.

§ 1427. Diffatti, se collo svolgersi vieppiù della umana perfettibilità crescono le cognizioni, si svegliano passioni prima incognite, nascono oggetti di nuovi desiderii, e si variano e moltiplicano gl' interessi nel petto degli uomini; come mai non dovrà a pari passo agire sempre vigilante anche la *politica*, per far convergere gl'impulsi devianti, e dirigere le spinte dell'amor proprio sulle vie della felicità?

§ 1428. Soventi volte poi s'ella deve reggere una nazione dianzi abbandonata all'impero fortuito di un cieco *senso comune*, siccome non ignora che la mente ed il cuore umano debbono soggiacere alla legge della *continuità*, per cui è impossibile ottenere le cose per salto; ella si vedrà costretta di dettar leggi e provvidenze puramente promotrici. Queste leggi promotrici rispettano, per dir così, le lente gradazioni con cui le male abitudini si possono togliere, ed indurne altre più utili e giuste. Vede il legislatore che la nazione è ancor lontana dallo scopo; ma vede ad un tempo stesso essere questo l'unico metodo per condurvela, nè essere possibile far di più. Vede forse qual sia il *meglio* assoluto; ma vede ad un tempo stesso che l'imporlo alla nazione riuscirebbe frustraneo, e che la legge sarebbe respinta, non altrimenti delle fatiche di un maestro che volesse rendere il suo discepolo nelle prime lezioni perfettamente istrutto.

§ 1429. In qualunque stato ed a qualunque epoca la sana politica non è mai versatile, nè arbitraria. Il suo *scopo* è sempre la maggiore sociale felicità compatibile colle circostanze insuperabili dal potere umano. Il di lei *procedere* è sempre il medesimo, perchè vi tende per la strada più efficace, mercè la quale si raggiunga il massimo dei beni col minimo dei mali. I di lei *fondamenti* sono quegli stessi del diritto e della morale, vale a dire le *reali circostanze* della natura irreformabili dalla forza umana. Le di lei *viste* sono rispettivamente immutabili, e le di lei *regole* sono, per dir così, eterne al pari di quelle della morale; perchè sono mai sempre il risultato necessario delle considerazioni sui rapporti reali delle cose di *fatto* coordinate alla pubblica felicità. Se ella in apparenza cangia, ciò non avviene per indole di lei, ma sì bene perchè il suo *soggetto* cangia. Bacone ha detto che il tempo è il più gran novatore.

§ 1430. Tutto ciò era necessario avvertire, perchè apparisse che i giudicii del Pubblico devono avere una *norma* fondamentale infinitamente estesa, s'egli deve pronunciare con verità sulle operazioni politiche nella diversa successione delle giornaliere vicende. Qui il soccorso del *tempo*, onde abilitarlo a giudicare, diviene nullo. Trascorso il momento in cui il politico deve operare, ed in cui si presentano le circostanze sulle

quali recare giudicio, il Pubblico manca dei documenti convenienti di *fatto* a sentenziare *con cognizione di causa.* D'altronde in certe specie di affari la storia esatta di tutte le circostanze di *fatto*, che determinano le viste politiche, è sempre occulta al Pubblico; in certi altri non si può ottenere se non imperfettamente; e finalmente in altri più generali non si può leggere che molto tardi. Ma il Pubblico vuol pronunciare sul *fatto*. Quindi il Pubblico si trova sproporzionato, per motivo d'*ignoranza*, a recar giudicio su certe materie politiche.

§ 1431. Che se poi si riguardi dal canto del *cuore*, noi troviamo una fortissima ragione onde dichiarare *sospetti* i giudicii di lui, quand'anche fosse fornito delle convenienti cognizioni dal canto della *mente*. Si sa quanto possa sul cuore umano quella ritrosía, la quale resiste a tutto ciò che sembra a prima vista *vincolare* senza necessità l'umana *indipendenza*. Si sa che il cuore dell'uomo si rivolta agli spettacoli afflittivi per una mal intesa compassione: eppure rendesi necessario l'inasprir talvolta le pene. All'opposto è noto con quanta compiacenza si accolga tutto ciò che ha l'apparenza della beneficenza, della clemenza e della liberalità: eppure e l'uno e l'altro estremo nella buona politica riesce infinitamente nocivo. Qui la *natura* corrompe il *giudicio*.

§ 1432. Se finalmente osserviamo questo Pubblico nell'atto che opina e giudica de' suoi rapporti verso un'estera nazione, ravvisiamo bene spesso tutti i disordini di un *essere* indipendente, il quale segue i dettami di una illimitata morale intemperanza. Cicerone ha prima di me osservato, « quod multa perniciose, multa pestifere sciscuntur in populis, » quae non magis *legis* nomen attingunt, quam si latrones aliqua consessu » suo sanxerint. Nam neque medicorum praecepta dici vere possent, si » quae inscii imperitique pro salutaribus mortifera conscripserint: neque » in populo lex, cuicuimodi fuerit illa, etiamsi perniciosum aliquid po» pulus acceperit. Ergo est lex justorum injustorumque distinctio, ad » illam antiquissimam et rerum omnium principem expressa naturam, » ad quam leges hominum diriguntur, quae supplicio improbos afficiunt, » defendunt ac tuentur bonos (1). »

§ 1433. Conchiudiamo. Le materie politiche, e specialmente la *pratica* di esse, si possono a buon diritto riporre fra quelle sulle quali il Pubblico non s'ha a tenere per giudice assoluto. Su questo particolare non mi arresto ulteriormente.

---

(1) *De legibus*, Libro II. § V.

CAPO VII.

Del merito.

§ 1434. Questa parola *merito* viene tuttodì usata in tanti diversi significati, che se sentiamo darne una definizione ci si affacciano alla mente più idee, le quali ora ammettono ed ora escludono certi elementi che in diverso aspetto sembrano innestarsi sopra un fondo comune.

§ 1435. È noto che dall'uso volgare di questa parola viene spesso disegnata una mera *capacità* a produrre in generale qualche utile o piacere. In questo senso il *merito* si applica anche alle cose irragionevoli ed inanimate. Dicesi: *il tal componimento, la tale pittura ha qualche merito.* Ben è vero che più esattamente a siffatte cose viene applicato l'attributo di *pregio* o di *valore.* — Parlando anche degli esseri umani, ed avendo relazione a qualche *dono* di natura, si usurpa la parola di *merito* per indicarlo.

§ 1436. Del pari questo vocabolo si applica alle azioni umane, in quanto venendo prodotte con intelligenza e con libertà, acquistano al loro autore un *diritto* od una *relazione morale* a conseguir qualche bene, od a subire qualche pena. Allora il *merito* si riferisce ad una qualche legge morale. Così dicesi che l'uomo dotato di ragione è capace di merito e di virtù, di demerito e di vizio.

§ 1437. Finalmente il *merito* si applica a significare qualche talento, qualche disposizione pratica ad esercitare atti utili o belli, o in qualunque altra guisa pregevoli, ed a creare certe produzioni di mano o d'ingegno con espressa cognizione e libertà. Questa specie di *merito* e quello che è proprio della moralità delle azioni hanno questo di comune, che inchiudono nel loro supposto il concetto dell'*imputazione*, senza la quale qualunque uomo, benchè sia fornito di qualche cosa pregevole, od ottenga qualche bene od onore, o faccia qualche atto stimabile, dicesi essere *senza merito.* In breve, per attribuire *merito* a taluno si esige una potenza conoscente e libera, la quale sia cagione dell'effetto pregiabile.

§ 1438. Nel caso nostro però si tratta di una potenza prossima ad un effetto praticabile, o, a dir meglio, di un abito morale a produrre pensieri, ad esercitare atti, a formare opere con disegno e con libertà, le quali siano nei rapporti del *bello* o dell'*utile.*

§ 1439. Ciò premesso, si chiede se il Pubblico sia giudice competente del *merito,* e se le sue decisioni s'abbiano a tenere per un *criterio di verità.* La risposta a questa ricerca in gran parte è già fatta mercè le cose

dette più sopra. Imperocchè qualunque esterna opera, d'onde un uomo si può conciliare l'opinione di aver *merito*, si riduce ad alcuna delle materie sopra esaminate. Quindi verificandosi solamente il *fatto* che taluno ne sia autore, e che il Pubblico giudichi con cognizione *diretta* delle opere sia intellettuali, sia morali, sia fisiche, si ha una tessera della validità de' suoi giudicii intorno al *merito*.

§ 1440. Quello che rimane propriamente ad indagare si è, quali *requisiti* debbano concorrere ad accertare se il Pubblico attribuisca merito a taluno con fondamento, oppure temerariamente: e se il diverso pregio in cui tiene le diverse specie di merito, e la stima che ne professa, si abbia a tenere come il criterio della vera *quantità* del merito di un uomo.

§ 1441. Agevolmente si scorge, che se ognuno non può essere vero giudice del proprio merito, il giudice essere non può che un terzo; ma se questi fosse un semplice privato, potrebbe più facilmente soggiacere alle eccezioni difettose della ignoranza o della parzialità. Dunque per togliere di mezzo, per quanto è possibile, tutti i vizii del giudicio non v'ha miglior espediente che quello di ricorrere al giudicio del Pubblico: ivi almeno svaniscono i piccoli particolari interessi contrarii al merito.

§ 1442. Ma ciò non ostante molte volte il giudicio del Pubblico, preso indistintamente, non può assicurarci del merito. Queste considerazioni possono cadere tanto sulla *cognizione*, quanto sugli *affetti* del Pubblico. Esponiamoli partitamente.

Articolo I.

Dei giudicii del Pubblico sul merito *per rapporto alla cognizione che ne può avere.*

§ 1443. Trattando dei giudicii del Pubblico sul merito di qualche uomo *particolare*, non si deve dimenticare che talvolta un Pubblico giudica del suo proprio merito, facendo elogi all'ingegno e all'indole della propria nazione. È troppo noto l'acciecamento dell'orgoglio nazionale. Quindi il voto delle altre nazioni tutt'al più potrebbe divenire un mezzo egualmente competente a giudicare del merito del Pubblico di un dato paese, come questo lo è per rapporto ad un privato. Un celebre scrittore francese a decidere la troppo strepitosa controversia intorno la preminenza della musica italiana sulla francese diede peso alle ragioni in favore della prima.

§ 1444. Ragionando quindi del merito dei particolari, due cose convien distinguere nei giudicii del Pubblico: vale a dire le notizie di *fatto*

risguardanti le prove ed i motivi pei quali si possa giudicare aver taluno un merito; e la vera cognizione del valore e dei gradi del merito medesimo.

§ 1445. Rapporto al primo punto, o le *prove* sulle quali il Pubblico pronuncia stanno sotto gli occhi di tutto il Pubblico, come quando si tratta di una rappresentazione teatrale, d'un libro in libera circolazione, d'una cosa esposta nei luoghi pubblici; o siffatte prove gli vengono tramandate per altrui privata *tradizione*. — Nel primo caso rimane ad indagare s'egli abbia le cognizioni e disposizioni convenienti; e se la maggior parte degl'individui che lo compongono siano proporzionati a recare un giudicio, sul valor del quale si possa nutrire fiducia. Nel secondo caso è indispensabile riscontrare tutte quelle condizioni, mercè le quali egli può venire accertato dell'esistenza di un *fatto* particolare. Noi qui non ripeteremo ciò che si è già esposto su questo articolo (ved. il Capo III. di questa Sez., Art. II). Solo faremo riflettere che il merito, la cui esistenza non è legittimamente comprovata, deve ascriversi al novero di quelle tante vane credenze di cui tuttodì si moltiplicano gli esempii. Non perciò ragionevolmente si negherà che un tal uomo, vantato come meritevole senza prova alcuna esistente sotto gli occhi del Pubblico, sia fornito di merito. Piuttosto si sospenderà il giudicio, e con un *si dice* s'eviterà di adottare una falsa opinione.

§ 1446. Passiamo ora ad esaminare il giudicio del Pubblico sull'uomo di merito, i cui titoli siano per la parte di *fatto* indubitati.

§ 1447. Per conoscere il merito di una persona bisogna rilevare una connessione fra i di lui talenti e il carattere morale, ed un modello di verità o di bellezza, o un effetto stimabile o perfetto. Tutto questo importa, che chi deve giudicare conosca il pregio della cosa, ed eziandio conosca i mezzi pei quali taluno sia giunto a produrre l'azione qualunque che serve di fondamento e di titolo alla stima del Pubblico. Ciò riesce perfettamente identico con quanto abbiamo detto sui giudicii del Pubblico intorno alle *verità di riflessione*, intorno al *giusto*, al *buono* ed al *bello*. Laonde se si usano gli stessi canoni, i giudicii del Pubblico intorno al *merito* avranno sotto questo rapporto la medesima autorità che rivestono allorquando si aggirano sulle ricordate materie. Qui prego a richiamare eziandio quanto abbiamo notato sull'uomo superiore al suo secolo e sull'uomo prontamente celebre (ved. Parte II. Sez. I. Capo IV).

§ 1448. Per quello poi che riguarda i *mezzi*, mercè dei quali l'uomo particolare ha acquistato opinione di *merito*, non v'ha dubbio che quanto più di cognizione e di arte la loro esecuzione importava, tanto più il *me-*

dette più sopra. Imperocchè qualunque esterna opera, d'onde un uomo si può conciliare l'opinione di aver *merito*, si riduce ad alcuna delle materie sopra esaminate. Quindi verificandosi solamente il *fatto* che taluno ne sia autore, e che il Pubblico giudichi con cognizione *diretta* delle opere sia intellettuali, sia morali, sia fisiche, si ha una tessera della validità de' suoi giudicii intorno al *merito*.

§ 1440. Quello che rimane propriamente ad indagare si è, quali *requisiti* debbano concorrere ad accertare se il Pubblico attribuisca merito a taluno con fondamento, oppure temerariamente: e se il diverso pregio in cui tiene le diverse specie di merito, e la stima che ne professa, si abbia a tenere come il criterio della vera *quantità* del merito di un uomo.

§ 1441. Agevolmente si scorge, che se ognuno non può essere vero giudice del proprio merito, il giudice essere non può che un terzo; ma se questi fosse un semplice privato, potrebbe più facilmente soggiacere alle eccezioni difettose della ignoranza o della parzialità. Dunque per togliere di mezzo, per quanto è possibile, tutti i vizii del giudicio non v'ha miglior espediente che quello di ricorrere al giudicio del Pubblico: ivi almeno svaniscono i piccoli particolari interessi contrarii al merito.

§ 1442. Ma ciò non ostante molte volte il giudicio del Pubblico, preso indistintamente, non può assicurarci del merito. Queste considerazioni possono cadere tanto sulla *cognizione*, quanto sugli *affetti* del Pubblico. Esponiamoli partitamente.

Articolo I.

Dei giudicii del Pubblico sul merito *per rapporto alla cognizione che ne può avere.*

§ 1443. Trattando dei giudicii del Pubblico sul merito di qualche uomo *particolare*, non si deve dimenticare che talvolta un Pubblico giudica del suo proprio merito, facendo elogi all'ingegno e all'indole della propria nazione. È troppo noto l'acciecamento dell'orgoglio nazionale. Quindi il voto delle altre nazioni tutt' al più potrebbe divenire un mezzo egualmente competente a giudicare del merito del Pubblico di un dato paese, come questo lo è per rapporto ad un privato. Un celebre scrittore francese a decidere la troppo strepitosa controversia intorno la preminenza della musica italiana sulla francese diede peso alle ragioni in favore della prima.

§ 1444. Ragionando quindi del merito dei particolari, due cose convien distinguere nei giudicii del Pubblico: vale a dire le notizie di *fatto*

risguardanti le prove ed i motivi pei quali si possa giudicare aver taluno un merito; e la vera cognizione del valore e dei gradi del merito medesimo.

§ 1445. Rapporto al primo punto, o le *prove* sulle quali il Pubblico pronuncia stanno sotto gli occhi di tutto il Pubblico, come quando si tratta di una rappresentazione teatrale, d'un libro in libera circolazione, d'una cosa esposta nei luoghi pubblici; o siffatte prove gli vengono tramandate per altrui privata *tradizione*. — Nel primo caso rimane ad indagare s'egli abbia le cognizioni e disposizioni convenienti; e se la maggior parte degl'individui che lo compongono siano proporzionati a recare un giudicio, sul valor del quale si possa nutrire fiducia. Nel secondo caso è indispensabile riscontrare tutte quelle condizioni, mercè le quali egli può venire accertato dell'esistenza di un *fatto* particolare. Noi qui non ripeteremo ciò che si è già esposto su questo articolo (ved. il Capo III. di questa Sez., Art. II). Solo faremo riflettere che il merito, la cui esistenza non è legittimamente comprovata, deve ascriversi al novero di quelle tante vane credenze di cui tuttodì si moltiplicano gli esempii. Non perciò ragionevolmente si negherà che un tal uomo, vantato come meritevole senza prova alcuna esistente sotto gli occhi del Pubblico, sia fornito di merito. Piuttosto si sospenderà il giudicio, e con un *si dice* s'eviterà di adottare una falsa opinione.

§ 1446. Passiamo ora ad esaminare il giudicio del Pubblico sull'uomo di merito, i cui titoli siano per la parte di *fatto* indubitati.

§ 1447. Per conoscere il merito di una persona bisogna rilevare una connessione fra i di lui talenti e il carattere morale, ed un modello di verità o di bellezza, o un effetto stimabile o perfetto. Tutto questo importa, che chi deve giudicare conosca il pregio della cosa, ed eziandio conosca i mezzi pei quali taluno sia giunto a produrre l'azione qualunque che serve di fondamento e di titolo alla stima del Pubblico. Ciò riesce perfettamente identico con quanto abbiamo detto sui giudicii del Pubblico intorno alle *verità di riflessione*, intorno al *giusto*, al *buono* ed al *bello*. Laonde se si usano gli stessi canoni, i giudicii del Pubblico intorno al *merito* avranno sotto questo rapporto la medesima autorità che rivestono allorquando si aggirano sulle ricordate materie. Qui prego a richiamare eziandio quanto abbiamo notato sull'uomo superiore al suo secolo e sull'uomo prontamente celebre (ved. Parte II. Sez. I. Capo IV).

§ 1448. Per quello poi che riguarda i *mezzi*, mercè dei quali l'uomo particolare ha acquistato opinione di *merito*, non v'ha dubbio che quanto più di cognizione e di arte la loro esecuzione importava, tanto più il *me-*

rito medesimo cresce, a motivo appunto che il suo carattere essenziale importa intelligenza e libertà. Su di questi mezzi si può pensare che un Pubblico, comunque intendente, non possa mai essere adequatamente informato, onde recare una illuminata decisione. Conciossiachè il più delle volte l'effetto esterno non manifesta quanto siasi contribuito di artificio, di fatica, di cure, di virtù e di cautele. Se i pochi e rari conoscitori giungono ad avere qualche lume intorno a questo proposito, lo ottengono piuttosto paragonando quello che a loro stessi costa una cosa dello stesso genere, che per una diretta comprensione dei mezzi impiegati dall'uomo di merito. Perlochè il giudicio del Pubblico non può essere giammai un perfetto e adequato *criterio* del merito intiero di un uomo.

Articolo II.

Dei giudicii del Pubblico sul merito, considerato nei rapporti della di lui stima.

§ 1449. Fino a qui dir si può che io abbia ragionato sopra una mera possibilità e sopra un'ipotesi, attesochè per comodo dell'analisi ho separato nei giudicii del Pubblico la *cognizione* dagli *affetti*. Il fatto sta però, che un *merito* non istimato comunemente non viene riguardato come *merito*, ma unicamente come *talento* di produrre cose di niun conto.

§ 1450. In generale, quantunque sia vero che la solida e vera *utilità* debba essere lo scopo delle opere e dei pensieri dell'uomo (ved. Parte II. Sez. II. Cap. XII.), tuttavia in fatto pratico resta a determinare se in qualunque circostanza il Pubblico possa essere buon conoscitore di questa comune utilità, e se effettivamente la conosca e la riscontri nelle produzioni, e quindi determini la sua stima a norma del *vero merito;* o se pure molte volte lo sconosca, e quindi non gli renda la giustizia che gli è dovuta. Si noti bene: altro è dire che il Pubblico non accordi la sua stima se non se al *merito* utile a lui; altro è dire che, esistendo qualunque *merito* realmente utile, lo stimi sempre. Queste sono due proposizioni totalmente distinte.

§ 1451. La prima è vera, ed è intieramente conforme ai rapporti dell'amor proprio e della ragione. Dell'*amor proprio;* conciossiachè è ben noto che ciò che porta seco l'idea di un nostro vantaggio deve conciliarsi per legge di *fatto* il nostro amore; e vi si deve accoppiare un sentimento più nobile di *pregio* quando ci avvediamo della difficoltà nell'esecuzione, onde il suo autore riveste una specie di *superiorità* al

di sopra della comune. È poi conforme alla *ragione*, a motivo che la natura ci addita l'importanza e la nobiltà della sociale virtù.

§ 1452. Solo convien rammentare, che siccome vi sono anche delle *virtù* di pregiudicio, così può anche esistere un *merito* ed una *stima* di pregiudicio. L'opinione dell'utile presente o futuro, politico o religioso, dètta i sentimenti del Pubblico. Senza ricordare la stima agli àuguri, agli indovini, agli astrologi, di cui tutte le popolazioni furono prodighe, non vediamo noi ad arditi impostori tributarsi una sentita stima presso molti popoli anche oggidì? Dunque la *stima* del Pubblico non è sempre adequata al *vero merito*, e per conseguenza non può essere norma sicura ed universale a contraddistinguerlo. Ma evvi ancor di più. Supponendo anche un oggetto veramente stimabile sotto gli occhi del Pubblico, egli non si sentirà spinto ad apprezzarlo fino a che almeno non gli venga evidentemente mostrato nei rapporti pratici di una immediata e materiale utilità. Prima di vedere una siffatta connessione egli sarà avaro della sua *stima;* e quindi il *merito* rimarrà negletto, e soventi volte disprezzato. Pure hannovi certi rami delle arti e delle scienze, i quali sono, per dir così, le radici dell'albero che fruttifica a pro del Pubblico. Senza queste radici egli non coglierebbe certamente il frutto. Ma il Pubblico non è grato se non a coloro che glielo spiccano e glielo apportano, e non apprezza il *merito* prodigato intorno alle radici. Tali sono le scienze solidamente teoretiche, senza delle quali non sarebbe possibile giungere ad alcuna utile scoperta. Ma se queste si trovano un solo grado fuori della più immediata e presente utilità, il Pubblico non ne fa pregio, e le riguarda come cose di vana curiosità. Un primo sguardo del *senso comune* non estende tant'oltre le sue vedute.

§ 1453. Ma qui non finisce peranche la cosa. Date due azioni notoriamente importanti e vantaggiose, il Pubblico non accorda sempre una stima proporzionata al grado della loro utilità pubblica, ma sì bene a tenore del più o meno forte accidentale sentimento ch' egli ha di tutte queste cose. Se le vicende degli umani eventi fossero sistemate su di una scala di proporzioni morali; se la nostra attenzione, la nostra fantasia, e la forza dei nostri desiderii, delle nostre speranze, dei nostri timori, delle nostre urgenze fossero proporzionate al *merito* delle cose, io di buona voglia accorderei che il sentimento del Pubblico potesse pur anco servire di norma a fissare i diversi gradi del *merito.* Ma siccome anche avendo sott'occhio le circostanze tutte del *merito* avviene sempre che non vi presti il dovuto esame; e più occupato a godere del beneficio, che ad esserne riconoscente verso l'autore, non calcoli il vero grado

di eccellenza: così il Pubblico deve bene spesso mostrarsi ingiusto per eccesso e per difetto. A confermare questa verità fingiamo uno di quegli esempii, dei quali sovente vediamo il modello nella storia di tutti i popoli.

§ 1454. Un generale vince una battaglia contro un esercito incamminato verso una capitale. Un politico con avvedute trattative allontana una guerra che sarebbe stata ancor più fatale, perchè con un nemico molto più poderoso ed agguerrito. Il Pubblico non ignora tal fatto, e tutta l'estensione del pericolo da cui il negoziatore lo sottrasse. Eppure il Pubblico attornia il generale vittorioso, lo accompagna in trionfo, gli erige statue, e riguarda il negoziatore come un grande riguarda un suo buon servo. Pure il bene che il politico recò fu realmente maggiore di quello che recò il generale. Egli senza sangue, senza spese, senza terrori allontanò un nemico assai più pericoloso. L'altro all'opposto non potè contro un men forte nemico ottenere lo stesso fine se non col sacrificio di molte vite, col lutto di molte famiglie, e colla perdita di molti tesori. Nè dir si può che derivi da ciò, che i talenti dell'uno siano inferiori a quelli dell'altro. È noto che le viste di un avveduto politico sono più complicate di quelle di un generale.

§ 1455. Ma per togliere anche quest'apparente diversità si suppongano due generali, l'uno dei quali vinca il nemico ai remoti confini dell'impero, e l'altro lo sconfigga alle porte della capitale. Io sono certo che al primo non si tributerà giammai la stessa ammirazione che vien dimostrata all'altro. Il timore medesimo fa più fortemente avvertire al pericolo, e lo ingrandisce, e rende vieppiù interessante il beneficio ricevuto; benchè l'utilità sia pari, e la difficoltà vinta sia minore. Perlochè evvi un ardore o un languore d'interesse, il quale infiamma o raffredda l'immaginazione, perpetua nutrice dei nostri affetti. Conchiudiamo, che l'opinione del Pubblico non può indicare la vera misura del *merito* nemmeno quando è notorio, e tutti gli aspetti di lui ne sono luminosamente presenti, e l'oggetto di lui è giusto e grande.

§ 1456. Si potrebbe anche qui attendere l'opera del *tempo*, la quale lasciando calmare l'effervescenza di un presentaneo interesse, può in progresso presentare una più *esatta* misura del *merito* evidente e pubblico. Ma se il *tempo* modera gli eccessi della immaginazione, molte volte raffredda del tutto quei sentimenti i quali abbisognavano d'essere vieppiù animati. Io però sono d'avviso, che non intorno alla misura del *merito*, ma sì bene intorno alla solidità dell'oggetto di lui il *tempo* sia una pietra di paragone, per cui l'uomo di merito acquista dai posteri quello che gli venne negato da'suoi contemporanei.

NOTA DEI PRIMI EDITORI.

Il manoscritto che noi possediamo ha fine con questo Capitolo, in calce al quale si trova la seguente intestazione aggiunta di pugno dell'Autore.

Cap. VIII. *Raccozzamento e prospetto del complesso dell' Opera. — Recensione delle circostanze generali e speciali, in cui il giudicio del Pubblico può essere tenuto come criterio di verità. — Conclusione.*

Questo titolo sembrerebbe annunziare compiuta la discussione dell' argomento. Se non che si trovò fra gli scritti inediti un brano, scritto tre o quattro anni dopo, in aggiunta alla dottrina del *bello*. È un sollecito abbozzo, o piuttosto una *prima nota* di pensieri; ma fa credere che l'Autore meditasse una generale ampliazione del suo lavoro. Più volte eccitato a pubblicare quest' Opera che da tanti anni giaceva inedita, palesò il proposito di rifonderla e modellarla su quei vasti disegni che nella lunga meditazione, nell'esperienza del secolo e nella pratica delle cose era venuto architettando. Questo frammento per verità non era destinato a venire al cospetto del Pubblico nella sua presente forma; ma sembra ad ogni modo che i pensieri che vi si adombrano sembrassero all'Autore non indegni d'essere conservati. Il perchè non ci parve convenevole di abbandonarli all'obblio.

AGGIUNTA ALLA TEORIA DEL BELLO.

Legge della continuità.

Si riferisce ai paragrafi 461, e 1305 al 1409.

§ 1457. Nell'Opera intitolata *Ricerche sulla validità dei giudicii del Pubblico a discernere il vero dal falso* ho indagato l'origine del sentimento del *bello* per rischiarare i fenomeni sentimentali del *gusto*. Questa teoria è fondata nella economia delle umane facoltà, e nella unità sistematica dei principii motori del mondo morale. La misura necessaria dell'umana comprensione e del giuoco della *memoria* nel riprodurne o conservarne le *idee* entrano come elementi di spiegazione. Le due grandi leggi dell'*associabilità* delle idee, e particolarmente l'*analogia*, spiegano i fenomeni degli accompagnamenti; quella della *misura* comprensiva spiega gl'intervalli, i riposi, la distribuzione equabile delle parti; ed unendosi entrambe, spiegano quello dell'*unità* e della *semplicità*. Queste due, congiunte poi col senso fondamentale ed esperimentale del piacere, o, dirò meglio, del desiderio del piacere, spiegano il bisogno della varietà nelle idee piacevoli; per cui si ha nel minore spazio la maggior somma compatibile colla semplicità, coll'unità, e con quella moderata estensione che si proporzioni alla forza rappresentativa della *memoria* e alla capacità comprensiva dell'*anima*. A cui se si aggiunge l'*interessante*, si produce il massimo di diletto. Si può dire allora: *omne tulit punctum*. Questa teoria riduce così i fenomeni alle leggi primitive dello spirito umano; ma pur tuttavia ha bisogno di un'aggiunta. Questa riguarda la gradazione, la successione e l'ordine delle varie idee piacevoli ch'entrano nell'oggetto, e più precisamente la legge della *continuità estetica*.

§ 1458. Per rischiarare lo stato della ricerca distinguo:

1.° L'*estensione* totale dell'oggetto che dicesi *bello*.

2.° La *divisione* delle sue parti corrispettivamente alla facoltà *comprensiva* umana.

3.° La *varietà* fra gli elementi.

4.° La facile loro cospirazione all'*unità*, che ne ricapitola e conchiude il concetto; ciò che appellasi *ordine*.

5.° La lodevole *semplicità*, cioè l'economia nella varietà per corrispondere alla facile comprensione; cosicchè gli elementi non siano tanto stivati da rendere difficile il pronto sentimento, nè tanto scarsi da renderlo languido.

6.° La *distribuzione*, per cui queste varietà vengano racchiuse dentro certi spazii e con certo ordine, oltre i quali sta la *confusione*, come al di sotto sta la *insipidezza;* e abbiano luogo i riposi, che possono essere una nuova fonte di piaceri relativi.

7.° Gli *accompagnamenti*, per cui la energia dell'impressione venga ajutata con una specie di *ripercussione* ogniqualvolta la serie cominci ad eccedere la forza comprensiva dello spirito.

§ 1459. Dopo tutto questo rimane a schiarire come le varie singolari idee debbansi succedere per produrre il primo necessario effetto dell'armonia. Resta dunque a parlare della *gradazione successiva*, ossia della *continuità* accoppiata alla *varietà* medesima. La *varietà* si riduce alla *differenza* scambievole della loro intrinseca *qualità* o *quantità rappresentativa.* — Si trova p. e. nell'esperienza, che certi colori collocati successivamente fanno *piacere* all'occhio, mentre altri così successivamente accompagnati non fanno che *dispiacere*. Si trova che una forma protratta giusta una certa linea fa *piacere*, e quindi nasce la *curva* della *bellezza;* ma protratta in una maniera diversa, non fa *piacere.* Del pari una data voce che succede o si accompagna ad un'altra produce l'*armonia musicale*, mentre un'altra fa *dissonanza.* — Qui non vale propriamente la teoria della *varietà*, perchè ella può coesistere a questi difetti; non vale la teoria della *semplicità*, perchè gli elementi possono essere nel giusto numero, ed essere tuttavia disarmonici; non vale parimente la teoria dell'*ordine*, dell'*unità* e della *distribuzione.*

§ 1460. Ciò premesso, si ricerca quale sia la teoria fondamentale del *piacere* annesso a questa intrinseca graduale armonia. Essa deve cospirare colla teoria del *bello*, ed esserne un necessario accompagnamento. Il giuoco del sensorio e della memoria, per quello che riguarda l'*intensione* sola delle idee, non può essere soddisfacente. A questo aggiungiamo, che fra due idee comunque diverse non si vede ragione per cui l'una debba avere piuttosto affinità con certe, che con certe altre. Parlando metafisicamente, la diversità è una qualità ontologica, fondamentale, semplice, indivisibile, che non può essere cangiata senza ripugnanza, ossia senza violare i fondamenti di ragione. In una parola, due idee diverse lo sono per infinito ed eguale concetto di distanza.

§ 1461. Con tutti questi riflessi presenti io propongo un pensiero che

non voglio adottare come vero, nè rigettare come falso, fino a che non si esperimenti alla dimostrazione. Eccolo. Se nel succedersi di due idee varie si eccitasse il sentimento di una terza per un mero tacito accompagnamento, che cosa si produrrebbe? Vi avrebbe: 1.° il *piacere assoluto* di queste due idee; 2.° il *piacere relativo* per la successione ed il paragone loro; 3.° il *piacere relativo* pel doppio rapporto colla terza *tacita*, e inoltre una ripercussione di energia che rifluirebbe sulle due idee espresse. E questo tutto in un solo punto. Se all'opposto queste due idee si succedessero senza eccitare secretamente quella terza, non avrei che il *piacere* prodotto da esse due immediatamente, e più oltre ancora io sentirei una disarmonia.

§ 1462. Se questa terza idea, che già per sè viene suscitata dalla prima, e che per l'altro estremo di connessione può giovare alla seconda, venisse *espressa*, certamente si diminuirebbe assaissimo il *piacere*, poichè si allontanerebbe l'impressione simultanea fra le due idee estreme per esprimerne una intermedia, la quale viene già suggerita da sè.

§ 1463. All'opposto se invece si scegliessero fra le idee espresse due che non siano valevoli ad eccitare una tacita idea intermedia qualunque, quale conseguenza ne verrebbe? Il sensorio, in cui le impressioni successive non si possono fare che in tempo determinato, si potrebbe forse trovare affetto in guisa da non seguire agevolmente le leggi a lui proprie, e quell'affinità graduale di moti che è propria alla di lui natura, e che anzi questa venisse controvertita; o almeno la espansione di lui non venisse avvivata o secondata, ma lasciata cadere ed estinguere.

§ 1464. Volgiamo ora alla verità dei fatti. Una legge naturale della memoria si è di risvegliare, per un solo nodo di analogia e di affinità, idee che l'uomo contemporaneamente non ebbe. Una idea simile è la medesima idea ripetuta, e però vi corrisponde la medesima impressione dal sensorio. Risvegliato questo movimento, si risvegliano anche gli altri *associati* dalle circostanze, e però anche le idee corrispondenti.

§ 1465. Due idee *analoghe* non sono due idee *identiche*, ma talvolta non hanno che un'affinità di rassomiglianza assai rimota. Ciò stante, tutto quello che non è *rassomiglianza* è vera *differenza*. — Se l'uomo non fosse disposto a percepire che le perfette *somiglianze*, ossia le vere *identità*, e non fosse per necessaria legge indotto a percepire anche le *affinità* meno vicine, accadrebbe mai questo fenomeno di fatto? L'uomo è costituito in guisa da percepire una serie di idee giusta una certa estensione di *affinità*, senza che a ciò sia necessaria una *impressione* esteriore.

§ 1466. Ma queste *affinità* hanno un confine. La minima *differenza* graduale, unita alla più vicina *rassomiglianza*, va via via estendendosi in ragione inversa; cioè a dire, a proporzione che si aumenta la *differenza* si diminuisce la *rassomiglianza*, e viceversa. Questo costituisce la *continuità*. Si può graduare la voce così, che il passaggio dal tono più acuto al più grave si faccia d'una maniera impercettibile. In una lunga lettura fatta ad alta voce si offre questo fenomeno. Nei colori le gradazioni e le sfumature si possono fare in guisa, che l'occhio non possa determinare il punto preciso del cambiamento. Se si sopprimono queste impercettibili gradazioni, si hanno le *sensibili differenze*; e senza di queste le *rassomiglianze* hanno una ben estesa espansione.

§ 1467. Quali considerazioni somministra questo fenomeno? — La *differenza* è un modo di sentire, ma non è percettibile che a certi determinati intervalli, fuori dei quali per l'*essere* senziente non c'è veramente *differenza*.

§ 1468. Ma s'è certo che si può passare a questi intervalli per gradazioni impercettibili, è pur vero che i nostri organi sono fatti per sentire queste impercettibili gradazioni.

§ 1469. Se la gradazione non si può fare che di una sola maniera, nè può stare in arbitrio dell'uomo il produrla eccitando il sensorio in altre maniere, è pur anche certo che le leggi della di lei impressione sono necessarie.

§ 1470. Se le gradazioni vicinissime non somministrano il senso chiaro della *varietà*, ma bensì sovrabbondano in quello della *uniformità*, è chiaro che non possono essere nei massimi rapporti del *bello*, che esige la *varietà*.

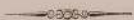
§ 1471. Se finalmente le analogie servono di eccitamenti a risvegliare idee corrispondenti, è chiaro che fra due idee d'una determinata varietà se ne debbono eccitare altre inavvertite intermedie d'una minore varietà, che possono dare come una sfumatura di piacere, e che pure debbono ad un tempo stesso avvicinare l'impressione delle idee anteriori e posteriori espresse, che non sono rimote da essa idea sottaciuta ed inavvertita, e produrre così il *piacere* già disegnato nei prenotati antecedenti. Così si effettua per un'intermedia connessione la *continuità* colla espressa *varietà*; così si sente la necessità di questa *continuità*, e come concorra a produrre il massimo di *piacere* mercè la legge stessa fondamentale della costituzione dell'*essere* umano.

§ 1472. Fingasi all'opposto che il passaggio sia, come si suol dire, troppo *crudo*: allora le idee *tacite* non possono agevolare il passaggio

alle *espresse*, nè le *espresse* avvivare le impressioni delle *tacite*. Essendosi l'attenzione incamminata, dirò così, per la via della *continuità*, deve con una specie di violenza dei sensi fare un salto; nè pare che il senso vi si possa prestare con tanta facilità.

§ 1473. L'arte del *bello*, in quelle cose le cui parti variano successivamente, deve consistere nel passare per questa scala di gradazioni differenziali nel massimo avvicinamento con tale economia, che le idee graduali espresse siano disegnate a tratti, ed a tratti tali, che non siano troppo rimoti, nè troppo vicini: cioè vicini in guisa, che avvivar possano gl' intermedii gradi sottintesi; lontani in guisa, che quel passaggio che la natura fa da sè per propria energia, ed espansione, dirò così, di affinità, non venga superfluamente rinforzato a danno della *varietà*, e del massimo *piacere* che dalla simultanea o continua successione espressa potrebbe risultare.

§ 1474. Questa teoria è uno sviluppo dell'unica teoria da me addotta sulle condizioni del *bello*. Questa per altro appena abbozzata, anzi gettata sulla carta come lo scavo di una miniera *bruta*, e tutta pensata e scritta in questa mattina sola 30 giugno 1799 in Innspruck, non dovrà servire a me se non come di tema per meditare, e per ordinarne e svilupparne vieppiù le idee.

AVVERTIMENTO

Nelle altre edizioni di quest' Opera postuma di Romagnosi le fa seguito uno scritto, postumo anch' esso, del medesimo Autore, intitolato *Degli enti morali*, che appartiene alle sue Opere sul Diritto filosofico. Avendo divisato raccogliere in questo Volume, come s' indica in fronte ad esso, soltanto gli scritti del Romagnosi sulla Filosofia propriamente detta, o che sono immediatamente ad essa connessi, ho creduto conveniente non dare qui luogo all' opuscolo sopraddetto, quantunque, come dissi, nelle altre edizioni vada unito alle *Ricerche sulla validità dei giudicii del Pubblico*. L' ho inserito invece nell' altro Volume, che contiene appunto le Opere di questo grand' uomo sul Diritto filosofico. Di ciò volli avvertiti i lettori, chè non credessero averlo io tralasciato senza giusta ragione.

ADG.

DELLO

INSEGNAMENTO PRIMITIVO

DELLE

MATEMATICHE

DI

G. D. ROMAGNOSI

AI

SIGNORI DELLA MISSIONE

DIRETTORI DEL COLLEGIO ALBERONI

DI PIACENZA.

Io dedico a Voi questo tenue mio lavoro, per professare sì al pubblico che a Voi quella gratitudine che ho sempre sentito, e che sento ancora vivissima nell'età mia inoltrata, per l'istruzione e per l'educazione ricevuta in codesto Collegio, e per l'amorevolezza veramente paterna colla quale trattate i vostri alunni. Intendo ancora di significarvi che io eccettuo il vostro modo d'insegnamento dagli altri praticati, poichè io l'ho riconosciuto veramente pieno, e fatto con buona fede. Possa la Provvidenza divina a gloria e vantaggio di codesto paese e dell'Italia tutta conservare codesto Collegio, e non sottrarlo mai alla vostra direzione. Io mi ricordo ancora le parole che, alunno, intesi da un dotto Cardinale: Signori, egli disse, approfittino di un tanto benefizio, quia non fecit taliter omni nationi.

Li 29 *Settembre* 1821.

Il fu vostro alunno
GIANDOMENICO ROMAGNOSI.

MOTIVO DELL' OPERA

Perchè pubblicate voi questo scritto, a fronte del grandioso aspetto che in oggi hanno le Matematiche, e delle Opere innumerevoli e grandi e piccole sparse in Europa? — Perchè la storia tutta fa fede, a chi sa leggerla, che la Matematica ha assaissimo contribuito ad introdurre, aumentare e mantenere la vita civile in tutte le parti del globo; e perchè penso che, trattata nel suo intiero e insegnata da principio come si deve, possa ancora fare molti progressi, soprattutto necessarii alle scienze naturali e alla teorica delle arti.

Credete voi dunque di vedere di più di quello che abbiano veduto gli altri? — Io confesso di non conoscere tutto quello che hanno veduto gli altri, ma conosco il metodo primitivo usitato presso di noi. In caso poi che avessi veduto più degli altri, io sarei il fanciullo posto sulle spalle del gigante, che vede più lontano del gigante medesimo. Usando dell'eredità trasmessami da' miei antenati, io mi credo in dovere, per quanto è da me, di accrescerla, quand'anche prestar non potessi che un obolo. Il tempo deciderà del di lui valore.

Questo scritto non contiene che una proposta generale dell'oggetto assunto. So che, trattando di cose pratiche, conviene scendere al particolare; e questo manca ancora. Prematura dunque può sembrare la pubblicazione de' miei pensieri, ed io potrei essere accusato di frettolosa vanità. Rispondo: che se i precetti pratici non fossero la conseguenza di principii solidi, e se io presumessi di possedere a fondo questi principii, io meriterei allora questa censura. Ma io non nutrisco questa presunzione, e però abbisogno del giudizio altrui sulla verità ed opportunità di questi principii, prima di mostrare i precetti che ne derivano. Quando questi siano o sanzionati o corretti col voto o colla censura degl' intendenti, e quando la fortuna non osti al mio buon volere, io sono determinato di scendere al particolare domandato.

In aspettazione di ciò io dichiaro, che non intendo le mie censure al metodo usitato detrar debbano nulla al merito personale di chi lo esercita, ben sapendo che i precettori non sono liberi di cangiar metodo a loro beneplacito. Molto meno pretendo d'insegnar nulla di nuovo nè ad essi nè ad altri, ma solamente di provocare l'attenzione di tutti sulla maniera del primitivo insegnamento. Organo d'una generazione ancora ignorante, io imploro a di lei nome una riforma utile di primo insegnamento. Ma prima domando se i motivi della mia preghiera siano giusti. Ecco in sostanza l'intenzione colla quale mi presento al Pubblico.

Li 29 Settembre 1821.

Romagnosi.

DELLO

INSEGNAMENTO PRIMITIVO

DELLE

MATEMATICHE

INTRODUZIONE

§ 1.

Qual' è la differenza che passa fra un calcolatore e un matematico? — Quella che passa fra un semplice farmacista ed un chimico, fra un materiale fabbricatore di lenti o di stromenti metrici, ed un perito in Ottica o in Geometria. In breve, la differenza consiste nel fare una cosa materialmente o nel farla *con cognizione di causa*, empiricamente o filosoficamente. Il semplice calcolatore si dirà dunque matematico empirico, ed il vero matematico si dirà matematico filosofo. Ora vi domando se esistano molti matematici filosofi, o se pure il massimo numero eserciti il calcolo più empiricamente, che con cognizione di causa. Vi domando di più, se veramente dalle Matematiche si ritragga tutto quel frutto che pretendere se ne potrebbe.

§ 2.

Che altro è in sostanza la Matematica, fuorchè la logica della quantità? A che servir deve principalmente la Matematica, se non che all'utile nostro? Ora domando se essa venga insegnata a dovere. — Per decidere la quistione conviene conoscere in primo luogo quale sia lo scopo di ogni buon metodo d'insegnamento.

§ 3.

Ottenere nella maniera la più breve, la più facile e la più proficua la cognizione o l'operazione proposta, costituisce indubitatamente l'eccellenza d'ogni metodo. Ma la cognizione vera delle cose non dipende dal nostro arbitrio, come non dipendono dalla nostra potenza le forze che facciamo operare. Le cognizioni sono determinate dai rapporti reali e necessarii che passano fra la nostra intelligenza ed i genuini concetti delle cose. Convien dunque conoscere i caratteri da noi discernibili de-

gli oggetti e le leggi della nostra intelligenza, per determinare la migliore maniera di studiarli. I migliori metodi adunque d'istruzione non possono essere che ultimi frutti d'una scienza consumata.

§ 4.

Io parlo dei metodi d'*istruzione*, e non di quelli d'*invenzione;* perocchè a chi conosce la storia dello scibile umano vien reso manifesto che dapprincipio gli uomini s'incamminano per la buona strada, nel mezzo traviano, ed infine ritornano sul buon sentiero. Ciò è avvenuto anche nelle Matematiche. Da principio fu considerata la quantità come qualunque altro fenomeno apparente della natura. S'incominciò a lavorare sul circolo, e si studiarono le affezioni ed i rapporti che si presentavano; come si farebbe nell'esame di un vegetabile o di un animale. Quindi fu disegnata una moltitudine di tavole dirò così anatomiche della quantità, dallo studio delle quali dedur si potevano i caratteri, le derivazioni, le connessioni, i passaggi delle quantità, onde formare un tutto armonico, collegato ed unito. Per questo mezzo furono fatte scoperte, deduzioni, applicazioni, le quali altrimenti sarebbe stato impossibile di ottenere.

§ 5.

Finchè lo spirito umano fu mero contemplatore e docile discepolo della natura, tutti i passi di lui furono utili ed istruttivi; ma dopo che i pensatori vollero operare da sè, il lusso della scienza sottentrò all'economia, e la difficoltà alla facilità. Allora il primo e naturale metodo fu abbandonato, e si sostituirono cognizioni di *risultato* circoscritte, interrotte, mancanti di radici sensibili e di genesi propria; talchè meritano piuttosto il nome di *estratti*, che quello di *dimostratori* diretti della generazione e del nesso della scienza. Tali cognizioni pertanto si affacciano a guisa d'isolati rottami di un edificio artificiale, e però gli apprendenti le colgono con difficoltà, nè possono da esse ricavare il frutto proposto.

Se questo metodo d'insegnamento è pernicioso in qualunque scienza, lo è assai più nella Matematica. In essa le poche nozioni radicali sono così semplici, dipendenti e generate da una segreta unità, che senza di una esatta proposta e di una graduale e connessa esposizione rimangono sempre imperfette e sempre sterili.

§ 6.

Certamente i primi scopritori hanno dovuto praticare il buon metodo. Da che mai è derivato ch'egli poscia fu abbandonato? Pare che questo abbandono primariamente derivi sì dall'impazienza di farsi dirò così

fanciulli, e sì dall'imprestare la nostra intelligenza agli altri. Io non parlo qui dell'impazienza degl' inventori di saltare ai generali prima di avere gradualmente ben esaminati i particolari. Questo pare un destino comune a tutti i rami dello scibile, nei quali si verifica la storiella di quel Francese, che avendo fatta una piccola gita oltre il Reno, ed essendosi incontrato in un'ostessa rossa di capelli e rabbiosa, scrisse nel suo giornale che tutte le ostesse di Germania sono rosse e rabbiose. Io parlo di un difetto nel quale cadiamo pur troppo anche nell'esporre le cognizioni ben concepite e ben dedotte. Il camminare a piccoli passi reca una specie d'affanno a chi può di slancio percorrere tutta la strada. Dall' altra parte poi noi siamo portati a credere che il senso di convinzione prodotto in noi da un principio o da una dottrina da noi intesa debba facilmente prodursi anche negli altri; e però si usano modi compendiosi. Ma le parole che suonano così per voi, non suonano così per gli altri meno illuminati di voi. Sono le idee *associate* e *non espresse*, le quali propriamente decidono sempre del concetto di una nozione astratta o generale.

§ 7.

Incominciato una volta questo metodo artificiale dagli uni, egli viene praticato e continuato dagli altri. Così il primo naturale viene abbandonato e dimenticato, per attenersi all'artificiale creduto più degno e più utile. Ivi, si dice, sta il frutto: chi possiede le nozioni di risultato, eminentemente possiede tutto; e però insegnando queste s'insegna come si deve. Ma con questo modo d'insegnare si cade in una vera estremità contraria ai bisogni delle successive generazioni, sempre nuove al mondo come i primi inventori della scienza.

§ 8.

La scuola d' Alessandria era forse già caduta in questa estremità. Quando essa non abbia avuto altri libri elementari, che simili a quelli di Euclide, di Pappo, di Apollonio ec., noi dovremmo confessare che erasi già allontanata dalla buona strada. Quello che è certo si è, che i metodi che risultano dai libri superstiti furono quelli che nella primitiva istruzione vennero seguiti fino ai giorni nostri. Noi anzi, invece di migliorarli, gli abbiamo peggiorati, senza accorgerci ch'essi sono pessimi per incominciare. Pessimi sì per mancanza di opportunità, che per mancanza di economia. Per mancanza di opportunità, perchè l' aspetto delle cognizioni non è adattato nè alla capacità intellettuale degli apprendenti, nè alla generazione logica della dottrina. Per mancanza di economia poi, perchè, lungi dal preferire le cognizioni che servir debbono agli usi della vita, si disperde l'attenzione, e si consuma il tempo sopra ricerche di

puro lusso. Di questo lusso già si lagnarono matematici celebri, e fra gli altri il d'Alembert. Si dirà che questo lusso cade nei rami superiori dello studio. Ma esso non succederebbe, se la prima istruzione fosse amministrata a dovere. Quando fosse ben piantata, essa darebbe una tale direzione alle nostre ricerche, che nell'atto di pascolare la curiosità degli indagatori li condurrebbe, anche all'insaputa loro, verso la meta proficua della scienza.

§ 9.

Ma, senza discostarci dalle considerazioni comuni a tutto lo studio delle Matematiche, osservo che havvi un fatto di esperienza, sperimentato da tutti coloro che si applicarono con fervore e profitto agli studii matematici; e questo si è, che le cose apprese vengono prontamente dimenticate in guisa da non poterle più richiamare. Ma se queste cognizioni, oltre d'essere esposte con quel metodo che insegna di procedere dal sensibile all'intellettuale, dal concreto all'astratto, dal particolare al generale, dal diviso all'unito, fossero ben simboleggiate ai sensi e raccomandate alla fantasia, a me pare che, lungi dal cadere sì prestamente in oblivione, esse si radicherebbero meglio delle altre nella nostra memoria. La possanza del calcolo forma un gran trionfo dell'umana intelligenza. Per lui l'uomo sembra alzarsi a volo dall'angusto cerchio della naturale sua comprensione per andare ad affrontare l'infinito, o per internarsi nei recessi delle leggi dell'universo. Ma dall'altra parte è pur vero che questo calcolo fu tratto in prima dal più concreto dei nostri sensi, cioè dal tatto, e quindi dalla vista associata al tatto. Dunque fra le cifre aritmetiche ed algebraiche e i concetti mentali vi dev'essere una *rappresentazione* naturale *intermedia*, la quale vada di pari passo, e serva, dirò così, di specchio sensibile all'esercizio del calcolo, come servì alla sua invenzione. Senza di ciò noi camminiamo o ad occhi chiusi, o al favore soltanto di un languidissimo barlume. Il calcolo diviene così uno sterile meccanismo, il valor del quale non è comprovato che dal solo effetto. Le idee matematiche sono di un'indole *speciale*, che importa un magistero rappresentativo speciale. Figlie dei sensi e della ragione, non trovano nè fuor di noi qualche cosa che le rappresenti, nè dentro di noi qualche cosa che le suggerisca. Poste fra il fisico e il morale, esse abbisognano d'essere rappresentate prima *simbolicamente*, per essere poi richiamate *verbalmente*, ossia coi segni di convenzione.

§ 10.

Questa osservazione è forse nuova, ma è importante e decisiva per la sorte intiera della scienza. Essa abbisogna non solamente, come le al-

tre nostre produzioni intellettuali, d'essere rappresentata in una sola maniera, ma di essere espressa in due maniere diverse. Considerando in generale i progressi dell'umana ragione, si scopre che col *distinguere* si crea la ricchezza, e col *rappresentare* si dona la possanza razionale. La ricchezza sarebbe perduta, se la rappresentazione non la coprisse colle sue divise. Così mirabile e possente si è il magistero rappresentativo, che pare costituire il dominio eminente del mondo umano. Vedetene la prova nella moneta, nella scrittura, nei pesi, nelle misure, nella bussola nautica, nei barometri, termometri, igrometri, nei pesa-liquori, e in mille altri stromenti e segnali che ci assicurano delle qualità o quantità delle cose, dei fatti, e perfino delle nostre stesse volontà, ec. ec. I progressi del magistero rappresentativo, come assicurano, così testificano visibilmente le crescenti nostre cognizioni. Ma esso variar deve a norma del bisogno. Quando esso viene applicato alle cose fisiche, egli ha l'oggetto suo corrispondente rappresentatoci dai sensi, e quindi dalla memoria; quando esso esprime qualche nostro sentimento, qualche nostro bisogno, qualche nostra passione, esso ha pure nel mondo interiore il suo oggetto intelligibile, fabbricato dirò così dalla natura: ma quando versa sulle idee matematiche, esso non può ricorrere alla rappresentazione verbale, se prima non compie la razionale.

§ 11.

Voi mi direte che in Matematica vi sono le figure, le cifre numeriche, e gli altri segni. Ma di buona fede credete voi ch'esse siano e tali e tante da supplire al bisogno dello spirito degli apprendenti, e che la maniera colla quale vengono usate supplisca a siffatto bisogno? Questa ricerca mi porterebbe a trattare un argomento speciale, sul quale dovrò appunto dir qualche cosa. Basti tutto questo per far presentire il bisogno di riformare il primitivo insegnamento delle Matematiche. Io qui prescindo da quei motivi che riguardano l'intima natura dei metodi complessivi della scienza. Posto tutto questo, e volendo tracciare un buon metodo d'istruzione, parmi che convenga considerare tre cose ad un tratto; cioè: 1.° che cosa esiga da noi la cognizione più breve, più facile e più proficua del vero, avuto riguardo all'*indole propria* della *materia* da insegnarsi; 2.° che cosa esiga, avuto riguardo allo *scopo morale* e *sociale* a cui destiniamo l'insegnamento; 3.° che cosa esiga finalmente, avuto riguardo allo *stato particolare* ed al *bisogno* degli apprendenti.

§ 12.

I *risultati* di queste tre considerazioni, contemperate le une colle altre, formano le *condizioni* di qualunque buon metodo d'insegnamento.

In conseguenza di queste condizioni si stabiliscono le regole. Ampio lavoro si richiederebbe, se si volesse di proposito trattare su queste ispezioni tanto in generale quanto in particolare per le Matematiche. Ma non intendendo che di *motivare una proposta*, credo che basti accennare alcuni principii che più davvicino riguardano la primitiva istruzione matematica.

DISCORSO I.

Sull' indole e generazione naturale dei primitivi concetti matematici.

§ 13. Necessità di conoscere l'indole e la generazione degli enti matematici.

Esaminando i termini della prima ispezione, essa ci porta alla ricerca = quale idea formar ci dobbiamo della natura e della generazione degli enti matematici, ossia meglio dei concetti primitivi che intervengono come elementi nella scienza della quantità. = Questa ricerca dopo tanti secoli dovrebb' essere stata esaurita, e quindi la risposta dovrebb' essere in pronto. Ma considerando attentamente le cose che si dettano e s'insegnano, siamo noi certi di poter rispondere con verità? L'esame di alcune sentenze fondamentali dei matematici ci convincerà che noi abbisogniamo ancora di un' analisi psicologica di questi primitivi concetti. Ma essi come costituiscono l' abbicì della scienza, somministrano pure i primi lumi logici del metodo: la cognizione adunque almeno abbozzata della loro indole e generazione vera *naturale* è indispensabile per istabilire le condizioni di questo metodo.

§ 14. Generazione naturale del punto e della linea.

I primi concetti matematici sono quelli che versano sull' *estensione*. Una grandezza *senza forma* in Geometria è un assurdo filosofico. Le astrazioni colle quali si è preteso di generare gli enti geometrici debbono essere uniformi alla natura logica delle cose, ed alla maniera con cui opera il nostro intelletto. Con un' astrazione non è permesso di cangiare l'essenza del concetto originario, ma unicamente si deve *far avvertire* all' idea ultima che si è voluta distaccare dalle altre. Dunque l' idea astratta deve portare l' impronta autentica della sua origine; altrimenti essa è dirò così apocrifa, e quindi falsa in fatto. Seguendo questo principio, io non dirò mai, per esempio, che la linea sia prodotta dal flusso del punto indivisibile; ma dirò invece ch' essa è l' *estremità* d' una superficie. Diffatti il concetto della linea si genera in noi concentrando l' attenzione

su questa estremità. L'idea nata da questa concentrazione separata dalle altre si chiama *astratta;* segnata con un nome, appellasi *linea*. Voi presentando, per esempio, una carta bianca tagliata sotto una forma qualunque, fissando l'attenzione sul suo contorno, formate l'idea della linea o retta o curva, a norma della forma che avete sott'occhio. Dividendo poi questo contorno in minime parti, e fermando l'attenzione sopra una di esse, estraete l'idea del punto; come pure la formate imaginandovi un rotondo appena discernibile, o tutto nero.

L'idea del flusso di un punto è tutta artificiale, per far intendere come si formerebbe la linea se si potesse sola generare in natura. Essa è l'operazione inversa dell'astrazione già fatta. Ma altro è il meccanismo manuale, ossia la formazione artificiale d'una cosa, ed altro è la generazione logica o psicologica della medesima. Voi, per esempio, descrivete l'elisse col giro di un filo raccomandato a due punte; voi costruite la parabola con un filo attaccato, e col movimento di una squadra: direte voi perciò che questa sia la generazione *naturale* di queste curve? No certamente; perchè un altro ve le presenterà con un taglio del cono, e qualche altro forse con altro stromento. Le nostre costruzioni artificiali *conseguenti* allo studio non formeranno mai l'origine *naturale* di un'idea presentataci dalla natura. Ma anche dato che voi vogliate per comodo vostro spiegare come si possa simboleggiare e descrivere una linea ed un punto, lungi che voi possiate applicar loro l'attributo d'*inestesi*, vi ponete anzi nell'impossibilità di far nascere questo concetto. La mano e l'occhio non creano nè crear possono cose inestese o invisibili. Più ancora: dalle cose vedute o toccate è assolutamente impossibile ricavare l'idea dell'*invisibile* e dell'*inesteso*. Ma voi generar volete l'estensione per mezzo dell'inesteso, nell'atto stesso che in una maniera sensibile, mediante il movimento della linea, fate nascere la superficie e il solido. Così ponete e negate ad un tratto l'estensione. Ma, per quanto vogliate illudere voi stessi ed altri, voi non potete mai e poi mai riuscire ad accozzare insieme questi concetti. Da ciò ne viene, che a dispetto dei matematici il concetto del punto e della linea non si possono spogliare giammai dell'idea di una minima discernibile estensione.

§ 15. Che il punto matematico non è il principio *formale* della figura, ma è la stessa figura.

Il punto, dicesi, *è il principio di tutto.* Ed io rispondo, che *è il principio formale di nulla.* Imaginate una figura; impiccolitela quanto volete: essa sarà sempre o un circolo, o un quadrato, o un triangolo,

ec. ec. Convertirla in un punto non è solamente un distruggere il concetto di lei, ma egli è un pretendere che il punto possa essere ad un tempo stesso circolo, quadrato, triangolo; ossia che il suo concetto possa simultaneamente essere identico e diverso. Qui non v'è mezzo: o conviene che il concetto del punto sia nello stesso tempo il concetto di tutte queste cose insieme (locchè è logicamente impossibile), o conviene che non sia veruna di esse; perchè il concetto del punto è essenzialmente diverso da quello di ogni determinata figura. Ridotta dunque la figura al minimo termine possibile imaginario, essa rimarrà sempre com'è, perchè la sua forma costituisce la sua essenza. Devesi dunque ammettere in Geometria una specie d'impenetrabilità logica, come in Fisica si ammette l'impenetrabilità materiale. Anzi, a dir vero, l'impenetrabilità logica è ancor più manifesta della materiale.

Ciò non è tutto. Supponendo il punto *inesteso*, essenzialmente si esclude la possibilità di formar l'*esteso*, perchè il concetto della *negazione* esclude quello dell'*affermazione*. Il concetto negativo dell'*estensione* ripugna al concetto positivo della medesima, come il nulla ripugna all'essere, e il bujo all'illuminato. Ma supponiamo il punto anche *esteso:* egli tuttavia non potrà logicamente essere il principio formale della figura, perchè la forma individua d'una figura non può ripetere il principio che dalla stessa sua essenza. Per quella ragione che il primo *esteso* ripete da sè stesso la propria *forma*, ogni altro *esteso* la ripeterebbe sempre da sè medesimo. La forma univoca d'una figura o semplice o complessa è logicamente unica, indivisibile e propria, talchè non può risultare che da un concetto univoco e indipendente da ogni altro. O conviene abolire il concetto dell'*essenza logica* delle cose, o conviene concedere che il principio della figura sia la stessa figura.

§ 16. Delle essenze logiche e del possibile ideale.

La mente umana ragionar non può che sulle *essenze logiche*, e trarre la certezza e la evidenza se non che dalla loro considerazione. L'essenza logica altro non è che quel tale concetto, senza del quale non possiamo affermare che una cosa sia o possa essere. Pensando quindi che una cosa esista o possa esistere, noi giudichiamo essere impossibile la sua esistenza senza presentare questo suo concetto. Il verbo *essere* inchiude queste idee. Quando parliamo di oggetti distinti, parliamo di oggetti particolari; e quando parliamo di particolari diversi, noi concepiamo in uno ciò che noi concepiamo negli altri. Le essenze dunque particolari sono necessariamente qualificate, ossia hanno ognuna un determinato carat-

tere. Ma dall'altra parte tolti questi caratteri, il concetto della cosa svanisce. Dunque l'idea di questo carattere o di queste qualità è inseparabile dal concetto dell'*essenza*. Ecco l'attributo ed ecco pure l'immutabilità perpetua di un' essenza, sia reale, sia possibile.

La differenza fra il *possibile* e l'*esistente* consiste, quanto a noi, nella differenza fra il *reale* e il *puramente imaginario*. Ma questo concetto non altera quello degli attributi essenziali degli oggetti. Dunque la differenza fra l'*esistente* e il *possibile*, lungi dal cangiare il concetto essenziale delle cose, anzi fa sì che l'uno serva, dirò così, di specchio all'altro.

§ 17. Dell'esteso finito e figurato. Limiti. Grandezza e piccolezza. Coll'aggrandire o impiccolire non si altera il carattere formale della figura.

Queste nozioni sono certissime, primitive, e comuni a tutti gli oggetti dei nostri pensieri. La Matematica dunque non può che ubbidire alle medesime. Impugnarle o tramutarle egli è pretendere che l'uomo abjuri il buon senso, o cangi le leggi del proprio intelletto. Ciò premesso, proseguiamo. Ogni figura può essere considerata *o rispetto a sè stessa, o rispetto ad altre*. Considerata in sè stessa, come far si può d'un astro solo in grembo al bujo assoluto, essa ci presenta l'idea di *un esteso finito avente una data forma*. Questi sono attributi essenziali di lei. Domandare il perchè siano tali e non altri, è lo stesso che domandare il perchè il bianco sia bianco, e il rosso sia rosso. Il vero e il fatto qui sono tutt'uno.

Non sono i *limiti* che facciano esistere lo *spazio*; ma è lo *spazio finito* che somministra l'idea dei *limiti*. La diversa maniera colla quale può esistere ossia figurarsi questo spazio, costituisce la forma o le varie forme che appellansi *figure*. L'idea della forma è semplice, individua, immutabile, come quella di un odore, di un sapore, del caldo e del freddo. Essa è attributo specifico, ossia costituisce l'essenza particolare. Con ciò essa si qualifica, e si distingue la figura. Cercare concetti equivalenti è un assurdo, perchè sarebbe lo stesso che cercare di tramutare il *sì* in *no*.

Considerando una figura isolata reale, noi c'imaginiamo che possa essere più *grande* o più *piccola*. Ma questo concetto è logicamente *relativo*, perchè coll'imaginazione si finge la stessa forma o più grande o più piccola. Se dunque nel grande o nel piccolo distinguesi il concetto *positivo* dal *comparativo*, ciò non nasce che dalla diversa maniera di paragonare. Nel *positivo* prescindiamo da qualunque paragone *speciale*, come quando diciamo un uomo grande o piccolo. Nel *comparativo* ci riferiamo ad una data finita grandezza. La denominazione adunque iso-

lata di *grande* o *piccolo* inchiude un paragone *generico;* la locuzione di *più grande* o *più piccolo* involge un paragone *specifico.* Qui sorgono le idee del *maggiore* o del *minore* rispettivo. Questo stesso può essere *determinato* o *indeterminato.*

Il concetto adunque che domina in tutte queste considerazioni è sempre *relativo*, e *puramente relativo.* Ma il *relativo* non può alterare in nulla i *caratteri specifici* degli oggetti; anzi il *relativo* è tutto fondato su questi caratteri, e risulta appunto essenzialmente dal paragone di questi caratteri. Dunque, parlando delle figure e di ogni altro oggetto possibile, vale il detto, *che il più e il meno non muta la specie.* Ma se non muta la specie, dunque non muta nè le relazioni, nè le affezioni, nè le funzioni annesse ed essenziali alla sua specie.

Fu detto di sopra, che il principio della figura è la stessa figura. Dunque il *grande* e il *piccolo* non potrà mutarne la specie, o snaturarne le funzioni. Imaginatevi pure un circolo, un'elisse, un quadrato, oppure qualche minima parte finita e figurata di ogni figura possibile. Le loro relazioni saranno le stesse, perchè la loro indole è immutabile. Voi potrete ampliarle ed anche dividerle mentalmente, come per ravvisar meglio una cosa lontana vi avvicinate, o per vedere una cosa minuta adoperate una lente o un microscopio. Ma ciò non altera punto il carattere specifico della figura o della quantità: ciò è anzi impossibile, come ognun sente. Dunque logicamente assurda sarebbe una dimostrazione, la quale si fondasse sul supposto che il *grande* o il *piccolo* possa tramutare le funzioni logiche degli oggetti geometrici.

§ 18. Fallacia del concetto della divisibilità infinita dell'esteso finito. Dimostrazione logica diretta.

Ogni parte di *spazio finito*, ossia ogni estensione finita, esclude essenzialmente il concetto d'*infinito.* E pure sogliono i matematici parlare d'*infiniti*, e d'infiniti maggiori gli uni degli altri. Essi suppongono la divisibilità infinita dell'esteso finito. In questi discorsi qual è il concetto che illude? Il concetto che illude si è quello che nasce dall'accoppiare la nuda e fantastica possibilità dell'aggrandimento o impiccolimento dell'esteso collo stato positivo e coi rapporti determinati della misurazione o della divisione. Da ciò nasce il giudizio, che l'idea dell'aumento o decremento metafisicamente possibile dell'estensione si possa accoppiare coll'operazione della misurazione o della divisione. Ma questo giudizio, se bene addentro venga esaminato, si trova essere contro ragione. Eccone la prova. Egli è certo che l'estensione in genere si può in un senso astratto

assoluto raffigurare indefinitamente suscettibile di aumento o decremento; ma egli è certo del pari, che l'idea di un palmo è finita come quella di un digito, e che l'estensione finita di un palmo è maggiore dell'estensione finita di un digito. Ogni esteso reale è finito, e però i limiti dell'estensione esistente sono sempre determinati. Lo spazio infinito non è più una quantità, perchè non è suscettibile di aumento o di decremento. Non di aumento, perchè si figura infinito; non di decremento, perchè se fosse suscettibile di decremento, stando la sua natura d'*infinito*, sarebbe perciò suscettibile di gradi, nell'atto stesso che non sarebbe essenzialmente suscettibile di aumento. Così o cesserebbe la sua essenza logica, o si dovrebbe ammettere un concetto contraddittorio. Da ciò ne viene, che lo spazio infinito ed il punto inesteso si rassomigliano col non ammettere l'idea di *quantità*. L'idea dunque di *quantità estesa* sta fra le chimeriche idee del *punto inesteso* e dello *spazio infinito*. Il *più* e il *meno* adunque non si può logicamente verificare che nell'esteso finito e limitato.

Procediam oltre. Ogni aumento o decremento di un esteso finito involge nel suo concetto un'addizione o sottrazione di una *porzione estesa finita*. Questa porzione, qualunque siasi, è *positiva*; questa porzione nella data ipotesi o aggiunge o sottrae una *parte rispettiva estesa*. Si avrà dunque sempre un residuo esteso e finito, sia uguale, sia disuguale, sia aliquoto, sia non aliquoto. Se talvolta voi non potete ragguagliare il residuo colle prime porzioni che avete fatto, oppure non potete far coincidere un esteso col metro che avete assunto, ne viene mo la conseguenza della divisibilità infinita dell'esteso che avete sott'occhio? L'unica conseguenza legittima che ne viene si è, che voi non potete trovare una *coincidenza metrica*, sia fra le porzioni separate e la residuale, sia fra il metro vostro e l'esteso misurato, e nulla più. Dedurre la conseguenza, che l'esteso finito residuale sia infinitamente divisibile, egli è lo stesso che affermare ad un solo tratto ch'egli sia infinitamente esteso, e sia nell'atto stesso suscettibile di aumento o di decremento; lo che è un assurdo manifestissimo. Allora lo spazio infinito sarebbe lo stesso che un atomo esteso, ossia le due idee dello *spazio infinito* e dell'*atomo* sarebbero la stessa cosa. Allora, anche quando avete una misura coincidente, potreste dire che ogni digito ed ogni atomo è infinito; e quindi avreste infiniti maggiori, minori, ed uguali ad altri infiniti. Ma a che ridurrebbesi allora la cosa? La cosa si risolverebbe a significare che l'infinità sarebbe propria dei maggiori, dei minori e degli eguali estesi finiti; e quindi posta in non cale questa qualità comune, rimarrebbe sempre la necessità di determinare l'aumento o il decremento rispettivo di questi estesi. L'in-

finita divisibilità pertanto, comune ad ogni esteso e ad ogni porzione di lui, rimarrebbe sempre una qualità puramente oziosa. Ridotta al suo vero valore, essa si risolve nel concetto proprio dell'*esteso*, in quanto è suscettibile di ampliazione o di diminuzione, di addizione o di detrazione, e nulla più. L'idea della *suscettibilità astratta* dell'*esteso* di soffrire tutte queste alterazioni senza fissar limite alcuno, associata all'idea di *varii estesi finiti*, fa dunque nascere l'illusoria ed irragionevole idea di questi enti ad un solo tratto infiniti e finiti, maggiori gli uni degli altri.

§ 19. Come nasca il giudizio della divisibilità infinita dell'esteso finito. Sua irragionevolezza.

Se voi raccoglierete l'attenzione sul vostro intimo senso, voi troverete una conferma di queste osservazioni, e v'accorgerete in che consista lo scambio logico dal quale nasce la vostra illusione. È di fatto che voi nel misurare gli estesi non fate uso del punto inesteso, ma adoperate l'esteso, ed agite sull'esteso. Ora sotto questo rapporto il *moltiplicare* e il *dividere* vale lo stesso. Voi dunque proseguite a dividere. Ma l'idea di una cosa estesa sta sempre avanti gli occhi vostri, perchè agite sempre su di lei. Per quanto adunque ripetiate questa operazione, essa vi darà sempre lo stesso concetto. Egli è lo stesso come se diceste: *io penso; io sento di pensare; io avverto di sentire di pensare; io sento di avvertire di sentire di pensare;* e così all'infinito. L'idea d'*infinito* sapete dove sta? Nell'astratta idea della *possibilità* di proseguir sempre a ripetere la stessa cosa; e però non istà nell'oggetto, ma in voi. Lo stesso avviene quando vi occupate a dividere l'estensione. L'indefinito infatti si verifica sì nel grande come nel piccolo, perchè entrambi vi presentano sempre un *esteso*. Quindi voi avete sempre il motivo o di ripeterne la misura, o d'impiccolirla a piacere. Finchè dunque non fate cangiar natura all'idea di *estensione*, essa starà sempre presente al vostro intelletto, e produrrà in voi lo stesso concetto. Ma col farla crescere o diminuire non la distruggete. Dunque ripetendo senza fine la vostra operazione, e pensando di poterla ripetere senza fine, voi giudicate che la divisione o l'impiccolimento possano essere infiniti, e quindi che l'estensione sia infinita. Con questa maniera voi potreste dire anche un sapore, un odore, un suono infinito, perchè potete imaginare gradazioni senza fine. Ma il fatto sta, che questa infinità non è che illusoria, ed altro non significa che un'idea non si può cangiar mai in un'altra.

§ 20. Si conferma la dimostrazione di questa irragionevolezza.

E per verità sì il grande che il piccolo hanno un'essenza ed un'esistenza o reale o intellettuale. Ripugna logicamente che nello stesso punto siano e non siano. Ma quando dividete o impiccolite un oggetto, lo supponete per ciò stesso esistente co' suoi attributi essenziali. Dunque nella funzione della divisione l'idea di *esistenza* interviene sempre nel vostro concetto. Ma quest'idea è immedesimata coll'idea dell'*essenza*, ossia cogli attributi qualificanti il soggetto. Dunque nella divisione dell'*esteso* interviene come indistruttibile l'idea dell'*estensione*.

Questa conseguenza è evidente al pari del sentimento della nostra stessa esistenza, a meno che non convertiate l'idea di *divisione*, che indica parti esistenti e sussistenti, in quella di *annientamento*, che indica la negazione di ogni esistenza. Ora vi domando se il *sì* possa diventar *no*. È vero, o no, che la divisione richiede un oggetto positivo, le parti del quale si vogliano separare? Dunque per ciò stesso si suppongono parti esistenti e sussistenti. Ma se sono esistenti, e se le concepite esistenti, come potete voi risolverle nel nulla? Se parliamo di un tutto esteso, o che sia un aggregato, le parti non sono che *ripetizioni* dell'estensione. Allora figurate più estesi che compongono un esteso; ma separati, essi vi danno sempre l'idea d'una propria estensione, e voi siete sempre da capo. Allora abbandonate la divisione, e ricorrete all'impiccolimento; e così accade una perpetua ripetizione di concetti, come sopra ho annotato, e quindi pronunciate l'estensione infinita. Ecco il vero tenore dell'infinito dei matematici.

§ 21. Che la pretesa infinità suddetta altro in sostanza non è che la impossibilità di cangiar l'essenza logica della quantità.

In qualunque concetto di una grandezza o massima o minima noi associamo due idee che si confondono: la prima è quella di *esistenza*, la seconda è quella di *estensione*. Ma siccome all'estensione si accoppia il *più* ed il *meno*, così ci figuriamo di poter dividere o impiccolire indefinitamente. Ma a questa maniera, come ho già detto, posso indefinitamente diminuire un suono e qualunque altra sensazione, e quindi dirle infinite, e però considerar me stesso, che tutte le provo, come un *essere infinito*. Ma se per verità, come ho già dimostrato, tutto ciò non significa altro che l'impossibilità di cangiar l'essenza logica di una cosa, e di convertire il *sì* in *no*, egli ne segue che l'infinito dei matematici è una mera illusione, anzi una vera e positiva assurdità logica. Non v'accorgete

voi della contraddizione che voi stessi commettete, quando da una parte mi ponete avanti l'infinitamente grande, l'infinitamente piccolo, e dall'altra i punti e le linee inestese generatori dell'esteso? Se la divisione può essere infinita, dunque non si potrà finir mai coll'inesteso. E se l'esteso può incominciare coll'inesteso, dunque la divisione e l'impiccolimento non saranno punto infiniti.

Se volete, io vi darò infiniti più meravigliosi. È di fatto che uno specchio ha la facoltà di riflettere l'imagine di tutti gli oggetti presentati: ecco un infinito di riflessione. È di fatto che una palla ha la facoltà di seguire tutti gl'impulsi che le vengono dati: ecco un infinito di movimento. Questi attributi sono proprii tanto d'uno specchio grande, quanto d'uno piccolo; tanto d'una palla grossa, quanto d'una minuta. Questi attributi dunque non sono annessi nè alla grandezza nè alla piccolezza, ma alla *natura intrinseca* della cosa, la quale finchè sussiste darà sempre lo stesso effetto. Ecco una parità per l'estensione infinita dei matematici e per qualunque altro simile concetto. Io lo ripeto: l'infinito non è nelle cose, ma nel concetto interno dello spirito; o, per dir meglio, non è in verun luogo; a meno che non vogliate erigere in oggetto infinito l'impossibilità di cangiare le essenze logiche coll'aggrandire o coll'impiccolire.

§ 22. Da che deriva l'illusorio giudizio dell'infinità dell'esteso finito?

Da che adunque derivò che tanti uomini insigni adottarono con persuasione le idee di questi infiniti? — A me pare che debbasi attribuire a due cagioni influenti ad un solo tratto sui nostri giudizii. La prima consiste nel confondere l'idea dell'*aggregato materiale*, che ci si presenta unito in un'idea sola, colla idea nuda dell'*estensione*, o almeno nell'associarle in modo che l'una non vada disgiunta dall'altra. La seconda consiste nel dar corpo a tutti i nostri concetti della *quantità*, e costituirne altrettanti oggetti reali dotati d'una positiva esistenza. E quand'anche non si empia il mondo di siffatte creature, si considerano almeno come *qualità reali*, ossia come idee corrispondenti a qualità reali esistenti nelle cose.

Ma se avessero pensato che la mente umana, sia che si alzi al firmamento, sia che scenda agli abissi, non esce mai da sè stessa, avrebbero conchiuso che l'universo non è che un fenomeno ideale presentatoci dai rapporti reali che passano fra lo spirito nostro, e gli oggetti a noi incogniti esistenti fuori di noi. Allora avrebbero riguardate le idee tutte di spazio, di estensione, ed altre simili, come puri *segni naturali* corri-

spondenti a questi oggetti, e nulla più. Anzi avrebbero riguardate queste idee come segni secondarii e rimoti, perchè furono dedotte da noi col magistero dell' astrazione. Allora avrebbero distinto ciò che ci viene dal di fuori da ciò che ricaviamo totalmente dal nostro fondo all' occasione delle idee che ci vengono dai sensi. Allora avrebbero veduto che tutte le essenze sono puramente logiche per noi, e che non possiamo nè potremo conoscere giammai che cosa siano le realità degli esseri esistenti fuori di noi, e nemmeno conoscere l'intima nostra realità.

Quando la filosofia avrà acquistata quella finezza, quella certezza e quell'ampiezza che la di lei natura richiede; quando eserciterà i suoi diritti su tutti gli oggetti che le appartengono; cesseranno anche quelle illusioni le quali predominano a proporzione che l'impero della fantasia prevale su quello della ragione. Allora svaniranno gl' infinitamente grandi e gl' infiniti piccoli. Allora non s'imbroglierà più lo spirito degli apprendenti con paradossi respinti dalla ragione. Allora non si dirà più a loro: ecco due parallele protratte indefinitamente; da un dato punto della parallela superiore tirate tante linee obblique alla parallela inferiore: l'angolo si andrà sempre diminuendo; ma non si raggiungerà mai la parallela superiore. Ecco quindi un infinito reale. Traducete questo discorso, e dite: lo spazio in forma di lista rètta ed uguale non sarà mai simile allo spazio in forma di angolo; locchè si risolve nella proposizione, che la lista non è angolo.

§ 23. Assurdità del concetto d'una quantità più piccola di qualunque escogitabile. Sua equivalenza coll' infinitamente piccolo.

Fino a qui abbiamo esaminato un giuoco irragionevole di fantasia, o dirò meglio un' inavvertenza nel non esplorare le alterazioni ideali nate nel passaggio che fa la mente dai concetti generali ed assoluti ai concetti speciali e relativi. Pare scusabile questa inavvertenza; ma che cosa direste voi quando vi venisse dimostrato che quegli stessi matematici che adottarono gl' infiniti maggiori e minori degli altri proposero nello stesso tempo l'idea di quantità più piccola di qualunque escogitabile? Svolgendo questa idea, non solamente essi distruggono gl' infiniti suddetti, ma si abolisce perfino, senza bisogno, l' essenziale concetto della stessa quantità. E per verità, quanto al bisogno io osservo che il calcolo non ha d'uopo dell'idea d'una quantità più piccola di qualunque escogitabile; imperocchè il piccolo e il grande sono idee puramente relative, e non possono essere che relative. Ma per ciò stesso che le fate servire, sia per paragonare la grandezza di due o più oggetti, sia per segnare la rispet-

tiva differenza, voi create un misuratore geometrico od aritmetico, mediante il quale intendete di scoprire l'identità o la diversità di quantità delle grandezze paragonate. Quando questo metro abbia soddisfatto a quest'ufficio, l'intelletto non abbisogna di altro. Ora per soddisfare a quest'ufficio non è necessario che questo metro sia una quantità più piccola di qualunque escogitabile, ma basta che sia tanto piccola da esprimere ogni valore che attribuite, o qualunque differenza che segnar si deve nel dato processo. Dico *nel dato processo*, e non *in ogni processo immaginabile.*

Voi mi direte che havvi la quantità continua incommensurabile, e che questa abbisogna di essere valutata. Ma qui vi domando se voi col misurare pretendiate di convertire il diverso essenziale in identico, e se ciò far si possa coll'assurdo concetto della quantità più piccola di qualunque escogitabile. Dico *concetto assurdo;* imperocchè una quantità più piccola di qualunque escogitabile significa realmente un'idea che sfugge alla percezione, e però un nulla logico. In secondo luogo poi è certo, che quando ponete l'idea di quantità, voi vi figurate una cosa suscettibile di aumento o di decremento. Questa condizione è così inseparabile dall'idea di quantità, che senza di essa si distrugge il suo concetto, come consta dalla sua definizione.

Questa condizione è anzi quella che determina l'essenza stessa della quantità. Dunque qualunque quantità è essenzialmente suscettibile d'impiccolimento; dunque è metafisicamente impossibile il figurare una quantità più piccola di qualunque escogitabile. O conviene adunque abolire l'idea di *quantità*, la quale nel suo essenziale concetto involge la possibilità di aumento e di decremento, o bisogna rigettare come assurda l'idea di una quantità più piccola di qualunque escogitabile.

Tutto questo è per sè evidente, nè potranno mai i matematici controverterne la verità. Ora domando se fra la quantità più piccola di qualunque escogitabile, e gli infinitamente piccoli usitati o resuscitati nel calcolo, passi una vera e logica differenza. Dove non si discerne nulla non si concepisce nulla. Ma così è, che nell'infinito non si discerne nulla, nè si prefinisce nulla; e specialmente si esclude l'idea di aumento e di decremento. Dunque gl'infinitamente piccoli suddetti sono equivalenti alle quantità più piccole di qualunque escogitabile; dunque invano si potrebbe pretendere di riformare i fondamenti della Matematica col far resuscitare o coll'impiegare questi piccoli infiniti, come ha fatto recentemente un trascendentalista del Nord.

§ 24. Del concetto speciale della *quantità*.

Le nozioni speculative della Matematica debbono necessariamente servire alle operazioni del calcolo. Ma il calcolo è un' arte; e quest' arte sarà più o meno illuminata, a norma che le nozioni speculative saranno più o meno adequate. Nè il *meccanismo*, nè l'*espressione materiale* distinguer debbono le specie diverse del calcolo delle quantità. Questa distinzione deve ripetersi dalla *natura dell' oggetto*, cui mediante il detto calcolo ci proponiamo di conseguire. Questa sentenza è fondata su di un principio logico, del quale si parlerà nel Discorso quarto. Quest' oggetto non può consistere che in una data *cognizione* o in una data *opera*. Essa forma lo scopo; il calcolo ne forma il mezzo. Ma questo mezzo non riesce efficace, se non si conoscono le affezioni particolari e le leggi delle quantità. Queste affezioni e queste leggi sono fondate sulla natura della quantità del numero. Dunque conviene formarsi un'idea esatta sì dell' una che dell' altro. Io non esibisco un Trattato di Matematica, ma sole osservazioni sull'insegnamento primitivo. Quindi dovrei ommettere il parlare di proposito dell'indole intrinseca della quantità e del numero; e volentieri lo farei, se anche qui non avessi a fronte autorità contrarie imponenti.

La quantità astratta può essere bensì concepita come qualunque altra idea semplice, ma non può essere definita. Noi anzi non possiamo nemmeno formarcene idea, se non quando l'applichiamo a qualche soggetto reale. Allora apparisce qual' è veramente; allora veggiamo ch' essa non è che quel *modo di essere*, pel quale una cosa è suscettibile di aumento o di decremento. Il concetto della *quantità* racchiude in un solo punto quelli dell'*identità* e della *diversità*, per ciò stesso che racchiude le idee di *più* e di *meno*. Questa condizione è così essenziale, che senza di essa svanisce il concetto della *quantità*. Tutto ciò che non è suscettibile di *gradi* non è suscettibile di *quantità*. La *verità*, la *certezza*, l'*esistenza*, ed altre simili idee, non ammettono *gradi*, e però non sono suscettibili di *quantità*. La *verità* primitiva ed assoluta altro non è che un *sì* od un *no* immutabile. La *certezza* consiste nell'affermazione o negazione di una cosa escludente il *dubbio* del contrario. Quando nell' affermazione o nella negazione entra il *dubbio*, nasce la *probabilità*, la quale ha tanti gradi, quanti ne ha il *dubbio*. Il *dubbio assoluto* esclude anche la *probabilità*, perchè l' animo non propende nè per il *sì* nè per il *no:* la ragione sta in equilibrio perfetto, e non giudica; sente il peso, ma non propende da veruna parte. L'*imparzialità* logica somiglia a quella

di una bilancia che regge pesi uguali. L'eguaglianza non ha *gradi*, e però anch'essa non è suscettibile di *quantità*. Lo stesso dicasi dell'equilibrio perfetto.

Il concetto universale della *quantità* si riferisce a tutte le cose suscettibili di *più* e di *meno*. Ma tutte le nostre sensazioni, tutte le nostre passioni, e molti altri modi nostri di essere o di agire, sono suscettibili dell'idea del *più* e del *meno*. Dunque sono suscettibili dell'idea amplissima di *quantità*. Dico *amplissima*, perocchè nel comune linguaggio non si fa uso della parola *quantità* in tutti gli oggetti suscettibili di *più* e di *meno*. Non si dice, per esempio, *quantità della bellezza*, *quantità dell'ingegno*, e nè anche *quantità di un odore*, *di un sapore*, *di un colore*. Il concetto dunque proprio della *quantità* si restringe alle cose vestite, dirò così, di ESTENSIONE, sia ch'essa venga attribuita in senso diretto, sia che venga attribuita in senso metaforico. A quest'ultima specie di quantità si restringe la sfera delle Matematiche; e però essa forma il soggetto universale d'ogni specie di calcolo.

§ 25. Del concetto del *numero*. Opinione di Newton e del d'Alembert.

Finchè l'animo non pensa che all'unità isolata non può tessere calcolo veruno: esso incomincia a calcolare quando pensa al numero. In generale il numero non è che *una pluralità compresa sotto di un solo concetto*. In questo senso il numero abbraccia anche le cose prive di estensione. Noi figuriamo allora un aggregato sotto di un solo concetto. In conseguenza di ciò noi gli prestiamo implicitamente l'idea di *un tutto esteso*. Questa maniera di concepire dir si può *metaforica*, perchè presta ad una pluralità di cose non estese un concetto complessivo esteso. Senza un concetto unico complessivo non esiste l'idea del *numero*. Col ripetere sempre *uno e poi uno*, senza dir altro, non si forma un numero. Ma quando dico *tre*, *quattro*, *cinque*, annunzio pluralità con un solo concetto. Questo concetto unico, preso per sè solo, costituisce la *grandezza numerica*. Il concetto di lei è così *positivo* ed *assoluto*, come quello di un esteso circolare, quadrato, triangolare, o simile, che mi venga posto avanti gli occhi. Io posso allora paragonare queste figure numeriche, le quali mi presentano una forma geometrica più spiritualizzata, e posso quindi trarne rapporti e risultati; ma questi rapporti e questi risultati sono secondarii, e realmente non sono che *verbi miei*, che io esprimo coi segni del calcolo. Essi dunque non costituiscono il *concetto* positivo del numero, ma la *logía* del numero.

Ciò posto, parmi che dir non si possa con Newton, che ogni numero non sia che un *rapporto*. Con questa definizione non si esprime il *concetto positivo* del numero, ma solamente la *logía numerica*. La spiegazione stessa d'Alembert (1) parmi che possa giustificare la mia opinione. « Nous remarquerons d'abord (egli dice) que un nombre, suivant » la définition de M. Newton, *n' est proprement qu' un rapport.* Pour » entendre ceci, il faut remarquer que *tout grandeur* qu' on compare à » une autre, est ou plus petite, ou plus grande, ou égale; qu' ainsi tout » grandeur a un certain rapport avec une autre à la quelle on la com» pare, c'est à dire que elle y est contenue ou la contient d'une certaine » manière. Ce rapport ou cette manière de contenir ou d' être contenue » est ce qu' on appelle nombre. »

Analizziamo questo passo.

In primo luogo qui si parla di *grandezze*, e di grandezze che possono *contenerne* delle altre, come formanti i *termini* dai quali sorgono i rapporti. Qui dunque abbiamo in primo luogo il supposto di cose *estese*, le quali sono poste come fondamento positivo a questi rapporti. Dico *il concetto di cose estese*, perocchè la capacità di contenere o d'essere contenuto non si può applicare che a cose estese.

In secondo luogo si suppone che queste grandezze possano avere *dimensione* variata, poichè si suppone che possano essere rispettivamente maggiori, minori od eguali, e in conseguenza somministrare i rapporti dei quali si parla. Qui dunque ci si presentano veri enti geometrici, o simili ai geometrici, in vista dei quali sorge il *numero*.

Ma come si fa nascere il *numero?* Dal paragone estrinseco di queste persone. Qual è l'oggetto logico di questo *paragone?* Sapere quante volte una grandezza ne contiene un' altra, e come la contenga.

Posto tutto questo, si pone ogni grandezza a guisa d'una *unità* staccata dall'altra per rilevare soltanto il rapporto estrinseco suddetto. Il contenere o l'essere contenuto non è qui che finzione, perocchè si suppone che ogni grandezza esista per sè; ed altro non esprime che il rapporto commensurabile dell' una coll' altra.

Ora ponderando questi concetti, che cosa risulta? Risulta, che da una parte o si toglie o si dissimula il concetto proprio della *grandezza*; e dall'altra, che le idee di *ragione*, di *proporzione*, di *commensurabilità*, di *simiglianza* ec. sono scambiate coll' idea propria del *numero*. Primo, si toglie o si dissimula il concetto proprio della *grandezza*. E per ve-

---

(1) Ved. *Enciclopedia*, articolo *Arithmétique*.

rità nel mondo matematico che cosa è una grandezza maggiore o minore di un'altra, fuorchè una quantità più o meno concreta? Il fondo, dirò così, della grandezza altro non è che la stessa quantità *finita.* Ora ditemi che cosa sia una quantità *finita* maggiore o minore di un' altra. Se questo non è un *numero generico*, che cosa sarà esso?

In secondo luogo, dico che qui scambiansi le *logíe* numeriche col concetto proprio del *numero.* Altro è che la mente nostra nell'esaminare un oggetto che chiamiamo *grandezza* faccia paragoni, pronunzii giudizii, dai quali emergono le idee *relative* suddette; ed altro è che queste idee relative costituiscano il concetto proprio del *numero.* Quando io pronunzio *tre*, *quattro*, *cinque*, non mi rompo la testa a paragonare nel modo voluto dal d'Alembert, ma mi figuro ad un tratto un tutto composto di tre, di quattro o di cinque elementi similari che chiamo *unità*, e null'altro. Io entro in una camera, dove veggo qua e là collocati molti frutti. Non comprendo a primo tratto quanti siano. Fin qui altro non concepisco, che una indefinita *pluralità.* Dico *indefinita*, e non *illimitata.* Tale sarebbe quella mirando il firmamento sparso di stelle. Ma se raccolgo questi frutti, e li conto ad uno ad uno, e che ogni volta che ne accresco uno, uso un segno diverso, nascerà l'*idea d'un aggregato*, che esprimerò con una sola locuzione. Ecco allora la naturale idea del *numero.*

Questa idea è fatta qui per una successiva *apposizione;* ma essa viene somministrata anche in una maniera più immediata colla *divisione* di un tutto in due parti. La mia mano è il primo modello che mi offre questa idea. Volendola semplificare ancor di più, piglio, per esempio, un quadrato, o un altro tutto uniforme, e lo divido in parti aliquote. Allora esprimo un tutto distinto in parti similari; ed ecco di nuovo il *numero.* Esso dunque comparisce sempre come una *pluralità* espressa con un solo concetto.

§ 26. Delle grandezze matematiche. Legge prima ed ultima dell'unità con varietà che forma l'essenza prima d'ogni algoritmo. Sua forma ridotta ai minimi termini.

Questo concetto complessivo è quello che costituisce appunto la *grandezza.* E siccome la pluralità è maggiore o minore, così la grandezza riesce maggiore o minore. L'espressione numerica delle parti della grandezza può essere varia; ma ciò non altera il suo rapporto estrinseco con un'altra grandezza. Io posso dividere la stessa area, e posso lasciarla senza divisione alcuna. Nel primo caso avrò una valutata grandezza; nel

secondo ne avrò una non valutata. È vero che, paragonando una grandezza totale minore con una maggiore, potrò figurarmi che stia tante volte nella maggiore; ma in questo caso io figuro la grandezza minore come *parte* della maggiore; e così se può capirvi molte volte senza che avanzi nulla, diventa *parte aliquota* della maggiore. Ma in questo caso che fo io? Io fo un' *imaginaria divisione* del corpo della maggiore mediante l'applicazione della minore, e fo nascere il *numero*. Ma io posso fare lo stesso dividendo questo corpo direttamente in tante parti eguali alla grandezza minore, la quale in questo caso fa la funzione di *unità metrica*, e nulla più. Il *numero* però consisterà nel *complesso di queste unità*, nelle quali è ripartito il corpo della grandezza maggiore, e non nel *rapporto univoco* primitivo ed estrinseco fra le due grandezze. In questi esempii il concetto proprio del *numero* apparisce coperto dalle spoglie sensibili dell' *estensione*. Ma, per verità, esso predomina anche scevro da queste spoglie. Così, per esempio, come nominiamo tre globi, così pure nominiamo tre suoni, tre colori, tre odori, tre sapori, tre pensieri, tre esistenze, ec. ec. Il *numero* adunque non indica che pluralità di concetti abbracciati con una sola considerazione.

Se più oltre spingiamo la nostra attenzione, noi sotto l'idea del *numero* veggiamo trasparire quella legge suprema ed ultima dell'animo nostro, colla quale nel mentre che distinguiamo le diverse nostre idee, noi le riuniamo in un solo concetto complessivo; e quindi ravvisiamo sempre il tipo di quell' *io* unico, che ad un solo tratto sente e distingue, e che nel sentire e nel distinguere riunisce i suoi modi d'essere in un unico centro, cioè nell'unica facoltà sua di sentire. La pretesa dualità, annunziata da un trascendentalista del Nord, non contiene la legge suprema che veramente presiede al calcolo; ma altro non esprime che l'atto puro di *distinguere*, e però non esprime che una *parte sola* di questa legge. Diffatti quando dico *uno più due fa tre*, oppure in generale a più b fa c, io formo un numero. Ma qui realmente ho due idee concorrenti ed una concludente, due termini coefficienti ed uno risultante. Ma l'idea di questo termine risultante è una terza idea così semplice, così unica e così propria, che non si può confondere colle altre due. Più ancora: senza questa terza idea non esiste il numero, nè verun risultato da me ricercato. Con questa terza idea poi io unifico così le cose, che dimenticar posso i coefficienti, ed avere ciò non ostante il concetto domandato. Non è dunque sotto forma di *dualità*, ma di *trinità individua* che la legge suprema di ogni algoritmo può essere presentata.

§ 27. Delle vere astrazioni matematiche.

Tutte queste discussioni servono di saggio per provare il bisogno di purgare la Matematica dai concetti illusorii e lambiccati coi quali, a dispetto della buona filosofia, si è voluto svisarla. Le prime nozioni sono quelle che abbiamo esaminato. Ora qual meraviglia se tanto penoso, tanto lungo, tanto tortuoso, tanto sconnesso riesce il cammino della scienza intera? Svestiamoci una volta da queste illusorie e mal tessute spoglie trascendentali, le quali, oltre di guastare i veri concetti logici, gettano nelle nostre scoperte e nelle nostre dottrine una durezza, una fatica, un gelo, ed oso dire una violenza ributtata dalla natura.

Io non pretendo con ciò che le idee astratte e generali debbano essere bandite dalla Matematica; ma pretendo che debbano essere banditi que' fantasmi che usurparono il loro posto. Togliere le idee astratte e generali, egli è lo stesso che ridurre l'uomo alla condizione delle bestie. Ma altra cosa sono le idee astratte e generali, ed altro le sfumature illusorie partorite dall'ignoranza o da giudizii precipitati. Le vere idee astratte e generali non ammettono nè quiddità scolastiche, nè analogie volgari, che si perdono nelle nuvole; ma esse si restringono all'espressione eminente dei *fatti reali*, raccolti con diligenza, esaminati con ordine, ed interpretati con sagacità.

Queste genuine idee astratte e generali debbono dar forma e somministrarci i veri concetti e la fedele espressione degli enti matematici. Ma esse non possono compiere quest' ufficio sinchè noi non interniamo le nostre ricerche sul modo col quale essi naturalmente si generano ed agiscono anche all'insaputa nostra. Questa ricerca esigerebbe un lavoro fatto di proposito, del quale ora manchiamo. Qui io mi restringerò ad accennare solamente quel tanto che parmi necessario per fondare il miglior metodo dell'insegnamento primitivo.

§ 28. Legge universale di associazione dei concetti geometrici ed aritmetici.

Il calcolo è opera tutta nostra. Esso in sostanza riducesi all'espressione artificiale delle leggi necessarie che dettano i nostri giudizii nel paragonare le quantità. Questi giudizii risultano dalla combinazione di date idee. Convien dunque conoscere tanto l'indole di queste idee, quanto le leggi naturali del nostro intendimento, allorchè si occupa su di esse. Ciò posto, io avverto che se con un concentrato raccoglimento interroghiamo il nostro senso interno, noi travediamo che in tutte le operazioni mate-

matiche intervengono due specie di concetti sempre associati. Il primo lo chiamo *aritmetico*, ed il secondo *geometrico*. In astratto si possono confondere, perchè il *misurare* riducesi in fine ad una enumerazione di parti espressa con una o più proposizioni; ma esaminando più addentro la natura loro, noi ci avveggiamo essere eglino diversi. I concetti dell'*unità elementare* e del *numero* me ne somministrano una prima prova. Che cosa è veramente l'*uno aritmetico*, o, a dir meglio, a che cosa riferiamo noi l'*unità aritmetica*? È chiaro che noi la riferiamo alla sola idea di *esistenza*. Dunque l'*uno aritmetico* è segno d'una *esistenza*, e nulla più. L'*uno geometrico*, per lo contrario, indica una data porzione di spazio, ossia una data estensione finita. Da ciò ne viene, che il numero aritmetico è tutto *metafisico;* il geometrico, all'opposto, è tutto *fisico.* Col numero aritmetico indico tanti uomini, tanti alberi, tanti animali ec. ec., nulla importando se siano grandi o piccoli, simili o dissimili. È dunque manifesto che nella semplice *enumerazione* non si considera che la *nuda esistenza;* ma dall'altra parte l'idea di *esistenza* è per sè semplice ed indivisibile: dunque ne viene che l'elemento primo è perpetuo della *nuda enumerazione* è essenzialmente semplice ed indivisibile.

La cosa non procede così nella *divisione*, e meno poi negli altri rami del calcolo. Ivi, anche non volendo, s'introduce l'*uno geometrico.* Ivi noi non veggiamo e non possiamo vedere che lui, ed agire che su di lui. In esso concorre bensì l'idea astratta di *esistenza;* ma essa non è la sola che ne costituisca il concetto. Questo concetto è precipuamente formato dall'idea d'una estensione *distinta* e *finita.* Ma per ciò stesso che è *finita*, è anche *figurata*. Queste due condizioni sono per noi inseparabili. Quando parliamo in particolare, la nostra imaginazione si ferma sulla idea della data figura; quando poi parliamo in generale, si sveglia una confusa idea o di una o di molte corrispondenti ai nomi che impieghiamo. I vocaboli generici di *figura*, di *potenza*, di *termine*, di *più*, di *meno*, e simili, non possono svegliare in noi altre idee che queste; altrimenti sono vuoti di senso per noi. Tutte le nostre idee generali si presentano nella stessa guisa; e a norma delle parole che impieghiamo si risvegliano nella stessa maniera.

Allorchè ci occupiamo sull'*esteso* col *senso aritmetico*, non poniamo mente nè alla forma, nè alla collocazione delle superficie; ma altro non facciamo che numerarne le parti, ed annunziarne la somma. Diffatti colla *valutazione* noi prescindiamo da queste circostanze in modo, che diciamo *equivalenti* tutte quelle superficie variamente conformate, le quali somministrano lo *stesso numero* di parti aliquote. Parimente diciamo

commensurabili quelle, nelle quali una parte aliquota dell'una può essere aliquota dell'altra. Quando questa equivalenza e questa commensurabilità non appariscono a primo tratto, si rende necessario di rintracciarle sotto le varie forme nelle quali stanno nascoste. Ecco la necessità dell'*analisi*, del *calcolo* e delle *dimostrazioni*.

In tutto questo però il *senso aritmetico* non fa che misurare per ritrovare o l'eguaglianza o la disuguaglianza, senza specificare giammai sotto qual *forma* apparisca l'*esteso*. In ultima analisi dunque col *senso aritmetico* noi ci restringiamo a *limitare* più o meno l'*esteso*, stantechè coll'annoverarne le parti altro non si fa che annunziare limiti più o meno ampii, o più o meno ristretti. *Misurare* è lo stesso che far coincidere un dato *esteso* con un altro. Ma siccome la possibilità di questa coincidenza dipende dalla natura propria degli *estesi* paragonati; così la possibilità della commensurabilità risulterà da questa stessa loro natura. Il *senso aritmetico* dunque non potrà trovar limiti coincidenti se non quando il concetto degli *estesi* sia conformato in un modo analogo a queste coincidenze. L'affare dunque riducesi ad un *fatto primitivo* simile a quello di qualunque altra sensazione. Due suoni, due colori, due odori diversi non si possono identificare; così pure due quantità o forme *estese primitive*, realmente *dissimili*, non si possono far coincidere entro gli stessi limiti.

La Matematica non crea nulla dentro di noi, ma contempla il creato, ed agisce sul creato. Quindi le sue locuzioni non possono avere un significato diverso da quello che si presenta in tutte le altre nostre situazioni. Il dizionario matematico non può essere diverso dal psicologico. Quindi la Matematica non può avere nomi assolutamente *tecnici*, come le arti ed i mestieri.

Esaminando il modo col quale la mente umana sale alla *enumerazione*, si trova ch'ella è debitrice al tatto, e quindi alla vista associata al tatto, di questa sua possanza. Da ciò ne viene, che l'*uno aritmetico* si trova naturalmente associato al *geometrico*. Per una decomposizione ultima delle idee che formano il concetto dell'*uno geometrico*, voi separate l'idea di *nuda esistenza*, e la vestite di un segno, e così formate l'*uno aritmetico*. Il *punto matematico* è il simbolo intellettuale di quest'ultima astrazione.

Ma per quanti sforzi possiamo fare, non giungiamo mai a scompagnare il *senso*, dirò così, *geometrico* dall'*aritmetico;* e però ne viene che parliamo di *grandezze* in Aritmetica, e di *non estesi* in Geometria. Ma la natura parla più alto di noi; e però sortendo dall'astrazione del-

l'*uno isolato*, e venendo al *numero*, siamo senza avvedercene trascinati ad associare e far valere il *senso aritmetico* unito al *geometrico*. Così si formano *grandezze aritmetiche* come si formano *grandezze geometriche*. Così si parla di numeri quadrati, di cubici, di triangolari, di piramidali, e perfino di circolari; come viceversa si parla di superficie o di potenze lineari, duple, triple, quadruple; e così del resto. Ma tostochè formate *grandezze aritmetiche* come *grandezze geometriche*, voi togliete all'*uno aritmetico* l'*indivisibilità* che gli prestaste, e sostituite un *indefinito dimensivo* che in sostanza coincide coll'*uno geometrico*. Allora, secondo le funzioni che voi esercitate, egli prende gli aspetti ora di elemento, ora di un tutto, ora di misuratore, ora di misurato, ora di componente, ora di dividente, ora di complessivo, ora di segregato, ec. ec. Nè la cosa può accadere diversamente: perchè l'*io* che pensa, che distingue, che paragona, che disgiunge, che connette, è *uno*; e tutti questi concetti non sono che l'*io* stesso, il quale esiste ora in una ed ora in un'altra delle maniere suddette.

Niun uomo di buon senso, e meno poi niun matematico, potrebbe negarmi che il concetto dell'*unità* non sia intrinsecamente quale io lo presento. Imperocchè io gli opporrei due fatti solenni palmari e perpetui; il primo dei quali si è quello delle frazioni, il secondo quello del calcolo di approssimazione. Se noi facessimo uso di un elemento primo indivisibile, come si potrebbe dividerlo in metà, in terzi, in quarti, e così all'infinito? Se tutti gli enti matematici si dovessero considerare come puri aggregati di questi elementi primi ed indivisibili, come potrebbero esistere veri incommensurabili, e quindi essere necessario il calcolo di approssimazione? Voi giungereste in ultimo all'*uno* differenziale, come fate, per esempio, nei numeri dispari. Ma qui qual partito prendere? Se voi dividete l'*unità*, voi da una parte cadete in contraddizione con voi stesso, perchè le togliete l'*indivisibilità*; e dall'altra voi cadete in un circolo vizioso, stantechè allora la *divisione* si risolve in una *moltiplicazione*. Allora la vostra approssimazione si converte in un maggiore allontanamento, e però siete costretto a tornare alla prima posizione integrale. Ma alla perfine perchè fate tutto questo? Pretendete forse che il *diverso* diventi *identico*, o viceversa? Non v'accorgete voi che l'idea di *unità* investe *tutto* il vostro soggetto, e che però quando siete all'ultimo è lo stesso come se foste al principio? Accordo adunque anch'io che esista l'*unità indivisibile*; ma io non la fo consistere nell'*uno* sgranato ed elementare dei matematici, ma in tutt'altro. Questa verità appunto risulta dimostrata dal supposto implicito che suggerì il calcolo stesso di

approssimazione. Io accenno tutto questo per dimostrare che la forza della natura è tale, che si manifesta in onta dei tentativi dei punti inestesi, delle linee inestese, degli infiniti indeterminati, ec. ec.

§ 29. Distinzione fra l'idea di estensione e quella della materia. Virtù logica fondamentale dell'idea di estensione. Identità e diversità in un punto solo.

Taluno forse obbiettar mi potrebbe che io voglio introdurre il *materialismo* nelle Matematiche. A questo obbietto risponderei, che ben lungi che questa taccia convenga a me, io la posso ritorcere contro la Matematica corrente. Io diffatti non pretendo di polverizzare l'*unità*, ma la mantengo come sta. Se essa mi si presenta colle divise dell'*esteso*, io non la considero perciò divisibile che per finzione. La *materialità* non istà nell'idea di *estensione*, ma nel concetto di molte parti esistenti e sussistenti aggregate sotto la forma di un *tutto*. In breve, la *materialità* sta nella pluralità delle *sostanze*, e non nella idea dell'*estensione*. Supponete, per esempio, che uno spirito al di fuori agisse sul mio corpo come la mia anima agisce al di dentro: io lo vedrei sotto forme sensibili, benchè fosse *uno*. L'*unità* di sostanza essenzialmente esclude la *pluralità*. L'*unità* di sostanza è dunque l'opposto della *materialità*. L'*unità* importa essenzialmente semplicità, indivisibilità, ec. ec. Un aggregato finito è un numero *finito;* ed essendo finito, non può più estendersi all'infinito. Ma l'*esteso*, secondo i matematici, si può o dividere o impiccolire all'infinito. Dunque anch'essi sono costretti a confessare che il concetto dell'*estensione* non è la stessa cosa del concetto dell'*aggregato* di più sostanze. L'idea di *estensione* è così semplice, così individua, così nostra, come qualunque altra idea o senso interno che proviamo.

Quest'idea ha la proprietà di poter sopra le altre tutte accoppiare in un solo concetto l'unità, la varietà, la gradazione; talchè per questa sua virtù ella serve di materia e di criterio al calcolo. Quando pensate che più *unità* si congiungano a formare un *tutto*, voi create un *numero*. Se voi lo paragonate con un altro *tutto*, e pensate che possa essere maggiore, minore o eguale a questo *tutto*, voi create una *grandezza*. Il nome di *grandezza* è dunque puramente relativo e comparativo. Il concetto positivo ed assoluto della cosa detta *grande* o *piccola* sussiste per sè: esso anzi forma il termine di paragone; e però è logicamente anteriore al concetto della *grandezza*.

Il nome di *grandezza* si suole assumere ora come indicante un oggetto positivo dotato di quantità, ed ora come indicante il rapporto solo quantitativo dell'oggetto stesso, sia coñ altri enti, sia collo stato diverso

d'aumento o di decremento nel quale può essere figurato. Il concetto della *grandezza* ora è *indeterminato*, come quello appunto di maggiore, minore ed eguale; ora è *determinato*, come quello di duplo, triplo, quadruplo, ec. Il *determinato* può rivestire due aspetti: l'uno *continuo*, come appunto quello di duplo, triplo; e l'altro *discreto*, come quello di 16. 17. 20., ec.

Le altre idee di *simiglianza*, di *ragione*, di *proporzione*, di *commensurabilità* ec. ec., formano un ordine *conseguente* di altre logie.

§ 30. Senso preciso della commensurabilità. *Coesistenza* in uno stesso oggetto dei diversi rapporti di simiglianza, ragione, proporzione, commensurabilità. Esempio.

Tocca alla Matematica il ben definirle, e dimostrarne la filiazione. Considerando una quantità chiamata *grandezza*, dicesi *commensurabile*, o n o. Con ciò si esprime ch'essa è suscettibile o non suscettibile di *coincidenza metrica* con un'altra. Con ciò non si altera punto la di lei natura; perocchè questa è una relazione estrinseca ed accidentale, e non un attributo perpetuo ed essenziale della *grandezza*.

Qui solamente annoterò, che tutti questi *rapporti* possono coesistere stando gli stessi enti *positivi*. Mi spiego con un esempio. Voi dite in Geometria che il quadrato dell'ipotenusa è uguale alla somma dei quadrati dei due cateti; ossia che la di lui area pareggia quella dei due quadrati suddetti, talchè questi si possono sempre risolvere in due parti di quello dell' ipotenusa. Con questa proposizione generale voi realmente esprimete un'unità ed una grandezza indefinita, stantechè la proposizione si verifica, sia che poniate i cateti eguali, sia che li poniate disuguali. Li ponete voi uguali? Allora il quadrato dell'ipotenusa ha una grandezza doppia di quella del quadrato di ogni cateto. Li ponete voi disuguali? Voi non avete alcun termine di paragone finchè non discendete a *concretare* la disuguaglianza. L'eguaglianza non ammette che una posizione sola: essa esprime *identità* di quantità fra due o più soggetti.

Supposti i cateti disuguali, fingiamo che il quadrato di uno sia doppio di quello dell'altro: allora quello dell' ipotenusa diventa triplo rispetto al primo; rispetto poi al secondo, sta come tre a due. Allora dunque l'unità del quadrato dell'ipotenusa sostiene ad un tempo stesso un doppio rapporto, diverso affatto da quello della posizione dell'eguaglianza in cui prima lo figuraste. Questi rapporti poi di disuguaglianza si possono indefinitamente variare; e ciò non ostante verificarsi sempre, che il quadrato dell' ipotenusa è uguale a quelli dei cateti. Quali sono le conse-

guenze di questa osservazione? La prima si è, che tutti questi rapporti o simultanei o successivi sono *estrinseci* al positivo concetto delle superficie; e propriamente non sono che *verbi nostri*, dedotti dalla posizione rispettiva delle superficie paragonate. La seconda si è, che il quadrato dell'ipotenusa fa la funzione di una *indefinita e stabile unità*, la quale nell'atto che serve di fondamento agli indefiniti rapporti di proporzione che nascono dal rispettivo aumento o decremento dei cateti, riesce sempre uguale alla somma delle aree dei quadrati dei cateti medesimi. La terza conseguenza poi si è, che la nostra mente nel formare i verbi suddetti non si contenta del solo aspetto della figura che ha sott'occhio, ma fa intervenire altri enti matematici per formare le rispettive proposizioni.

§ 31. Delle quantità poste, delle imprestate, e delle logíe che intervengono nell'esame della quantità stessa.

Questa terza operazione si fa quasi a nostra insaputa; e però nell'atto che noi crediamo di non esaminare e paragonare fuorchè la figura sensibile che ci sta avanti, noi effettivamente chiamiamo a paragone altri enti matematici. Un esempio chiarirà questa osservazione. Fingete un vaso pieno d'acqua. Io distribuir posso quest'acqua in altri due vasi o di pari o di dispari grandezza; ma la massa dell'acqua è sempre la stessa, e la capacità del vaso, che la contiene, è sempre la stessa. Questa idea di *identità di quantità* è positiva; ma quest'idea non risulta dall'aspetto sensibile dei vasi, nè delle masse esistenti dell'acqua, perchè tutto può essere disuguale. Quest'idea dunque è posta in mezzo dal mio solo intelletto. Procediamo oltre. Quando paragono le masse dei due o più vasi minori, sia fra di loro, sia col vaso maggiore, che cosa avviene? Egli avviene in primo luogo, che le dette masse sono da me raffigurate come soggetti per sè esistenti, e quindi come tante *unità*, alle quali io non posso nè aggiungere nè detrar nulla senza distruggerne il concetto. Egli avviene in secondo luogo, che quando ne determino la *differenza*, io figuro altre misure positive di acqua eguali a queste differenze; quando poi concludo per l'eguaglianza col vaso maggiore, io figuro queste masse in grembo, dirò così, allo stesso, e come occupanti una data parte dello stesso. Ora fingiamo che io voglia esprimere la mia operazione esattamente. Che cosa ne risulterà? Egli ne risulterà che dovrò non solamente esprimere il valore assoluto delle masse dell'acqua, ma eziandio sì la loro differenza assoluta, che la loro differenza media, ossia la loro distanza dall'eguaglianza. Con questa espressione è chiaro che anche gli enti creati da me per formare il calcolo entrano nel computo, e diven-

tano termini dello stesso, come le masse reali dell'acqua. Anzi queste masse reali non venendo considerate che come pure *quantità*, sono, dirò così, spiritualizzate, ed acquistano così l'espressione intellettuale dei rapporti da me rilevati. Queste masse imaginarie non si possono altrimenti confondere con questi rapporti; come non si può confondere l'oncia, il grano ed il carato, che si pongono nel catino della bilancia per pesare un grave, con le avvertenze e le prove che fa colui che cerca di determinare questo peso. Se ora aggiunge, ora leva, finchè trova l'equilibrio, ciò egli fa certamente in vista dei *rapporti* di approssimazione maggiore o minore ch'egli va scoprendo; ma le oncie, i denari o i carati non sono rapporti, ma materia positiva. Le diverse *quantità* di questa materia rappresentano nei varii casi una forza di gravità eguale o disuguale a quella della materia pesata. Queste operazioni si verificano, sia che si tratti di determinare le differenze, sia che si tratti di formare un' altra grandezza, o di fissare il luogo in cui nasce o in cui finisce, ec.

§ 32. Dell' unità metrica. Suo carattere meramente relativo.

Questo non è ancor tutto. Nel paragonare le misure suddette di acqua, io uso certamente di una misura determinata. Ma ognun sa che questa deve necessariamente variare, a norma del rapporto che le masse sostengono colla massa intiera, della quale esse sono parti integranti. Qui dunque si presentano due specie di *unità*. La prima è quella di tutta la massa; la seconda è quella che mi serve a determinare i rapporti eventuali tanto fra parte e parte, quanto fra le parti e il tutto. Questa seconda unità io l'appello *unità metrica*, o *uno metrico*. Egli è notorio ch'egli non può essere che rispettivo e particolare, e nulla più. L'*uno metrico* adunque *generale* non esiste, nè può esistere. Dico ancora che non può esistere; imperocchè se potesse esistere, non potrebbero esistere nè veri incommensurabili, nè vere unità complessive; ma altro non esisterebbero che aggregati o coacervazioni indefinite. L'*uno metrico* adunque, preso come misuratore delle grandezze, si deve considerare come un divisore precario d'una inesauribile *unità*.

§ 33. Del senso integrale e del senso differenziale in generale.

Il concetto di questa unità appartiene al *senso integrale*, assai più esteso del *differenziale*. Diffatti noi sentiamo assai più di quello che possiamo discernere. Ne siano testimonio que' passaggi da noi detti *insensibili*, i quali, sebbene facciano una reale e successiva impressione nel nostro occhio, ciò nonostante non si possono partitamente discernere, per

il minimo spazio che percorrono. Testimonio ne siano ancora le moltissime affezioni, delle quali non possiamo presentare l'espressione, e che pure sono partorite da idee, ossia da impressioni distinte fatte in noi. Quello che nelle belle arti o in letteratura appellasi *gusto* appartiene più al *senso integrale*, che al *differenziale*. Con questo senso, senza saperlo, formiamo quell'*unità complessa* che sfugge ogni calcolo. Con esso anche l'uomo di genio riceve quelle subitanee inspirazioni, le quali sono indipendenti dall'analisi e dal sillogismo. A questo appartiene pure quello che appellasi *tatto morale* o *di esperienza* tanto nei giudizii, quanto negli usi della vita.

Questo senso riceve maggior perfezione quando ad un felice organismo si accoppii una buona educazione. Egli opera in noi ad ogni istante della vita; e quindi in tutte le nostre meditazioni. In esse i concetti, che cadono sotto il discernimento, sono parti dei concetti integrali, segnate a più o meno larghi intervalli.

Mediante poi il *senso differenziale* la nostra intelligenza avvertitamente comincia da una parte colla natura, e dall'altra coi nostri simili e con noi medesimi. Diffatti la mia mente non può avvertitamente comunicare nè con me, nè con altri, se non mediante quelle cose che discerno, e quei sentimenti de' quali posso dar ragione a me stesso. Ma tutte le scienze, le regole, le dottrine, le ordinazioni umane derivano dal discernimento: dunque esse non potranno raggiungere giammai tutte le gradazioni, nè esaurire il fondo, dirò così, del *senso integrale*. I dettami dunque scientifici particolari si possono rassomigliare a quelle colonnette che si pongono lungo una strada: esse segnano a larghi intervalli il cammino; ma lo spazio di mezzo è lasciato senza indicazione.

Ma s'egli è vero che dove non si discerne più non si può paragonare, perchè dove non si discerne più non si sente differenza, malgrado pure che esista e faccia la sua minima impressione; sarà pur vero che al di là di certi limiti deve accadere nei nostri concetti una *trasformazione*, per la quale la scienza deve cessare o cangiar linguaggio, ossia cangiare l'espressione dei concetti. Ridotte diffatti le cose a questa estremità, le *opposizioni* si convertono in *distinzioni*, e le *differenze* in *gradazioni*.

§ 34. Vera natura delle idee ontologiche. Loro connessione colle idee matematiche.

Nè la cosa può procedere altrimenti, perocchè l'identità e la diversità non esprimono veramente che due modi di sentire dell'animo no-

stro, associati a qualsiasi specie d'idee presentate a noi in una guisa risaltante. In qualunque stato si trovi o si finga l'animo nostro, sia che si trovi unito ad un corpo con sensi o maggiori o minori, sia che abbia idee senza l'intervento dei sensi esterni, si verificherebbe sempre questo carattere.

Tutte le idee *ontologiche* sono di questa natura: esse, parlando propriamente, non ci vengono di fuori. Le cose particolari hanno forme assolute e particolari: espresse in generale non cangiano natura. Le idee ontologiche non esprimono *forme*, ma *pure logíe:* quindi esse non appartengono all'esterno, ma si riferiscono solamente a funzioni fondamentali ed ultime dell'animo nostro, le quali intervengono perpetuamente nel sentire e concepire qualsiasi cosa. Così nello specchio, dopo le diversità delle imagini, trovate che tutte sono riflettute; ma la riflessione è la funzione fondamentale dello specchio, e non degli oggetti.

Le idee matematiche sono, fra tutte, le più contigue alle ontologiche, e per un certo lato si confondono colle ontologiche. Questo fa sì che la sfera delle Matematiche ha per noi un aspetto immenso, e a prima giunta uniforme. Ma s'egli è vero che la nostra intelligenza è limitata; se ella ha certe leggi; se ognuno di noi è conformato d'una sola maniera; e se l'*io* che sente le differenze in un oggetto materiale è quello stesso *io* che le sente in un oggetto intellettuale; sarà pur vero che una sola legge dovrà presiedere a questo sentimento. Que' simboli segnati con un nome, che chiamiamo *idee astratte, intellettuali, generali*, non possono mutare la nostra capacità, nè sottrarci da questa legge. Quelle che i matematici chiamano *proprietà dei numeri* saranno dunque effetto di questa legge. Il *numero* non esiste in natura, ma egli è un concetto del nostro spirito.

§ 35. Della sfera delle Matematiche considerata nella loro fonte primitiva psicologica.

Quanto poi al raffigurarli, noi non abbiamo altro mezzo che quello di un senso distinto, risaltante, e che abbia, dirò così, una certa latitudine. Un rapidissimo ed un lentissimo movimento si rassomigliano. Pare adunque che la numerazione distinta esteriore richiegga una certa vibrazione dei nostri organi. Se l'aspetto o la successione delle cose esterne eccita quella vibrazione con quel dato intervallo, nasce la *distinzione;* se non eccita a quel segno, con quella tale latitudine e con quelle tali pause, non si ottiene verun concetto particolare distinto.

Le produzioni specialmente organiche conosciute ci presentano specie distinte, nelle quali colla varietà particolare della loro struttura veg-

giamo accoppiata una similarità di leggi e di azioni compatibile colla costituzione organica di ogni specie. I germi racchiudono sicuramente le prime cause determinanti di queste forme e di queste leggi. Se il nostro sensorio fosse conformato in guisa di un germe, o in altra simile forma, che cosa ne dovrebbe nascere? Una psicologia sagace, e ben corredata di fatti, potrebbe recar qualche luce in questi reconditi recessi del nostro *essere*. Ciò servirebbe di guida a spiegare in progresso molti fenomeni sentimentali che oggidì ci appariscono isolati, e che ci presentano la dottrina dell'uomo interiore a guisa di una raccolta di viaggi di molti navigatori, i quali hanno bordeggiato le sole coste, o non si sono internati abbastanza nel paese, per darcene una carta specificata e complessiva.

Se la Matematica fosse trattata a dovere, essa dovrebbe somministrarci la prima interpretazione delle leggi del *senso differenziale* unito all'*integrale;* perocchè nella semplicità delle idee, che maneggia, queste leggi operanti contemporaneamente si debbono mostrare alla scoperta. Noi avremmo allora la storia naturale dell'animo umano, il quale ad un solo tratto sente e distingue; perocchè la denominazione di *senso integrale* e *differenziale* non è che una locuzione per dare ad intendere la natura di due funzioni e modi d'essere dell'animo nostro. Io trovo, per esempio, che in Architettura si assegnano certe proporzioni; che della Musica si danno certi elementi coi numeri. Ora domando se siasi ridotta la teoria ad una tale unità sistematica e primitiva da mostrare la radice comune di fatto delle regole architettoniche e musicali. E pure questa radice comune esiste. Essa riposar deve sopra un *fatto* primitivo, o sopra alcuni *fatti* primitivi, dei quali se non possiamo trovare altra ragione, basta che constino a noi per servire di fondamento alle nostre dottrine. Dicesi, per esempio, nella Musica che le ottave si rassomigliano; e si considerano nei loro rapporti come una stessa voce. Si è mai filosoficamente analizzato questo concetto? Le voci non hanno nè figura, nè colore: come dunque trovate voi fra il grave e l'acuto, che sono due idee diverse, una identità come questa? Qui avete identità e diversità in un punto solo. Mi sapreste voi dare un emblema che rassomigliasse e mi desse ragione di questo fenomeno psicologico?

Alla Matematica pienamente sviluppata toccherebbe di offrire questo emblema; e, quando fosse convenientemente esposta, presenterebbe all'umana intelligenza uno specchio, nel quale questa ravviserebbe sè stessa ed i proprii movimenti allorchè si occupa a studiare le *quantità*. Essa vedrebbe allora, che i concetti aritmetici appartengono propriamente

al *senso differenziale*, e che perciò debbono essere più semplici e più universali dei geometrici, e servir quindi ai paragoni ed ai risultati geometrici. Diffatti quando la mente nostra semplicemente distingue o limita un oggetto, non ritrae altro concetto che quello di una diversità o di una latitudine astratta, la quale non si può risolvere in verun'altra più semplice idea. Da ciò ne viene, che col *senso aritmetico* voi determinate anche le misure di quelle cose, le quali non presentano superficie alcuna. In questi casi però il *senso aritmetico* viene assistito dal *geometrico.* Così ci serviamo dello spazio per misurare il moto, e dello spazio e del moto per misurare il tempo. Così se noi ci occupiamo a determinare la caduta, la projezione, la direzione o diretta o ribattuta di un solido o di un fluido, l'imaginazione traccia per una pronta finzione la linea ch'essi descrivono. Quanto alle forze, si associano le idee dell'estensione e dei numeri per segnare i gradi; talchè quest'associazione del *senso geometrico* coll'*aritmetico* è costante, universale, inseparabile.

Nè la cosa, logicamente parlando, potrebbe mai procedere diversamente; perocchè le idee di *diversità*, di *distinzione*, di *limiti*, di *più*, di *meno* ec. sono tutte puramente *relative.* Ma per ciò stesso che sono *relative* esse involgono il concetto de' *termini*, dai quali sorge la *relazione.* Somministrare le idee di questi termini appartiene appunto al *senso geometrico.* Esso presta, dirò così, il fondo sul quale si esercita ogni specie di calcolo; esso quindi è il primo che agisce in noi. A lui dunque appartiene in prima ed ultima analisi il concetto *positivo* dell'unità sì metrica che complessiva.

§ 36. Del concetto dell'unità complessiva. Come si concilii col senso discretivo.

L'unità complessiva, sia sensibile, sia mentale, riunisce molti concetti, i quali presentano qualità esclusive e qualità comuni nelle *parti*, ed una proprietà semplice individua nel *tutto*, che non si può tramutare in un'altra. Da ciò deriva talvolta una *incommensurabilità* assoluta. Ciò però non toglie ch'essa non si possa risolvere in dati elementi. Colla sola cognizione però di questi elementi non si giunge a quella unità. Non sarebbe più vero che esista una forma unica indivisibile, e tutta propria del solo complesso, se l'idea dell'*elemento* potesse esprimere quella del *tutto.*

Un falegname costruisce la ruota di un carro, ed un muratore fabbrica una torre rotonda. Tre cose si possono domandare. La prima, quanto *materiale* sia stato impiegato nel dato lavoro; la seconda, quali forme

speciali avessero le parti maggiori componenti quest'opera, e quante di una forma e quante di un'altra siano state impiegate, e come siano state collocate nel costruire l'opera suddetta; la terza finalmente quale sia la *dimensione* di tutta l'opera suddivisata. — Quando voi domandate quanto *materiale* sia stato impiegato, voi fate astrazione tanto dalla forma unica complessiva del tutto, quanto dalla forma o forme diverse delle parti singolari; quando voi chiedete della *figura* delle parti maggiori, del numero e della collocazione di queste figure, voi fate astrazione tanto dalla forma complessiva di tutta l'opera, quanto dalla qualità e quantità degli elementi primi, ossia degli atomi che compongono queste parti maggiori; quando finalmente vi rivolgete alla *dimensione* del tutto, voi prescindete dalle minute particolarità sopra ricordate, per ottenere invece un concetto semplice ed univoco di questa dimensione.

Ma è cosa di fatto, che tanto le forme, quanto il numero degli atomi, delle parti maggiori e del tutto esistono *congiunte* nell'opera; egli è di fatto, che tutte *concorrono* a costituirla nella vera sua dimensione e figura semplice ed unica. Ora vi domando se, malgrado ciò, io possa o no convertire la dimensione del tutto in una forma *discretiva* di grandi parti dissimili; se io possa o no trovare i componenti *razionali* di queste grandi parti, benchè l'espressione loro complessa sia *incommensurabile*.

Altro è il dire che un dato effetto derivi dalle date cagioni; ed altro è il dire ch'egli sia di *carattere* o simile o dissimile di quella delle sue cagioni. Altro è il dire ch'egli sia in sè stesso composto o misto; ed altro è il dire che abbia un'essenza così semplice, univoca e propria, come quella d'ogni cagione considerata singolarmente. Due spinte uguali ad angolo retto fanno seguire al corpo sospinto la diagonale di un quadrato; due dati suoni fanno sentire sotto un certo angolo un terzo suono. Ora domando se la direzione del corpo sospinto dai due impulsi suddetti, od il terzo suono che si fa sentire per la vibrazione dei due, siano o no così *semplici* e *indivisibili* come le due direzioni e i due suoni presi singolarmente, nell'atto pure che sono tutti e tre dissimili. Che cosa segue da ciò? Egli ne segue, che io non potrò certamente tradurre l'idea del terzo suono, o della direzione diagonale, in un'altra, perchè ne distruggerei il concetto, e convertirei il *sì* in *no;* ma potrò ciò nonostante trovare gli elementi coefficienti dell'essenza da me concepita.

Ecco ciò che accade nei nostri concetti nel comporre o nell'analizzare l'unità complessiva. In essa l'associazione del *senso geometrico* ed *aritmetico* si palesa apertamente. In tutti i composti assoggettati ad unità

dir si può che il *centro* formale e reggitore dell' unità complessiva non risiede dentro alcune delle parti singolari, ma fuori delle medesime. Di là egli comunica al *tutto* le sue affezioni. Da ciò nasce che in ogni parte debbono esistere tanto le *qualità singolari*, quanto le *attitudini comuni*; senza di che non potrebbero concorrere a formare un solo *tutto* individuo, e dotato di vera unità. Queste attitudini sono il fondamento delle *proporzioni*, le quali nell'unità complessiva logicamente sostengono molti *rapporti* simultanei. Un esempio lo abbiamo accennato già sopra, quando abbiamo parlato del quadrato dell' ipotenusa.

§ 37. Distinzione della commensurabilità dalla unificabilità.

Per la qual cosa fino dai primordii della scienza conviene accuratamente distinguere la *commensurabilità* dalla *unificabilità*. La prima ad altro non si riferisce, fuorchè alla coincidenza dei limiti dati alle parti di un *tutto*, sia con un metro comune, sia col paragone ad un altro *tutto*. La seconda per lo contrario si riferisce alla cospirazione simultanea di più cose anche diverse a formare un *tutto* semplice ed individuo, fatta astrazione se queste cose siano o non siano fra di loro commensurabili.

Ma questa unificazione viene considerata qui per quell'unico aspetto che può interessare la logica della quantità: dunque conviene ben distinguere il concetto proprio matematico di essa da quello di qualunque altro finitimo. Il numero a prima giunta presenta uno di questi finitimi concetti. Ma se voi considerate il numero come l'espressione di elementi ideali simili ed eguali (come sarebbe aritmeticamente quello di più esistenze, e geometricamente quello di più punti escogitabili), voi non raggiungerete mai l'idea generica dell'unità complessa; perocchè questa può abbracciare nel suo concetto unità, varietà e continuità. Ora per ciò solo, che in linea di quantità contiene soltanto la varietà, essa contiene parti disuguali aritmeticamente, e parti dissimili geometricamente. Tutto al più dunque il numero, considerato come sopra, potrebbe bensì formare una *specie* particolare dell'unità complessiva, ma non ne racchiuderebbe tutti i caratteri. Dir dunque si dovrebbe quel numero essere *unità complessa similare*, ma non *unità complessiva generica*. Questa distinzione è importantissima per il calcolo, perchè ne fa variare necessariamente il metodo. Questo metodo dev'essere atteggiato a norma della natura propria delle parti e del tutto, e a norma dei rapporti logico-matematici che simultaneamente passano sia fra parte e parte, che fra le parti ed il tutto.

Questo basti per ora, onde preparare il concetto delle idee primitive matematiche in mira allo stabilimento del miglior metodo dell'insegnamento primitivo. Queste idee implicitamente ed eminentemente racchiudono la virtù logica che deve in progresso determinare anche le vedute pratiche. Un ulteriore sviluppamento delle medesime sarà forse necessario nel progresso delle proposte disquisizioni. Mi riserbo adunque di presentare questo sviluppamento, pago essendo di aver fissato non solo la proprietà dei primitivi concetti, ma eziandio la connessione loro razionale colle altre leggi già conosciute del nostro intendimento. Così si avrà quel nodo e si conosceranno quegli anelli di comunicazione che connettono le scienze matematiche colla razionale filosofia.

Nota al § 14.

Solamente coll'aurora della buona Filosofia i matematici hanno tralasciato dal riguardare il punto e la linea come enti reali; ma non so se siano giunti a riguardarli come *segni* di pure *logie*, ossia come *segni* di *idee* ultime *relative* estratte soltanto dal nostro intelletto. Prima di quest'aurora, al punto ed alla linea veniva attribuita una *realità* sostanziale, la quale ripugnava colla ragione. Ciò fece dire al Labbé: « Quid est punctum? Si colorem quaeris, expers est; si » partes, non habet; si nomen, nihil acutius; si naturam, nihil obscurius; si of- » ficia, nihil incertius. Nec corpus est, quia materiam nescit; nec spiritus, quia » quantitatem respicit; nec quantitas, quia partes excludit. — Quid est pun- » ctum? Nihil, si experientiae credis; aliquid est, si rationem consulis; et ali- » quid et nihil, si philosophos audis. Aliquid est, quia partes nectit; et nihil est, » quia dum est punctum, vinculum esse nequit. Quomodo enim partes nectit, si » non tangit, si non adaequat? Quomodo adaequat, si est minus? Quomodo » non est minus, si est punctum? Et si est minus, quomodo id totum unit, quod » totum non tangit? Quomodo unum non est minus, et alterum majus? Quo- » modo unum non est minus, si est punctum; et alterum majus, si est to- » tum?..... Quid est punctum? Si non interrogas, scio; si urges, nescio; si » mavis, ludo. »

Ho detto che dal modo di assumere il punto qui supposto dal Labbé hanno in oggi receduto i matematici. Leggete il Grandi ed il Lacroix nei loro Elementi, e ve ne convincerete. Ivi vedrete le giuste definizioni anche della linea, dell'angolo ec. ec., e vi convincerete vie più della verità delle cose da me esposte in questo primo Discorso.

DISCORSO II.

Sull' oggetto, sulle parti e sullo spirito delle dottrine matematiche.

§ 38. Passaggio dalla contemplazione metafisica ed isolata alla speciale e di *fatto* della quantità. Concetti nuovi e reali che ne nascono.

L'unità, sia metrica, sia complessiva, considerata nella massima sua generalità, non veste alcuna posizione determinata. Ma questo aspetto è puramente *fattizio*. Esso viene preso in considerazione da noi soltanto per semplificare l'*oggetto* della nostra analisi, e determinare i caratteri eminenti e perpetui dell'*oggetto* analizzato. Convien dunque discendere da questo punto altissimo di prospettiva, onde rilevare più davvicino il naturale aspetto di lui. In questo secondo punto di vista che cosa veggiamo noi? Noi non veggiamo più l'*unità indefinita*, ma la veggiamo *finita*, e veramente *figurata*. Noi non veggiamo più il *numero* a guisa d'una semplice pluralità, nè una grandezza geometrica, come un più o un meno di estensione; ma a questi concetti si aggiungono quelli delle loro *proprietà naturali*, siano *assolute*, siano *relative*. Allora gli enti matematici ci appariscono dotati d'una specie di *personalità propria*, come le altre cose tutte esistenti in natura. Rappresentandoli con ordine, si forma la loro *storia naturale*, e nello stesso tempo si generano i pieni elementi del calcolo. Qui appunto consiste tutto lo spirito eminente della *dottrina di fatto* del primitivo insegnamento delle Matematiche.

§ 39. Necessità di questa contemplazione speciale e di *fatto* per ottenere la piena scienza ed il calcolo efficace. Indole e leggi della quantità di *fatto*.

L'arte di osservare somministra l'arte di calcolare. Ma l'arte di osservare è necessariamente determinata dallo *stato reale di fatto* del soggetto, e dai *rapporti* che passano fra di lui e la nostra intelligenza. Sarà dunque necessario di porre sott'occhio *tutto il soggetto come sta*; altrimenti non avremo nè piena scienza, nè calcolo efficace. Pochi squarci saltuarii o uno sfumato profilo non somministreranno adunque che risultati imperfetti, o di una rimotissima applicazione. I veri concetti ma-

tematici non sono nè fantasie poetiche, nè elaborazioni trascendentali. Essi sono risultati necessarii degli *oggetti* aritmetici e geometrici esaminati da noi. Ma questi oggetti ci presentano *qualità assolute* e *qualità relative* proprie e inseparabili. Dunque prima di tutto conviene studiare queste qualità, e le leggi necessarie che ne derivano. Questa sentenza è comprovata tanto dal nostro senso sperimentale, quanto dalla proposizione, che il principio della figura è la stessa figura.

Questa proposizione altro non è che l'espressione di una legge necessaria, la quale, anche non volendo, si manifesta agli attenti calcolatori. Essi veggono diffatti più volte comparire ora una similarità dominante fin nelle minime parti d'una divisione determinata dalle ragioni costituenti un *tutto;* ora un predominio di certi termini posti in una data maniera; ed ora altri fenomeni consimili. Tutti questi accidenti sono la necessaria conseguenza di una legge necessaria che deriva dalla natura degli enti matematici medesimi. Se gli enti geometrici fossero soltanto generazioni di punti fluenti e di linee scorrenti; e se gli aritmetici fossero nude pluralità più o meno ampliate, ossia elevate a maggiori o a minori potenze; tutti questi accidenti e tutte queste affezioni, che ad ogni tratto si palesano nel calcolo, non potrebbero sorgere giammai. Qual partito adunque ci rimane? O di studiare di proposito la natura e le leggi proprie di questi enti, o di ricorrere alle *qualità occulte* dei peripatetici del medio evo. Ma se l'occulto si potesse render palese, non è egli vero che, ommettendo le ricerche, noi ci condanneremmo ad una ignoranza volontaria? A che pro allora studiare di proposito le Matematiche? Forse che carpire qua e là con fatica improba qualche teorema forma la ricompensa e costituisce il vero frutto degli studii matematici?

§ 40. Antichità dello studio sull'indole e sulle leggi della quantità. Sua interruzione. Necessità di ripigliarlo.

Lo studio che io propongo non è nuovo; ma è tanto antico, quanto la scienza. Egli è in sostanza uno studio abbandonato od interrotto dalla solita nostra impazienza di scorrere di salto al generale ed all'assoluto, prima di avere gradatamente esaminati tutti i particolari. Le Matematiche poi hanno dovuto subire una vicenda particolare non comune agli altri rami dello scibile; e questa si è l'*arcano* che uno spirito di naturale ed universale *analogia* ha suggerito ai primi coltivatori e maestri. Questo arcano, al quale si unirono gravi interessi, ha soltanto permesso di esternare i *metodi* delle prime operazioni aritmetiche, occultando la loro origine e le loro ragioni, e il mezzo onde renderne sensibile la de-

rivazione. Così il mondo fu condannato a contentarsi di un cieco meccanismo, anzichè ottenere una filosofica derivazione dell'arte di calcolare.

È tempo ormai di ristabilire la scienza nelle sue basi; è tempo omai di riannodare il filo interrotto della sua generazione; è tempo omai di conoscere le ragioni di ciò che operiamo; è tempo omai che gli apprendenti siano sollevati dall' improba fatica di un insegnamento preso per la coda, o fatto con precipizio.

§ 41. Come dev' esser fatto questo studio.

Per far ciò convien salire dal sensibile, dal semplice e dal particolare, all' astratto, al complesso ed al generale. E poichè il *senso geometrico* deve prestare il fondo, e questo fondo è essenzialmente vario, egli fa d'uopo incominciare ad occuparsi su di lui, ed acquistare la cognizione almeno delle *qualità matrici* da lui presentate, per indi passare alle *filiali*. Queste qualità matrici si rilevano dall' esame delle differenti forme, e dai naturali movimenti e periodi delle rappresentazioni simboliche delle quantità.

Il nome di *simbolo* sembrami più adatto che quello di *figura*, sì perchè negli studii puramente teoretici non intendiamo di rappresentare forme esistenti realmente in natura, e sì perchè l'oggetto del loro esame è propriamente quello di condurre all' arte del calcolo. Il loro carattere simbolico si è quello appunto che può autenticare i dettami scientifici. Questo carattere consiste nel porre sotto agli occhi le posizioni, le distinzioni e le composizioni nostre mentali. Ogni specie di disegno ricavato dalla nostra fantasia ha questo carattere. Essi altro non sono che *pitture del pensiero*. Questo schiarimento è più importante di quello che a prima giunta possa comparire. Senza di lui si dà luogo a tutte quelle illusioni, alle quali un rozzo senso di analogia trascina gli uomini. Senza di lui non si distingue ciò che ci viene dal di fuori da ciò che noi ricaviamo dal di dentro. Senza di lui non si rintuzzano quelle pretese colle quali intendiamo di dominare la natura. Senza di lui finalmente togliamo la fiducia logica alla scienza, stantechè col personificare i nostri concetti noi comunichiamo loro una natura *indipendente* da noi, la quale, oltre d' involgere un falso supposto, gli assoggetta alla critica dei fenomeni esterni. Per lo contrario col riguardarli come puri modi della nostra mente ce ne assicuriamo come di qualunque altro reale nostro sentimento. Questi simboli dunque si debbono riguardare come le note della musica, e farli servire come ci serviamo delle note suddette.

§ 42. Oggetto logico immediato di questo studio. Natura della quantità.

Scoprire le *qualità razionali* degli enti matematici, prodotte o dalla loro composizione, o dalla loro divisione, o dai loro nessi, e così discorrendo, ecco l'OGGETTO LOGICO IMMEDIATO del primo esame di questi simboli. Varie possono essere le *forme* o del *tutto* o delle *parti* loro; ma esse non possono servir tutte al calcolo. Le prime sono quelle che nascono dalla formazione o divisione di un *tutto* avente unità di concetto con radici *razionali*. Esse allora fanno la funzione di guide e di mediatori proprii e naturali. Senza il loro soccorso ogni concetto rimarrebbe necessariamente isolato; senza le indicazioni loro non si potrebbero veramente tessere certi calcoli. Esse formano, dirò così, i muscoli ed i nervi del corpo matematico. Il calcolo è un'arte che riposa sopra una scienza di *fatto*. La scienza di *fatto* non si acquista che colla *osservazione* dei fatti medesimi. Questi fatti altro non sono che i concetti nostri geometrici, sia primitivi, sia secondarii, coi quali comprendiamo o paragoniamo le quantità. Per *fatti primitivi* io intendo quelli che si manifestano per via di una ordinaria attenzione, madre del senso comune; per *fatti secondarii* intendo quelli che si manifestano per via di una studiata induzione.

Quando la scienza è nata, si trascelgono e si classificano questi fatti. Quelli che debbono essere sottoposti agli occhi degli apprendenti, sono certamente i più semplici, ma ad un tempo stesso i più fecondi. Tutte le *posizioni* dunque *primarie* del mondo matematico debbono in via di fatto essere poste sott'occhio. Vedete la natura: essa non ci presenta verun testo mutilato. Imitiamola dunque almeno nella *prima proposta*, per far intendere che quando studiamo in particolare non dobbiamo rimanere stazionarii. Le prime *posizioni* sono rappresentate col simbolo dell'unità geometrica, che a bel bello si va trasformando, e secondo le apparenze ampliando, diminuendo, ed associando con altre. La *trasformazione* somministra la vera ed essenziale *differenza;* l'*associazione* somministra la vera *unità complessiva*. Tutte queste forme debbono essere proposte e delibate, riserbando l'esame delle leggi generali ad altro periodo.

§ 43. Mezzi e modi di questo studio. Uso del calcolo primitivo naturale, distinto dal secondario artificiale. Oltre di rilevare i fenomeni della quantità, si deve far avvertire ai *movimenti* nostri interni.

Nel tessere questo esame si dovrà certamente far uso di raziocinii, e però di un vero calcolo. Ma questo calcolo non è il calcolo matematico *artifiziale*, conseguente alla cognizione delle leggi della quantità; ma è un calcolo *primordiale* generale della teoria, e quindi delle regole speciali dettate dalla cognizione di queste leggi. *Calcolo iniziativo* pertanto denominar si potrebbe quello che viene impiegato in questa prima operazione, nella quale si tratta di scoprire l'indole e le leggi delle diverse forme della quantità.

In questo esame primordiale non basta fare l'analisi dei simboli che stanno *fuori* di noi, ma convien fare eziandio avvertire ai *movimenti* che accadono dentro di noi nell'atto di compiere quest'analisi. Per la qual cosa convien far bene avvertire, che ora il senso aritmetico è subordinato al geometrico, ed ora il geometrico all'aritmetico, in modo però che amendue intervengono sempre a dar forma ai nostri giudizii ed alle nostre espressioni. Posto diffatti lo stesso simbolo figurato, egli può essere diviso o estimato in mille diverse maniere. Fra tutte però convien preferire quella sola che viene determinata dai rapporti essenziali della sua posizione, e dai bisogni della nostra mente, rivolta a determinare sì il valore di tutte le parti dell'esteso esaminato, che le loro projezioni, le loro connessioni, le loro convergenze; e, in breve, tutto ciò che può esigere in futuro il ministero del calcolo.

§ 44. Ordine delle ricerche sui fenomeni della quantità.

Queste ricerche nascono spontaneamente le une dalle altre allorchè l'esame venga incominciato a dovere. La figura stessa, come vi somministra le risposte, così vi suggerisce anche le ricerche che dovete instituire. A fine d'incominciare a dovere quest'esame si debbono proporre tre generali ricerche: la prima, quali siano i *caratteri proprii* di quella tal figura; la seconda, quali ne siano i *coefficienti* tanto a riguardo delle parti, quanto a riguardo del tutto; la terza finalmente, quali ne siano i *vincoli* di connessione, di tendenza con altre, e quindi quali gli *elementi* per convenire a formare un *tutto* individuo. I risultati di queste ricerche fatte a dovere somministrano tutti i lumi primitivi di *fatto* per conoscere le leggi naturali della quantità. Studiando posatamente queste leggi si formano le regole speciali e generali del calcolo.

§ 45. Distinzione della parte *ostensiva* dalla parte *operativa* della dottrina. Definizione generica del *calcolo.*

Con queste regole si effettuano le leggi dell'umana intelligenza rivolta all'esame della quantità. Le figure diverse, esaminate in senso diviso e in senso unito, vi presentano di nuovo un gran *tutto*, le varietà del quale altro non sono che le metamorfosi, dirò così, d'una grande *unità*. La serie ordinata di queste metamorfosi, le relazioni e i passaggi dalle une alle altre vi somministrano appunto i termini e i modi del calcolo *universale* matematico. In lui si riuniscono tutte le differenti specie di calcolo come altrettanti rami d'uno stesso albero. Qui noi entriamo nella parte *operativa* delle Matematiche, nella quale appunto consiste il merito loro. La parte OSTENSIVA o *contemplativa* non è che il *mezzo* per giungere all'*operativa.* Questo scritto versa sul metodo d'insegnamento. La parte dunque OPERATIVA esige una speciale attenzione.

Domando adunque in primo luogo che cosa sia il calcolo. — Esso viene comunemente definito = quella operazione del nostro intelletto, mediante la quale noi procuriamo di determinare e di esprimere i diversi rapporti delle quantità. = Questa operazione, a norma dell'*oggetto* e dello *scopo* speciale che si propone, riceve pure speciali denominazioni. In tutte queste specie per altro l'operazione suddetta tende sempre a ridurre a termini più *semplici* e più *compendiosi*, che può, l'espressione di questi rapporti.

Quando si conoscono i *mezzi* opportuni di far tutto questo, si conoscono le *regole* del calcolo; quando effettivamente si sa impiegarli con esito, si ha la *perizia* del calcolo. La collezione o il complesso di queste regole costituisce l'*espressione* dell'arte; il possesso pratico maggiore o minore dell'arte forma la *perizia* maggiore o minore, e quindi il *merito* maggiore o minore di un calcolatore.

§ 46. Perchè sia necessario il calcolo.

Domando in secondo luogo il perchè sia necessario il calcolo. — Perchè da una parte gli oggetti che dobbiamo o vogliamo conoscere sono tanto varii, tanto numerosi, e in massima parte nascosti; e dall'altra la nostra percezione è tanto angusta, confusa, ed arrestata dalle prime apparenze. Questo fatto è comune ad ogni specie delle nostre cognizioni; e però in tutte le nostre *deduzioni* interviene veramente una specie di calcolo.

L'argomentazione è opera dell' intelligenza limitata. Mediante il paragone di due idee con una terza, essa può scoprire quei rapporti i quali immediatamente non si presentano all'intelletto.

§ 47. Come nacque in prima il calcolo e si perfezionò.

La natura è la prima maestra. L'arte altro non fa che *trascegliere* quelle maniere le quali l'esperienza mostrò acconcie ad ottenere l'intento proposto. Ecco la *logica artificiale*, figlia e compagna della *naturale*. Dico anche *compagna*, perocchè anche dopo il ritrovamento dell'*artificiale* essa esercita ancora il suo dominio in mille e mille occasioni, le quali non furono contemplate dall'arte. La logica dunque naturale si può dir sempre *predominante;* perocchè sono molto più numerose le circostanze nelle quali si ragiona ed agisce senz'arte, che quelle nelle quali si ragiona ed agisce con arte. Per tal mezzo l'uomo anche nella più inoltrata civiltà è più discepolo della natura, che delle instituzioni fattizie della società.

Venendo al calcolo, noi siamo costretti a confessare che il calcolo *matematico* è figlio del calcolo *naturale*, e forma un ramo particolare di questo calcolo primordiale. Diffatti nello studiare la *storia naturale* della quantità per ricavare le *leggi* della medesima, e quindi far nascere le regole del calcolo matematico, noi siamo costretti di usare il calcolo. Per la qual cosa le regole del calcolo matematico derivano da un altro calcolo anteriore, il quale si confonde coll'arte di pensare comune a tutto lo scibile umano. Non confondiamo le *regole* del calcolo coi *principii filosofici* del medesimo; nè la *origine* e l'*analisi* dei concetti logici colle pure *definizioni* e colle *deduzioni* secondarie. Il calcolo è un'arte, ed un'arte di prima necessità: esso ha preceduto la scienza filosofica, come tutte le altre arti primitive. In esse la *ragione* dell'arte viene dedotta dalla pratica e dalle produzioni dell'arte medesima. La prima creazione è inspirata, dirò così, dalla natura. L'uomo allora contempla l'opera della sua mano. Da ciò che ha fatto impara a far qualche cosa di più; ma per lunga pezza prosegue a fare. Finalmente studia la *ragione* di quello che fece; locchè egli pratica rientrando in sè stesso, ed indagando la natura e l'andamento de' suoi pensieri. Rimane certamente, come rimarrà sempre, molto di inavvertito e di occulto; perocchè la mano può fare assai più di quello che la mente possa discernere ed intendere: ma solamente collo studiare ciò che si può discernere, e col dare la ragione di ciò che si può intendere, si può ampliare il nostro dominio razionale.

§ 48. Necessità dell'analisi filosofica del calcolo.

Pare a prima giunta che il calcolo non abbisogni di alcuna analisi filosofica, perchè egli porta un frutto certo che acquieta l'intelletto. A che rompersi la testa, dirà taluno, ad indagare la natura propria del calcolo, quando veggiamo ch'esso ci somministra i risultati che domandiamo? Prima di tutto io rispondo: non esser vero che col calcolo usitato si ottenga tutto ciò che si vuole. Se ciò fosse, io non sentirei a parlare nè di casi irreducibili, nè di equazioni irreperibili, nè d'insufficienza della Matematica applicata, nè di altrettali argomenti. In secondo luogo rispondo: che per lo stesso motivo il farmacista, il tintore, ed altri che professano molte altre arti, potrebbero pretendere che la Chimica sia inutile. In terzo luogo poi rispondo: che quando al calcolo si voglia attribuire il privilegio d'essere usato senza la cognizione di cui parlo, allora non conviene parlarmi più nè di calcolo algebrico, nè di calcolo sublime, ma solamente del comune aritmetico. Diffatti nell'algebrico non solo si considera la quantità sotto un aspetto più *eminente* che nell'aritmetico usuale, ma eziandio si fa uso di certe affezioni e di molte leggi comuni degli enti matematici. Ne abbiamo una prova luminosa nell'applicazione dell'Algebra alla Geometria. Quanto poi al calcolo sublime, noi scopriamo che le di lui massime fondamentali non possono essere nè giustificate nè migliorate senza la cognizione filosofica, della quale parlo qui. Invano pertanto ci potremmo sottrarre dalle proposte ricerche sulla natura primordiale delle quantità, a meno che non preferiamo un cieco e fortuito empirismo all'illuminato e ragionato modo di operare.

§ 49. Necessità di conoscere ciò che si deve ommettere
e ciò che si deve fare. Esempio.

Il calcolo è un'opera di *ragione*, e non di *fatto arbitrario*. Dunque è necessario di conoscere tanto le cose che si debbono ommettere, quanto le cose che si debbono fare. Quanto alle cose che si debbono ommettere vige un principio generale, che tutto ciò che è assurdo logicamente, e tutto ciò che è fraudolento praticamente, dev'essere bandito dal calcolo, sotto pena di nullità. Se per una considerazione generale non fosse possibile di annoverare tutti questi assurdi e queste frodi, dovrebbero almeno i maestri segnalare quegli assurdi e quelle frodi che illusero con effetto tanti uomini, e salire alle cagioni che ne possono rinnovare gli esempii.

Il celebre Lagrange ha pubblicato un libro che porta il seguente frontispizio: *Teoria delle funzioni analitiche, contenente i principii*

del calcolo differenziale scevri da ogni considerazione d'infinitamente piccoli o di evanescenti, di limiti o di flussioni, e ridotti all' analisi algebrica delle quantità finite. Questo solo frontispizio manifesta il colpo d'occhio e il sentimento d' un uomo di genio, che non tollera nè l'assurdo, nè la frode. Qui l' autore altro non dichiara, che di volere *far senza* di infinitamente piccoli, di quantità che svaniscono, di limiti per tramutare gli eterogenei in un solo concetto commensurabile, di flussioni per confondere in uno le essenziali dissimiglianze. E perchè mai egli non si è prima occupato a dimostrare che *se ne deve far senza?* Perchè mai quel gran genio non ha voluto precluder l' adito a quei metodi che egli ha rigettati, mostrandone l'illusione logica e la fallacia? Col dire semplicemente al pubblico: ecco che *si può far senza* di questi metodi, non ha dimostrato che *se ne debba far senza*, e però ha lasciato ancora la facoltà di usarne, come se anch'essi fossero acconci a trovare la verità.

Ma qui siami permesso di domandare: o l'autore era persuaso della irragionevolezza dei metodi dai lui rigettati, o no. Se ne era persuaso, dunque non doveva lasciare a' suoi lettori la facoltà di abbracciare o la scuola Leibniziana, o la Newtoniana, o la sua; perocchè fra il vero e il falso, fra il leale e il fraudolento non si può transigere. O l' autore non era persuaso della mentovata irragionevolezza; ed allora fare e dimostrar doveva che il suo metodo fosse *più facile, più comodo* e *più spedito* degli altri da lui rigettati. Se diffatti anche questi venivano da lui riguardati come altrettante strade conducenti allo stesso scopo, altro motivo non rimaneva per far preferire la strada segnata da lui, che quella della maggiore comodità e speditezza. Ma egli non ha fatto nè l'una nè l'altra cosa, forse per la somma modestia che lo animava. Così noi siamo rimasti defraudati di un massimo servigio che quel sommo genio avrebbe potuto rendere alle Matematiche.

Solamente col dimostrare l' irragionevolezza dei metodi da lui rigettati egli avrebbeci compartito un inestimabile ed eterno beneficio. Abbattuto una volta dalla possente destra del genio il grand'albero piantato da' suoi antecessori, e strappatene le radici per sempre; eretto quindi un muro insormontabile ai veri confini della scienza; tutti coloro che venivano dopo avrebbero almeno imparato a non tentar più la strada dell'errore e della frode. Perciò, quand' anche non avesse egli segnata la via diretta, avrebbe obbligati gli altri a non ismarrirsi pei sentieri fallaci tracciati da' suoi antecessori.

Questo beneficio sarebbe stato durevole, quantunque il metodo da lui inventato avesse dovuto perire. Consumata una volta l'opera della *di-*

struzione, si avrebbero potuto rinnovare più volte anche invano i tentativi della edificazione; ma quelli che fossero stati ben distrutti una volta non sarebbero risorti mai più. Per la qual cosa se fosse vero quanto da un settentrionale trascendentalista è stato bruscamente rinfacciato al Lagrange, che il di lui metodo è falso (1), avremmo almeno un criterio negativo per giudicare se quello del suo censore sia esente dai vizii già dimostrati. Dico *un criterio negativo*, per far intendere che se l'antagonista avesse impiegato mezzi già riprovati dalla ragione nel costruire il suo nuovo edificio, si avrebbe potuto, posta una chiara dimostrazione, accordargli esser vero non avere il Lagrange ancora indovinato il vero metodo del calcolo proposto; ma esser vero nello stesso tempo che il suo censore ha pure tentato invano l'opera medesima.

Diffatti, dimostrata una volta con rigore filosofico l'irragionevolezza dei metodi rigettati, ossia dei loro mezzi fondamentali, se per avventura il nuovo riformatore settentrionale si fosse prevalso di alcuno di codesti mezzi, ogni lettore avrebbe potuto dirgli: Guardate bene, o signore, che voi adoperate un mezzo assolutamente riprovato, e però il vostro assoluto trascendentale è un assoluto trascendentalmente, e in via assoluta riprovato.

§ 50. Dei doveri negativi. Della loro cognizione.

Tutto questo serva in via di esempio per far sentire quanto sia necessario (specialmente prima che una scienza o un'arte sia giunta al suo apice), quanto, dico, sia necessario di far notare le cose che si debbono ommettere, prima di mostrar quelle che si debbono o che si crede doversi praticare. Il mostrare quello che devesi ommettere non importa assolutamente la cognizione di ciò che potrebbesi con buon successo operare. Io mostro ad un navigante esservi scogli e voragini in dati punti dell'Oceano; il mare in certe stagioni essere soggetto a desolanti tempeste. Se io tralascio di mostrargli la via più breve e più sicura onde approdare ad una data costa, o che io la ignori, o che io prenda abbaglio, cesseranno forse d'esser vere le notizie di *fatto* da me date? Fingiamo ora che taluno proponesse di seguire la via piena di pericoli, e che porta a certa perdizione, come se essa fosse strada opportuna: lascerebbe forse d'esser vero che colui mostra la via della perdizione invece di quella del salvamento? Dalla similitudine passiamo al fatto. Per dimostrare le cose dalle quali ci dobbiamo astenere nel calcolo non è sempre neces-

(1) Wronski, *Introduzione alla filosofia delle Matematiche*, pag. 32.

sario possedere l'arte del calcolo. Anzi quando non si tratta delle *semplici maniere di esecuzione*, ma si tratta invece dei *principii eminenti di ragione*, ed anteriori al calcolo, non solamente non è necessario di possedere il meccanismo del medesimo; ma, anche possedendolo, fa d'uopo guardarsi dall'usarne, specialmente quando si vogliono dimostrare i doveri *negativi* eminenti ed universali.

§ 51. Forza dei doveri negativi. Con quali principii debbono essere discussi e stabiliti.

Ciò che non si può nè si deve fare in forza soltanto dei principii primitivi universali ed irrefragabili di ragione, costituisce il tenore di questi doveri *negativi*. Se niun mortale ha diritto di comandare alla Logica, e meno poi di capovolgerla, i maestri di Matematica dunque dovranno piegare il collo a questi doveri. Invano potrebbero sottrarsi col mostrarmi una lanterna magica, un giuoco di bussolotti, o una fantasmagoría. Voi commettete, risponderei loro, un circolo vizioso. Qui si tratta dei principii di ragion comune. Il terreno, sul quale dobbiam disputare, non è quello delle fate, ma è quello del buon senso e della natura. Voi, col rifiutarvi dal venire in questo campo, vi sottraete dal combattimento decisivo. Qui si deve combattere e qui si deve vincere, per dichiarare se la vostra vittoria sia legittima, o no: ogni altro partito è un sutterfugio, ed ogni sutterfugio è un rifiuto di volere una decisione legittima della causa della verità. Si racconta che Cremonino peripatetico, invitato da Galileo a mirare col suo telescopio il cielo, abbia ostinatamente rifiutato di farlo, per timore d'essere costretto a confessare che i cieli non erano incorruttibili e cristallini, come aveva imparato dalla scuola, ed aveva pur egli insegnato. Ecco il caso di quei matematici che si sottraggono dalla discussione dei primitivi principii di ragion comune che presieder debbono al calcolo, o che alle censure della filosofia contro i metodi adottati contrappongono un colpo di fantasmagoría matematica.

§ 52. Primo dovere: non confondere il sensibile fisico coll' escogitabile. Esempio.

Invano per altro ricorrono anche a questo partito; perocchè la filosofia sa cogliere i concetti nascosti, sa decomporre i composti, e sa dissipare gl' illusorii. E per verità quando i matematici, nell'impotenza di far coincidere la valutazione di due oggetti essenzialmente *incommensurabili*, stabiliscono un valore o una misura di mera *approssimazione*, la ragione mi dice che se essi presentano una cosa *speculativamente in-*

utile, non mi presentano almeno una cosa *logicamente assurda* o *fraudolenta*. Ma allorchè, dopo aver diviso ed angustiato l'oggetto, e ridotte le cose ad un residuo, a loro dire minutissimo, e peggio infinitamente piccolo, lo volessero scartare, e quindi valutare l'oggetto *accomodato* senza far entrare lo scartato, la ragion primitiva, ossia il senso comune, mi direbbe che essi non solamente mutilano l'oggetto proposto, e realmente lo tramutano in un altro, ma pretendono che io debba risguardare l'oggetto scambiato come *identico* al primo proposto. Quindi esigono che il calcolo che versò sull'oggetto *scambiato* venga da me riputato come fatto sull'oggetto *domandato*, e però che tutte le proprietà, tutte le leggi e tutte le affezioni dimostrate proprie dell'oggetto *sostituito* si debbano appropriare *per equivalenza* all'oggetto principale proposto. Così, dopo aver modellato le persone sul letto di Procuste, pretenderebbero che io dovessi risguardarle come dotate della dimensione che sortirono dalla natura.

Quanto all'*approssimazione*, ho detto in primo luogo essere *speculativamente inutile*. Con questa frase intendo significare, che se per gli usi della vita può essere utile di stabilire valori approssimativi, ciò è inutile per la teoria intellettuale della quantità. Negli usi della vita noi abbiamo per confine il *discernibile fisico*, e per motivo un *interesse sensibile*. Voler eccedere questi limiti sarebbe una follía frustranea. Per la qual cosa siamo obbligati di adattarci ai pesi ed alle misure sensibili, e sensibili il più delle volte ad occhio nudo, malgrado che colla mente possiamo concepire che rimanga ancora qualche margine, il quale potrebbe essere assoggettato a divisione. Quindi è bene che la Matematica insegni il modo col quale si può misurare e ragguagliare colla possibile esattezza il campo del *sensibile*, malgrado che raggiunger non si possa la quantità *escogitabile*. Lungi adunque dal rigettare assolutamente i processi approssimativi *per gli usi della vita*, io li conservo e gli apprezzo; di modo che io terrò in maggior pregio, per esempio, la geometria del compasso di Mascheroni, che tutti gli assoluti d'un trascendentalista.

Ma allorchè dal mondo esteriore ci trasportiamo all'interiore, convien cangiare di maniera. Nel mondo interiore dobbiamo prendere per norma i confini dell'*escogitabile* per la stessa ragione per cui nel mondo esteriore prendemmo per norma i confini del *sensibile*. Ora siccome il più o meno sensibile di un oggetto materiale ne fa cangiare la quantità fisica, così pure un più od un meno escogitabile di un oggetto imaginato ne fa cangiare la quantità pensata. Il concetto intellettuale della quantità è così immedesimato collo stato particolare di lei, ch'egli è vio-

lato allorchè viene in qualunque minima parte alterato lo stato suddetto. Allora, qualunque sia, non è più quel desso di prima, ma un altro. Imperocchè l'essenza stessa della quantità consistendo nell'attitudine di ricevere aumento o decremento, ogni stato della medesima consiste appunto in quella tale grandezza, sia numerica, sia geometrica, e non in altra. Dunque ogni *più* ed ogni *meno* escogitabile costituisce essenzialmente uno stato diverso della quantità. Dunque siccome è metafisicamente impossibile che un *meno* sia nello stesso tempo un *più* nell' identico subbietto, così sarà metafisicamente impossibile che una data grandezza possa rimanere identica togliendo o aumentando qualunque benchè minima parte escogitabile alla medesima. Qualunque sia il nome che voi diate a questa parte, qualunque sia il concetto sotto il quale la presentiate, tosto che essa è suscettibile del concetto di *parte della grandezza*, essa costituisce un *più* od un *meno* rispettivo. Ma tostochè costituisce un *più* od un *meno* rispettivo, essa per ciò stesso fa cangiare stato alla grandezza, e ne fa nascere un' altra. Con qual nome piace a voi di chiamare questa parte? scegliete: per me è tutt' uno. Amate voi di chiamarla *un infinitamente piccolo?* Qui vi risponderò: o voi volete ch' esso sia un vero *nulla*, o che sia *qualche cosa*. Se è un vero *nulla*, dunque è assurdo appropriargli il nome di *piccolo*, il quale involge l' idea di *cosa esistente e sussistente;* dunque è pazzia farne menzione nel calcolo, in cui si tratta di combinare e di paragonare l'esistente. O volete che sia *qualche cosa*, ed allora egli è una vera quantità. Considerandolo poi come parte d' una grandezza, egli ne costituisce così l'unica essenza, che senza di lui ella cessa di esser tale. Col dirlo *infinitamente piccolo* altro non dite che esser egli d'una piccolezza *indeterminata* rispetto al *tutto* col quale lo confrontate, e nulla più. Con ciò che cosa mi dite voi? O mi dite di non sapere di *quanto* sia minore; o figurandovi un *quanto*, non volete esprimere questo *quanto*. Che se poi vi saltasse in capo di prescindere dal rapporto *speciale* della data grandezza, e mi voleste scambiare questo infinitamente piccolo puramente *rispettivo* con un infinitamente piccolo *assoluto* ed *universale*, in tal caso io vi rimanderei alla irrefragabile dimostrazione già fatta nell'antecedente Discorso, e vi convincerei di formale assurdo, degno solo d'essere guarito nella casa dei pazzi.

Questa dimostrazione altro non è che una traduzione del principio stesso di contraddizione, come ognun vede; e però essa è cotanto rigorosa ed irrefragabile, quanto il principio stesso di contraddizione.

Questa dimostrazione è comune tanto alla quantità geometrica, quanto all' aritmetica; anzi, a dir meglio, essa è eminentemente universale e

primitiva: essa altro non è che uno sviluppamento dell'idea stessa della *quantità*. Niun trascendentalista assoluto potrà mostrarmi concetti più estremi, e ontologicamente anteriori a quelli dei quali ho fatto uso.

A che dunque servir può il concetto dell'*infinito* nel calcolo matematico speculativo? In buona logica non serve a nulla di determinato. Ma per ciò stesso che non serve a nulla di determinato, non serve a fissare niuno stato positivo della quantità, il quale risulta da un *più*, da un *meno* definito. Non serve dunque a stabilire alcuna induzione rispettiva, e quindi non può fare la funzione di *verbo*.

L'unica espressione ragionevole pertanto, che ricever può questo infinito, sia grande, sia piccolo, si è quella che indica che una data cosa figurata viene concepita *indeterminatamente* maggiore o minore di un'altra, e nulla più. Ma col semplice epiteto di *maggiore* o *minore* voi esprimete lo stesso concetto, senza ricorrere a locuzioni tenebrose d'infiniti grandi e piccoli.

Ma ridotto il significato al suo vero valore, ed impiegando quindi le nude parole di *maggiore* o *minore*, io domando ai calcolatori che usano degli infiniti: potete voi, o no, adoperando le nude parole o i segni di *maggiore* e *minore*, far procedere nè più nè meno il vostro calcolo? Se mi rispondete di sì, allora io v'intimo in nome del *buon senso* di abbandonare la tenebrosa e subdola denominazione d'*infiniti*, e di far uso degli umani e ragionevoli vocaboli di *maggiore* e *minore*. Se mi rispondete di no, allora, anche prima di entrare nel labirinto del calcolo, fermamente vi predico che quel che fate con questi *infiniti* è una mera illusione, alla quale sta sotto l'assurdo, perocchè l'opera vostra è un vero logico delirio. Voi stessi alla lunga ve ne accorgereste con vostro rossore. Allora, aprendo gli occhi, comprendereste che la vostra ragione fu preda di un sogno ingannatore, e vi riconciliereste colla ragione comune e colla buona filosofia.

Poste queste considerazioni fondamentali, io predico che nel calcolo speculativo non solamente ammettere non si dee veruna considerazione di quantità infinitamente grandi o piccole, ma eziandio che astener ci dobbiamo da ogni espressione *definitiva frazionale* e da ogni tentativo di *approssimazione*, il quale scinda la unità rispettiva, sia complessiva, sia metrica, determinata dai rapporti necessarii dei termini assunti.

Prematura sarebbe qui la dimostrazione di questa conclusione particolare, perocchè non ho ancor posto in luce tutta l'indole essenziale e lo spirito logico del calcolo. La vera imagine filosofica del calcolo sfuma sotto i processi, come il principio dell'organizzazione e della vita sfuma

sotto l'analisi e le combinazioni chimiche. Quest' imagine non può esser côlta e tratteggiata che mediante quella luce intellettuale e mediante quella perspicacia che fa ravvisare i tratti reconditi dell'uomo interiore.

§ 53. Dovere fondamentale negativo nel calcolo degli escogitabili. Esempio.

Non eccedendo i confini del punto di prospettiva, dal quale ora rimiriamo il nostro soggetto, e valendoci soltanto dei principii primitivi di ragione, qui si presentano alcuni doveri *negativi* risguardanti il calcolo degli escogitabili. Il primo consiste = nel non confondere ciò che è imaginariamente, e in senso diviso diciam *possibile*, con ciò che veramente ed in senso unito può esistere, ed effettivamente può esser fatto. =

Contro questo dovere si pecca quotidianamente anche dai sommi matematici, e da questi peccati sorgono concetti mostruosi e locuzioni assurde. Io mi spiego con un esempio.

Posto un circolo diviso in quattro parti, e inscritto un quadrato, la di cui diagonale venga da me presa come l'ipotenusa, avrò due lati del quadrato inscritto, che faranno la funzione di cateti. Qui tutto porta l'impronta dell'*eguaglianza;* ma qui nello stesso tempo si preclude l'adito a distinguere, a paragonare, ed a vedere ciò che una diversa misura dei cateti presentar mi potrebbe. In questa posizione però io rilevo certe proprietà e certe leggi, le quali essendo indipendenti dalla considerazione dell'eguaglianza dei cateti, si dovranno rispettivamente verificar sempre, anche posta la disuguaglianza. Così veggo, per esempio, che dal vertice del triangolo rettangolo tirata una perpendicolare sino al fondo del quadrato dell'ipotenusa, ognuna delle parti di questo quadrato, qualunque ne sia la dimensione, sarà eguale rispettivamente al quadrato del cateto che le sta sopra la testa. Così pure veggo, che se qui l'altezza del triangolo rettangolo coincide col raggio perpendicolare all'ipotenusa, quest'altezza non si può verificar più, tosto che variano i due cateti inscritti nello stesso semicircolo e poggiati sulla stessa ipotenusa. Allora per necessità deve scemare l'area del triangolo rettangolo nel semicircolo, il quale altro non è che la metà del paralellogramma inscritto entro tutto il circolo. Veggo allora che cessa un'altra coincidenza superficiale fra l'area del triangolo rettangolo ed il quadrato del raggio perpendicolare. Allora nascendo un quadrilungo maggiore di quello di due quadrati perfetti, ne segue che il quadrato del lato minore di questo quadrilungo non mi può offrir più l'equivalente della metà dell'area di tutto il quadrilungo; come il quadrato dell'altezza del primo quadrilungo, composto di due

quadrati perfetti, mi offriva l'equivalente della metà dell'area dello stesso quadrilungo (1).

Qui facciamo punto. Se per una considerazione puramente metafisica io penso di formar due cateti disuguali, quali induzioni trarre ne potrò? Io potrò tosto figurarmi che questa disuguaglianza sia, in astratto, grande o piccola, vistosa o minima. Io dovrò vedere allora non solamente diminuirsi la linea dell'altezza del triangolo rettangolo formato dai cateti e dall'ipotenusa, ma questa linea più o meno discostarsi paralellamente al raggio perpendicolare col quale prima coincideva, e lasciare frammezzo uno spazio più o meno largo in forma di lista rettilinea. Allora io veggo che la potenza della linea di quest'altezza, più la potenza di quella che forma la testa della lista, mi contrassegnano due quadrati, la somma dei quali equivale all'area del quadrato del raggio. Allora veggo nel così detto quadrato geometrico della testa della lista un equivalente di quello che è stato tolto alla metà del quadrilungo primo, composto dai due quadrati perfetti, cui chiamerò *quadrilungo dell'eguaglianza primitiva.* Qui dunque paragonando la posizione dell'eguaglianza con quella della disuguaglianza suddetta, trovo nella prima elementi tutti costanti, e quindi risultati sempre identici. Per lo contrario nella posizione della disuguaglianza possibile dei cateti e delle altre parti conseguenti non trovo di costante che l'ipotenusa e il suo quadrato, il raggio del circolo ed il suo quadrato.

Ora se io soltanto dicessi essere possibile che lo stato delle linee e delle aree varii più o meno, che cosa avrei detto io che possa servire al calcolo? Nulla, e poi nulla. Converrà sempre almeno che io figuri in via di prima posizione ipotetica UN PIÙ O UN MENO POSITIVO, sia per via di aumento, sia per via di decremento, sia per via di aggregazione, sia per via di divisione, sia per via di proporzione, sia per via di ragione, ec. Questa verità è ontologicamente evidente, pensando soltanto che il calcolo, considerato anche metafisicamente, consiste nel complesso delle funzioni necessarie, ossia di quello che *far si deve* per giungere alla VALUTAZIONE delle quantità algoritmiche (2). La *valutazione*, io lo ripeto, la *valutazione* forma l'*oggetto finale* del calcolo. Ora è vero, o no, che la va-

---

(1) Io adopero il nome di *quadrilungo* anche col voto di celebri ed esatti matematici, i quali col nome generico di *paralellogramma* (sotto il quale anche gli antichi comprendevano sì il quadrato che qualunque figura a lati paralelli) riconoscono non venir bene connotato il paralellogramma avente quattro angoli retti con quattro lati, due più lunghi e due più corti. (Vedi Légendre.)

(2) Wronski, *Introduzione alla filosofia delle Matematiche*, pag. 206.

lutazione è metafisicamente e praticamente impossibile senza la considerazione di una quantità positiva determinata? Dunque la nuda ed astratta considerazione del *più* o del *meno* della variabile grandezza, sia aritmetica, sia geometrica, ossia meglio il concetto della metafisica possibilità di questa variazione, e quindi dei gradi comunque possibilmente piccoli, è una considerazione od oziosa od incompetente per il calcolo, o per qualsiasi altra funzione nella quale si tratti di paragonare le quantità.

Per la qual cosa, tornando al mio esempio, io potrò bensì figurarmi che la perpendicolare che divide il triangolo suddetto possa per una insensibile lista discostarsi dal raggio, e quindi che debba a bel bello sempre più accorciarsi. Potrò quindi anche figurarmi che il raggio perpendicolare e verticale a guisa d'una sfera di orologio vada scorrendo tutti i punti del quadrante, fino a coincidere colla metà dell'ipotenusa proposta, ossia col semidiametro orizzontale; e, scorrendo questi punti, mi segni l'estremo di tante perpendicolari verticali di altrettanti triangoli. Potrò in conseguenza figurare un graduale incremento o rispettivo decremento possibile di aree, ec. Ma a che giova tutto questo per effettuare la valutazione, o per istabilire qualsiasi differenza positiva o geometrica o aritmetica? Nulla, e poi nulla. Io traccio su d'una carta un circolo; tiro il diametro; poi colla penna segno un taglio a capriccio o sul diametro o sulla periferia, senza sapere che cosa abbia tagliato. Piglio questa figura, e dico ad un geometra: determinatemi il valore dei cateti, delle linee e delle aree che vengono in conseguenza di questo taglio. Che cosa aspettare mi potrei da questa proposta? Ognuno mi risponde, che quel geometra mi domanderebbe ch'io gli dica *quanto* abbia tagliato; e che quindi si presterà alla mia inchiesta. Ma se io, non volendo o non sapendo dirgli questo *quanto*, pretendessi ciò non ostante che soddisfacesse alla mia inchiesta, che cosa aspettar mi potrei? Ognuno mi risponde, che almeno in suo cuore quel geometra direbbe che io sono una gran bestia.

§ 54. Principio logico del detto dovere negativo.

Dall'esempio passiamo alla teoria. Altro è che una considerazione metafisica mi presenti l'astratta *possibilità* della valutazione, ed altro è che me ne somministri il *mezzo*. Altro è ch'essa mi fissi certe condizioni costitutive della qualità o delle leggi essenziali d'una grandezza, ed altro è che mi ponga in fatto i dati pei quali possa determinare la rispettiva loro quantità. La valutazione *generica* altro non è che quella funzione, per cui stabilisco il giudizio che un oggetto è maggiore, minore o eguale ad un altro. La valutazione *specifica* è quella funzione, per la quale con-

chiudo o essere ella maggiore o minore di tanto di un'altra, o essere la somma delle parti aliquote dell'una *identica* alla somma delle parti aliquote dell'altra. La valutazione *specifica* forma, o no, l'oggetto finale del calcolo? Se indubitatamente lo forma, sarà dunque assurdo il far entrare concetti incompatibili con questa funzione, od esigere condizioni impossibili alla sua possanza. Ma così è che questa valutazione risulta essenzialmente dall'impiego di un dato elemento che mi serve di misura, e quindi di criterio, per pronunziare un *più* od anche un *meno positivo*. Dunque egli sarà assurdità stravagante il volere nello stesso tempo o sciogliere l'elemento assunto, o scambiarlo o mescolarlo con un altro vago e metafisico non avente veruna *correspettività* col soggetto proposto. In questa sola correspettività consiste la *potenza dimensiva* dell'elemento; perchè l'*uno* metrico assoluto non esiste nè può esistere per ciò stesso che esistono *incommensurabili*. Certamente sta in mio arbitrio il dividere, per esempio, una data linea o un dato spazio, o allargare un'espressione aritmetica qualunque. Ma tosto che io scelgo una di queste parti come punto di paragone, e che ne fo uso, non mi è più permesso di togliere il concetto di questo termine. Egli è un fabbricare e un distruggere nello stesso tempo. Posso in vero cangiare la scelta; ma in questo caso rinnoverò la valutazione sul secondo metro da me trascelto; ma non mi perderò mai alla considerazione che questo possa essere o maggiore o minore: come quando peso o misuro non mi perdo a pensare inutilmente che i gradi della bilancia o del metro potrebbero essere più piccoli o più grandi.

Per un'inversa operazione poi io veggo essere frustraneo, ridicolo ed assurdo il volere, al favore della considerazione metafisica del *più* o del *meno*, stabilire un criterio positivo di valutazione, il quale esser non può che puramente rispettivo, concreto e ipotetico. Riteniamo il principio fondamentale e massimo, che nella valutazione la *intelligenza* è SUBORDINATA alla *potenza:* io voglio dire, che nel calcolo di valutazione i risultati non dipendono da ciò che si può in astratto *pensare*, ma da ciò che si può effettivamente *praticare*. Se i matematici avessero posto mente a questa importante distinzione, non si sarebbero penosamente ed invano affaticati a violentare la natura, ed a sottomettere ad un'assurda identità di trattamento gli enti essenzialmente dissimili mediante la male intesa applicazione di un escogitabile puramente metafisico. Io presento ad un geometra un cerchio, in mezzo del quale sta un raggio mobile simile alla sfera d'un orologio. Io muovo a capriccio un tantino di questa sfera. Metafisicamente parlando, lo spazio percorso è realmente una quantità ri-

spettiva del circolo. Ma, posto questo fatto, potrà mai il geometra servirsi teoricamente e col solo pensiero di questa porzione di spazio percorsa, onde tessere un calcolo qualunque, o per misurare in qualunque maniera tanto le linee quanto le aree? Ognuno mi risponde che ciò sarà impossibile fino a che io non determini la porzione di spazio trascorsa. Qui dunque vedete che la *cognizione* da me domandata rimane essenzialmente *subordinata* alla *condizione concreta* di determinare lo spazio suddetto. Qui dunque la potenza dell' escogitabile è necessariamente dipendente e subordinata alla determinazione di *fatto* dello spazio suddetto. Io non potrò mai conoscere i valori delle aree e le dimensioni delle linee, se prima non conosco di fatto la porzione rispettiva dello spazio suddetto. Ma per ciò stesso che si tratta di correspettivo, si esclude ciò che non contiene la correspettività, e per ciò si esclude ogni altro rapporto diverso puramente escogitabile, e possibile soltanto in una diversa o in milioni di diverse posizioni. Imperocchè il primo è essenzialmente determinato, ed il secondo è essenzialmente indeterminato: il primo si riferisce ad un dato *tutto;* il secondo volteggia e sorvola libero nel caos immenso dell'*idealismo*.

Egli è dunque pessimo ed irragionevole partito quello di fermarsi allo sfrenato e vago escogitabile, per trarne indi una regola *direttiva* di ciò che è praticabile, e dipendente da una determinata ipotesi. Tale appunto è l' infinito, ossia l' indefinito, dal quale sorge la incommensurabilità, contemplato in una vista *indipendente* e *generale*. Rispetto a questo concorre una doppia assurdità. La prima è quella che risulta dalla considerazione di una vaga e metafisica differenza, quasi che ogni grandezza rispettivamente incommensurabile non avesse uno stato determinato, o quasi che vi fosse un' unità metrica assoluta, e ch'essa non fosse che puramente rispettiva. La seconda assurdità poi, che qui concorre, risulta dall'attributo d'*infinito*, cui assoggettar si vuole a *valutazione*, sia di eguaglianza, sia di differenza.

Malgrado l'evidenza logica di queste osservazioni, io trovo i seguenti due teoremi, cui rimetto al giudizio del lettore, prima di tradurli logicamente, ed indi giudicare del loro merito.

« I. Lorsq'on peut prouver que la *différence* de deux grandeurs » invariables est plus petite qu'une grandeur donnée, quelque petite que » soit celle-ci, il en résulte que les deux prémières grandeurs sont ÉGA» LES entr'elles. »

« II. Lorsque trois grandeurs sont telles que la prémière, variable, » SURPASSANT toujours les deux autres, qui ne changent point, peut ap-

» procher en même temps de toutes deux, aussi près qu'on voudra, ces » deux dernières grandeurs sont ÉGALES entr'elles (1). »

A questi due canoni si riduce quasi tutta l'altissima sapienza moderna matematica in fatto di *valutazione* non ordinaria dei commensurabili, ma degli intrattabili ed indefiniti incommensurabili. Questi canoni, una volta stabiliti, autorizzano a coniare tutti i *zero relativi*, coi quali si è tramutato il nome degli infinitamente piccoli. Queste denominazioni di *zero relativo*, sinonimo di *quantità infinitamente piccola*, le troviamo anche presso il proclamato riformatore nordico delle Matematiche Wronski, pag. 204 della citata Introduzione.

§ 55. Cautela filosofica conseguente.

Se invece di tentare questi giuochi di forza, riprovati dalla ragione, ed eseguiti col far intervenire il puramente fantastico escogitabile nelle operazioni della pratica possibile all'uomo: se invece, dico, di questo irragionevole partito, i matematici avessero voluto rispettare i veri confini della ragione, essi avrebbero tenuto il seguente discorso. Sappiate che per un essenziale concetto passa un'insormontabile differenza tra il curvilineo ed il rettilineo, fra certe grandezze e fra certe altre, sia geometriche, sia aritmetiche. Noi riconosciamo di buona fede la impotenza dello spirito umano a ragguagliare con una sola misura queste grandezze. Quindi nel circolo, per esempio, non potendo noi far uso che di rette linee, lo rappresentiamo come un poligono di tanti lati, quanti fa di bisogno pel nostro calcolo di *valutazione;* intendendo peraltro sempre che la periferia non serva che di limite a questo poligono. In conseguenza noi non vi presentiamo questo poligono nè come l'equivalente dell'area del circolo, nè come esprimente la sua periferia; ma invece noi lo poniamo sott'occhio come figura adattata ed accomodata ai nostri bisogni, e come una creazione, dirò così, della nostra mano. Il circolo resta in natura qual è; la figura per lo contrario da noi conformata serve di mezzo allo scopo che si può colle nostre forze attuali ottenere. Lo stesso diciam pure delle altre curve, delle quali abbiamo bisogno sia per calcolare il moto, per esempio, dei pianeti, sia la linea segnata da un projettile, sia per determinare certe leggi meccaniche, ec. ec. In breve, tutto questo lavoro altro non è che una possibile approssimazione per supplire ai bisogni della ragione nello studiare la fisica quantità e per giovare alle opere

---

(1) Ved. Lacroix, *Essais sur l'enseignement en général et sur celui des Mathématiques en particulière*, pag. 295. Paris 1816.

dell'arte. Per la qual cosa dichiariamo di non voler sorpassare le forze dell'umano intendimento, e meno poi di violare i concetti logici delle cose, tramutando il diverso in identico, e violentando la potenza della *valutazione* con uno sfrenato *idealismo;* o, viceversa, pretendendo che un barlume indefinito, che si riceve ad occhi chiusi, serva di metro e di criterio ad una *valutazione* determinata.

Con questo discorso ogni uomo di senno avrebbe applaudito al buon criterio ed alla perspicace industria dei matematici. Ma ben lungi ch'essi abbiano voluto rispettare i confini dello spirito umano, hanno tentato invece di occupare il posto di un Dio, al quale non abbisognano nè calcoli nè induzioni, ma che tutto comprende per un atto puramente intuitivo. Con queste osservazioni io credo di aver dato abbastanza ad intendere quello che ommettere si deve nell'arte del calcolo; o almeno credo di avere richiamato la dovuta attenzione sul peccato capitale della moderna Matematica nel calcolo delle quantità. Gli altri doveri negativi sono molto minori; e ciò da cui dobbiamo astenerci è più facile a rilevarsi, ed è opera di osservazioni più particolari e pratiche, le quali non potrebbero trovar luogo in questo Discorso, nè in verun'altra parte di quest'Opera, rivolta soltanto a fondare le basi del buon insegnamento primitivo delle Matematiche.

§. 56. Di ciò che far si deve. Prima avvertenza: conoscere il perchè di quello che far si deve.

Dopo di queste osservazioni generali su ciò che *debbesi ommettere* nel calcolo, passiamo a ragionare di ciò che *far si deve*, colla mira soltanto di comprendere in che consista lo *spirito eminente* dell'arte di calcolare. Ciò che *far si deve* non differisce sostanzialmente da ciò che si *fa* o *far si può* naturalmente; ma riducesi a *far bene*, e in una maniera *avvertita* e *preconosciuta*, ciò che si fa o si può fare naturalmente. Fra le diverse maniere possibili di *fare*, scegliere quelle che possono riuscire, ossia quelle che ci procacciano l'intento proposto, e ce lo procacciano in una guisa più facile, più breve e più proficua, ecco in che consiste l'invenzione di *fatto* d'ogni arte nostra. Con essa insegniamo tutto quello che *far si deve*, ed ommettiamo quello che *far non si deve.* Scegliere poi queste maniere non per un cieco empirismo, ma colla cognizione del *perchè* si debba fare piuttosto così che così, *assicura* l'invenzione dell'arte scoperta, e ne estende la sfera fino a quel segno al quale giunger può la nostra potenza. Imperocchè conoscendo il *perchè* dell'arte, si distingue per ciò stesso quello che *si può* da quello che *non*

si può, quello che *si deve fare* da quello che *si deve ommettere.* Ma conoscendo ciò che *far si può*, si spinge l'arte fin dove può giungere, e quindi si aumenta la nostra possanza fino a quel segno al quale può essere portata, e nell'atto stesso si previene ogni tentativo *frustraneo.* Conoscendo poi ciò che *fare* od *ommettere si deve*, ed il *perchè si debba fare* od *ommettere*, si presta la direzione utile, e si prevengono i traviamenti nocivi. In questa maniera soltanto si verifica il detto di Bacone, che l'uomo tanto può quanto sa; ritenendo che il *sapere* non sia ristretto alla *perizia empirica*, ma comprenda eziandio la *perizia filosofica.*

Ciò premesso, io domando in che consista lo *spirito positivo* e *filosofico* dell'arte del calcolo? Badate bene ai termini della quistione. Se voi voleste rispondermi col mostrarmi come si fa a calcolare, voi non soddisfereste a questa domanda; imperocchè quella risposta, che voi mi date, io l'ottengo anche dalla macchina aritmetica inventata da Pascal. Orsù dunque, se volete, mostratemi pure il *fatto* del calcolo; ma esponetemi eziandio le parti e le ragioni di questo fatto, e io sarò pago. Così volendo essere bene instruito del meccanismo con cui da una macchina si segnano le ore, voi mi soddisferete quando mi mostrerete le parti prima segregate, indi congegnate della macchina; e mi segnerete la forza che la move e quella che ne tempera il movimento, e i modi meccanici della spinta e dei temperamenti.

Con queste condizioni potete voi rispondere alla mia domanda? Se lo potete, allora potete fissare anche le condizioni del buon metodo del primitivo insegnamento delle Matematiche; ma allora egli riuscirà ben diverso dal praticato. Non potete voi rispondere colle condizioni da me richieste? Allora io dico fermamente che le Matematiche si aggirano tuttavia entro la crassa atmosfera d'un cieco empirismo, e che l'arte del calcolo non è ancora divenuta *arte di ragione*, ma rimane ancora *arte puramente sperimentale*, nell'atto stesso che aspira ad una possanza eminente ed illimitata.

§. 57. Confutazione della massima dell'empirismo cieco.

Per quanto io potessi pensare ad unire questi estremi, io li troverei logicamente inconciliabili. Passiamo ora al fatto positivo. Io sento da una parte che sommi matematici erigono l'empirismo in principio di ragione direttiva; e dall'altra sento altri egualmente celebri, che mi citano i risultati infausti dei metodi sperimentali adottati nel calcolo sublime. Ecco gli esempii. Saurin, impegnato a sostenere e a propagare il calcolo infinitesimale, e volendo togliere di mezzo le difficoltà che venivangli oppo-

ste, lasciò scritto nelle Memorie dell'Accademia delle Scienze di Parigi del 1723 quanto segue:

« Les philosophes, et ceux qui ont fait leur principale étude des hau-
» tes sciences, font honneur à la Géométrie, quand ils daignent s'y appli-
» quer; mais pleins de confiance en leurs lumières, ils veulent d'abord
» tout éclairer, comme si tout était obscur. Avec les plus grands lumiè-
» res et les meilleures intentions, ils pourraient tout gâter en donnant
» trop, non à la raison, mais aux raisonnemens.... Nos calculs n'ont pas
» tant de besoin qu'on pense d'être éclairés; ils portent avec eux une
» lumière propre; et c'est d'ordinaire de leur sein même que sort toute
» celle qu'on peut répandre sur eux, et que peut recevoir le sujet qu'on
» traite.... Ce n'est jamais le calcul qui nous trompe quand il est bien
» fait; il n'a pas besoin d'être appuyé par des raisonnemens; mais d'or-
» dinaire ce sont les raisonnemens qui nous trompent, et qui ne doivent
» nous determiner qu'autant qu'il sont appuyés par le calcul (1). »

Con questo discorso ognun vede canonizzato il cieco empirismo del calcolo sublime. La somma di questo discorso riducesi a dire, che *bastar deve* il vedere l'effetto e la riuscita di questo calcolo, senza vederne la ragione. Ma per mia fè, qual è il principio di ragione col quale qui si tenta di giustificare questa sentenza? I nostri calcoli, si dice, non hanno tanto bisogno d'essere illuminati: essi portano con sè una luce propria. I filosofi coi più gran lumi e le migliori intenzioni potrebbero guastar tutto, dando troppo non alla ragione, ma al ragionamento. Esaminiamo questa causale. Che cosa è codesta luce propria, cui i calcoli portano con sè? e che cosa è questo *guasto*, che filosofi illuminati, i quali vogliono schiarir tutto, potrebbero recare? Forse che la luce algoritmica è luce di un sole che, direttamente mirato, abbaglia i risguardanti? In tal caso essa abbaglierebbe tanto coloro che maneggiano il calcolo senza pretesa di schiarirne i movimenti e le ragioni logiche primitive, quanto coloro che volessero investigare questi movimenti e queste ragioni. In questo caso dunque il fatto del calcolo, e specialmente del calcolo sublime, inventato dopo tanti secoli e praticato da tante poche persone, sarebbe un fenomeno imperscrutabile, simile a quello del principio della vita. Così ridurrebbesi la cosa al punto di ricevere una invenzione tarda ed elaborata dell'arte umana, come non suscettibile di genesi razionale. Così ne segue, ch'essa amministrar si dovrebbe senza cercare il *perchè*, anzi con espressa proibizione di cercarne il suo *perchè*. Io venero l'abilità di un

---

(1) Ved. Lacroix, Opera citata, pag. 259-260.

calcolatore; ma, sapendo che ragionevole dev'essere il mio ossequio, gli domando i motivi della fede cieca ch'egli esige da me. Egli mi parla di luce intellettuale, e quindi di ragione che discerne; ma egli nello stesso tempo mi vieta d'usare di questa ragione. Come va questa cosa nella Matematica, scienza eminentemente razionale ed evidente? Come va questa cosa nel calcolo sublime, metodo tutto artificiale, e inventato per una elaborata induzione di uomini moderni, dei quali veggiamo segnati tutti i passi, e i quali, ben lungi di aspirare al titolo d'una rivelazione sovrumana, si fecero un dovere di assegnarne i fondamenti e l'artificio? Voi dite che *i filosofi coi sommi lumi e colle migliori intenzioni del mondo potrebbero guastar tutto, dando troppo non alla ragione, ma ai ragionamenti.* Qual linguaggio è questo mai? Che cosa sono i ragionamenti, altro che l'esercizio stesso della ragione, vale a dire la ragione stessa non in potenza, ma in atto? O questi ragionamenti sono giusti, o no. Se sono giusti, essi non possono venire in conflitto colla verità e con qualsiasi principio, perchè essi non sono che l'espressione stessa della verità: o sono falsi, ed allora non meritano il nome di *ragionamenti*, ma di *sragionamenti;* e si potranno dimostrar falsi analizzando i termini che contengono. Ma voi li supponete fatti con sommi lumi e di buona fede. Dunque voi temete che la massima del calcolo vostro non possa reggere a ragionamenti fatti con tutto l'ingegno, con tutta la dottrina e con tutta la buona fede. Voi esigete inoltre d'essere dispensato dal mostrar la fallacia di questi ragionamenti, e che ciò non ostante si riceva il vostro calcolo. Io non permetto che si vada investigando il mistero del calcolo sublime, ma esigo che venga ricevuto come sta, e maneggiato alla cieca, pago di vederne l'effetto. Ecco la formola vostra. Basta averla accennata, perchè venga rigettata fino dal senso comune.

Piacesse al cielo che questa fosse una pretesa particolare del citato scrittore; ma essa pur troppo è quella del volgo dei matematici, e perfino di taluno che occupa fra essi un posto eminente. Un esempio lo abbiamo in un'Opera d'un celebre matematico, piena di eccellenti viste sull'insegnamento delle medesime. Questi è il signor De Lacroix, il quale, dopo di avere applaudito ai sentimenti del Saurin, ripetutamente professa d'ignorare la maniera colla quale si acquistano le idee del numero e della grandezza. *Je confesse mon ignorance sur la manière dont les idées de* nombre *et de* grandeur *s'acquiérent* (1). In un'altra Opera pubblicata cinque anni prima sul calcolo infinitesimale egli aveva di già emessa questa professione di fede.

(1) Ved. Lacroix, Opera citata, pag. 175.

La pretesa degli empiristi matematici pare che fosse fondata sopra la sicurezza di possedere uno stromento di universale valutazione. Loro bastava il possesso di *fatto* di questo stromento, e si credevano dispensati dal discuterne la legittimità. Ma questa sicurezza pare che cessar debba a fronte del terribile scandalo avvenuto coi calcoli di Kramp, del merito del quale niuno può dubitare. Egli è stato sospinto, suo malgrado, a tante mostruosità, al dire del Wronski, che lo stesso Kramp ha lasciata scritta la seguente sentenza, che *nelle questioni dei principii matematici i più grandi geometri sono obbligati di confessare ingenuamente la loro ignoranza* (1).

§ 58. Cenno di una massima positivo-fondamentale per l'arte del calcolo di valutazione degli escogitabili.

Ciò posto, rimane ancora la necessità di discutere questi principii: o, a dir meglio, rimane l'obbligazione di scoprirli, e di derivarli dall'unica loro fonte legittima. Questa è la filosofia che, mediante un' analisi attenta, ordinata e perspicace, ponga in luce le condizioni e le leggi fondamentali della parte operativa del calcolo, e supplisca indi e rettifichi ciò che è stato fatto sin qui. Non è del mio istituto il tentare tanta impresa: nè questo sarebbe il luogo opportuno per farlo. Annoterò ciò non ostante un' idea fondamentale, che parmi luminosa e decisiva per la buona riuscita dell'arte di calcolare. Fino a che la teoria della valutazione non venga intimamente associata con quella delle ragioni e delle proporzioni, in modo che il passaggio dall'una all'altra non sia effetto dell'*industria*, ma della *condizione necessaria* degli enti geometrici ed aritmetici, i quali concorrono a formare un *tutto* sistematico di ragione, l' arte del calcolo universale sarà essenzialmente imperfetta. Essa esisterà soltanto allorchè certamente e pienamente soddisferà all' intento cui è destinata. Ma questo intento non si può ottenere col ramo dell'algoritmo algebrico separato dal geometrico; e, quel ch' è più, senza riunirli amendue con un nodo comune, e mediante un terzo criterio indicato dalla stessa natura. Coll'algoritmo algebrico si passeggia realmente sulle creste dei monti, senza discendere mai al piano che gli unisce. L'algoritmo algebrico non è dunque nè potrà essere mai del tutto soddisfacente ai bisogni della valutazione, ma vi soddisferà soltanto imperfettamente. L' imperfetta riuscita di lui, applicato alla Geometria, è un fatto solenne riconosciuto da celebri matematici, e fra gli altri dal Mascheroni. Esso diffatti non comprende

---

(1) Wronski, *Introduzione alla filosofia delle Matematiche*, pag. 257.

tutti i termini naturali che realmente intervengono, e che sono necessarii per valutare anche simbolicamente le quantità. Esso dunque appellar si può col nome di *algoritmo semilogico*. La sua pienezza deve ancora essere supplita, e quindi la lacuna sarà riempiuta.

Tutto ciò sia detto semplicemente di passaggio. Qui io mi conterrò solamente di accennare alcune osservazioni psicologiche intorno a ciò che accade nello spirito nostro nell'atto di calcolare, onde preparare le basi del metodo dell'insegnamento primitivo.

§ 59. Dei concetti mentali che intervengono nel calcolo. Del concetto complessivo del medesimo.

Incominciando dall'oggetto proprio del calcolo matematico, io fo avvertire che questo non consiste in qualunque quantità, ma solamente in quella che può dirsi *fisica*. La prova risulta dalle cose dette nel Discorso primo. Questa quantità fisica però non viene considerata *fisicamente*, ma solo *razionalmente;* vale a dire, noi prescindiamo dalla considerazione dello stato reale delle cose esistenti in natura, e volgiamo l'esame sul mondo solo intellettuale. Per questo motivo distinguiamo la Matematica *pura* dalla *mista* o *applicata*. Sebbene l'intellettuale derivi dal fisico, ed involga il concetto del fisico, ciò non ostante distinguiamo l'uno dall'altro per la maniera con cui la mente nostra lo contempla. Riunendo quindi questi caratteri, dir possiamo che *la quantità fisica intellettuale forma l'oggetto materiale del calcolo matematico puro.*

Dico l'*oggetto materiale* per distinguerlo dalle *logíe*, ossia dalle *idee* puramente *relative* eccitate e risultanti dai paragoni e dalle connessioni, e che appartengono tutte al nostro intimo senso. Su di ciò non abbisogno di estendermi, dopo le cose notate nell'antecedente Discorso. Le diverse *qualità* dell'oggetto materiale determinano le diverse *relazioni*. Dunque i diversi concetti proprii delle quantità, paragonati o uniti agli altri, determinano le *logíe*. Il complesso delle idee degli *oggetti materiali*, delle *logíe* e delle *funzioni attive* del nostro spirito, risguardanti la quantità fisica-intellettuale, forma il concetto complessivo del calcolo matematico puro. La parte intuitiva non si può disgiungere dall'operativa, perocchè qui la cognizione subordinata all'opera serve unicamente all'opera. L'uomo non è un automa, ma un essere in cui qualunque azione esteriore od interiore *avvertita* deriva sempre dal *conoscere*, dal *volere* e dall'*eseguire;* talchè l'effezione dell'opera appartiene *solidamente* a tutte tre le suddette facoltà.

§ 60. Del magistero logico del calcolo. Sua affinità col magistero generale scientifico. Esempio.

Studiando la maniera con cui queste tre facoltà operano nel calcolo matematico puro, si comprende qual sia il *magistero* di questo calcolo. Esso presenta per sè stesso tanto i caratteri generici, quanto gli specifici; voglio dire, tanto le condizioni comuni, quanto le proprie. Con ciò noi giungiamo a stabilire la differenza fra il magistero del calcolo matematico puro, ed il magistero del calcolo generale scientifico. Certamente fra l'uno e l'altro havvi molto di comune; perocchè l'*io* che calcola in Matematica è quello stesso *io* che calcola in Fisica, in Morale ed in Psicologia; e però convien conoscere questo comune aspetto, per rilevare quindi quello che è speciale al matematico.

Il calcolo scientifico, del quale parlo qui, non riguarda la scoperta d'ogni specie di verità, sia di *fatto*, sia di *ragione*. L'arte di verificare i fatti, che appellasi *critica*, non entra nelle nostre considerazioni. Non vi entrano nemmeno le disquisizioni sulle cause e sugli effetti, e sul modo di agire. Rimane adunque quella parte che ha una maggiore affinità col calcolo matematico puro. Questa, sebbene non si occupi della *quantità*, ma si restringa alla *qualità* delle cose, ciò non ostante manifesta un magistero, il quale si verifica anche nel calcolo matematico puro; talchè per questo lato si può dire con tutta verità, che il magistero fondamentale del calcolo è lo stesso, sia che si tratti di determinare il *più*, il *meno* o l'*eguale* incognito nelle cose, sia che si tratti di dedurne la occulta *somiglianza* o *dissomiglianza*. Io entro in una camera, e vi trovo due cembali vecchi abbandonati. Alzo il coperchio, e veggo che non rimangono più che le cinque prime corde ad ognuno. Mi viene la voglia di scoprire se le corde dell'uno siano concordanti o discordanti da quelle dell'altro. Che fo io? Incomincio a toccare la prima corda del cembalo A, e tocco pur anche la prima del cembalo B. Sento che queste due sono concordanti. Ecco un primo giudizio semplice d'identità. Esprimo questo giudizio, e nasce la proposizione singolare, che la prima corda del cembalo A concorda colla prima del cembalo B. Passo avanti; e sempre toccando la prima del cembalo A, la paragono colla seconda del cembalo B. Qui sento la discordanza. Ecco un secondo giudizio, ma di diversità, ed una seconda proposizione che lo esprime. Vado avanti toccando la prima corda del cembalo A, e la paragono successivamente con la terza, la quarta e la quinta del cembalo B, e la trovo discordante con tutte. Fatto questo primo giro, io esprimo i cinque giudizii singolari con una sola proposi-

zione, dicendo: *tutte le corde del cembalo* B, *tranne la prima, sono discordanti dalla corda prima del cembalo* A; oppure dico: *la prima corda del cembalo* A *non concorda che colla sola prima del cembalo* B. Con questa semplice proposizione io effettivamente esprimo cinque fatti, cinque rapporti e cinque giudizii diversi, uno affermativo, e quattro negativi. Questa proposizione adunque inchiude una recapitolazione, un compendio, e in fine esprime un concetto di risultato comune e semplice, il quale non si può confondere con veruno dei giudizii singolari prima emessi. Io prego il leggitore a far punto su di questa osservazione. Procediamo oltre.

Fatto questo primo giro, passo al secondo. Qui tocco la seconda corda del cembalo *A*, e ne paragono successivamente il suono con quello delle cinque corde del cembalo *B*, e lo trovo discordante con tutte. Ecco cinque altri giudizii singolari ed uniformi, tutti affermanti diversità. Questi cinque giudizii singolari, colle loro proposizioni rispettive, gli esprimo con una proposizione negativa, sola, semplice e comune, e dico: *la seconda corda del cembalo* A *non concorda con veruna del cembalo* B. Con questo metodo passo a confrontare le altre, e non trovo più consonanza. Io dunque conchiudo colla proposizione generale, che *tutte le corde di questi due cembali, tranne le due prime, sono fra loro discordanti.* Quest'ultimo giudizio generale e questa semplice proposizione che cosa suppongono veramente? Essi in primo luogo suppongono venticinque confronti, che somministrano ventiquattro giudizii negativi, ed uno affermativo. In secondo luogo suppongono che questi venticinque giudizii *singolari* siano stati convertiti in cinque giudizii *speciali;* e finalmente che questi cinque *speciali* siano stati convertiti in un solo *generale.*

Tutte le cognizioni *generali*, dedotte con senno, esigono questo processo; perocchè le condizioni di lui sono rese necessarie dai rapporti reali e costanti che passano fra la limitata nostra comprensione e gli oggetti delle nostre cognizioni. Dunque parmi di potere giustamente affermare, che il magistero fondamentale del calcolo è sempre lo stesso, sia che si tratti di dedurre le quantità, sia che si tratti di scoprire per via di deduzione qualunque altra cosa. Passata la sfera dell'intuitivo simultaneo, incomincia quella del calcolo. Qui l'*intuizione* non è ristretta solo alla *sensazione*, ma comprende anche quella che ci può essere somministrata dalla *memoria* o dalla *fantasia.*

§ 61. Spirito eminente ed ultimo del magistero del calcolo.

Col calcolo scientifico noi vogliamo ottenere la *vera cognizione* delle cose. Dunque qualunque specie di calcolo forma un ramo della Logica generale. Dunque la Matematica è un ramo di questa Logica. Ecco perchè io l'ho denominata la *Logica delle quantità*. Scoprire un'incognita *identità* o *diversità* mediante un' *identità* o *diversità* già conosciuta, ecco a che si riduce lo *spirito eminente* ed ultimo del magistero del calcolo, e di ogni minima mossa del medesimo. Nel calcolo aritmetico noi ci occupiamo a scoprire l'identità o la diversità della quantità fra più oggetti diversi, o fra le parti di uno stesso oggetto; nel geometrico noi ci estendiamo a determinare anche la situazione, le forme e l'andamento ec. di un dato soggetto. Amendue però questi calcoli non sono che parti del medesimo processo.

Ogni quantità considerata rispetto ad un'altra è identica o diversa. L'*identità rispettiva* non può avere che un solo concetto; questo è quello dell'*eguaglianza*. La *diversità* ne può aver due; e questi sono il *più* ed il *meno*. L'*eguale* e il *disuguale* non è che un *verbo* nostro. L'*eguaglianza* altro non è che l'*identità* di quantità applicata a due o più oggetti. Essa esprime un giudizio affermativo di questa *identità*. La *disuguaglianza* non è che l'affermazione della *differenza* di quantità fra due o più soggetti, e quindi la negazione di *eguaglianza* fra i medesimi.

L'*eguaglianza* e la *disuguaglianza* si possono esprimere anche con forme rispettivamente negative. Dico *con forme negative*, e non *con un concetto negativo*, sì perchè io non conosco idee negative, e sì perchè l'animo nostro sente la *diversità* come sente l'*identità*. Io sento così positivamente la differenza fra il bianco e il rosso, come sento positivamente l'impressione del solo bianco e del solo rosso. Più ancora: per affermare che il giglio è bianco *come* la neve, mi è necessaria l'idea di amendue; come per affermare che il giglio è *più* o *meno* bianco del narciso.

§ 62. Dell'intervento delle idee d'eguaglianza e di disuguaglianza.

L'*eguaglianza* interviene perpetuamente nei nostri calcoli, come v'interviene la *differenza*. In essi ora forma lo *scopo* delle nostre ricerche, ed ora forma uno dei *mezzi* per giungere alla scoperta che desideriamo. L'*eguaglianza* è nome d'*identità*, come la *disuguaglianza* è nome di *diversità*. La semplice distinzione d'una grandezza da un'altra non inchiude il concetto nè di *eguaglianza*, nè di *disuguaglianza*, perchè due o più cose distinte possono essere sì eguali che disuguali, come

possono essere simili o dissimili. La sola distinzione adunque può costituire una *circostanza*, ma non un *elemento* del calcolo.

L'elemento del calcolo matematico rigoroso viene somministrato dal *più* e dal *meno* di un dato oggetto o di più oggetti.

Quando annunziate un *più* od un *meno*, voi esprimete *qualche cosa* di più o di meno. Questa *qualche cosa* è veramente un'idea *positiva* che voi riferite ad un dato *oggetto*. Il *nulla* infatti non forma oggetto nè di *più*, nè di *meno*. Se non manca nulla ad una cosa, o se non tolgo o aggiungo nulla, non si verifica nè il *più*, nè il *meno*. Il *più* e il *meno* adunque inchiudono l'idea di una quantità *positiva*, che riferisco ad un oggetto pure *positivo*.

Questa relazione è o *ipotetica* o *di fatto*, *assoluta* o *condizionata*. Coll'*ipotetica* o *condizionata* altro non dico, che se aggiungessi o togliessi tanto, ne seguirebbe la tale conseguenza; per lo contrario colla relazione *assoluta* e *di fatto* esprimo di aggiungere o levare, o che è stata aggiunta o levata, o che manca o che esiste una data quantità. Nella relazione *condizionata* altro non fo che paragonare, lasciando intatto il valore della cosa; nell'*assoluta* per lo contrario altero effettivamente la quantità. Usando del *più* o del *meno* condizionato, finisco coll'affermazione o negazione dell'*eguaglianza*, e collo stabilire una data proporzione o un dato valore. Usando per lo contrario del *più* o del *meno assoluto*, io aggiungo o tolgo una quantità al soggetto aumentato o diminuito. Colla prima maniera rimane tutto nel soggetto, a cui applicai il *più* od il *meno;* colla seconda per lo contrario se ne cangia la dimensione, il valore, la proporzione ec., ed esso *non è più quello di prima*. La verità dunque dei concetti esige due *espressioni* diverse per due operazioni cotanto fra loro diverse. Lasciando al *più* o al *meno assoluto* i nomi di PIÙ O MENO, io denominerei il *condizionato* colle parole di *se-più* o *se-meno* (1). Con questa distinzione io fo tosto comprendere se io annunzio uno stato della cosa, o la mia operazione di aggiungere o di levare qualche cosa al soggetto, o se pure semplicemente misuro o paragono per giungere alla scoperta bramata.

---

(1) Io esprimerei, per esempio, il *più* o il *meno assoluto* coi soliti segni di + o di —. Il *se-meno* o il *se-più* io gli esprimerei nella seguente maniera: ⸢— ⸢+. Il primo significherebbe *se-meno*, il secondo *se-più*. Spediti, semplici e analoghi mi pajono essi, e però acconci per gli apprendenti. Evvi una terza maniera, nella quale s'impiega il *più* e il *meno*, e questa è quella del *binomio*. Con questa non si accresce o detrae nulla, ma si segnano distintamente i coefficienti di un *tutto* semplice. Per questa espressione impiegherei i seguenti segni: +⌒, ovvero —⌒.

§ 63. Distinzione fra la differenza assoluta e la distanza dall'eguaglianza.

Nell'esaminare le diverse quantità intervengono, secondo i casi, tanto i giudizii di *differenza assoluta*, quanto quelli di *distanza* maggiore o minore dall'*eguaglianza*. Queste idee sembrano compenetrate, ma pure sono diverse. La *differenza quantitativa* risulta dal rapporto immediato fra due grandezze. La *distanza* dalla *eguaglianza* risulta dal rapporto di queste grandezze collo stato di *parità* non esistente fra le medesime. Nel primo caso l'intelletto paragona solamente i due soggetti fra di loro; nel secondo caso li paragona con un terzo archetipo, ossia colla forma pari, che risulterebbe togliendo qualche cosa all'una, e dandola all'altra. La *differenza* dunque *assoluta* si potrebbe denominare *totale*. La *distanza* poi dall' *eguaglianza* dir si potrebbe *differenza media*. L'*assoluta* inchiude l'idea di *appartenenza* di un *più* ad un dato soggetto, e di *mancanza* rispettiva all'altro. La *media* per lo contrario involge il concetto d'una *detrazione* di questo di *più* dall'uno dei soggetti, e di *ripartimento* eguale di esso fra amendue.

In tutti i casi nei quali si tratta di far intervenire gli *estremi* ed i *medii* la *distanza* maggiore o minore dall' *eguaglianza* è così decisiva, ch'essa per sè sola sembra somministrare una positiva creazione o annientamento, quantunque il senso geometrico attesti il contrario. Col trasportare soltanto un atomo dall'uno all'altro medio per renderli ambi eguali, voi non diminuite in nulla la superficie del *tutto;* e pure nel prodotto della moltiplicazione avete un aumento. Io accenno questo fenomeno per far sentire quanto importi di distinguere la *differenza assoluta* dalla *media*. L'*assoluta* si può calcolare coll'*uno;* la *media* solamente col *due*. Ciò nasce dall'essenza stessa di relazione *doppia* e *di partaggio*.

§ 64. Del vario concetto del *più* e del *meno* che interviene nel calcolo.

Tutto questo avviene quando si tratta di differenze *determinate*. In queste ha propriamente luogo un *tanto di più* od un *tanto di meno*, e non un *meno* o un *più indefinito*. Il *più* o il *meno indefinito* si esprime colla *maggiorità* o *minorità* generica. Il maggiore o il minore in genere non vi dà di per sè l'idea di *quanto* un soggetto sia maggiore o minore di un altro; ma altro in sostanza non esprime, se non ch' essi mancano di *eguaglianza*, ossia che sono *disuguali*.

Fra l'idea della maggiorità o minorità, e l'idea di un dato valor numerico, sta quella della rispettiva *grandezza*, e quindi quella delle *pro-*

porzioni. La proporzione determinata non importa per sè stessa il concetto di un determinato valore intrinseco o inalterabile aritmetico, perocchè ad una grandezza determinata si possono dare tanti valori, quante sono le parti nelle quali possiamo dividerla.

Se io figuro una superficie o una figura doppia, tripla o quadrupla di un'altra, io altro non fo che determinare un rapporto *estrinseco* fra di esse, e nulla più. Quindi io fo astrazione, sia dalla generazione, sia dai coefficienti dai quali può risultare, sia dal valore metrico interno che può o deve in tali casi ricevere, sia dall'attitudine sua ad unirsi con altri soggetti per costituire o una serie o un complesso, e così discorrendo. Il concetto di *grandezza determinata* segna i limiti rispettivi della quantità sia discreta, sia continua. Essa di per sè non presenta dati dimensivi particolari se non quando concorre con altre a formare un *tutto.*

§ 65. Del paragone dei disuguali, e di ciò che allora avviene nel nostro spirito.

Quando paragonate due quantità disuguali, che altro avviene nello spirito vostro? — Ciò che è pari, sia grande, sia piccolo, lo considerate come una cosa sola, e non ponete mente fuorchè alla disparità. Allora è lo stesso paragonare due grandezze, per esempio, di quattro o cinque digiti, come paragonarne due di quattrocento o cinquecento. Ciò non è tutto. Questa operazione implica una sottrazione di puro paragone di tutta la grandezza pari di lei, ossia un *se-meno.* Ma il concetto di questa grandezza rimane immedesimato coi soggetti paragonati, e serve di punto d'appoggio al vostro intelletto. Qui dunque la forma di *eguaglianza astratta* serve a determinare la differenza. Se dunque il sentimento della differenza è positivo, il mezzo di determinarne la misura viene somministrato solo dall'idea di *eguaglianza.* Ma questa non è che una *identità* ripetuta. Quest'identità deve investire un qualche oggetto, ossia consiste essenzialmente nel concetto di qualche oggetto geometrico. Dunque la cosa si risolve in ultima analisi nel concepire un soggetto geometrico come sta, e farlo servire di punto di paragone onde determinare la diversità di quantità con un altro e con molti altri.

§ 66. Mezzo conseguente di valutazione. Suo principio fondamentale logico ed unico. Omogeneità.

Qui facciamo punto. Fu detto di sopra e dimostrato, che l'*uno* metrico generale non esiste nè può esistere, ma ch'egli è sempre rispettivo. Parimente ogni grandezza è così determinata, e di un concetto così in-

dividuo ed immutabile, che non si può aggiungere o diminuir nulla senza tramutarla in un' altra, e così senza distruggere la sua essenza. Dunque se venga o paragonata o accoppiata ad un' altra, nasceranno certi rapporti, e non certi altri; certe convergenze o divergenze, e non altre; certe proprietà comuni o certe opposizioni, e non altre. Questi rapporti saranno necessarii ed immutabili, quanto le essenze stesse delle grandezze dalle quali emanano. Se dunque queste grandezze siano considerate come parti di un *tutto*, esse dovranno necessariamente somministrare un *metro* analogo ai rapporti che sostengono. La natura dunque di questo metro risulterà o *semplice* o *composta*, a norma dei rapporti essenziali della posizione loro. Dunque ne viene il solenne ed inconcusso principio, che per calcolare con verità nei casi in cui queste grandezze essenzialmente diverse concorrono insieme, non si potrà far giuocare nè il *piccolo* nè il *grande*, ma si dovrà far uso soltanto dell'*omogeneo*.

Quest' omogeneità non consiste nè nell' unità polverizzata, nè nell'estensione microscopica, ma nell'essenza composta secondo l'indole della figura. In Geometria ciò viene confermato anche dalla proposizione sopra dimostrata, che *il principio della figura è la stessa figura.* Ma la presente dimostrazione essendo tratta dalla natura comune dei concetti sì geometrici che aritmetici, ne viene che il principio suddetto dell'*omogeneità* è comune a tutta sorta di calcolo. Allora cessa l'uso *immoderato* dell' estrazione delle radici; allora vengono banditi gli infinitamente piccoli; allora non si parla più di *approssimazione;* allora non si tenta più di dividere la certezza come una focaccia, e di trarne risultati mostruosi; allora sottentra un' altra specie di calcolo analogo ai dettami della filosofia e all' andamento della natura.

§ 67. Conseguente ripugnanza e falsità positiva matematica dell' algoritmo infinitesimale.

Io non pretendo per questo che si debbano abolire i metodi attuali; ma solamente parmi che in certe parti si possa *illuminarli* di più, e quindi *riformarli* ed *unificarli.* Questo può esser fatto soltanto usando del principio dell'omogeneità, il quale esige come condizione, che *a parte rei* nulla venga da noi alterato nel concetto delle *quantità impostate* o *derivate*, e per parte del calcolatore la piena cognizione della posizione intiera della quantità e dei rapporti logici di lei. Voi mi direte che si sono fatte molte scoperte. Ed io vi rispondo domandandovi, se tutte siano solide; e quelle che sono solide, *nelle specie dei casi di cui parlo*, non

coincidano appunto, senza saperlo, col principio dell'omogeneità. Niuna verità può fare i pugni con un'altra, nè la verità matematica può venire in conflitto colla buona filosofia. Ora ditemi se questa possa ammettere le denominazioni di *calcolo infinitesimale*, di *infinitamente piccoli* o *grandi*, di *quantità aggiunte* o *neglette*, ed altre simili. E quanto alla denominazione di *calcolo infinitesimale*, credete voi che sia filosofica? Chi chiamasse la pittura *arte delle ombre* userebbe egli d'una denominazione conveniente? Lo stesso è in Matematica coll'attribuire ad un calcolo il nome d'*infinitesimale*. Il *calcolare* importa *discernere* e *paragonare*. Ora sull'infinito si può forse esercitare il discernimento? Dove non si discerne regnano le tenebre per noi. Attribuire adunque il titolo d'*infinitesimale* ad un calcolo è lo stesso che denominarlo *calcolo tenebroso*, *calcolo delle ombre*.

Questa denominazione impropria, la quale manifesta una pretesa incompetente allo spirito umano, sembra derivare dal trascendentalismo mal inteso, del quale ho già parlato. Essa poi suppone che si possano oltrepassare certi limiti che la buona filosofia dimostra insormontabili, e che vi possa essere un'essenziale differenza fra il *grande* ed il *piccolo*.

Sappiate, dice l'inventore di questo calcolo, che i fondamenti della mia invenzione non sono *rigorosamente dimostrati*, ma sono *passabilmente veri* (1). Tutti piegano la fronte, malgrado le grida della Filosofia e del buon senso. Così pure il Leone, nel tempo che pioveva, e nell'atto che i suoi cortigiani grondavano d'acqua, avendo sostenuto che risplendeva il sole, i suoi cortigiani d'accordo proclamarono che il sole gli avea bagnati. Ma, per mia fè, che cosa significa questo *passabilmente vero*, fuorchè un'asserzione non dimostrata? Ora un'asserzione non dimostrata può forse servire di fondamento ad una teoria che esige una rigorosa dimostrazione? La dimostrazione non ammette nè verità dubbie, nè verità passabili; ma accoglie soltanto un *vero pieno* ed un *vero dimostrato*. Da quando in qua la Matematica, che appellasi *la scienza emi-*

---

(1) Il calcolo differenziale, basato sopra gli altri principii (cioè diversi da quelli del Lagrange), forma una scienza separata dall'Algebra, giacchè in essa non avviene mai che quei principii s'incontrino. Talvolta questi principii dimandano che si accordi la sussistenza di cose le quali hanno in sè delle proprietà contrarie affatto alla geometrica evidenza e ad ogni comune concetto; e questi sono gli *infinitesimi*, che ora si prendono per *nulli*, ora per *quantità* di misura che si confrontano con altre, e sopra le cui analogie ebbe a dire lo stesso Leibnizio (*Acta Eruditorum*, Lipsiae 1712), ch'esse non sono vere, ma *toleranter verae*. — Brunacci, Memoria premiata dall'Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Padova, Capo III. § 28. pag. 23. Edizione di Nicolò Zanon Bettoni. Padova 1810.

nentemente certa ed eminentemente dimostrata, deve riposare su basi *passabilmente vere?*

Questo è ancor nulla. Se taluno affermasse che il quadrato di un cateto può essere uguale al quadrato dell'ipotenusa, o che il cateto stesso può essere uguale all' ipotenusa, non direbbe forse una proposizione apertamente ed assolutamente falsa? Voi lo convincereste di falsità sì colla dimostrazione della figura, e sì col tagliare una lamina ed un cartone in modo ch'egli dovrebbe confessare la falsità palmare della sua proposizione. La verità della proposizione pitagorica è assoluta ed universale, perocchè in essa si prescinde dalla considerazione di qualunque divisione o proporzione particolare dei cateti o dei loro quadrati, e però per la sua vera universalità può sostenere il confronto della dx dei Leibniziani. Basta aver delibato i primi elementi di Geometria per essere intimamente convinti di questa universalità. Ora se, contro l'universale verità ed evidenza del dogma pitagorico, io volessi contrapporre i concepimenti *toleranter veri*, coi quali Leibnitz stesso denominò i fondamenti del suo calcolo, che cosa si direbbe di me? Dir si dovrebbe che i pensamenti *toleranter veri* debbono cedere il passo agli *evidenter veri;* e che se i *toleranter veri* ripugnassero agli *evidenter veri*, essi diverrebbero *evidentemente falsi*, per ciò stesso che gli altri fossero *evidentemente veri.* — Ora dico, sostengo e dimostro, che il concetto fondamentale del calcolo di Leibnitz ripugna positivamente al dogma suddetto pitagorico; e però conchiudo, essere il pensamento Leibniziano evidentemente e matematicamente *falso.* La prova di questa ripugnanza risulta dalla dimostrazione posta appiedi di questi Discorsi.

Come mai un' impostura come questa ha potuto trovar seguaci in tanti uomini d'ingegno di tutti i paesi d'Europa? Come mai un fantasma, il quale comparve sul teatro matematico coperto non colle divise della *evidenza*, ma colle spoglie ingannevoli d'una volgare *fantasia*, maritata col *trascendentalismo* e coi passi vacillanti del *passabilmente vero*, potè illudere cotanto da regnare sulle menti dei matematici, e resistere agli assalti del *buon senso?* Come mai anche oggidì egli estende la sua dominazione, ed acquista campioni al suo partito? Forse sta scritto nei libri del fato che anche il mondo matematico debba talvolta essere colpito da uno spirito di vertigine come il mondo civile? Vi avvisereste voi forse di dire che il dogma pitagorico è dogma *geometrico* e non *algoritmico*, e che però non può colpire la massima del calcolo infinitesimale, nel quale si fa uso di principii algoritmici? In questo caso io vi dimostrerei che il dogma pitagorico è eminentemente algoritmico ed uni-

camente algoritmico, e versa intieramente sullo scopo unico d'ogni calcolo. E per verità il dogma pitagorico non determina egli il valore dei quadrati dei cateti rispetto al quadrato dell' ipotenusa in tutti i casi nei quali i quadrati dei cateti o siano eguali fra di loro, o possano differire per qualunque quantità escogitabile? Ciò posto, domando io: la *valutazione* non è essa lo scopo unico del calcolo? L'algoritmo non è forse il mezzo di questa valutazione? La determinazione del *più*, del *meno*, dell'*eguale*, sia delle quantità *impostate*, sia delle *derivanti* o *costanti* o *variabili*, sia delle *indicate*, sia delle *differenziali*, non costituisce forse la funzione, anzi l'essenza propria dell'algoritmo? In esso si domanda forse di conoscere o quantità dubbie, o quantità insussistenti, o quantità false; o non piuttosto quantità certe, sussistenti e vere? Ora se la valutazione attribuita dall' algoritmo *passabilmente vero* ripugna colla valutazione evidentemente certa del dogma pitagorico, non si potrà sfuggire l'assurdo, perchè cade sullo stesso soggetto e sull'identica operazione. Invano pertanto si avrebbe ricorso alla distinzione suddetta per sottrarre gl' infinitesimi dall' anatema del *buon senso*, e invano gli Ercoli del calcolo potrebbero accorrere per impedire la caduta dell'edifizio poggiato sopra i medesimi.

Mi direte che non sempre la massima del calcolo Leibniziano esige l'impiego di questi infinitesimi, e però che quel calcolo non resta sempre colpito dalla taccia dell' assurdo e della frode. A ciò rispondo, che qui si cangia di quistione senza affievolire la mia dimostrazione. Io ho parlato del modo praticato degl' infinitesimi nel calcolo, e non ho parlato del calcolo eseguito senza di essi. Ora se mi parlate del calcolo in cui essi non intervengono, voi non mi parlate più del calcolo veramente infinitesimale, ma di un' altra cosa; e però la vostra difesa cade su di un soggetto diverso. Allora il calcolo sublime altro non è che il calcolo naturale elevato a regole più generali, e nulla più.

§ 68. Principio preservativo dagli errori e dalle frodi.

Onde però togliere per sempre la sorgente primitiva di questo e di altri simili delirii, è d'uopo avvertire che altro sono le considerazioni del *possibile fantastico*, ed altro le considerazioni del *possibile esistente*. Egli è metafisicamente possibile che esistano Pietro, Paolo e Giovanni; ma allorchè figurate Pietro esistente, egli è metafisicamente impossibile ch'esso sia nello stesso tempo Paolo e Giovanni. La *esistenza effettiva* della persona di Pietro rende metafisicamente impossibile ch'egli sia nello stesso tempo Paolo e Giovanni. Così dicasi delle quantità. Una gran-

dezza è metafisicamente suscettibile di varii gradi d'aumento o decremento: ma posto *in fatto* qualunque aumento o decremento escogitabile di lei, si esclude per ciò stesso l'esistenza *di fatto* di qualunque altro aumento o decremento meramente possibile, e per ciò stesso di qualunque altra possibile differenza, ragione, proporzione o rapporto logico poggiato a termini diversi. Questa sentenza altro non è che una traduzione del principio stesso di contraddizione. Posto questo dato, ne viene che quando in fatto voi figurate che una quantità impostata riceva un dato aumento o decremento qualunque escogitabile, voi escludete per ciò stesso qualunque altro aumento o decremento metafisicamente possibile *diverso* da quello che voi figuraste, quand'anche non sappiate o non esprimiate il valore di questo *più* o di questo *meno*. Allora il *più* o il *meno* figurato riesce necessariamente parte aliquota o non aliquota della quantità impostata. Potrà essere a voi sconosciuto il valore rispettivo di questa parte. Ma la ragione vi dice sempre, che siccome essa non può esistere e non esistere nello stesso tempo, nè essere ad un solo tratto *identica* e *diversa;* così (quand'anche il di lei valore non sia da voi conosciuto), ciò non ostante essa esclude la possibilità della coesistenza di uno *stato* diverso da quello, sotto del quale realmente esiste. Con ciò tutti gli altri stati metafisicamente escogitabili rimangono sepolti nel caos dell'idealismo, e non ha veramente luogo che quello stato solo, sotto il quale essa esiste. *Indefinito* dunque *a parte rei* non è nè può essere questo stato; e però è logicamente assurdo il concetto di un infinito o indefinitamente piccolo *esistente*, sia ideale, sia reale.

Io sfido tutti i matematici a sovvertire la verità di questa osservazione. Ma nello stesso tempo domando loro se sia vero, o no, che col loro *dx* non facciano intervenire e coesistere TUTTI gli stati metafisicamente possibili della piccolezza, nell'atto che non è *possibile* fuorchè la esistenza d'un *solo* di essi? se sia vero, o no, che confondono il mero stato *incognito* col possibile stato *escogitabile* di queste quantità, e che da questa confusione e da questo scambio sorga la mostruosa progenie degl'infinitesimi e la illusoria fabbrica del calcolo relativo? Perchè io non conosco quanta sia l'altezza dei monti della luna, potrò io dunque supporla indefinita?

Voi mi parlate di *grandi* e di *piccoli*, come di oggetti del calcolo. Voi dunque distinguete un *grande* ed un *piccolo* ad uso pratico del calcolo. Ma questo *grande* e questo *piccolo* vengono da voi assunti o in senso *unito* o in senso *diviso*. Se gli assumete in senso *unito*, è manifesto che dire e provar mi dovete in che consista il *grande*, e dove fini-

sca per dar principio al *piccolo*. Se poi gli assumete in senso *diviso*, voi mi dovete dare un *criterio* certo e stabile per distinguere il *grande* dal *piccolo*, perchè io possa indi attribuire ad ognuno il suo posto e la sua funzione. Senza di ciò io taglio un terzo di una montagna, e gli pongo il nome di *infinitamente piccolo*. Invano ricorrereste alla puerilità volgare del granello d'arena di Wolfio; perocchè questo stesso granello, o sotto al microscopio solare, o agli occhi d'un animale microscopico, pare o una massa di un metro di diametro, o una montagna. Il globo terracqueo è un punto rispetto all'universo. Queste norme nel regno dell'*escogitabile* non possono aver luogo, e però conviene determinare il *piccolo* e il *grande* in via di *rapporto logico assoluto*.

Ora dico essere logicamente impossibile agl'infinitesimalisti lo stabilire filosoficamente in che consista il *grande* e il *piccolo* per ciò stesso che gli stabiliscono *indefiniti*, stantechè l'*indefinito* non ha confini. Dunque per essi è logicamente impossibile lo stabilire il fondamento primo esecutivo, ossia pratico, del calcolo dell'*escogitabile*. Dunque quand'anche egli non fosse logicamente assurdo e matematicamente falso, egli sarebbe *umanamente impraticabile*.

§ 69. Universalità d'una stessa legge segreta che presiede al calcolo.

Lasciamo questi assurdi, e proseguiamo. Vi può esser forse un aspetto, sotto del quale la massima del calcolo Leibniziano può essere accolta come vera; ma questo aspetto non può essere presentito che internandosi nei più reconditi misteri dell'algoritmo naturale, e non può essere annunziato colle forme assurde degl'infinitesimi. Penetrando questi misteri si distingue il calcolo *coerente* dal calcolo VERO; perocchè havvi una specie di calcolo, la bontà o inutilità del quale non può essere scoperta e verificata se non si sale alla massima sua fondamentale. Allora si esclude quello che non tiene conto della *diversità* originale ed essenziale degli elementi, e che tratta gli enti matematici sul letto, dirò così, di Procuste. Io non posso e non debbo entrare nell'esame di queste massime, perchè dovrei dare un trattato di Aritmetica o di Geometria, invece di osservazioni generali sul primitivo insegnamento delle Matematiche. Quindi non è mio disegno d'impugnare veruna costruzione *fondamentale* dei calcoli usitati dai matematici. Ma altro è la *meccanica* del calcolo, ed altri sono i *principii filosofici* del medesimo; altro è la *verità intrinseca* dell'operazione, ed altro è l'*espressione conveniente* della medesima. Ciò che ho annotato, parlando del calcolo sublime, versa soltanto sull'abuso degl'infiniti, e non percuote il *merito intrinseco* dello stesso.

Su questo merito, anche non conoscendolo, si può osservare ciò che deriva dai principii d'una solida filosofia, e può interessare la primitiva istruzione. E però, parlando del calcolo sublime, dico che se la *massima* di questo calcolo è giusta, essa dev'essere stata tratta da un *fatto certo*, ed essere conforme a leggi perpetue già conosciute. Uno è il soggetto della scienza, e identiche sono le leggi dell'umano intelletto. Le diverse specie di calcolo non sono che diversi artificii per raggiungere i diversi concetti delle quantità; ma questi artificii non sono che modi diversi di queste leggi fondamentali. Per vedere il sole e la luna vi bastano gli occhi nudi; per vedere i satelliti di Giove e l'anello di Saturno bastano i telescopii ordinarii; per vedere Urano, ed altri più lontani e più minuti oggetti, occorre il telescopio di Herskel; ma per questo vengono forse alterate le leggi della luce o quelle dell' Ottica? La massima dunque, sulla quale è fondato il calcolo sublime, deve derivare da un *fatto certo*, *primitivo*, *costante*, e di una influenza generale. Questo fatto, lungi dal contrastare cogli altri, dovrà apparirci *concordante*. Dunque tutte le specie possibili di calcolo dovranno risentire la sua influenza, e però adattarsi ai rapporti ch'egli fa nascere. Dunque fino dai primordii della scienza egli influirà sui nostri concetti anche senza che ce ne avvediamo, e determinerà i nostri risultati di ragione. Quando lo veggiamo alla scoperta, lo esprimiamo co' suoi lineamenti genuini; quando all'opposto non facciamo che presentirlo, o no 'l ravvisiamo che al favore di un languido barlume, noi gli prestiamo una forma confusa, lo rappresentiamo con divise non sue, e, quel ch'è peggio, gli attribuiamo funzioni incompatibili colla di lui natura.

Io potrei recare in mezzo esempii, nei quali celebri matematici fanno eseguire all' *infinitamente piccolo* le funzioni le più strane e le più assurde. Qua lo vedete far la funzione del matto del tarocco; là lo vedete far la figura d'un blictri; qua le funzioni dei maghi di Faraone, cioè cangia le curve in rette, e i segmenti in tangenti; là fa la funzione di giocoliere, facendo sparire e comparire ciò che si vuole: talchè qualche gran maestro, invece di voler adattare i nostri concetti *distinti* a ciò che accade in natura, ha preteso che la natura non possa procedere che secondo questi concetti (1). Io uscirei dai limiti di questo scritto, e dovrei entrare a trattare di proposito del *tenore intrinseco* del calcolo su-

(1) Vedi il tomo secondo della vecchia Enciclopedia all'articolo (se non m'inganno) *Centre* di d' Alembert, nel quale parlando dell'azione centrifuga e centripeta, dopo aver convertita la curva nei lati di un poligono, afferma che *un corpo non può* seguire che la legge di questo concetto.

blime. Le mie ricerche sono rivolte sopra l'insegnamento primitivo delle Matematiche; e però io non posso nè debbo chiamare ad esame se non quegli oggetti i quali vengono maneggiati o che possono influire su tutto il sistema di questo insegnamento. Limitandomi dunque a questo solo ufficio, io osservo che la massima fondamentale del vero calcolo sublime deve dirigere pur anche il calcolo primitivo matematico, ed anzi la massima del calcolo sublime deve essere *in sostanza* la medesima di quella del calcolo primitivo. Se nel calcolo sublime procedete colla coscienza di certe leggi generali della *quantità*, ciò non può indurre differenza fra i risultati del calcolo sublime e del primitivo. La soluzione particolare di un problema se non vi presenta una formola generale, non solamente non lascia di esser vera quanto a' suoi risultati; ma, fatta a dovere, vi presenta l'applicazione di una formola generale, benchè non conosciate ancora questa formola. Anzi, a parlare con verità, la formola detta *generale* non è vera se non in quanto inchiude virtualmente tutte le applicazioni particolari. Ma le soluzioni particolari precedono le formole generali. Il carattere poi di generalità di queste formole non può risultare che dalla sola relazione identica a tutti gli oggetti di un dato genere.

§ 70. Condizione di ragione del calcolo universale.

Ora venendo al calcolo sublime, io domando se sia stato mai dimostrato quale ne debba essere il vero metodo. Se io apro i libri di Leibnitz, di Newton, di Lagrange, e dei loro seguaci, io trovo essersi molto calcolato, ma assai poco ragionato. Io trovo di più, che quel che si è fatto e si fa riducesi più ad una data forma di sperimenti, che ad una teoria ragionata dei principii della scienza. Mai si è sospettato che conveniva salire alle primitive nozioni ed alle primitive osservazioni per fondare il grandioso e nuovo edificio di questo calcolo. Si è pensato invece di poter fabbricare sui fondamenti vecchi, senza accorgersi che questi non erano proporzionati alla nuova fabbrica. Il calcolo sublime pertanto, invece di comparire a guisa di un lucido e compiuto sistema, ci si presenta come una specie di rivelazione che scende dalle nuvole, a cui conviene conformarsi quasi alla cieca, e contentarsi di alcuni aridi e mal digeriti motivi di credibilità. Questa rivelazione però fu tutt'altro che *immutabile*, come pretender si poteva. Le riforme introdotte dal Lagrange e da altri matematici posteriori ci dimostrano pur troppo non essersi ancor raggiunto il *mezzo definitivo* che si domandava.

Ma dall'altra parte egli è vero che l'essenza del calcolo sta nel *metodo* di trovare e combinare quei rapporti della *quantità*, i quali sono va-

levoli a produrre la cognizione proposta come fine della ricerca. Questi rapporti risultano necessariamente dalla cognizione dell' indole naturale, e quindi dai caratteri completi della *quantità*. Ma, attesa la natura semplicissima dei concetti della *quantità*, questi caratteri sono identici sia nel calcolo primitivo, sia nel sublime. Dunque fermando l'attenzione su quelli che danno, dirò così, il tuono agli altri, e seguendone l'indicazione, si fa uso, anche senza saperlo, delle massime fondamentali del calcolo sublime.

Trovare questi rapporti fondamentali e caratteristici, ed usarne a dovere, ecco in che consiste la differenza fra il metodo perfetto ed i metodi imperfetti. In ogni esame particolare questi rapporti si presentano. Una ricerca diligente ed un'attenzione sagace li pone in evidenza. Trovati una volta in un caso particolare, voi li trovate anche negli altri casi, o almeno sapete dove dobbiate andare a rintracciarli. Il calcolo sublime pare che venga distinto dall'algebrico e dall' aritmetico tanto per la sua *possanza*, quanto per il *mezzo* ch'egli impiega. Per la sua *possanza*, perchè egli versa sopra ogni sorta di grandezza sì razionale che irrazionale, sì commensurabile che incommensurabile, e si applica ad ogni oggetto nel quale esercitar si può il senso geometrico e l' aritmetico. Pel *mezzo* che impiega poi, perchè sembra assumere un *criterio universale*, onde determinare sia le quantità ricercate, sia le forze, sia gli andamenti, sia le leggi, ed ogni altro oggetto reperibile colla determinazione delle *quantità*. Ma questa *possanza* e questo *mezzo* risultar non possono fuorchè dall' essenza e dai rapporti intellettuali della *quantità*. Ciò non è tutto. Considerando più addentro le cose, si trova che la possanza del *calcolo* non può risultare che dalla possanza del *mezzo*. Dunque il *mezzo* dovrà racchiudere in sè stesso la *virtù* di soddisfare alle ricerche che formano l'oggetto del *calcolo*. L'uomo non può variare i rapporti logici a suo beneplacito; ma egli è costretto a seguirli con quella *pienezza* e con quell' *ordine* che viene stabilito dalla natura stessa delle cose. Ogni calcolo è un processo logico più o meno lungo, più o meno complicato. Questo processo ha un principio, un mezzo, un fine: dunque egli ha un *ordine*, e quindi un' *unità* sistematica. Quest'ordine non è che un complesso di leggi logiche indeclinabili dalla potenza umana: queste leggi sono dunque anteriori ad ogni arte, come le leggi della gravità e della solidità sono anteriori all'Architettura. Queste leggi sono risultati dei rapporti reali delle *quantità:* questi rapporti poi sono determinati dalle essenze logiche e dallo stato rispettivo di queste essenze. Dunque le condizioni tutte del calcolo saranno così determinate, che l'uomo non potrà a suo

beneplacito aggiungere, levare o negligere nulla, senza rendere imperfetta e quindi più o meno frustranea la sua operazione. Dunque le *regole* del calcolo non potranno essere che l'*espressione avvertita* delle leggi naturali e necessarie derivanti dai concetti essenziali della *quantità matematica.* Dunque secondo la *natura primitiva* di queste essenze dovranno atteggiarsi anche le regole del calcolo. Se dunque queste essenze avranno certe *leggi comuni* e certe altre *leggi proprie*, ne dovrà seguire necessariamente un *metodo temperato* tutte le volte che queste essenze diverse entrano come termini in un dato processo logico. Dunque se in questi casi si volessero trattare queste essenze con un magistero *identico* ed *assoluto*, e si pretendesse nello stesso tempo di ottenere i risultati *proprii* dei termini *similari*, si pretenderebbe realmente una cosa incompetente e logicamente assurda. Ora, sia che ignoriate la dissimiglianza essenziale e primitiva dei termini che maneggiate, sia che conoscendola voi li vogliate sottoporre alle leggi proprie dei *similari*, voi li trattate sempre con leggi incompetenti alla loro natura. Dunque ne deve necessariamente avvenire che voi non potrete mai ottenere con questo metodo gli stessi risultati che derivano dalle combinazioni e dalle analisi dei termini *similari.*

Posta una essenziale *dissomiglianza* fra le grandezze, il supporre che sia possibile una *coincidenza di misura* egli è supporre che il *diverso* possa divenire *identico*, e che il *no* si possa tramutare in *sì.* L'impiccolimento è una illusione logica, la quale non può far cangiare l'indole essenziale d'una persona o di un ente matematico, ma anzi ne pone meglio alla scoperta il carattere specifico predominante. Nei minimi termini possibili appunto di queste persone si ravvisano le radici, dirò così, specifiche che danno il tuono ed imprimono il loro carattere su di tutto il complesso, ossia su tutta l'amplificazione del dato soggetto. La personalità della *quantità* deve dunque essere inviolabile al pari della di lei dimensione e del di lei valore, perocchè da questa personalità sorge in sostanza la dimensione o il valor proprio di lei. Questo è ancor poco. Se voi voleste prescindere dai tratti caratteristici delle *grandezze*, o tentaste di modificarli, oltrecchè tentereste una mostruosità, voi vi privereste dei veri dati logici per procedere oltre nel calcolo. Allora rassomigliereste a quel fanciullo, che durando grave fatica ad imparare a memoria un passo, stracciò la pagina che lo conteneva.

Parimente se, sbarazzando il calcolo da ogni considerazione d'infinitamente piccoli o di evanescenti, di limiti o di flussioni, lo riducete all'analisi algebrica delle quantità finite, voi vi appigliate ad uno stru-

mento troppo grossolano, e quindi imperfetto per l'opera da voi divisata. In che consiste diffatti in primo luogo quest' opera? Nel descrivere e valutare il *passaggio* di una o più quantità per differenti stati di grandezza, e i cangiamenti che ne risultano in altre quantità, il valore delle quali dipende dal valor delle prime. Ciò posto, ne viene che il calcolo differenziale altro non è che una ricerca ragionata della vera e concreta storia naturale di questi *passaggi* e di questi *cangiamenti*. Ma la quantità matematica non ha nè due nature, nè due progenie, nè due aspetti naturali; ma un solo, semplice e costante, il quale deve essere ravvisato *intero* per poter esprimere la storia fedele di lui. Dunque facendo uso di vedute o di leggi *generiche*, come di quelle dell' Algebra, non si potranno ottenere che risultati puramente *generici*, e quindi incompleti per questa storia. Ogni grandezza è essenzialmente *finita:* dunque gl'intervalli o i cangiamenti saranno sempre *finiti*. Ma per ciò stesso che sono *finiti*, e che sono *proprii* di quel *tal* grado e di quella *tale* posizione, non possono essere che puramente *particolari*. Dunque dopo aver usato, se così piace, dell' analisi algebrica, converrà sempre soggiungere un magistero *speciale*, suggerito dai rapporti speciali del soggetto del quale voi fate la storia.

Io non nego che in Matematica non si possano usare certi artificii per ajutare la nostra intelligenza. Ma altro è usare di questi artificii come di *mezzi* secondarii per giungere al *definitivo*, ed altro è riguardarli in sè stessi come *definitivi*. Così analizzando soggetti *complessi*, fra i quali non vi sia una essenziale commensurabilità e non offrano elementi *similari*, io accordo che si possa e si debba anche usare del metodo *univoco* proprio dei *commensurabili* e dei *similari;* ma dico nello stesso tempo, che conviene soggiungere sempre il metodo competente e naturale richiesto dall' indole essenziale dei termini chiamati a paragone. Altro è la *coincidenza metrica*, ed altro è la *convenienza in uno*. La prima può servir di *mezzo*, ma non di *scopo* ultimo universale della scienza. La *convenienza in uno* si può verificare anche con elementi essenzialmente dissimili e con parti rispettivamente incommensurabili. La *coincidenza metrica*, per lo contrario, non esiste che fra i commensurabili, ed altro veramente non è che la stessa commensurabilità ridotta in atto pratico. Ma dire che una cosa è commensurabile, egli è come dire che la parte aliquota dell'una è, o può essere, parte aliquota dell'altra, e nulla più. Ora vi domando se questa proposizione formi lo scopo universale del calcolo.

Il calcolo, del quale parlo qui, è quello che versa sulla quantità ma-

tematica speculativa, e che ha per oggetto di determinare tutte le affezioni e tutte le leggi di questa quantità. Esso abbraccia in conseguenza anche il calcolo *primitivo*, il quale nella sua particolarità non esclude veruna di queste affezioni e di queste leggi. Egli comincia coi commensurabili, e finisce cogli incommensurabili; egli rileva le leggi comuni a queste due specie di quantità, e si munisce sempre di ottimi *garanti* delle sue operazioni. Un calcolo di fatti senza *guarentigia* appena merita questo nome.

Il vero calcolo differenziale e integrale non si verifica, e verificare non si può veramente, che nel calcolo primitivo: ivi solamente si presenta il soggetto vero, reale ed unico, sul quale cader deve l'esame. Su di lui appunto l'attenzione esercita *partitamente* la sua attività; locchè fa col ministero del *differenziale:* indi *ricomponendo* i coefficienti scoperti e definiti, giunge a ravvisare distintamente un *tutto*, che prima comprendeva confuso, compatto, o senza relazione finita; locchè fa appunto l'*integrazione*. Ma in tutto ciò vi sta sempre sotto il *soggetto proposto* presentato dalla natura, il quale è pur lo stesso di quello del calcolo primitivo. L'integrale e il differenziale non esprimono che due *funzioni logiche*, le quali formano una parte sola del calcolo primitivo, e però non abbracciano tutti i rami del calcolo matematico.

La differenza dunque fra l'uno e l'altro non consiste che nel *mezzo logico*, del quale si fa uso in amendue. Ma il *mezzo* del *sublime* non può essere che *figlio* del *primitivo*. Il sublime adunque deve tornare a ricadere sul primitivo, e ricevere da lui la sua ultima conferma. Per quanto esatta sia una espressione *generica*, non sarà mai corrispondente al concetto *reale*, appunto perchè è generica. Coll'esprimere solamente il *numero* delle parti o le *proporzioni* di qualunque grandezza non annunziate l'*indole* o la *forma* delle medesime, talchè l'espressione numerica finita non è per sè stessa *specificante* o *qualificante*. Così voi potete esprimere che una data figura sia maggiore, minore od eguale ad un'altra, senza che perciò sia *simile* ad un'altra: parimente potete esprimere un determinato numero di parti di un *tutto*, senza che la loro forma sia simile alla forma del *tutto*. Quindi il *solo senso aritmetico* non può essere *definitivo* nel calcolo. Ma anche il geometrico unito all'aritmetico non può mai nè esaurire nè imprigionare per sempre l'unità, ma solamente determinare certi *rapporti* della medesima. Dunque in ogni calcolo possibile rimaner deve sempre un certo *margine*, che non si potrà mai oltrepassare. Senza di ciò non potrebbe mai aver luogo la vera *unificazione* matematica, perchè mancherebbe il *centro moltiforme* e *perpetuo*, per il quale anche a nostra insaputa si effettua l'unificazione suddetta.

Nota al § 67, pag. 1176.

Sul postulato fondamentale del calcolo infinitesimale.

Se io vi domandassi che voi mi concediate che *sette* più *tre* fanno *otto* o *nove*, domanderei io una cosa *passabilmente vera*, od una cosa *assolutamente falsa?* Ciò che propongo per questi numeri dir si deve di qualunque altro, o di qualunque quantità parziale anche non tassata numericamente. Fra quantità omogenee un più od un meno qualunque piccolo escogitabile costituisce parte essenziale della grandezza; cosicchè aggiunto o tolto, ella cessa d'essere quella stessa di prima. Tutto ciò non è che una traduzione del principio stesso di contraddizione. Ora domando quale sia il postulato dei Leibniziani. La metafisica del calcolo differenziale, considerato questo come calcolo degli infinitesimi, consiste nella dimanda o postulato seguente (*Analisi degli infinitesimi di De l'Hôpital*): Si domanda che possano prendersi indifferentemente l'una per l'altra due quantità, le quali differiscono tra loro solo di una quantità infinitamente piccola; ovvero (è la stessa cosa) che una quantità, la quale è aumentata o diminuita soltanto di un'altra quantità infinitamente minore di essa, possa essere considerata come mantenendosi la medesima (1).

Con questo postulato non è egli manifesto che noi siamo posti nell'alternativa o di rifiutare come *assolutamente assurdo* ciò che ci vien domandato, o di negare il principio di contraddizione? Fra il *sì* e il *no* non v'è mezzo. Fra l'ammettere come certo che una cosa può essere e non essere nello stesso punto, e il concedere il contrario, come vien qui domandato, non v'è mezzo. Se di fatto si pone la differenza, si esclude per ciò stesso l'eguaglianza; e per ciò stesso che si domanda di ammettere l'eguaglianza, stando la differenza comunque piccola, si esigono due cose contraddittorie. Io lascio di osservare che niun Leibniziano ha mai definito in che consista il grande e il piccolo, e dove finisca l'uno ed incominci l'altro. Le parità non sono ragioni, e gli esempii non sono nè principii, nè regole. Io mi ristringo alla sola pretesa di farci rinunziare alla ragione per darci un algoritmo.

Dalla Logica passiamo alla Matematica, e veggiamo come i Leibniziani procedano. Io mi valerò delle parole altrui, onde escludere qualunque sospetto di ommissione e di infedeltà nel riferire le loro maniere. Osservate la figura XIX. della tavola I. Fatto $AP = x$, $PM = y$, $PQ = dx$, e riguardando dx come quantità infinitesima a riguardo di $AP = x$, l'arco AM si prende per eguale all'arco AMN; la corda AM per eguale alla AN; la porzione d'arco MN si

---

(1) Memoria sopra il quesito proposto dall'Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Padova con suo Programma 1.° Agosto 1810 = In che differisca veramente la metafisica del calcolo sublime del Lagrange dalla metafisica dei metodi anteriori. Quale sia il grado della sua superiorità. Se e come possa ridursi alla semplicità degli altri metodi, massimamente del Leibniziano, tanto nelle applicazioni puramente analitiche, quanto nelle geometriche o meccaniche = del Cavaliere Vincenzo Brunacci.

usurpa per eguale sì alla porzione di tangente *M K*, che alla corda *M N*. L'arco *M N* si prende per un *arco di cerchio*. Le due rette *M N* ed *N E* perpendicolari, le toccanti la curva nei punti *M* ed *N*, si vogliono per eguali. Lo spazio *A P M* si usurpa per eguale allo spazio *A Q N*. Il trapezio *P M N Q* si piglia come uguale al rettangolo inscritto *P M L Q*, ed anche uguale al circoscritto *P D N Q* (1).

Ma con qual diritto si pretendono queste uguaglianze, a fronte della reale disuguaglianza? — Col diritto, mi si risponde, degli infinitamente piccoli. — Ma chi sono costoro d'avere la possanza di distruggere non solamente tutta quanta la Geometria, ma la testimonianza eziandio de' miei sensi? — Sono, mi si risponde, gli infinitamente piccoli. — Dove cominciano essi? — Dove vogliamo noi. — Perchè ve ne servite? — Per calcolare. — Ma nel calcolare ammettete o no che *due e due* fanno *quattro*? Ammettete o no che il *più* fa *più*, e il *meno* fa *meno*? — Noi pretendiamo di sì. — Ed io vi rispondo, che col vostro assunto pretendete di no. Eccone la prova. Voi mi dite che l'arco *M N* si può prendere per un arco di cerchio. Voi nello stesso tempo volete che la corda *M N* si debba ritener come nulla. Ma se compisco il circolo, è più che evidente che dal punto *N* potrò tirare una linea retta al centro, e prolungarla fino all'altra estremità opposta della periferia. Inoltre dal punto *M* posso tirare un'altra linea, e congiungerla all'estremità dell'antecedente. Che cosa avrò io? Io avrò due cateti ed una ipotenusa. Ora qual'è la conseguenza che nasce dalla vostra pretesa? Che il maggior cateto si può affermare *uguale* all'ipotenusa; che posso figurare non esistere nè angolo retto, nè l'altro minor cateto. Non è forse questo un pretendere che un *più* aggiunto ad un *più* non fa *più*, e che *due e due* non fanno *quattro*? Sono forse queste cose *passabilmente vere*, o non piuttosto *evidentemente false*? Contro l'evidenza logica e matematica può forse esistere un vero *passabile*? Contro il diritto dell'integrità di *fatto* delle forme immutabili delle cose può forse esistere un diritto di decapitazione o di tramutazione, col quale io debba accettare la forma decapitata o scambiata come forma integra e identica?

Proseguiamo. Fingete ch'io vi domandi che mi accordiate *essere la parte uguale al tutto*. Domanderei io una cosa *passabilmente vera*, od una cosa *evidentemente falsa*? Ora ecco ciò che domandano i Leibniziani; ecco ciò che positivamente stabiliscono per far correre il loro calcolo. La dimostrazione oculare risulta dalla sola esposizione fatta or ora. Voi infatti vedete che il rettangolo *M L Q P* forma *parte* del trapezio *M N Q P*. Ma i Leibniziani assumono questo rettangolo come *uguale* a questo trapezio; dunque assumono *una parte come uguale al tutto*.

Questo non è ancor tutto. Compiendo la fig. XIX. della tav. I. si ottiene la fig. XI. della tavola stessa. Ivi la linea *M C* corrisponde alla corda *M N*, fig. XIX. tav. I., il di cui arco si assume come arco di circolo. Ma a rigor geometrico è dimostrato che il quadrato sopra *M C* è uguale alla lista *E P Q F*. Questa lista poi costituisce la differenza fra il semiquadrato *A B F E* ed il quadrilungo *A B Q P*.

---

(1) Brunacci, Memoria suddetta, Capo V. § 33. pag. 29-30.

Ma i Leibniziani considerano questa corda come se non esistesse. Essi dunque tolgono la lista suddetta, e quindi annullano la relativa differenza. Dunque essi assumono il quadrilungo, che forma la parte, come eguale al semiquadrato, che forma il tutto. Questo tutto è appunto composto dal quadrilungo e dalla lista suddetta. Qui domando se il porre una *parte* uguale al *tutto* sia cosa che conceder si possa come passabilmente vera.

Voi mi direte che tutto questo si fa per giungere ad una *valutazione approssimativa*, a fronte d'una insuperabile *incommensurabilità*. Più cose si possono opporre qui. La prima si è, che non dovete porre avanti cose assurde per coprire l'impotenza vostra; ma dovete far la dichiarazione già sopra espressa (ved. § 55). La seconda si è, che lungi di aprirvi l'adito alla commensurazione rettilinea possibile, voi lo precludete. Un esempio perpetuo per tutte le gradazioni dell'area del quadrato lo vedremo nel Discorso VI. Parte I. Ivi faremo vedere che nei casi della rettilinea incommensurabilità tanto la valutazione superficiale competente, quanto la conversione in forma linearmente quadrabile dipende assolutamente dalla fissazione della potenza della minima corda circolare soppressa dai Leibniziani, e dalla tassazione dei loro infinitamente piccoli di primo o di secondo grado. Fu pure dimostrato il modo di determinare questa potenza. Tutto ciò vien fatto procedendo in una maniera precisamente contraria a quella che viene praticata dai Leibniziani. Egli è vero che questa teoria non fu mostrata fuorchè pei casi della graduale diminuzione del quadrato; ma egli è vero del pari che può essere colle debite aggiunte estesa: e sopra tutto è vero che con essa si escludono tutti i processi impotenti ed assurdi inventati per superare lo scoglio della *incommensurabilità* almeno *relativa*. Dico della *relativa*, perocchè ogni sforzo è inutile nell'*assoluta*, la quale risulta dal curvilineo rispetto al rettilineo. La *valutazione* è un processo che suppone *identità* fra le idee paragonate. L'*omogeneità*, posta come principio pratico di *valutazione*, rende indomabile qualunque essenziale eterogeneità fra gli oggetti paragonati. La regola che obbliga a paragonare quantità della stessa specie è di assoluta necessità. Chi sarà da tanto da volerla infrangere, e da pretendere ciò non ostante di somministrare un calcolo di fatto dimostrativo? È omai tempo di abbandonare una ciarlataneria, colla quale, imitando i giocolieri di bussolotti, si vuol far travedere i sempliciotti.

DISCORSO III.

Dell' unificazione matematica sì logica che morale.

§ 71. In quanti sensi si possa prendere la parola *unificazione*. Presa come operazione di calcolo, che cosa significhi.

In due sensi si può prendere l'*unificazione matematica*. Il primo come *operazione di calcolo;* il secondo come *ordinamento della scienza in uno*. Presa come *calcolo*, tosto si distingue la *coacervazione* dall'*unificazione*, come si distingue un mucchio di pezzi d'una macchina dalla loro compaginatura. Altro è diffatti formare aggregati, ed altro è unificare; altro è numerare e sommare, ed altro è porre in rapporto una quantità. La prima operazione, altro non considerando, non produce che una *collezione*, e non mai un' *unità complessiva*. Produrre quest'unità è opera appunto dell' unificazione. Essa importa che non solamente le parti stiano insieme, ma che vi stiano con tali rapporti da produrre un concetto così unico ed individuo, come quello che appartener può ad ogni parte presa singolarmente.

§ 72. Se si possa proseguire ad unificare, come si prosegue ad enumerare.

Considerando le cose in una vaga possibilità, pare che l'unificazione non abbia confini, e si possa seguitare ad unificare come si prosegue a numerare. Se qui distinguete la pura *ampliazione* dall' *unificazione*, e l'*unificazione primitiva* dai *periodi soli* della medesima, non pare che in Matematica si possa ammettere un' indefinita unificazione di quantità nel senso di produrre un' unità veramente complessiva, nella quale si trovi *varietà* e *continuità* accoppiata ad un solo e individuo concetto. Imperocchè da una parte converrebbe che immensa fosse la comprensione umana, e dall' altra che i rapporti cospiranti delle quantità fossero pure indefiniti. Quando parlo di *comprensione*, io intendo non la sola facoltà di percepire e di combinare, ma quella di abbracciare simultaneamente molte cose distinte. La parola stessa *comprendere* racchiude questo significato. Ora, lungi che noi ci possiamo vantare di questa im-

mensa comprensione, ci dovremmo anzi lagnare di una somma angustia. Quanto poi ai *rapporti cospiranti* della quantità, vale la stessa ragione sotto un altro aspetto; perchè questi rapporti non sono che le idee relative dei nostri stessi concetti della quantità, nate dalle leggi fondamentali del nostro discernimento. Dico *del discernimento*, perocchè i rapporti indiscernibili non possono formare materia di calcolo. Questo discernimento è tutto relativo alla costituzione attuale del nostro essere; come l'attitudine d'un cembalo a dar suoni distinti, e quelle tali loro combinazioni e non altre, viene determinata dalla sua costruzione. Ora se in questo stato di cose tutto divien *finito*, e conformato d'una data maniera, ne segue necessariamente che i concetti dell'*unificazione* saranno non solo per sè circoscritti, ma che non potranno eccedere un dato numero di variazioni.

§ 73. L'unificazione appartiene al senso integrale: da ciò nasce l'implicito.

L'unificazione appartiene al *senso integrale*, del quale abbiamo parlato da principio; e quindi essa è l'operazione la più originaria e la più naturale di tutte. L'unificazione matematica dunque pare ridotta soltanto a collegare i concetti del senso differenziale, e trovare i mezzi discernibili coi quali far si può l'unificazione naturale. Ma il senso differenziale non può raggiungere mai l'integrale. Dunque rimaner deve sempre un *margine*, dentro il quale eseguir si deve l'unificazione matematica. Questo margine dovrà al nostro discernimento apparire come una caligine, la quale limita il campo della luce intellettuale. Anche questo margine, quando è finito, potrà servire al calcolo; ma ciò in diversa maniera: imperocchè avvi in Matematica *un non so che*, il quale riesce principio e fine dei concetti successivi della quantità, e che dir non si può essere egli stesso una data quantità. Egli non è nè lo spazio, nè il tempo, nè l'estensione, nè l'unità metrica, nè il numero; ma egli è un reale senso recondito, dal quale sorgono rapporti aritmetici e geometrici determinati. Egli quindi non è nè un infinitamente grande o piccolo *immedesimato* colla sostanziale quantità *intesa;* ma è una cosa posta *fuori* di lei, e che fa sorgere varii rapporti con lei. Egli è nello stesso tempo variante ed unificante; continuo nella sua essenza, e discreto ne' suoi effetti; esteso ne' suoi progressi, e perentorio ne' suoi limiti; diverso nelle sue forme, e identico nella sua potenza; dilatato nel suo sviluppo, e comprensivo nel suo concetto: egli è, per dirlo in breve, l'INDICE ULTIMO della nostra attuale intelligenza risguardante la quantità estesa. Usando

di una greca etimologia, io appello questa specie di recondita potenza col nome di IMPLICITO POSOTICO, dal nome greco ποσότης, che corrisponde al latino *quantitas*. L'esistenza di questo *implicito* fu presentita da qualche profondo matematico, ma non fu qualificata; perocchè l'esistenza di una potenza occulta non può essere definita o contraddistinta se non mediante i suoi effetti. Così distinguiamo la forza motrice, la forza di coesione, ed altre simili a noi sconosciute, colle idee degli effetti che producono, o che crediamo dover loro attribuire. Se questi matematici avessero esplorati i fenomeni di *fatto* della quantità estesa, essi avrebbero scoperti questi effetti, e in conseguenza avrebbero indicati i caratteri proprii di questa potenza, e ne avrebbero espressa almeno l'essenza *nominale*, nell'impotenza di assegnare la *reale*. Un solo di questi fenomeni fu da essi oscuramente presentito; e questo consiste nel sostenere il carattere di *termine* nascosto, o di *punto* di paragone algoritmico, senza che a lei attribuire si possa il carattere positivo di quantità, quale viene comunemente inteso. L'esistenza di questo principio occulto non può essere scoperta per via d'induzione, analizzando le quantità in sè stesse; ma apparisce soltanto indirettamente come un fatto primitivo nello sviluppamento progressivo e paragonato dei numeri naturali posti in un certo ordine. Ciò verrà fatto palese, almeno in parte, allorchè esibiremo l'alfabeto aritmetico e geometrico, il quale, secondo il nostro parere, servir dovrà di primo fondo del primitivo insegnamento delle Matematiche. Ivi ci verrà fatto di mostrare che in virtù di questo *implicito* si fa nascere una vera quantità *comparativa*, simile alle altre quantità differenziali, la quale nella prima volta è *uguale* alla quantità *esplicita impostata*. Questa comparativa quantità non sorge dal paragone di due quantità esplicite impostate, ma bensì dalla relazione immediata d'una quantità esplicita col luogo dell'implicito. Questo luogo non entra nè punto nè poco come elemento sostanziale nel calcolo; e però non riceve nè aumento, nè decremento, nè stato positivo alcuno proprio della quantità. Egli forma il tuono, dirò così, decisivo del senso integrale.

§ 74. Scambio irragionevole dell'implicito, sia colla quantità impostata, sia col nulla assoluto.

Lo scambiare il concetto dell'*implicito* col noto concetto della *quantità*, o porre la quantità sostanziale al posto dell'implicito, fa nascere tutte le oscurità, tutti gli enigmi, tutti gli assurdi logici, de' quali viene accusata la Matematica sublime. Così lo attribuire ad un'imagine riflettuta da uno specchio i caratteri materiali dell'oggetto presentato fa

nascere la falsa supposizione che esistano due masse concrete, mentre che non ne esiste che una sola. Viceversa il supporre che qualunque apparenza non possa nascere che dalla massa medesima presentata direttamente all'occhio, esclude la potenza reale dello specchio a provocare il paragone delle identità distinte. Lo stesso dicasi in Matematica. Ivi è del pari erroneo l'attribuire all'implicito i caratteri della quantità variabile conosciuta, ed il negare allo stesso qualunque virtù od influenza sui nostri giudizii nel calcolo. Non si può dunque riguardare l'implicito nè come un *residuo indeterminato* della esplicita quantità, nè come un *nulla*, ossia una *negazione assoluta di essere* o *di potenza;* ma conviene ammetterlo come una *virtù* occulta residente in noi, la quale per sè influisce in alcuni giudizii comparativi, nei quali non veggiamo il secondo termine del paragone vestito dal concetto di *reale* e *nota* quantità. Il fatto ci palesa l'esistenza d'una causa occulta, che in dati luoghi fa sorgere una quantità di paragone esplicito. Questo stesso fatto poi ci fa toccar con mano che l'implicito non ha alcun carattere riconosciuto proprio delle quantità sostanziali; talchè egli non ci palesa altro che il suo luogo, e ci nasconde la sua persona. A torto pertanto si è preteso di vestirlo colle divise della quantità comunque escogitabile; ed a torto pur anche si è preteso di annientarlo, o di privarlo di qualunque virtù. Fra questi due estremi hanno fin qui fluttuato i giudizii dei matematici, mentre pure che i fatti primitivi dettano un concetto intermedio, il quale d'altronde si concilia colla ragione e colla esperienza del calcolo. Io mi riserbo di allegare questi fatti, dai quali sorge questo concetto intermedio fra il *discretivo esplicito* ed il *zero.* Il discretivo esplicito nasce per via di addizione o di sottrazione, o anche di segno apposto da noi *fuori* delle quantità impostate, che formano il corpo da valutarsi. L'implicito per lo contrario sta nel fondo della nostra intelligenza, ed opera anche senza che noi lo vogliamo e che noi ce ne avveggiamo.

Egli è un oracolo interiore, il quale, consultato da noi, pronuncia sempre risposte fedeli e veraci, e ci avvisa della posizione nella quale ci troviamo nel mondo geometrico ed aritmetico. Allorchè passeggiamo tra le file di una serie naturale di quadrati, egli ci avverte dove dobbiamo proseguire, dove arrestarci, e dove rivolgere i nostri passi. Qua ci mostra la meta della coincidenza e dell'eguaglianza prodotta dallo sviluppamento completo dell'unità complessiva naturale. Qui, egli ci dice, si compie il primo viaggio della ragione algoritmica; qui si consuma la prima evoluzione dell'unità logica complessiva; qui s'incomincia un altro periodo staccato, il quale non racchiude più la pienezza del primo. E quan-

do eravamo per viaggio, se volevamo arrestarci a certe pause, nelle quali incontravamo due termini massimi concorrenti e un terzo concludente, tutti e tre perfettamente razionali, quest'oracolo ci avvertiva che lo sviluppamento logico non era ancor compiuto, perchè ci mostrava mancare ancora l'interiore naturale coincidenza, nella quale non si verificava la omogeneità unificante l'algoritmo. Allorchè poi in mezzo alle file giungiamo alla fine del primo stadio integrale e differenziale, noi veggiamo sorgere il *mezzo* associante e conciliatore della prima parte sviluppata, onde unirvi un'altra parte a formare un *tutto* massimo di unificazione razionale geometrica ed aritmetica.

§ 75. Predominio naturale del senso naturale implicito nella unificazione.

Nella unificazione poi, della quale ci occupiamo in questo Discorso, questa potenza *posotica* interviene precipuamente non tanto per collegare, quanto per limitare i confini della unificazione medesima, e per far sentire eziandio come si possa accoppiare l'identità colla diversità.

L'impero del senso integrale è l'impero della stessa natura. Dunque vi avrà una unificazione naturale che si opererà in noi per una legge segreta, la quale agirà anche all'insaputa nostra. Questa legge diffatti si fa sentire così in tutti i passi fatti dal discernimento, che pare non potere l'intelletto nostro riposare finchè non abbia soddisfatto alle inchieste di lei. Questo sentimento naturale, costante, invincibile, riesce tanto più forte, quanto è più viva la nostra curiosità, e quanto più una fantastica analogia gli presta un interesse estrinseco. Se voi percorrete la storia dello scibile, e delle instituzioni che ne derivarono, voi al lume di questo fatto troverete la cagione di tante dottrine, di tante allegorie, di tante pratiche, di tante usanze, ec. ec.

L'unificazione *artificiale* si può dunque considerare figlia della *naturale*, e come rappresentante piccoli abbozzi grossolani della naturale, o, a dir meglio, come esprimente alcuni simboli staccati della naturale. Ecco a che si riduce il valore anche della unificazione matematica considerata come operazione del calcolo.

§ 76. Ragione intellettuale che caratterizza l'unificazione.

Quest'ultima specie di unificazione non è legata nè alla forma apparente del simbolo, nè all'espressione accidentale numerica attribuita da principio da noi; ma appartiene intieramente alla *ragione* intellettuale, che risulta dai rapporti intrinseci ed essenziali fra le *parti* e il *tutto*.

Sia che voi tentiate di scoprire questi rapporti per discernere il valore e la connessione o la forza delle parti; sia che voi stesso abbiate per iscopo di comporre un *tutto* dotato di rigorosa unità, voi dovrete sempre attenervi alla *ragione* intellettuale suddetta. Voi potrete dunque per comodo del vostro discernimento *allargare* l'espressione, ma non *cangiare* giammai i rapporti della unificazione. Se cangiaste questi rapporti, voi mutereste tutto il corpo, dirò così, dell'oggetto prima proposto.

In questa posizione adunque di cose col numerare non si unifica, ma si divide; e col far frazioni realmente non si divide, ma si moltiplica. Allorchè dunque si tratta dell'unificazione non si deve badare nè alla forma nè alla espressione materiale, ma bensì al rapporto che passa fra l'una e l'altra quantità. Quindi si può e molte volte si deve tradurre una figura o una espressione numerica in un'altra; salva l'essenza fondamentale dei termini da paragonarsi, ossia della *ragione* che passa fra l'uno e l'altro. Ciò si fa per porre in evidenza il rapporto medesimo, e far sortire il mezzo conciliatore, il quale indichi la ragione unificante, ossia il rapporto coll'unità complessiva. Questo artificio, che dir si potrebbe l'*istanza della mente*, forma appunto il merito dei buoni metodi. Trovare queste istanze, mostrare quando è d'uopo le seconde e le terze, segnare le loro traduzioni, fissare l'ultima più breve; ecco in che consiste l'essenza e il merito delle formole matematiche.

Dall'unione di queste formole nasce una specie di *topica matematica*, della quale si suole far uso nei casi occorrenti. In tutte le operazioni che formano questo calcolo unificante, se aumentate o detraete senza toccare le ragioni fondamentali, voi non aumentate e non diminuite nulla; ma altro non fate, che domandare il rapporto bramato. E quando stabilite i medii, voi realmente non fate entrare persone straniere; ma sostanzialmente non fate che unire le due ragioni in una terza, e vi servite poi di questa per legare gli estremi.

§ 77. Del mezzo logico dell'unificazione.

Nè la cosa, parlando filosoficamente, può procedere diversamente. Ogni ragione è un'idea per sè unica, semplice, indivisibile: quindi essa non si può dividere per ritrovare qualche cosa di mezzo. Dunque questo *mezzo apparente* non può essere che un *composto* di queste due ragioni, ossia dell'espressione di queste due ragioni per concorrere in compagnia a far nascere l'unità. Questo composto forma per sè stesso una cosa a sè. Esso fa nascere nuovi rapporti cogli elementi suoi, e dal complesso di questi rapporti nasce l'unità che domandate. Dico *l'unità*, e

non l'*uno;* vale a dire quella unità complessiva, la quale comunica così a tutto l'aggregato la sua natura individua, che non si può cangiare fuorchè distruggendo il concetto suo essenziale. Per la qual cosa in ultima analisi quelli che diconsi *incommensurabili* o *irrazionali* si potrebbero considerare come prodotti di razionali ridotti ad unità.

Qui si entra nello scabroso delle Matematiche, il quale forse non riesce tale se non perchè non furono premesse le cognizioni necessarie sì di *fatto* che di *ragione.* Ho sentito valenti matematici a distinguermi la quantità *discreta* dalla *continua*, e lagnarsi della difficoltà di cogliere quest'ultima. Certo, semplicemente numerando, essa non si coglie. Io voglio dire, che usando dei metodi ordinarii proprii della sola quantità veramente discreta, deve sfuggirvi. Anzi dovrà avvenire talvolta, senza che ve ne avvediate, che v'incontriate in un nodo nel quale queste due specie di quantità sono venute ad incontrarsi; ed allora voi col metodo discretivo vi trovate in imbarazzo. Ma se le cose fossero preparate a dovere, questi scontri non recherebbero sorpresa; o, a dir meglio, se avvenissero, ciò accadrebbe senza sorpresa, e si saprebbe come rimediarvi.

§ 78. Della continuità, e quindi della maturità. Degli estremi e dei medii.

Ma, prescindendo da questi arcani altissimi della Matematica, io fo riflettere che le altre cose risguardanti l'unificazione matematica si possono rendere intelligibili, ed anzi visibili, onde porre in guardia gli apprendenti a non confondere la numerazione o l'aggregazione coll'unificazione.

Ora che cosa viene praticato nelle nostre scuole? Lo dicano tutti coloro che hanno fatto il loro corso con una sincera applicazione. Credete voi forse di poter applicare il calcolo discretivo per indovinare le leggi della natura, e quindi soccorrere le arti? Quanto sarebbe delusa questa aspettazione! La natura, si suol dire, non va *per salti*, ma tutto procede per via d'una stretta gradazione. Da ciò fu dedotta la legge della *continuità*, la quale imperiosamente presiede a tutte le opere del mondo fisico e morale. Quella che dicesi *opportunità*, *maturità*, si può dire essere il complesso delle condizioni necessarie ad effettuare la legge della *continuità.* Quando questa legge non sia effettuata, lo stato delle cose è puramente fattizio, e quindi o violento o debole, e sempre non durevole.

Ora ditemi, di grazia, quali caratteri concorrono nella *continuità?* Quello della *varietà* accoppiata all'*unità.* Ma la varietà suppone diffe-

renza fra le cose appellate *varie*. Dunque havvi una differenza che si può associare coll'unità. L'unità complessa inchiude appunto questi requisiti. Quest'unità complessa si verifica tanto nelle *forme* apparenti, quanto nelle *forze* operanti. Essa importa il concorso degli *estremi* e dei *medii* collegati per una specie di mutua transazione, nella quale le forme varie e le disuguali forze producono un solo ed individuo effetto. L'eccesso non è estremo; anzi è tanto opposto all'estremo, quanto la distruzione è opposta alla conservazione, la discordia all'armonia, la vita alla morte. L'estremo consiste in un tale stato, pel quale stando la diversità o la disuguaglianza rispettiva d'una cosa, essa può concorrere con altre a produrre lo stesso effetto. L'*eguaglianza* perfetta tra le forze porta l'equilibrio, il riposo; e quindi mancanza di vita, di varietà e di progresso; la smodata *sproporzione* di queste forze porta oppressione, ed anche distruzione. Perchè dunque siavi vita, conservazione e progresso, le forze disuguali debbono stare fra di loro in una data proporzione. Se il maggior effetto nasce dove havvi il maggiore eccitamento delle forze, questo maggiore eccitamento non segue dove sono le più grandiose forze, ma dove queste forze stanno fra di loro in un rapporto che faccia succedere la *reazione* in conseguenza dell'*azione*. Ma se questo rapporto non è quello della eguaglianza perfetta, se non è quello della disuguaglianza smodata, resta dunque che sarà quello di una disuguaglianza dentro certi limiti. Il termine di proporzione di questa disuguaglianza appellar si potrebbe *termine temperante* e *conciliante*, o *termine moderatore*.

Questo termine moderatore riveste essenzialmente un concetto *semplice*, *univoco*, e nel tempo stesso *relativo*. Ma è logicamente impossibile il ricavare la nozione di questo termine dalla considerazione *isolata* dei due estremi, perchè eglino, considerati isolati, non offrono che i termini di una scambievole discordia. Dunque è assolutamente necessario di ripetere il concetto di questo termine da una considerazione *composta* di questi estremi con qualche altra cosa.

Questa considerazione *composta* non si può fare che con una sola posizione, ossia solamente con un *dato stato*, e non con altri; perocchè un *più* od un *meno*, sia nelle forme, sia nelle forze, non produce più l'effetto inteso. Dunque la possibilità di produrre questo effetto dipende da una posizione *unica* di tutto il complesso. Dunque essa appartiene così esclusivamente all'*unità* variata, continua e vitale, che non è possibile alla mente umana di ripeterne il concetto fuori che dalla medesima.

Dunque sarà impossibile col calcolo di enumerazione, di sovrapposizione, di aggregazione, di ampliazione, di sottrazione dei singolari estremi di stabilire il termine moderatore e vivificante, dirò così, di questa unità. Voi potrete bensì esaminare le parti di lei come si fa nell'Anatomia e nella Chimica; ma il principio della organizzazione e della vita non si raggiugne.

§ 79. Unità, varietà e continuità delle cose naturali.
Insufficienza relativa del calcolo oggidì usitato.

Tutte queste considerazioni nascono dalla natura stessa del soggetto. Ora venendo al positivo: se esaminate la natura e l'arte, voi troverete che la vita, la forza, l'armonia, la bellezza composta derivano appunto da una serie di *transazioni* fra due o più estremi accoppiati in un sol *tutto*, e che però involgono l'esistenza dei termini ora esposti. Ciò posto, io domando se col solo calcolo discretivo proprio delle cose isolate si possa determinare questa unità. Il calcolo comune alle cose isolate è insufficiente per ciò stesso che è comune. La qualità di *comune* toglie appunto quel che è necessario sia per iscoprire, sia per formare l'unificazione; o almeno prescinde, sia dai rapporti, sia dalle regole speciali richieste dall'unificazione. Esaminando diffatti l'indole di lui, si trova che non tien conto di questi rapporti e delle regole conseguenti, come palmarmente io potrei dimostrare esponendo la massima di questo calcolo. Dunque ne viene la necessaria conseguenza, esser egli insufficiente tanto per esprimere, quanto per imitare l'unificazione e continuità delle cose naturali. Dunque col solo calcolo discretivo la Matematica non potrà certamente servir d'interprete della natura, nè cogliere quegli oracoli che nello stato nostro presente essa ci può rivelare.

Pochi e simbolici sono questi oracoli in paragone di quelli che ad intelligenze superiori potrebbero essere comunicati. Ma se tralasciamo d'impetrar dalla natura quelle risposte ch'essa ci darebbe, la colpa è nostra, e però la maggiore ignoranza è solamente imputabile a noi. Gli antichissimi coltivatori della scienza, con assai minori sussidii di noi, erano più solleciti a stabilire e ad insegnare una Matematica opportuna a questo intento; e quindi distinguendo, come i Pitagorici, l'*unità* dall'*uno*, si occupavano a rintracciare l'unità e a mostrare i mezzi di ritrovarla.

Nè qui obbiettar mi potreste, che se queste cose sono vere in un'astratta Metafisica, o se sono buone per vaghe considerazioni morali, non valgono per la Matematica, nella quale si tratta di un *finito* certo, su cui

far riposare l'intelletto; imperocchè con questo obbietto fareste fare alla Matematica un divorzio perpetuo dalle cose del mondo, per non costituirne che un oggetto di sterile curiosità. Allora non vi sarebbe male che la professione di questa scienza fosse ridotta ad una specie di monopolio esclusivo a' suoi coltivatori. Ma se da una parte è vero che la Matematica servir deve a spiegare le opere della natura; se essa venir deve in ajuto della potenza umana: e se dall'altra parte è pur vero che l'unità complessiva forma il punto massimo del vero stato delle cose; sarà pur vero che la ricerca di questo punto dovrà formare un oggetto massimo delle Matematiche.

§ 80. Spirito filosofico del calcolo di unificazione.

Io prescindo dalla questione, se il calcolo dell'*unificazione* sia implicitamente o esplicitamente compreso in qualcheduno dei rami del calcolo oggidì praticato. Dirò solamente, che in linea di fatto egli non parte dalla supposizione, che il punto indivisibile generi la linea, che la linea generi la superficie, e la superficie il solido; che egli nemmeno pone verun infinitamente piccolo senza forma e senza virtù, il quale si possa maneggiare o espellere a piacere del calcolatore: ma che rispetta i rapporti della quantità, e li tratta ognuno secondo il suo merito naturale. Dirò inoltre, che in linea di risultato egli non pretende che in tutte le posizioni debba risultare l'espressione della perfetta eguaglianza nei prodotti degli estremi e dei medii, perchè sa che l'unità complessa abbraccia tanto i razionali quanto gl'irrazionali; e sa pure che fra grandezze essenzialmente diverse, poste in una maniera non conforme alla loro vera natura, il pretendere l'espressione della perfetta eguaglianza, come fra grandezze della stessa natura, è un assurdo logico. Dirò finalmente, che altro è il paragone di *puro fatto* dell'eguaglianza e della disuguaglianza individuale delle parti, o dei coefficienti dell'unità complessa; ed altro è la loro *convenienza in uno*, ossia la loro attitudine a costituire l'unità complessa, nella quale concorrono i requisiti dell'*unità*, della *varietà* e della *continuità*. Certamente essere vi dovrà un *criterio* per distinguere quest'attitudine; e questo criterio dovrà in prima emergere dalle leggi conosciute e certe del calcolo praticato: e però esige, come prima condizione, che mediante il calcolo praticato si faccia sorgere il *testimonio* assicurante della verità del calcolo di unificazione. Ma, ottenuta questa testimonianza, non ne viene la necessaria conseguenza che il calcolo di unificazione, nel quale solamente si tratta della *convenienza in uno*, debba essere nella sua ultima espressione perfettamente

identico al calcolo discretivo o infimo o sublime praticato. Anzi il pretendere quest'assoluta identità sarebbe un pretendere cosa ripugnante alla ragione, perchè sarebbe un pretendere che ciò che è essenzialmente *diverso* diventi *identico*. Per la qual cosa deve avvenire che, trattando gli enti di diversa natura nella maniera *univoca* e nella forma perfettamente *uguale*, propria degli enti della stessa natura, dovrà nella prova degli estremi e dei mezzi sortire la differenza nominale del *più e meno uno;* per la ragione stessa che fra enti della stessa natura sorte l'espressione *zero*, ossia il segno della perfetta eguaglianza.

Io ho appellata *nominale* questa differenza; imperocchè analizzando profondamente la quantità estesa, e facendo uso di rigorose dimostrazioni geometriche ed aritmetiche, si trova infine che la quantità estesa si può figurare a guisa di un zodiaco, il quale abbia due limiti, ed una linea di divisione nel suo mezzo. Nel valutare questi limiti si verifica per necessità il *più e meno uno* nel prodotto degli estremi e dei medii tutte le volte che ambi gli estremi non sono quadrati aritmetici perfetti. Il *più uno*, quando emerge dalla moltiplicazione dei *medii*, può essere ridotto alla equazione *zero*, trasportando quest'*uno* ad uno dei medii medesimi. Quando poi il *più uno* sorge dalla moltiplicazione dei due *estremi*, non si può fare questo trasporto. In questo stato di cose, trattandosi di stabilire valori superficiali, si debbono adoperare solamente elementi superficiali. *Estrinseca* riesce dunque la *potenza* quadrata dei contorni. Nella unificazione, in cui si tratta non di distruggere, ma di conservare la quantità estesa sostanziale, quest'avvertenza è assolutamente necessaria. Dall'altra parte poi viene soddisfatto ad un gran principio filosofico, qual è quello che l'unità dell'esteso non viene mai da' nostri calcoli esaurita, ma più o meno limitata; talchè rimane sempre un fondo inesausto di qualunque specie di unificazione sì fisica che intellettuale.

Per la qual cosa soggiungerò, che il calcolo dell'unificazione si deve riguardare come il calcolo *eminentemente naturale*, non solamente perchè egli è il solo acconcio per avvicinarci un po' più alla cognizione delle leggi che reggono la natura esteriore, ma eziandio perchè indica, dirò così, i *limiti* ultimi dell'alleanza fra il nostro senso integrale e il differenziale, e ne esprime il simbolo il più chiaro possibile. Dico *i limiti*, e non *la linea;* perocchè le produzioni integrali non furono, non sono e non saranno mai suscettibili d'una espressione sola, assoluta e perpetua. Ciò apparisce specialmente quando i così detti *irrazionali* o *incommensurabili* concorrono nella unificazione. Allora si presenta, dirò così, un emblema di tutto l'uomo interiore. Il cuore umano vuole spaziare in

un indefinito libero, e l'intelletto ama di riposare sopra un finito certo. Così il senso integrale non vuole assoggettarsi ad espressioni univoche, e il differenziale non sa usare che espressioni finite.

Ma nella varietà stessa dell'espressione sta, dirò così, la vera sapienza e la fecondità del calcolo. Imperocchè lungi che questa varietà restringa la scienza, essa per lo contrario l'amplifica e l'accomoda ai rapporti occulti che sosteniamo colla natura. Imperocchè in ogni posizione voi avete la conveniente espressione nata dai rapporti intrinseci delle quantità poste a paragone; per cui sorgono altri enti, dei quali vi potrete prevalere nelle composizioni non solo della mente, ma eziandio della mano; come, per esempio, nelle architettoniche e nelle meccaniche.

§ 81. Conseguenze pel metodo dell' insegnamento primitivo.

La perfetta cognizione dei fondamenti e delle leggi di questo calcolo dètta anche le leggi del buon *metodo* particolare dell' insegnamento. Con essa si stabiliscono anticipatamente gli oggetti da osservare, e si traccia la via che gli apprendenti debbono percorrere. Nulla havvi d'isolato specialmente nelle Matematiche, nelle quali la Geometria e l'Aritmetica generale formano tutto il corpo della scienza. Tutte le parti di questo corpo, come ognun sa, sono subordinate le une alle altre; e però ciò che vien dettato da principio, serve sino alla fine.

Ma se ciò che si pone al principio è insufficiente per quel che segue, come riuscir potrà l'istruzione? Se, parlando in particolare dell'unificazione, gli apprendenti non possono ancora conoscere le leggi generali, e farne applicazioni in guisa di problemi, si può, anzi si devè ciò non ostante esercitarli sopra esempii particolari proporzionati alla loro capacità.

Dunque converrà che i metodi d'istruzione siano rivolti a questo punto, come a compimento della scienza. Dunque difettosi saranno quei metodi, nei quali questo soggetto non sia diligentemente trattato. Che cosa direste d'un Corso d'istruzione architettonica, nel quale s'insegnasse come vada formata una porta, una finestra od un pilastro ec., e si tralasciasse di parlare della solidità, comodità ed armonia del tutto? Tal'è l'istruzione matematica, se ommette di proporsi come fine massimo lo studio dell'unità complessiva e della continuità. La scienza allora è fermata a mezza strada, e, quel ch'è peggio, è interrotta colla ignoranza dello scopo il più importante al quale doveva essere diretta.

I dati per cogliere quest'unificazione si presenteranno naturalmente mediante uno studio posato, graduale e ben simboleggiato degli enti geo-

metrici ed aritmetici. Per la qual cosa non avrete bisogno di andare a caso o di instituire penose disquisizioni, perchè la natura stessa vi guiderà per mano, e sembrerà dirvi: *Mirate, esaminate; là troverete quel che ricercate.* Se il modello dell'unificazione fosse una invenzione artificiale, egli non avrebbe nè l'importanza nè l'influenza estesa, della quale è dotato. Egli nemmeno inspirerebbe quella fiducia, nè si concilierebbe quell'adesione che è propria del linguaggio della natura. Ma questo modello non è punto artificiale, e da sè stesso si mostra a chiunque sinceramente ed energicamente voglia ravvisarlo.

Energica, sincera e insieme temperata deve essere questa volontà; perocchè non dee volere spaziare in problemi indeterminati, i quali sembrano lusingare la nostra piccola capacità, ma seguire docilmente i suggerimenti che lo studio naturale va comunicando. Io non pretendo con questo che noi dobbiamo ripudiare l'eredità dei nostri maggiori; ma anzi pretendo che dobbiamo darle un valore che senza questo studio essa non può acquistare. Le cognizioni diffatti che abbiamo trovano il loro posto, si collegano e si rassodano con questo studio. Quando la scienza tocca il suo apice, tutte le vere opinioni si conciliano, e le erronee stesse si spogliano di quella larva o di quei mancamenti che le viziavano. Quel poco di vero che contenevano apparisce sotto il suo genuino aspetto, e concorre ad accrescere il tesoro delle utili verità.

§ 82. Obbiezione contro la possibilità del calcolo di unificazione.

Io sono convinto, mi potrà dire taluno, della immensa utilità che apportar potrebbe alla scienza delle cose naturali ed alle arti la teoria matematica dell'unificazione. Ma è forse cosa che ridur si possa ad effetto certo, stabile, solido ed universale? *Da punctum ubi consistam, caelum terramque movebo*, diceva Archimede: ma siccome il trovare questo luogo, che servisse di punto d'appoggio, era cosa impossibile ad un mortale abitatore della terra; così l'opera di muover cielo e terra rendevasi impossibile. Altro è la considerazione *speculativa* di un fine, ed altro è la *possibilità* del conseguimento del medesimo. Questa possibilità risulta soltanto dalla considerazione delle forze e dei mezzi che stanno in nostro potere. Non basta dunque presentare l'idea della unificazione, e farne presentire i maravigliosi effetti che ne risulterebbero; ma fa d'uopo eziandio mostrarne a noi la possibile esecuzione. Voi prima mi dite che col puro calcolo discretivo, usitato dai matematici, non è possibile di effettuarla. Dunque bisogna inventare un'altra specie di calcolo, che appellar dovrebbesi *calcolo sinottico.* Ora di questa specie di calcolo quale

idea ne abbiamo noi? Nessuna, e poi nessuna. Due specie di unificazione esister possono, come voi avete annotato sul principio. La prima risulta dal *complesso*, sia naturale, sia artificiale, di più OGGETTI dotati di quantità, atteggiati in modo da formare un'individua unità. La seconda risulta dal *collegamento* e dalla *cospirazione* delle varie parti, ossia dei varii METODI particolari dell'arte matematica, in modo da formare un albero sistematico ed individuo di *operazioni ragionate*. Con ciò si fa sorgere un *tutto* composto non solamente di funzioni e di parti *contigue*, ma di funzioni e di parti *coerenti* per logiche affinità, e cospiranti tutte allo stesso intento. La prima specie di unificazione riguarda gli *oggetti* della nostra contemplazione, i quali per noi altro non sono che *imagini* dello stato o reale o ipotetico delle cose o dei simboli ne' quali ravvisiamo l'unità complessiva summentovata. La seconda specie riguarda le *operazioni* della nostra *attività* rivolta ad ottenere lo scopo propostoci, e quindi abbraccia il complesso delle *funzioni* valevoli ad ottenere questo intento. Ciò vien fatto col *magistero dell'arte*, il quale appunto merita un tal nome, perchè ordina e dirige la nostra potenza in una guisa *preconosciuta* efficace ad ottenere ciò che bramiamo. Per brevità dunque chiamar potremo la prima specie d'unificazione col nome di *unificazione sostanziale;* la seconda col nome di *unificazione magistrale*.

Ora parlando della possibilità della *unificazione sostanziale*, osservo che in essa non si potrebbe far uso del metodo conosciuto dei *limiti* o degli *indeterminati*, perchè questo metodo non ha un punto fisso a cui arrestarsi, mentre che voi volete dati *medii* e dati *estremi*, e per ciò stesso arrestate ad un dato segno il corso della limitazione. La limitazione, isolata per sè stessa, non conosce altri confini, che quelli dell'*escogitabile*. Negli estremi per lo contrario havvi sempre un *dato numeratore* ed un *dato denominatore* o costanti o variabili. Nei medii poi esiste un *rapporto* determinato di *ragione*. Ma per ciò stesso che si parla di numeratori e di denominatori, e di rapporti determinati, si esclude l'*indefinito*, e si costituisce il *definito;* e, quel ch'è più, se lo atteggia ad ogni caso concreto, nel quale si tratta di raffigurare un *tutto* avente unità, varietà e continuità.

Ora vi domando come ciò sia fattibile in Geometria, a fronte del fatto notissimo, certo, costante ed universale, il quale ci manifesta che il commensurabile si alterna perpetuamente coll'incommensurabile, o si mescola in varie guise nei composti geometrici? Come ciò sarà fattibile in Aritmetica, a fronte dell'altro fatto egualmente noto dell'impossibilità di estrarre da tutti i numeri *intermedii* ai quadrati numerici le vere ra-

dici? Non è egli manifesto che sì in Geometria che in Aritmetica converrà almeno necessariamente ricorrere all'*approssimazione*, la quale involge nel suo supposto la posizione d'un indefinito dal canto della quantità figurata, e di un processo indefinito di diminuzione della mente del calcolatore? Figuratevi pure limiti determinati, fra i quali poniate queste indefinite quantità. Esse saranno sempre un indefinito, cioè *una quantità non assoggettabile a porzioni aliquote comparate*, e quindi realmente incommensurabile, e non riducibile a *valor determinato.* Ma tostochè manca il *valore* domandato, non restiamo forse defraudati del nostro intento? Il calcolo allora non divien forse nullo? Qual è l'oggetto proprio del calcolo, fuorchè il conseguimento di questo *valore*, fatto con mezzi aritmetici e geometrici?

Sia pur vero che voi distinguiate la *coincidenza metrica* dalla *convenienza in uno:* sarà sempre vero che voi dovrete determinare se le parti della vostra unificazione abbiano l'attitudine di *convenire in uno*, e che dovrete accertarvene in una guisa irrefragabile. Ora in fatto di quantità ciò importa un'*estimazione*, una *valutazione*, e quindi una *misurazione* sì geometrica che aritmetica. Ora l'indefinito, l'incommensurabile, il mancante di radici razionali contrappone sempre un ostacolo insormontabile. Dunque anche nella *convenienza in uno*, nella quale si voglia dimostrare il concorso della unità, della varietà e della continuità, sorge quest'ostacolo. Egli in sostanza forma la pietra dello scandalo d'ogni calcolo sì generico che specifico, sì primitivo che secondario, sì infimo che sublime. Ora, a fronte di tutto questo, non dovrò io forse temere che l'*unificazione sostanziale* da voi concepita non rimanga che un puro desiderio?

Veniamo all'*unificazione magistrale.* Egli è di fatto che le diverse specie di calcolo conosciute fin qui non ci presentano quel magistero connesso, continuo, unico e soddisfacente, cui dalla semplicità, unità e coerenza delle Matematiche aspettar ci dovremmo. L'Algebra, per esempio, delle quantità finite, che occupa il luogo di mezzo fra l'Aritmetica comune e il Calcolo sublime, nè soddisfa intieramente alla scienza, nè serve a tutte le mire del Calcolo sublime. Che l'Algebra non soddisfi intieramente alla Geometria è un fatto notorio ai nostri padri, e ne troviamo la confessione negli scritti di molti matematici. Che poi non serva a tutte le mire del Calcolo sublime, questo è pure quanto viene preteso da alcuni celebri matematici moderni. Tutti poi riconoscono una differenza fra il magistero dell'Algebra suddetta e quello del Calcolo sublime. L'Algebra dunque, posta fra l'Aritmetica comune ed il Calcolo sublime, ap-

parisce come un tronco staccato dalle sue radici e da' suoi rami superiori, mentre pure che il magistero di lei dovrebbe risultare coerente ed unificato così da formare un *tutto* individuo, compaginato e continuo, mediante il quale l'umana ragione potesse salire, scendere ed aggirarsi per ogni dove, colla scorta delle stesse massime di ragione, e con modificazioni soltanto di un magistero unico ed universale.

Egli è vero che il calcolo per la sua data è la più antica delle arti razionali, ed ha esistito e prima e senza della scrittura; egli è vero che per la sua materia offre concetti più semplici di qualunque altra parte delle umane speculazioni: ma egli è vero del pari, ch'egli oggidì non è assoggettato ad un magistero unico e continuo. Ora, senza di questo magistero, come sarà egli possibile a qualunque mente umana o di costruire o di raggiungere mediante il calcolo l'*unificazione reale* o *ideale?* Egli sarebbe lo stesso che voler salire alla cima di un muro o senza scale, o con addentellati posti tratto tratto ad una distanza che non possa essere raggiunta dalla mano dell'uomo. Nelle cose che eseguir si debbono, non per un cieco empirismo, ma in conseguenza di principii ragionati, la potenza umana è talmente subordinata alla scienza, ch'egli è impossibile di effettuare colla mano ciò che la mente non dimostrò prima praticabile, e se non dopo che la ragione espressamente insegnò la maniera onde operare. Ciò posto, se manchiamo della *unificazione magistrale*, come compiere si potrà la *sostanziale?*

Due ostacoli pertanto si oppongono alla unificazione da voi concepita. Il primo sorge dagli oggetti i quali voi volete sottoporre, o nei quali tentate di scoprire l'unificazione, e le leggi dalle quali essa risulta. Il secondo sorge dagli stromenti o dai mezzi che oggidì possediamo per giungere a questo intento, sia che si tenti di ottenerlo in via di *costruzione*, sia che si tenti di ravvisarlo in via di semplice scoperta. Il primo ostacolo risulta dalla *incommensurabilità* degli elementi che concorrer debbono a formare un solo *tutto* dotato di unità, varietà e continuità. Il secondo ostacolo risulta dall'insufficienza riconosciuta dell'algoritmo algebrico, il quale se dentro certi limiti è riconosciuto sicuro, riesce impotente a raggiungere e a determinare le quantità tutte che concorrono nell'unificazione. Contro questi due ostacoli si è fino al dì d'oggi lottato invano. Quei sommi uomini, i quali hanno tentato di abbatterli, rassomigliano a quei flutti orgogliosi che vanno ad infrangersi a' piedi d'uno scoglio solido ed enorme.

§ 83. A quali condizioni soddisfar debba la soluzione dell' obbiezione proposta.

Grave, lo confesso, è l'obbiezione espressa in questo discorso; e tanto più grave per me, quanto più mi sento mancante della forza di quei genii, i quali si sono studiati di vincere gli ostacoli ora accennati. Io quindi non farei altre parole sulla *possibilità* del calcolo di unificazione, se non sentissi quanto ella sia decisiva per fissare le vere condizioni del perfetto insegnamento primitivo delle Matematiche. Pare che l'insegnamento per sè stesso possa essere fatto bene, sia che la scienza sia perfetta, sia ch' ella sia imperfetta. Insegnar bene quello ch'è stato scoperto, pare che soddisfi allo scopo di ogni insegnamento. Ma più addentro investigando le cose, io trovo che colla scienza imperfetta non si possono stabilire che metodi *imperfetti* e puramente *precarii*, e mai il metodo *perfetto* e *durevole* della data disciplina. La bontà d' un metodo d'insegnamento, che prescinde dalla perfezione intrinseca della scienza o dell'arte, non è che *bontà* puramente relativa, e non assoluta; estrinseca, e non intrinseca. Un precettore potrà porre ordine, chiarezza e allettamento; ma se egli non conosce pienamente i caratteri, le parti, i principii e i nessi della cosa insegnata, sarà mai possibile che il suo metodo soddisfaccia allo scopo logico dell'insegnamento? Il metodo che io richieggo si è quello che riguarda la dottrina *quale può e deve essere;* perocchè da questo stato solo di lei si possono determinare le condizioni di ragione dei buoni metodi. Non esistono due intelligenze in noi, nè due mondi fuori di noi; e però non esistendo che un solo fatto ed un solo vero ed una sola mente, e non essendo possibile che questo vero sia inteso e sia bene esposto, se TUTTO INTIERO non è compreso; ne viene di necessità che il perfetto metodo d'insegnamento è inseparabile dalla perfetta cognizione della cosa da insegnarsi. Ecco il perchè io mi sono avvisato di parlare dell'*unificazione*, la quale forma il fuoco centrale di tutta la scienza delle Matematiche. Io non ho dissimulato nè a me stesso nè ad altri la difficoltà somma di questo argomento, come ognun vede dal discorso in via di obbiezione ora presentato; ma nello stesso tempo parmi di aver fatto sentire che la riuscita del buon metodo, in quanto riguarda il *merito intrinseco* della scienza, dipende unicamente dalla cognizione delle leggi di questa unificazione.

Altro dunque non ci rimane, che il vedere se la difficoltà opposta si possa superare. I due ostacoli sopra mentovati esistono pur troppo; ma sono essi forse insuperabili?

Se le discipline matematiche fossero state nella nostra età preordinate al lume d'una risplendente ed esatta filosofia; se tutti i recessi e i movimenti non meramente possibili, ma indicati, della mente nostra nel valutare la quantità estesa, fossero stati diligentemente esplorati e riferiti; se i lineamenti tutti dei nostri concetti fossero stati abilmente disceverati e compiutamente tratteggiati; io confesso che dovrei riguardare come disperata l'impresa di sciogliere l'opposta difficoltà. Ma egli è più che notorio che oggidì il paese delle Matematiche si può riguardare come una terra non esplorata ancora dalla razionale filosofia, benchè dalle officine di questa terra ci siano pervenuti tanti lavori sorprendenti per l'improba fatica che dovettero costare. Le pochissime cose detteci da un Condillac, da un Mejran di Berlino e da un Limmer ec., il silenzio assoluto conservato dagli inventori dei calcoli superiori, e la stitichezza straordinaria degli espositori nella parte che precipuamente abbisognava di luce, ci lasciano ancora in un bujo, dal quale almeno non risulta la prova dell'assoluta impossibilità di sciogliere la difficoltà proposta. Una lusinga pertanto ancor ci rimane, la quale se non possiamo elevare al grado della speranza, non ci getta almeno nella desolante certezza dell'inutilità di qualunque umano tentativo. Lodevole dunque sarà almeno il tentare; e se l'esito non corrisponde al desiderio, si potrà almeno finir col detto: *in magnis voluisse sat est.*

Io non credo potersi affrontare addirittura la difficoltà, ma doversi prima preparare la strada per giungere alla soluzione della medesima. Così adoperando, la scienza vi guadagnerà sempre, quand'anche la soluzione non riuscisse. Cogli inutili tentativi di ritrovare il mezzo di convertire i metalli in oro, e di fabbricare l'*elixir vitae*, fu arricchita la farmacia di utili ritrovati. La soluzione della proposta difficoltà necessariamente importa di entrare a trattar *di proposito* di tutto il magistero del calcolo matematico, in mira specialmente di assoggettare a valutazione quelle persone geometriche, le quali ci si presentano sotto un aspetto incommensurabile. Per questa sola qualità esse somministrano al nostro discernimento un *margine* deserto, oltre il quale incontrando ancora il *commensurabile*, nasce in noi l'idea di un *passaggio*, nel quale non sentendo una distinta vibrazione numerica, siamo portati a qualificare questo tratto intermedio come indefinito.

L'ostacolo di questo indefinito si affaccia fino dai primordii dello studio delle Matematiche, e quindi deve esser tolto di mezzo fino nel primo periodo di questo studio. Ma in questo primo periodo non può aver luogo che quel calcolo che denominammo *iniziativo*. Dunque col

calcolo iniziativo si deve superare l'ostacolo dell'*intervallo indefinito* fra i veri commensurabili esplorati nel primitivo insegnamento.

Questo intervallo altro in sostanza non è, nè può essere, che un prodotto della fondamentale e nascosta unità intesa, che si fa divenire misuratrice di sè stessa. Ma in questa funzione la mente nostra è necessariamente soggetta alle leggi naturali e recondite dei concetti differenziali ed integrali, discreti e continui, variati ed uniformi, segregati e uniti, progressivi e periodici, ec. ec. La maniera di superare quest' ostacolo deve soddisfare alle condizioni fondamentali fissate nella nostra Introduzione; e però dovrà soddisfare tanto all'*indole propria* della materia da insegnarsi, quanto al *bisogno mentale* degli apprendenti.

Ma nello stato attuale del magistero matematico troviamo noi forse la maniera di superare col calcolo iniziativo il tenebroso intervallo dall'uno all'altro commensurabile? Non solamente non lo troviamo nel calcolo iniziativo, ma nemmeno nel sublime. Resta dunque che per ottenere l'intento dell'ottimo insegnamento primitivo si dovrà perfezionare il calcolo *iniziativo* in modo da superare la difficoltà dei così detti *incommensurabili*, che si presentano entro la sfera del primo periodo della scienza. Dunque entro questi soli confini si dovranno limitare le ricerche onde ottenere il *calcolo primitivo di unificazione*, contro la cui assoluta possibilità versa l' obbietto proposto.

Ognuno prevede che con questo perfezionamento noi innestiamo il calcolo algebrico sull' iniziativo, o, a dir meglio, noi diamo all' algebrico tutte le sue vere radici, e lo poniamo in grado di protendere i suoi rami superiori fino a quel segno che la mente umana può arrivare. Allora il calcolo algebrico acquista una luce ed una possanza ch'egli attualmente non ha, e quindi tutto il magistero diviene coerente, compaginato e compiuto. Il calcolo algebrico si può considerare come occupante il posto *di mezzo* fra il calcolo iniziativo ed il sublime. In esso fanno capo e si sfogano tutti i passi dell'iniziativo; come da esso prende le sue mosse il sublime, o ritorna a lui, o si ritorce in lui. La forza dei rapporti naturali è tale, che il calcolo stesso infinitesimale non si considera veramente compiuto se non quando risolvesi nel calcolo algebrico. « Il calcolo infinitesimale (dice » Carnot nella sua bella Memoria scritta sulla metafisica di questo cal- » colo) è un calcolo *non finito*, o che non è compiuto ancora; perchè » diffatti, eseguita l' eliminazione delle quantità sussidiarie, egli cessa di » essere infinitesimale, e diventa algebrico » (1).

(1) *Riflessioni di Carnot sulla metafisica del calcolo infinitesimale, traduz. con aggiunte del Magistrini*, § 30. pag. 26. Pavia 1803, tipografia Bolzani. — Qui si aggiunge

§ 84. Della metafisica del calcolo iniziativo. Prime osservazioni per trovare i mezzi termini sostanziali di questo calcolo.

Per la qual cosa col dare la vera logica del calcolo iniziativo si compie la logica di tutto il calcolo universale, ossia meglio si dà la prima ed unica logica fondamentale di tutto il calcolo matematico. Una logica incompleta non merita il nome di *logica*, avvegnachè essa non può soddisfare al suo intento. *Logica*, *magistero* e *metafisica del calcolo* (preso il nome di *metafisica* nel senso usitato dai matematici) significano la stessa cosa. Quella che i matematici chiamano *metafisica di un calcolo* altro non è in sostanza che il *magistero ragionato*, ossia il complesso delle massime di ragione direttrici delle operazioni del calcolo. Le *regole pratiche* sono figlie di queste nozioni direttrici. L'*effezione* di queste regole forma il meccanismo del calcolo. Ma queste nozioni direttrici, quando siano vere e quindi proficue, che cosa possono essere in sè stesse, altro che una espressione di quelle leggi naturali che nascono dai concetti nostri risguardanti le quantità? Queste nozioni non sono dunque *arbitrarie*, ma sono *necessarie*. La forza dei rapporti che le dettarono è tale, che la potenza della mente umana è obbligata ad ubbidire alla medesima. Tutte le *costruzioni*, tutte le *trasformazioni*, tutte le *combinazioni* nostre artificiali non sono dunque nè possono essere fuorchè mezzi per far sortire e rendere espliciti ed avvertiti quei rapporti, i quali stanno nascosti al nostro sguardo allorchè imprendiamo a valutare le grandezze, ossia i varii stati della quantità estesa. *Trovare il mezzo termine della valutazione*, ecco la formola generale della prima funzione del calcolo. *Applicare questo mezzo termine al caso proposto*, ecco la formola generale della seconda ed ultima funzione del medesimo. Ogni specie di calcolo sublime, medio ed infimo non può sottrarsi da queste due funzioni, perocchè esse altro non sono che un'applicazione delle leggi universali indeclinabili e perpetue dell'umana intelligenza.

Il *mezzo termine* altro in sostanza non è, che l'espressione ossia il concetto esplicito dei rapporti logici fra una cosa cognita ed un'altra incognita. Trovare un'identità o diversità incognita mediante una identità o diversità già conosciuta, ecco l'ufficio proprio ed essenziale del *mezzo termine*.

L'algoritmo altro non è che un *magistero di valutazione*. Il primo

---

in nota: « Ognuno sa infatti, che un calcolo, » in cui entrino delle quantità infinitesimali, » non si conta per terminato, e che non si va- » luta l'esattezza del risultato se non dal mo- » mento in cui le quantità infinitesimali sono » intieramente eliminate. »

merito adunque di ogni algoritmo consisterà nell'insegnare come si possa trovare il *mezzo termine della valutazione.* Ma il mezzo termine è determinato dai rapporti essenziali logici; e talmente determinato, ch'egli non è soddisfacente se non quando comprende tutti i *rapporti* cospiranti a far nascere la valutazione. Dunque l'algoritmo è nullo quando non è pienamente logico, ossia quando il mezzo termine non è assolutamente *plenario.* Ora domando quali possano essere le forme del mezzo termine di valutazione, e quali condizioni racchiuder debba per essere *plenario.*

Il mezzo termine, di cui parliamo, può avere ad un solo tratto tre forme. La prima appellar si può *mezzo termine dell'eguaglianza;* la seconda *mezzo termine della disuguaglianza;* la terza *mezzo termine dell'unificazione.* Questi tre aspetti derivano tanto dalla posizione della quantità, quanto dalla operazione fondamentale del nostro intelletto. Il concetto di EGUAGLIANZA altro non è che quello di un'*identità ripetuta;* esso non è che una idea ontologica; esso non è che una mera *logía*, e nulla più; esso non è che quella espressione prodotta dal giudizio col quale pronunciamo *non esistere differenza alcuna fra le quantità paragonate.* Egli esprime adunque un *nulla assoluto differenziale.*

La *disuguaglianza*, per lo contrario, oltre di essere una *logía*, involge nel suo concetto un *più* di reale quantità. Questo *più* è una vera *entità* essenzialmente indistruttibile, fino a che almeno si pensa che esista realmente. Il concetto adunque della *disuguaglianza* involge l'idea di un *più* reale che si afferma esistere nella grandezza maggiore, e che non le può venir tolto senza distruggere la sua essenza. Dunque è così assurdo e ripugnante che il *più* possa coesistere collo stato di *eguaglianza* nello stesso soggetto, com'è assurdo, ripugnante ed impossibile che l'idea dell'*essere* sia identica con quella del *nulla* assoluto.

Questa osservazione è decisiva per il maneggio dei numeri pari e dispari, nei quali si verifica appunto questo *nulla* e questo *essere*, e nei quali l'unità o in via di addizione o di sottrazione *discreta*, o in via di ampliazione o d'impiccolimento *continuo* e *compenetrato*, deve far variare totalmente il magistero del calcolo.

Qui considerando le cose in una vista universale, osservo che in qualunque calcolo adoperate certamente il *numero*, fosse pur anche il *metafisico.* Ma restringendomi al numero *matematico*, col quale voi disegnate qualunque grandezza possibile, io vi domando: quando paragonate grandezze differenti è vero, o no, che essenzialmente supponete nella grandezza maggiore un *più* qualunque *sostanziale?* Il salto adun-

que dal *più* all'*eguale* mediante qualunque graduale impiccolimento, sia di tutta la grandezza maggiore, sia del *più* che la rende maggiore, non si può fare assolutamente che detraendo la quantità differenziale, e così cangiando l'essenza stessa della grandezza maggiore. Dunque qualunque impiccolimento, sussistendo la grandezza sostanziale, altro non fa che rendere più compatto il concetto della distanza dall'eguaglianza, e nulla più. La ragione e la proporzione fra le due grandezze rimarranno eternamente le medesime, e però fra di loro rimarrà eternamente il *più* o rispettivo *meno* sostanziale, dal quale sorge la ragione o la proporzione.

Che cosa dunque rimane? Altro non rimane che di trovare se siavi fra le due grandezze una *coincidenza metrica*, la quale, quando è possibile, rende le grandezze paragonate *commensurabili*; e quando poi è impossibile, le rende *incommensurabili*. Queste sono idee elementari primitive irrefragabili universalissime, contro le quali non si può trovare veruna eccezione.

§ 85. Dell'*uno misuratore*, e delle quantità indicate e sussidiarie considerate in sè stesse.

Procediamo oltre. La QUANTITÀ ESTESA forma l'unico elemento del calcolo matematico. Nel calcolare adunque la quantità estesa sarà assolutamente assurdo e fraudolento partito il convertire l'*esteso* nell'*inesteso*, ossia l'*esistente* nel *nulla* reale ed assoluto. Più ancora: il *più* e il *meno* consisterà essenzialmente sempre in una quantità estesa qualunque. Dunque fra due grandezze disuguali non si potrà togliere la quantità differenziale, per cui nasce quella data ragione o proporzione, senza distruggere l'*essenza* stessa delle grandezze paragonate. Dunque non si potrà nemmeno annientare l'UNO MISURATORE senza una vera frode, come non si potrà indefinitamente ampliare e diminuire quest'*uno* senza cangiare i rapporti suoi colle grandezze misurate. Esso costituisce propriamente una terza grandezza, che sostiene dati rapporti e non altri colle due grandezze impostate; di modo che per quest'attitudine può divenire *mezzo di valutazione*, ossia formare termine di paragone fra le medesime. Allora, qualunque siasi, essa diviene *unità di valutazione*, e per ciò stesso *mezzo termine logico del calcolo*. Per quanto adunque impiccoliate quest'*uno misuratore*, esso riuscirà indestruttibile. Più ancora: se voi lo impiccolite o l'annientate in una guisa continua, esso cangerà la sua ragione colle rispettive grandezze paragonate. A qualunque grado pertanto escogitabile voi portiate questo elemento, egli ne seguirà che tutte le proprietà *reali* ed *assolute* essenziali all'*esteso* si veri-

ficheranno in lui. Ma esso può essere misuratore coincidente, o non coincidente. Nel primo caso si verifica la data relazione logica che vi abbisogna per la valutazione; nel secondo questa relazione vi manca. Estrinseca e tutta estrinseca è questa relazione, perchè essa non toglie l'essenza intrinseca dell'*esteso* misuratore, ma solamente toglie la di lui *coincidenza di sovrapposizione*, e nulla più. Quando voi misurate con un piede o con un braccio un contorno, quando pesate con oncie o con carati o con granelli una massa, se non coincidono o non vi danno l'equilibrio perfetto, si toglie forse qualche cosa d'intrinseco al braccio, al piede, all'oncia che adoperate?

Ma voi non usate ed usar non potete che l'*esteso* escogitabile per misurare l'*esteso* escogitabile. Dunque il supporre o il fingere che fra due quantità escogitabili fra loro assolutamente incommensurabili si possa far nascere la *coincidenza*, è la più mostruosa delle assurdità che si possano imaginare; perchè egli è lo stesso che affermare e negare nello stesso tempo la coincidenza fra questi incommensurabili. Voi dite da una parte ch'essi sono incommensurabili, e per ciò stesso affermate l'impossibilità di coincidenza. Voi poi col fatto, facendo approssimare continuamente la LINEA, pretendete che possa accadere un'ultima ragione di *eguaglianza*, e per ciò stesso passate ad affermare la contraria possibilità di questa coincidenza. Come va, signori miei, questa faccenda?

Invano voi ricorrete alla distinzione delle quantità *poste* e delle *imprestate*, delle *indicate* e delle *sussidiarie*. La quantità imprestata altro non è, nè può essere, che il *mezzo termine* logico della valutazione. Ma questo mezzo termine da una parte racchiude in sè stesso tutte le *proprietà* assolute essenziali alla quantità estesa; e dall'altra sostiene tutti i rapporti essenziali di una terza grandezza paragonata con due altre. Qui non v'è mezzo: o volete lasciar sussistere questo mezzo termine, o no. Se lo lasciate sussistere, egli ne verrà che, trattandosi di cose fra loro veramente incommensurabili, sarà IMPOTENTE a far nascere una coincidenza metrica; perocchè la parola *incommensurabile* significa appunto uno stato che rende IMPOSSIBILE qualunque *mezzo termine* di coincidenza. O voi non volete lasciar esistere e sussistere questo mezzo termine; ed allora è stravaganza e delirio il farne uso, e più assurdo poi il pretendere d'aver ottenuto in fine col di lui mezzo la valutazione o la scoperta che ricercavate.

Lungi adunque che si possa riguardare questa quantità *imprestata* come *straniera* ed *arbitraria*, essa riesce per lo contrario logicamente *associata*, pel motivo appunto che si fa servire come mezzo termine del

calcolo. Essa non è e non può essere nemmeno *arbitraria*, perocchè senza di lei è impossibile di ottenere la cosa che domandate, e solo per lei è possibile di ottenerla. O convien distruggere l'essenza della ragione umana, e sovvertire la legge fondamentale del raziocinio; o convien concedere che la distinzione suddetta è illusoria, per giustificare l'annientamento dell'*esteso* praticato nel calcolo infinitesimale ad oggetto di vincere l'ostacolo della incommensurabilità. Io non sono per condannare il metodo di *eliminazione* allorchè siete giunti all'ultimo punto, come quando avete misurato o pesato deponete il braccio o la bilancia; ma io non posso ammettere la funzione che fate eseguire all'*uno* misuratore *durante* il processo e le operazioni incompetenti che esercitate su di lui. Io condanno la pretesa dell'arbitrario ed indefinito impiccolimento, ed altrettali processi, *prima* di giungere all'ultima conchiusione.

La quantità che dite *imprestata* è una condizione necessaria di qualunque problema, attesochè senza di lei è impossibile la sua soluzione. La posizione logica dunque d'ogni algoritmo, come necessariamente richiede la posizione di questa terza quantità, così la fa riuscire quantità indispensabile, come le altre due che paragonate. Considerando le cose in un'astrattissima ed ultima veduta, non si debbono riguardare come esistenti fuorchè le grandezze *individuali*. Ma tostochè le considerate come *oggetti* degli umani *giudizii*, voi siete obbligato di assoggettarle alle condizioni indispensabili a questi giudizii. Ora se questi giudizii esigono l'intervento di un *terzo estremo*, egli ne viene che questo terzo estremo si dovrà porre come *requisito essenziale* del calcolo al pari degli altri due. L'algoritmo non è *legge fisica* delle cose, ma è *legge logica* della ragione umana. L'adempimento di questa legge forma appunto lo spirito eminente del magistero di valutazione. Ecco il vero punto di vista, sotto il quale convien considerare ogni specie possibile di calcolo. Legge logica, legge mentale, legge interiore, legge nostra, è quella che dà forma e virtù ad ogni considerazione aritmetica e geometrica. L'espressione dunque di questa legge costituirà l'unica formola generale d'ogni calcolo. Dunque la sola esecuzione di questa legge lo potrà rendere efficace. Dove pertanto mancheranno le condizioni di questa legge, il calcolo riuscirà nullo; dove poi ne mancherà una sola, esso riuscirà difettoso.

§ 86. Dell'elemento sostanziale della continuità.

Accentrare i rapporti costituisce la condizione precipua e fondamentale di questa legge; *impiegare un' espressione comune* forma la seconda condizione di questa legge. Quando abbiamo scoperta l' *eguaglianza*, che cosa abbiamo noi in mano, fuorchè la cognizione dell'identità di quantità? Ma che cosa ne risulta da ciò per l' unificazione vitale? Ancor nulla, e meno di nulla. Abbiamo scoperto al più lo stato di equilibrio; abbiamo fissato il punto della morte. Questo punto adunque non può servire ad altro, che a fissare i limiti di *esclusione* della vita, ma non mai le condizioni attive ed efficaci di questa vita. *Negativa* è dunque la norma dell' eguaglianza per la teoria dell'unificazione vitale. Essa non può divenire *positiva* se non quando si aggiunga la cognizione di una data quantità *sostanziale*, che riesca simbolo d' una forza centrale appartenente non al vuoto dell'*eguaglianza*, ma residente nella reale sostanza con tali rapporti da congiungere la varietà colla unità e col progresso graduale.

L'eguaglianza dunque è, nella teoria dell'unificazione, *termine critico*, ma non *termine sostanziale*. Esso serve per limitare, ma non per comporre; esso è, in una parola, mezzo per confrontare, ma non elemento per costituire l' unità sostanziale complessiva.

Resterà dunque sempre a ritrovare l'elemento *sostanziale* della continuità e della unificazione. Ora domando io: dove dobbiamo noi rintracciare questo elemento? È facile il prevedere la risposta. Noi lo dovremo rintracciare nelle VISCERE stesse dell'*esteso* ridotto alla più stretta ed uniforme unità, esplorandolo mercè un'altra unità di forma diversa, ma egualmente semplice e individua. Un esempio ci potrà servire di lume. Aprite un compasso speculare (1) sotto qualunque angolo vi piaccia. Se voi per caso v'incontrerete in un angolo che divida il circolo in tante parti aliquote, egli vi darà altrettante divisioni perfettamente uguali, e vi ripeterà altrettante volte l' oggetto unico presentato, computando anche l'oggetto reale. Allorchè poi l'apertura di detto compasso non dia un angolo dividente aliquoto, egli ripeterà alcune volte l'arco segnato, e vi darà condensato il residuo che sopravanza a pareggiare l' eguaglianza degli archi tagliati. Lo stesso potete fare anche con un circolo descritto sulla carta. Posto questo fenomeno, qual'è la conseguenza che ne deri-

(1) Questo *compasso speculare* è formato da due lastre di specchio che si aprono e chiudono a guisa di compasso.

va? Che vi sono divisioni del contorno circolare, le quali ripartire lo possono in tante parti aliquote; e ve ne sono alcune altre, le quali non servono a questo fine. Ma da che derivar può questo fatto, se non che dalla *natura* intima e recondita della forma circolare, la quale riesce suscettibile dell'identità o non identità ripetuta di una data dimensione delle sue parti? Io non voglio ora procedere più addentro a squittinare la natura ed i rapporti di questo fatto: mi basti di averlo accennato, per formarne oggetto di meditazione.

Ora posta questa proprietà naturale di questa forma estesa, non è forse chiaro ch'essa imporrà alcune *leggi* necessarie alla nostra ragione tutte le volte che assumeremo questa forma o come criterio di eguaglianza, o come associata nei procedimenti del nostro calcolo? Non è egli chiaro che la forma circolare ci rileverà molti misteri della quantità estesa, semplice, uniforme, paragonata coi rettilinei? Ora se colla *unità* ci presentasse accoppiata la *varietà* e la *continuità*, non dovremo noi forse accogliere come una specie di oracolo tutte le indicazioni che nei varii stati della *quantità* essa fosse per manifestare? Ecco ciò che io prego di avvertire come un punto d'insegnamento primitivo delle Matematiche, e come un lume decisivo per la geometria di valutazione.

Ritrovare l'elemento sostanziale della *continuità* e della *unificazione*, ecco ciò che resta a fare alla Matematica per compiere il calcolo sinottico. A scanso di equivoci e di assurdi che si possono insinuare colla influenza d'uno stolido trascendentalismo, io prego di distinguere la *contiguità* dalla *continuità*. La *contiguità* astratta nel regime della *quantità* escogitabile è una parola vuota di senso, o almeno un'idea priva di qualunque virtù algoritmica. La *contiguità* viene espressa con punti estesi o non estesi, i quali si toccano immediatamente. La *continuità* per lo contrario è quella ragione logica, la quale fa che una grandezza passi successivamente per diversi stati d'incremento o di decremento senza interrompere o violare i rapporti dell' *unità* imperante che presiede a questi stati diversi, e però salva tutti i riguardi delle affinità indotte dalla potenza predominante nascosta. La *contiguità* è un'idea materiale o puerile, dalla quale non si può ricavare alcuna legge di ragione. La *continuità* all'opposto forma una condizione primaria del calcolo di *unificazione*.

Ritenuta ferma questa distinzione, io insisto di nuovo sulla ricerca dell'elemento sostanziale della *continuità*. Qui, come ognun sente, trattasi una quistione aritmetica, geometrica, psicologica, o, a dir meglio, la questione del fondamento primitivo logico della valutazione della *quan-*

tità continua e dell'*unità complessiva.* Quest' elemento sarà certamente omogeneo agli stati diversi delle quantità che possono cospirare a costituire l'*unità complessa.*

Unico adunque ed uniforme non potrà essere in sè stesso, ma sarà variato secondo la natura delle diverse quantità alle quali dovrà servire di mezzo termine. Poniamo eziandio che si potesse esprimere a guisa di un numeratore frazionale, e che fosse *identica* la espressione: sarebbe sempre vero che il corrispondente denominatore cangerebbe necessariamente, per ciò stesso che il numeratore fosse costante, e che il corpo della grandezza andasse variando. Ciò che caratterizza il valore d'un *esteso* non è l'espressione singolare o letterale, ma bensì il rapporto proporzionale delle grandezze paragonate. Questo è ancor nulla. Dopo reiterati e certissimi sperimenti, e dopo la considerazione della legge fondamentale dell'umana ragione, si trova che l'elemento di *continuità* non può venire somministrato che dal fondo stesso dell' *unità complessiva* strettamente tale quale fu da noi definita. Questi sperimenti di fatto e questa legge di ragione ci accertano in una guisa indubitata, che in ogni nostro calcolo intervengono costantemente i tre concetti dell' *uno*, del *più* e del *complessivo* in una maniera così associata, che, posto il *più*, non si può respingere l'impressione del *complessivo.* Il *pari* e il *dispari* aritmetico non sono che mere *circostanze* di questo fatto primitivo. In forza di questa legge ne viene che il COMPLESSIVO o aritmetico o geometrico deve necessariamente da sè stesso, e per una suprema necessità, indicare l'elemento proprio della *continuità* tutte le volte che il calcolo parziale *discretivo* maneggia grandezze, dalle quali con coefficienti puramente razionali e quadrati non può emergere la quantità necessaria a convenire in un solo concetto complessivo. Questo fenomeno viene posto in evidenza anche usando della più rigorosa geometria di proporzione.

Qui propriamente si tocca il vero punto di contatto, o direi meglio il nodo vero di connessione logica fra la geometria delle proporzioni *distinte* e quella delle proporzioni *associate.* Allora questa geometria unisce i suoi rami, e diventa geometria di valutazione.

§ 87. Delle diverse specie di commensurabilità e d' incommensurabilità.

In questa geometria conviene formarsi una ben chiara nozione della *commensurabilità* ed *incommensurabilità*, e delle diverse idee che questi nomi traggono seco. Altro è l'incommensurabilità *lineare*, ed altro è la *superficiale.* La *lineare* si verifica allorquando paragonando due

linee fra di loro, mediante una divisione qualunque sia dell'una sia dell'altra, non potete trovar mai una coincidenza perfetta, ma vi sopravanza sempre qualche cosa. L'incommensurabilità *superficiale* si verifica allorquando, fatta astrazione dalla dimensione particolare del contorno, e considerando la pura superficie, voi non potete ritrovare mai coincidenza fra gli elementi estesi, nei quali potete figurare divisa l'area d'una data figura.

La commensurabilità *superficiale* si può spesso accoppiare colla incommensurabilità *lineare*. Tagliate un quadrato per mezzo della diagonale: voi avrete due triangoli rettangoli isosceli. Pigliate uno di questi triangoli: voi avrete nei due lati di questo triangolo due cateti perfettamente uguali, e nella diagonale avrete l'ipotenusa rispettiva. È noto che il rapporto *lineare* fra la pura diagonale e il lato del quadrato non si può definire, e quindi sono rispettivamente incommensurabili. Ma, malgrado ciò, non è forse vero che voi potete affermare che l'area del quadrato della diagonale è doppia di quella di uno dei lati? Questa proposizione che cosa è in sè stessa, fuorchè una valutazione *superficiale?* Altro esempio. Descrivete un triangolo equilatero. Dal vertice di lui calate una perpendicolare sulla base. Voi troverete che il quadrato di questo perpendicolo sta al quadrato del lato come tre a quattro, ossia che egli ha una superficie minore di un quarto di quella del quadrato del lato. Questo perpendicolo adunque è *linearmente* incommensurabile rispetto al lato, perchè non esiste un numero che, moltiplicato per sè stesso, vi dia per prodotto il numero tre; ma ad un tempo stesso questa incommensurabilità *lineare* non v'impedisce di stabilire il rapporto superficiale di tre a quattro.

Questa specie di commensurabilità *superficiale*, accoppiata alla incommensurabilità *lineare*, si verifica in tutte le gradazioni intermedie fra le radici perfettamente quadranti. Il primo e massimo problema della geometria di valutazione consiste nell'assegnare la legge naturale con cui dall'unità si passa alla pluralità; e così, per esempio, come dalla quarta parte di un quadrato si passa alla sua metà. Conosciuta la legge naturale ed intima dell'ampliazione continua, si conosce pur anche quella della menomazione. La soluzione di questo primo problema importa di non iscambiare i modi diversi di misurare, e molto più esclude la pretesa d'impiegare un modo solo; ed esclude pure l'uso universale di estrarre radici aritmetiche dove esister non possono siffatte radici. La misurazione *lineare univoca* non può convenire che a grandezze superficiali per ogni parte uguali, e perfettamente simili all'*uno* misuratore assunto. Per ben

intendere tutto questo io fo osservare, che altro è la *potenza*, ed altro la *dimensione* di una linea. La *potenza* di una linea altro non è che la espressione relativa alla grandezza del quadrato geometrico che descrivere si può su tutta una data linea, e nulla più. La *dimensione* della linea altro non è che l'espressione del numero delle parti nelle quali un dato contorno o una data parte di esso si considera diviso. Dico *un contorno*, perocchè la linea astratta fisicamente non esiste, nè può esistere. La linea reale non è, nè può essere, che l'*estremità* della superficie; e per ciò stesso altro non è, che la superficie stessa considerata nella sola sua estremità, come fu già dimostrato nel Discorso primo. Dico poi, che la *dimensione* non è che l'espressione numerica; o dirò meglio, altro non è che il concetto stesso complessivo del numero di queste parti. La *dimensione* adunque è cosa della nostra intelligenza, e non è proprietà dell'*esteso*. Essa è una logía applicata, e non un'affezione reale dell'*esteso*. Ad una data area identica voi potete applicare tutte le divisioni che a voi piace, senza che si cangi lo stato dell'*esteso*. La *dimensione* adunque è cosa puramente mentale, nostra, e nulla più.

Passiamo alla *potenza* della linea. La sua significazione fu da me legata al concetto di un quadrato geometrico. Dico *di un quadrato geometrico* per indicare la forma sola della figura estesa, indicata da tutta una data linea, prescindendo dalla considerazione se questo quadrato sia o non sia anche quadrato aritmetico. Per *quadrato aritmetico* intendo il prodotto di un dato numero di unità identiche moltiplicato per sè stesso. Il quadrato aritmetico appartiene al numero *metafisico* distinto dal numero *matematico*. Il numero matematico porta con sè l'idea di estensione, perocchè la quantità estesa forma l'oggetto delle Matematiche. La forma quadrata estesa è per finzione sola quadrato aritmetico. Essa è tale soltanto quando un lato del quadrato viene da noi diviso in tante parti eguali. Allora per l'identità dei lati e degli angoli la somma delle parti è identica col prodotto della radice moltiplicata per sè stessa. La dimensione lineare o è *assoluta*, o è *comparativa*. L'*assoluta* si verifica allorchè io divido un dato lato di un esteso in date parti, senza considerare se queste parti possano o non possano essere o aliquote, o coincidenti colle parti del contorno di un'altra grandezza. La *comparativa* per lo contrario è quella che si serve dell'*uno* misuratore di una data linea appartenente ad una grandezza, per misurare e valutare la linea di un'altra. Questa dimensione si dovrebbe appellare col nome di *commensurazione*, perocchè essa piglia da una data lunghezza l'unità sua dimenziente, per farla servire di unità dimenziente d'un'altra lunghezza.

Prima che colla mente o colla mano io divida una linea in parti identiche od aliquote per far nascere il numero ed il quadrato aritmetico, si può a questa linea associare l'idea di *potenza univoca*, qual'è appunto l'unità estesa di un quadrato geometrico, al quale la linea serve di limite o d'indicatore. Così, per esempio, come mi figuro un'ipotenusa della potenza di 50, mi posso figurare i cateti della potenza 25, senza pensare che questi cateti possono essere divisi in cinque parti, l'una delle quali non può essere mai aliquota dell'ipotenusa. Finchè considero un quadrato geometrico per sè solo, qualunque ne sia l'ampiezza o la piccolezza, io posso dividerne il contorno in quante parti mi piace. Ma allorchè lo confronto con un altro d'una diversa ampiezza, potrò io più pretendere che la parte aliquota dell'*uno* sia aliquota anche dell'altro? Tutto ciò che in teoria generale io posso stabilire si è, che dividendo amendue questi quadrati in tante parti di numero eguale, ogni singola parte dell'uno starà ad ogni singola parte dell'altro, come l'un *tutto* sta all'altro *tutto*. *Proporzionali* adunque solamente risulteranno queste parti, e non *comparativamente aliquote*. L'essere o non essere comparativamente ALIQUOTE non può risultarmi che da un rapporto logico assolutamente indipendente dall'arbitraria divisione da me praticata.

Per ottener dunque la bramata valutazione per mezzo della *commensurazione competente* io non mi posso giovare del partito di dividere le linee in più minute parti eguali all'infinito; avvegnachè l'*uno* misuratore della prima grandezza starà sempre all'*uno* misuratore dell'altra, come l'un *tutto* sta all'altro *tutto*. Il mezzo meccanico adunque della divisione e suddivisione della linea, come non può alterare il rapporto logico delle proporzioni, così è del tutto inconcludente a stabilire la vera ragione della commensurabilità. In ogni divisione pigliando l'*uno* elementare del quadrato geometrico A, e confrontandolo coll'*uno* elementare del quadrato geometrico B, si può ripetere eternamente la stessa proposizione annunciata da principio; vale a dire, che il quadrato *uno* elementare di A sta al quadrato *uno* elementare di B, come il quadrato A sta al quadrato B, ec. Nella *commensurazione* pertanto il metodo suddetto è frustatorio per condurre la mente nostra ad una *valutazione* omologa ed univoca di due grandezze estese.

L'impero della *relazione* logica, la quale sta sopra ai concetti dell'*esteso*, e la quale altro non è che l'esercizio mentale del discernimento nostro, è tale che conviene onninamente consultare le sue leggi, onde stabilire la vera commensurabilità dell'*esteso*. Consultando queste leggi, noi troviamo che ogni *esteso* per sè stesso è un *quid unum* determinato.

Paragonato da noi con un altro, fa sorgere l'idea relativa d'identità o di diversità di dimensione o di forma. Posta una forma identica, si possono verificare diversissimi valori delle aree; come posta una forma diversa, vi può essere equivalenza di area. L'*equivalenza* altro non è che il concetto della stessa quantità di estensione racchiusa sotto una diversa forma geometrica. Essa è in sostanza l'*eguaglianza* estesa trasformata. Due figure diverse equivalenti sono certamente commensurabili fra loro quanto all'area. Ma sono forse sempre commensurabili fra loro quanto al loro contorno? Ecco ciò che niun matematico potrà affermare giammai. Come vi sono *estesi* simili ed equivalenti superficialmente, ma di lati commensurabili; così vi sono *estesi* dissimili equivalenti superficialmente di lati incommensurabili. Ciò è più che notorio, nè abbisogna di essere comprovato.

Ma qui ancora sorge la stessa osservazione già fatta di sopra, che la grandezza proporzionale e rispettiva dell'*esteso* si desume non dalla *dimensione* materiale di una LINEA, ma dalla *ragione* delle *superficie;* dimodochè la grandezza viene spogliata da ogni considerazione della sua forma, e si pone mente soltanto all'astratta quantità della superficie, e nulla più. Questo concetto dunque è tutto spirituale, tutto mentale, tutto logico. Chi amasse di simboleggiarlo, dir dovrebbe che in questa posizione la mente umana nel valutare le grandezze estese fa essenzialmente uso dell'idea di *unità* individua spogliata di qualunque *forma* speciale, sotto la quale potrebbe esistere.

§ 88. Del mezzo di valutazione considerato in sè stesso.

Procediamo oltre. Posto questo concetto, allorchè vogliamo valutare due grandezze che cosa ne nasce dal canto della mente nostra? Il *valutare* importa di trovare una data quantità, la quale misuri completamente le due grandezze proposte. Fu già dimostrato a quali necessità soggiaccia la potenza nostra mentale in questa funzione. Qui volendo considerare questa funzione rispetto alla commensurabilità degli *estesi*, è necessario distinguere l'*intento* dal *mezzo*. Due soli possono essere gl'intenti proposti nella commensurazione dell'*esteso*. Il primo riguarda la dimensione paragonata divisa o unita dei *lati;* il secondo riguarda la dimensione paragonata divisa o unita delle *superficie*. L'estensione sola non può occasionare che queste due sole ricerche, perchè la superficie non presenta fuorchè uno spazio uniforme finito. Nel cercare la dimensione *divisa* dei LATI si vuol sapere se il lato di un *esteso* possa essere più lungo, più corto o eguale a quello dell'altro, e di quanto ecceda o manchi

dell'altro. Nella commensurazione poi *unita* dei lati si vuole sapere quanto l'un lato unito all'altro può offrire di lunghezza, e quindi anche quale ne sarebbe la potenza risultante. Nel cercare poi la dimensione divisa o unita delle *superficie* si vuol sapere quanti elementi *estesi* identici comprenda una data area rispetto all'altra, o rispetto ad un *tutto* di cui quella data area forma parte integrante. Così, per esempio, avendo su di una diagonale di un quadrato descritti due quadrati, l'uno dei quali è doppio dell'altro, volete sapere quanta sia l'estensione o il valore superficiale dei *complementi*, ossia dei quadrilunghi chiusi dai lati dei due quadrati? In questo caso la ricerca è tutta superficiale, ma limitata alla data figura.

Onde soddisfare a questa ricerca può giovare certamente il sapere la dimensione *comparativa* dei lati. Ma l'ottenere questa dimensione è forse sempre possibile? Ogni matematico di buona fede mi risponderà sicuramente essere ciò impossibile tutte le volte che le due grandezze geometriche non stiano fra loro nei rapporti identici ai quadrati aritmetici. Fuori di questo caso i lati saranno discretivamente incommensurabili, e però non potranno venir disegnati che col nome della *potenza* a cui appartengono. Vani adunque risulterebbero tutti gli sforzi per assoggettare questi lati ad una dimensione discreta e veramente aritmetica. Frustraneo dunque riuscirebbe ogni tentativo di giungere per questo *mezzo* alla bramata valutazione. E qui cade la risposta sul secondo membro della proposta inspezione. Questo riguarda appunto il *mezzo* della valutazione. Qui si possono instituire due ricerche: la prima si è, di qual *natura* sia il *mezzo* che ricerchiamo; la seconda, quale esser possa la *maniera* di adoperarlo.

Quanto al primo punto, osservo che noi versiamo ora nel paese della Matematica pura, nel quale valutar dobbiamo l'estensione pensata. Ciò posto, altro stromento non abbiamo, fuorchè l'*esteso* per misurare l'*esteso*. La natura del *mezzo* è dunque identica a quella dell'*oggetto* da valutarsi. Quanto alla *maniera* poi, in generale altro dir non possiamo che questa dev'essere analoga alla natura delle idee e alle leggi fondamentali della nostra intelligenza. Certamente, a simiglianza dell'*esteso* materiale, noi ricorriamo naturalmente alla *misurazione* lineare; ma essa deve forse essere sempre la stessa? Più ancora. Conosciam noi bene tutte le funzioni mentali che all'insaputa nostra intervengono? Finalmente abbiamo noi forse scoperto il gioco segreto primo ed ultimo dei concetti geometrici ed aritmetici, i quali talvolta si avvicendano per imprestare e per togliere un elemento costante e decisivo della valutazione?

I rapporti logici della grandezza estesa *continua* non possono essere sempre identici, specialmente nei concetti *pari* e *dispari*. Nel *pari* havvi un intermedio di eguaglianza, il quale non si verifica nel *dispari*. Più ancora: nei concetti sinottici o periodici della enumerazione, applicati all'*esteso*, se s'incontra una costante legge, esistono però rapporti speciali ad ogni grandezza periodica. La sfera della potenza dell'unità *continua* è limitata quanto è limitata la nostra mente, e non può essere simboleggiata che a seconda delle affezioni interiori della nostra mente. Ciò posto, ne viene che un unico e material modo di misurazione non potrà mai soddisfare a tutti i bisogni della valutazione. Converrebbe che l'unità *continua* crescesse a modo di circoli concentrici, la distanza e gl' intervalli dei quali fossero eguali al diametro del primo circolo figurato come uno elementare.

Con una, due o tre linee uguali, ovvero colla divisione identicamente lineare di un contorno, voi in primo luogo non potete indicare che una radice aritmetica superficiale. Se questa linea è retta, voi indicate perfetti quadrati singolari, e nulla più. Ma l'*uno* quadrato elementare ha un determinato rapporto rispetto al *tutto*. Esso poi in sè stesso è sempre una grandezza suscettibile o d'essere accoppiata ad altra *in via di aggregazione sgranata*, o di essere ampliata *in via continua*. Ma quando dividete il lato di un *tutto* in tante parti eguali, voi create effettivamente un numero che vi dà l'idea della *radice*. Vi dà poi l'idea del *quadrato* se figurate tutta la figura generata da questa unica radice simile all'elemento unitario assunto.

Da ciò ne segue, che colla divisione di una sola linea fatta con un'altra linea voi supponete o siete forzato a supporre un *tutto* perfettamente simile al vostro *uno* perfettamente quadrato; e però se fingete che il vostro *uno* lineare stia tante volte e non più nella data linea, voi dividete un *tutto* in tante parti quadrate aggregate, ognuna delle quali vi rappresenta un' unità elementare. Ma qui è evidente che l'*eguaglianza* predominante ed unicamente predominante non dà luogo fuorchè ad un *rapporto* identico ripetuto, e nulla più. La vostra *radice* altro non è veramente, nè può essere, fuorchè una serie di sgranati quadrati elementari identici; ed il vostro *complesso* altro non è che una determinata pluralità di questi quadrati elementari. Questa pluralità poi la figurate limitata d'ogni parte da un identico contorno egualmente lungo di quello della serie o della lista, cui chiamate col nome di *radice*.

La commisurazione dunque *finita* e perfetta *univoca* lineare degli *estesi* rettilinei risolvesi in ultima analisi nel ragguaglio d'una grandezza

univoca, l'elemento radicale della quale non può essere che identico coll'elemento uni-radicale d'un'altra grandezza. Dico *uni-radicale*, per indicare che questo elemento vien preso soltanto sopra di un solo lato dell'*esteso*, e fa parte aliquota di questo lato. Ecco il concetto nascosto nella commisurazione finita di due sole linee.

Havvi certamente un'altra commisurazione *finita*, e fatta con radici sgranate di altri *estesi* rettilinei; ma questa non è *unitaria*, perchè vien fatta con più radici sgranate. Tutti i paralellogrammi non equilateri, fatti colla moltiplicazione di due frazioni lineari identiche, cioè o con tutta o con parte della base sull'altezza, cadono sotto di questa proposizione.

Qui però è da osservarsi, che la commisurazione, sia singolare, sia plurale, fatta a radici sgranate, in sostanza non racchiude che una *ragione* sola di eguaglianza perfetta elementare, in forza della quale un solo e medesimo elemento misuratore forma il *verbo* comune del calcolo, e suppone sempre una perfetta coincidenza di limiti dell'unità elementare assunta. Nè vale il dire, per esempio, che il 25 sia maggiore del 16; perocchè il 25 non è che una pluralità o ripetizione maggiore dello *stesso* elemento del 16.

Fin qui non maneggiamo che la polvere o l'arena delle Matematiche. Le grandezze che diconsi *discrete* si possono considerare a guisa appunto di aggregati composti, o che si possono risolvere in elementi sgranati, che stanno insieme per via di cumulazione. Esse sono le *omomerie* del mondo matematico, nelle quali la quantità crescente va in fine a risolversi. Ma la considerazione isolata o cumulativa di queste omomerie non vi palesa ancora l'ultimo arcano della valutazione, perchè dalla considerazione della pura *identità* non può nascere quella della *diversità*. L'eguaglianza predominante in tutto il corpo delle grandezze *razionali* isolate (come sono i singoli quadrati geometrici ed aritmetici) non vi può nè potrà mai somministrare l'idea positiva dell'*uno* sostanziale della rispettiva differenza *continua;* come le tenebre non vi danno lume, nè il silenzio vi dà il suono. Il *più continuo*, posto fra un primo *uno* esteso ed il suo duplo o triplo *continuo*, come non è partorito dall'idea di *eguaglianza*, così pure non è un elemento *sgranato* attaccato per apposizione. Accoppiando due radici eguali, la grandezza unitaria quadrata non si duplica, ma si quadruplica.

Figuratevi pure distintamente queste grandezze, e dividetele pure l'una e l'altra in tante parti rispettivamente aliquote. Sarà sempre vero che ogni parte aliquota dell'uno starà ad ogni parte aliquota dell'altro, come l'un *tutto* sta all'altro *tutto*. Qui dunque l'*identica divisione* è in-

concludente per la valutazione sia lineare, sia superficiale di queste grandezze. Allorchè poi vi piacesse di unirle per formare una figura sola, e costruire un solo *tutto*, voi sareste privo di qualunque lume. Rimarrebbe dunque sempre la necessità di ritrovare la parola, ossia il mezzo termine comune, di valutazione dell'*esteso* considerato ne' suoi diversi stati; e questo dovrebbe sorgere dai rapporti stessi dell'*unità* sostanziale collo stato diverso al quale passò, e non mai limitandosi ai rapporti dell'*eguaglianza* individuale. Assurdo è dunque l'uso di applicare a grandezze prive di radici discrete quadranti il metodo di valutazione, proprio soltanto agli aggregati numerici, aventi radici aritmetiche quadranti. Illusorio è dunque il finire con un'approssimazione indefinita. Dico *indefinita*, perocchè avvi una *riduzione* di residuo indicata, la quale può prestare un lume massimo alla geometria di valutazione. La quantità *continua* non tollera che ragguagli superficiali; e però la linea non si può assumere che come segno indivisibile di *potenza* unita, e non come *radice* d'una grandezza di aggregazione. A dir vero, anche nella grandezza di aggregazione l'*uno* lineare è puro segno di *potenza:* ma allorchè si accoppia con altre unità eguali e discrete, indica una *potenza* divisibile in parti eguali; dovechè nella *potenza continua* indica un rapporto solo di proporzione che non tollera una data intima divisione razionale lineare.

Consultando la natura propria della *quantità estesa*, si trova che non si è fatto veramente nulla fino a che non si lavora che sulla *linea* pura matematica. Conviene trovare le *liste estese* indicate dai rapporti stessi delle grandezze estese, e determinare il valore areale di queste liste. Per esse e per esse sole si possono indicare le leggi di incremento e di decremento della *quantità continua*, sia coll'aggiungere, sia col determinare la potenza delle diagonali che nascono naturalmente, sia finalmente col ridurre agli ultimi termini possibili gli elementi iniziativi delle diverse proporzioni. Imperfetta, grossolana e senza simbolo è quella Geometria, la quale pretende di esaurire sempre l'*esteso*, e di spingere tutto all'*indivisibile* ed all'*insensibile;* quasi che i nostri raziocinii e le nostre valutazioni o versassero sul nulla, o instituir si potessero nelle tenebre. Io sfido tutti i matematici dell'universo colla posizione mera dei punti e delle linee *inestese* a mostrarmi come le grandezze aritmetiche, geometricamente simboleggiate, passino per una vera affinità logica da uno stato all'altro di grandezza *continua*. Questo passaggio, senza la considerazione ed il maneggio d'una Geometria *superficiale* e di un *rapporto* concludente di grandezze estese, rimarrà sempre incognito, e quindi

il calcolo sempre tenebroso. La *quantità estesa*, io lo ripeto, la *quantità estesa* forma l'oggetto vero delle Matematiche, e però i concetti *continui* formano il primo loro elemento.

§ 89. Della incommensurabilità spuria: suo uso nelle Matematiche.

Talvolta nella geometria di valutazione in mezzo ad estremi veramente razionali (ossia con coefficienti lineari veramente commensurabili) si accoppia un'incommensurabilità *parziale*. Ma questa è in sostanza puramente *relativa*, e quasi direi *precaria;* perchè applicando il principio dell'omogeneità e dell'unità di denominazione viene agevolmente superata. La comparsa di questo fenomeno non è nè casuale, nè arbitraria; ma è soggetta a certe leggi determinate, e nasce naturalmente nel progresso paragonato della *quantità estesa discreta*. Preziosi sono questi scontri all'attento osservatore, perocchè essi fanno l'ufficio di interruzioni d'una catena elettrica, nelle quali il fuoco elettrico si mostra alla scoperta, e indica date qualità e date leggi proprie. Diffatti da questi scontri, nati nello stesso paese del *commensurabile*, si pone costantemente in chiaro che la possibilità della valutazione così detta *razionale finita* dipende intieramente dalla coincidenza dei limiti dell'*uno* misuratore, il quale dev'essere identico specialmente per valutare tanto i mezzi termini di eguaglianza e di disuguaglianza, quanto il termine concludente, come dimostrerò a suo luogo con esempii. Allorchè poi vien tolta di mezzo questa specie d'incommensurabilità mediante l'unità e l'omogeneità della denominazione, siamo condotti per mano alle vedute sinottiche, le quali ci rivelano le recondite leggi e gli intimi rapporti di affinità e di continuità fra i diversi progressi della quantità.

Questa *spuria* incommensurabilità è appunto un mezzo termine fra il *discreto* e il *continuo*, il quale, mediante un'analisi indicata, ci conduce infine a ritrovare con qual legge e con quali proporzioni accresca o decresca continuamente la *potenza* rettilinea. Essa diffatti procede passo passo, e segue con minimi coefficienti rettilinei tutte le graduazioni indotte dalla curva circolare nel tagliare le rette e nel far nascere certe potenze lineari, e quindi certe grandezze estese proporzionali fra loro, coesistenti coi rapporti della varietà, della continuità e dell'unità, sia in uno stato addensato, sia in uno stato diradato. Essa incomincia da una posizione rispettiva di eguaglianza e di rispettiva unità e varietà, e aggiunge l'*uno* continuo. Così veggiamo il passaggio proporzionale al *più* continuo; e ci avveggiamo che questo passaggio corrisponde all'ultima vibrazione della grande unità implicita, che presiede a tutto il sistema

dell'enumerazione, ossia meglio del senso differenziale, che distingue e calcola l'unità estesa. Per essa si determinano non solo i graduali incrementi tratti dalle viscere medesime del primo *uno* sostanziale, ma si determinano eziandio i medii di eguaglianza superficiale segnati dal primo movimento del centro e della curva circolare, che va diminuendo l'area compresa fra due curve, ec. ec.

§ 90. Conseguenze per fondare la possanza del calcolo iniziativo sinottico. Sperimento proposto. Tavola posometrica.

Esclusi quindi gli antilogici e tenebrosi concetti di un trascendentalismo indeterminato ed assoluto (nel quale le vere e reali leggi di *fatto naturale* della mente nostra non sono consultate), noi seguiamo le indicazioni necessarie del vero naturale algoritmo, il quale predomina e predominerà mai sempre qualunque nostra operazione di calcolo. Allora l'incommensurabilità lineare non oppone più ostacolo alla vera e competente valutazione delle grandezze continue estese; ma per lo contrario serve di ajuto ed anzi diviene mezzo termine necessario per questa valutazione. Diffatti senza questa incommensurabilità non si potrebbero rappresentare i *termini concludenti*, ossia le grandezze continue risultanti dai coefficienti razionali, ossia discreti. Qui tutto vien regolato con un metodo *unico*, ma adattato alla natura della quantità discreta e continua. Allora la Filosofia e la Matematica non solo si conciliano, ma si danno scambievolmente lume ed ajuto, e ci prestano una potenza prima sconosciuta.

Tutte queste cose si operano mediante un magistero facile, spedito, e quasi intuitivo, il quale non eccede punto la sfera del calcolo *iniziativo*, benchè i casi che maneggiate e che scegliete contengano per lo meno vere equazioni di secondo grado. Questi casi coll'algebra comune (allorchè soltanto si tratta di superare l'incommensurabilità *spuria*) non vengono sciolti che per una *triviale approssimazione*, mentrechè coll'omogeneità complessiva vengono luminosamente e di salto definiti in una maniera finita e senza residui inesauribili.

Io sembrerò forse promulgatore di sogni a tutti coloro i quali non sono iniziati nella scienza primitiva della *quantità estesa*. Prodigii matematici sono questi, dirà taluno, affatto incredibili, perchè nè veduti mai da noi, nè praticabili colla forza dell'arte che possediamo. Io perdono questa incredulità, nè esigo che venga deposta fuorchè in conseguenza di fermissime e luminosissime dimostrazioni. Tollererò quindi con pazienza la taccia di sognatore, d'illuso e d'ignorante, fino a che produca

le prove di tutto ciò che asserisco. Dico *fino a che produca tali prove*, perocchè io sono certo che alla prima comparsa loro svanirà ogni dubbio contrario. Duolmi che l'indole di questo scritto non mi permetta di soddisfare incontanente alla giusta curiosità de' miei leggitori. Io debbo compiere prima tutta la proposizione del mio soggetto, essendo questo il fine primo di questi Discorsi. Io debbo quindi astenermi da ogni discussione sopra oggetti particolari, perocchè diverrebbero digressioni enormi, condannate da quella economia che presiede ad ogni libro bene ordinato.

In aspettazione però delle prove da me promesse io invito qui ogni lettore a gettar l'occhio sulla seguente

TAVOLA POSOMETRICA.

Radici	Gnomoni	Quadrati	Radici	Gnomoni	Quadrati	Radici	Gnomoni	Quadrati	Radici	Gnomoni	Quadrati
0	0	0	50	99	2500	00	000	0000	100	199	10000
1	1	1	49	97	2401	51	101	2601	99	197	9801
2	3	4	48	95	2304	52	103	2704	98	195	9604
3	5	9	47	93	2209	53	105	2809	97	193	9409
4	7	16	46	91	2116	54	107	2916	96	191	9216
5	9	25	45	89	2025	55	109	3025	95	189	9025
6	11	36	44	87	1936	56	111	3136	94	187	8836
7	13	49	43	85	1849	57	113	3249	93	185	8649
8	15	64	42	83	1764	58	115	3364	92	183	8464
9	17	81	41	81	1681	59	117	3481	91	181	8281
10	19	100	40	79	1600	60	119	3600	90	179	8100
11	21	121	39	77	1521	61	121	3721	89	177	7921
12	23	144	38	75	1444	62	123	3844	88	175	7744
13	25	169	37	73	1369	63	125	3969	87	173	7569
14	27	196	36	71	1296	64	127	4096	86	171	7396
15	29	225	35	69	1225	65	129	4225	85	169	7225
16	31	256	34	67	1156	66	131	4356	84	167	7056
17	33	289	33	65	1089	67	133	4489	83	165	6889
18	35	324	32	63	1024	68	135	4624	82	163	6724
19	37	361	31	61	961	69	137	4761	81	161	6561
20	39	400	30	59	900	70	139	4900	80	159	6400
21	41	441	29	57	841	71	141	5041	79	157	6241
22	43	484	28	55	784	72	143	5184	78	155	6084
23	45	529	27	53	729	73	145	5329	77	153	5929
24	47	576	26	51	676	74	147	5476	76	151	5776
25	49	625				75	149	5625			

Io lo prego a fissar l'attenzione almeno sulle due prime colonne di questa tavola. Nella prima, scendendo dal primo grado fino al ventesimoquarto, voi vedete ch'essa contiene una serie naturale di radici crescenti dall'uno fino al ventiquattro. A fronte delle ventiquattro nella seconda colonna sta la 26, che va salendo fino al 50. Qui la prima colonna presenta una serie che dall'alto al basso va crescendo ad ogni grado con una radice sgranata, accresciuta sempre di un'unità; e viceversa salendo dal basso all'alto, la serie va decrescendo della stessa unità. La colonna seconda va del pari sempre crescendo d'una radice; ma ciò fa salendo dal basso in alto. Da ciò nasce, che qui abbiamo due serie finite di 24 gradi, l'una crescente e l'altra decrescente, l'una parallela all'altra. In questa posizione se da ogni quadrato della seconda colonna noi deduciamo il quadrato che le sta contro nella prima, noi troveremo una serie di differenze crescenti dal 100 al 2500, e che ogni termine di questa serie di differenze dista dall'altro di 100 unità. In questa serie di differenze voi trovate cinque perfetti quadrati aritmetici.

I.	100	radice	10
II.	400	»	20
III.	900	»	30
IV.	1600	»	40
V.	2500	»	50

Prescindiamo ora dal quinto, e fermiamoci sugli altri quattro. Scegliete quello che vi piace. Unitelo col quadrato della prima colonna che gli sta di fronte. Voi avrete due quadrati perfetti coefficienti, ed un terzo complessivo. Così, per esempio, 576 (r. 24) + 100 (r. 10) = 676 (r. 26), 441 (r. 21) + 400 (r. 20) = 841 (r. 29). Compiacetevi ora di simboleggiare geometricamente qualcheduna di queste composizioni. Figuratela secondo la costruzione pitagorica dei quadrati dell'ipotenusa e dei cateti. Per agevolare poi meglio i confronti, pigliate la metà dell'ipotenusa; e fattone raggio, descrivete un circolo. Nelle ipotenuse divise in numeri dispari voi sarete costretto a dividere l'*uno* esteso, e quindi si duplicherà l'espressione della radice, e si quadruplicherà il valore delle aree. Ciò, per fare un semplice esperimento, non importa. Il fenomeno risulta sempre lo stesso, sia che dividiate, sia che conserviate intero l'*uno* primo componente le radici suddette.

Fatta questa costruzione, esaminate le parti della vostra figura. Voi troverete che, ad onta dei cateti e dell'ipotenusa, tutti razionali, sorgerà a primo tratto l'*incommensurabilità spuria* fra i segmenti dell'ipotenusa e la mezza proporzionale che viene costituita, calando una perpendico-

lare dal vertice del triangolo rettangolo sulla sottoposta ipotenusa. Domandate a voi stesso il valore, sia lineare, sia superficiale, tanto di questi segmenti dell'ipotenusa, quanto della mezza proporzionale. Che ne avverrà? Se voi impiegate di salto l'Algebra comune, non otterrete che una triviale indefinita approssimazione; ma se applicherete il metodo della omogeneità ed unità di denominazione, la pretesa incommensurabilità sparirà, e voi otterrete i valori finiti di ogni segmento e di ogni differenza.

§ 91. Concorso del curvilineo e del rettilineo per valutare le grandezze estese, e quindi fondare il calcolo sinottico.

Fu detto di sopra, che vi possono essere due specie d'*incommensurabilità:* la prima *di contorno;* la seconda *di superficie.* Quella di contorno si può verificare tanto fra il curvilineo ed il rettilineo, quanto fra i rettilinei medesimi. Fra i rettilinei però, come fu detto, l'incommensurabilità dei lati non fa ostacolo alla competente valutazione delle superficie. Non è così fra il curvilineo ed il rettilineo. Fra la curva e la retta è così impossibile la coincidenza lineare, come è impossibile che un filo metallico fissato nelle sue estremità, e teso come una corda sonora, venendo tagliato, possano le sue parti toccarsi fuorchè in linea retta. Alzando od abbassando queste parti di un solo punto, per toccare la curva di cui formano la corda, amendue non si potranno mai vicendevolmente toccare. La curva quindi non può essere mai rappresentata con due soli punti, ma per lo meno con tre. Il minimo dunque della curva inchiude tre relazioni, mentre che la retta ne inchiude essenzialmente una sola.

L'*uno* esteso e finito esige per lo meno tre limiti rettilinei, ossia per chiudere qualunque spazio si esigono per lo meno tre linee rette. L'*uno* esteso adunque finito, ridotto a' suoi minimi termini possibili di contorno, sarà necessariamente un *esteso* o triangolare o circolare. Seguendo le analogie, e rammentando ciò che abbiamo detto nel paragrafo antecedente rapporto all'espressione estesa delle linee rette, potremo conchiudere che al perfetto quadrato rettilineo corrisponde il circolo, ed al quadrilungo corrisponde l'elisse.

L'area circolare adunque si può figurare come *unità* curvilinea continua ed univoca; l'area elittica per lo contrario si può figurare come *pluralità* estesa curvilinea. Così simbolicamente la linea retta unica non può essere che *segno* associato di unità o quadrata o circolare, assumendo questa linea o come lato del primo, o come diametro del secondo.

Ciò premesso, domando se l'incommensurabilità curvilinea, e primariamente la circolare, possa formare ostacolo alla Geometria di valutazione. Io prego ad esaminar bene i termini della quistione. Altro è dire che fra la curva e la retta sia impossibile ogni *coincidenza metrico-lineare*, ed altro è il dire che questa impossibilità di coincidenza possa servire di ostacolo alle valutazioni superficiali. Parimente altro è domandare se si possa stabilire il *valore superficiale* dell'area del circolo, ed altro è il dire se quest'area o il giro della periferia possa servire di ostacolo alle valutazioni superficiali *rettilinee* determinate dal giro o dal taglio della curva circolare. Sarà sempre vero che il concetto della curva circolare non è identico a quello della linea retta, e viceversa. Sarà pur vero essere impossibile una coincidenza metrica fra queste due specie di linee. Io dunque non sarò così pazzo da voler misurare le parti dell'una colle parti dell'altra, e pretendere di trovarne il ragguaglio. Ciò involge un assurdo, perchè si suppone una possibilità di coincidenza, e quindi una identità fondamentale che non esiste. Ma, malgrado questa diversità essenziale nella forma dei contorni, niuno vede l'impossibilità di determinare le superficie dei veri o spurii quadrati fabbricati sulle *rette* determinate dal giro della curva circolare, senza per altro esaurire mai la diversità fra questa curva e la retta. Così, per esempio, alzando dal diametro diviso in tante parti alcune perpendicolari alla periferia, io posso ottenere rapporti certi fra le diverse grandezze dei quadrati fabbricati su queste rette. Si dirà perciò che io possa ritrovare la quadratura del circolo? Ciò sarebbe ridicolo ed assurdo. Ma dall'altra parte poi non si potrà negare che io possa ritrovare la superficie dei veri quadrati geometrici e aritmetici, che si possono fabbricare sulle diverse rette variamente limitate dal giro di questa curva, in conseguenza della divisione da me fatta del diametro sottoposto. Ognuno vede diffatti che qui la curva non segna che due estremità della linea retta, la quale non cangia per la diversità dello stromento che taglia o limita, ma viene variamente limitata per la distanza solamente fra i due punti che formano l'estremità della linea medesima. La curva circolare pertanto nella Geometria di valutazione si deve considerare come uno stromento variamente limitante la lunghezza delle linee rette; ma con tal legge però, che le diverse dimensioni da lei indotte stiano fra di loro con determinati rapporti, soltanto proprii di una grande *unità*, la quale viene rappresentata appunto dal raggio del circolo stesso che percorre gradatamente i punti diversi che formano l'estremità delle ordinate e delle ascisse. Ora considerata la cosa sotto di questo punto di vista, e meditando tutti i fenomeni che nascono dalle

rispettive costruzioni, lungi che nell' andamento circolare e nella rispettiva incommensurabilità curvilinea si possa trovare un ostacolo alla Geometria di valutazione ed alla teoria del calcolo unificativo, vi si trova all'opposto tutta la *virtù logica* necessaria alla valutazione ed alla unificazione. Tutto considerato, noi siamo condotti alla conclusione, che nell'*incommensurabile* sta racchiusa la *vera unità metrica rispettiva*, non posta dall'arbitrio dell'uomo, ma determinata dalla natura stessa del soggetto analizzato. Talvolta questa unità metrica della natura coincide con quella che fu posta da noi; e ciò accade appunto scorrendo gl'intervalli fra le radici quadranti. Ma il passaggio e l'unione logica dei coefficienti a formare una sola grandezza appartiene così all'*unità* non *materiale*, ma all'*intellettuale*, che sembra potersi solamente rappresentare dal simbolo della curva circolare, e non da quello della linea retta. L'*associazione* logica dell'*identità* e della *diversità*, la quale costituisce l'essenza di ogni *mezzo termine*, si effettua appunto associando l'azione della curva circolare coll'azione della linea retta. Questo è così vero, che se per un'ipotesi impossibile si potesse ritrovare la così detta *quadratura del circolo*, la figura rettilinea che ne sorgerebbe non potrebbe giammai prestare gli ufficii logici che la curva circolare presta e prestar può alla Geometria di valutazione. Questa non segue la materiale dimensione della superficie racchiusa in un dato spazio, ma bensì la *ragione* intellettuale e logica delle diverse grandezze accoppiate insieme, ed associate ad una mentale unità sistematica, nella quale lo spirito umano adempie la legge fondamentale di ogni raziocinio. Infinitamente dunque più estesi ed importanti sono i servigi di questa Geometria di valutazione (la quale sa giovarsi dell'*incommensurabilità* medesima), che i vantaggi o i servigi che ritrar si potrebbero dalla impraticabile quadratura del circolo. Io prego a por mente a questa osservazione, la quale versa propriamente sull'ultimo fondo delle leggi del nostro spirito nel paragonare, giudicare e comporre le diverse grandezze estese.

Diffatti per virtù di questo simbolo noi possiamo cogliere i tratti caratteristici del principio dell'omogeneità applicato con un'identica denominazione, tradotta e trasformata dappoi in conseguenza dei rapporti necessarii che ne emergono. Guardiamoci dal confondere l'*unità del principio* colla *uniformità delle maniere*. L'uniformità di maniera non può convenire che a grandezze identiche logicamente; l'unità del principio deriva, per lo contrario, dall'unità e dall'identità della mente che istituisce il calcolo, e che nel far ciò è necessitata a sentire i rapporti *concorrenti* ed i *concludenti* dei proprii concetti. L'applicazione del principio

dee variare a seconda dell'oggetto. Così lo sguardo corporale varia di movimento o di mezzi, secondo l'aspetto degli oggetti ch'egli ama di esaminare; ma la legge ottica è una.

Se diffatti trattar dovete le famiglie delle grandezze continue e delle discrete, delle linearmente commensurabili e delle incommensurabili, la vostra ragione vi annunzia *ipso facto*, che deve occorrere qualche diversità nel metodo della valutazione, per ciò stesso che gli oggetti presentano qualità tanto contrarie. L'*assoluta* o *perfetta identità di maniere* pertanto non solamente riescirebbe sospetta, ma costituirebbe almeno una fortissima presunzione di falsità e d'incompetenza. L'esperienza verrebbe indi in soccorso di questa presunzione, e vi accerterebbe che non vi siete ingannato.

Ora tornando al proposito dei veri e plenarii mezzi termini di valutazione, si può stabilire la massima: che se il principio dell'*omogeneità* e dell'*unità essenziale* dei metodi di valutazione deve predominare nel calcolo, debbesi nell'atto stesso soggiungere che quest'omogeneità variar deve secondo la *reale* natura degli enti valutati; e però che l'omogeneità importa bensì *unità*, ma non *uniformità* perfetta, la quale anzi violerebbe il principio stesso dell'omogeneità. L'omogeneità è appunto tale, perchè segue la natura delle cose. L'unità poi *essenziale*, e non *modale*, verificar si deve atteso appunto l'identità e la diversità che si accoppiano nella quantità estesa.

§ 92. Dell'unificazione magistrale: in che possa e debba consistere.

Tutte queste osservazioni riguardano il *merito intrinseco* del calcolo, la potenza del quale risulta appunto dall'*attitudine* sua a somministrarci le valutazioni che bramiamo. Io sono ben lontano dal pretendere di aver dimostrato in che consista e da che derivi la plenaria possanza del calcolo iniziativo che ci occupa. Converrebbe stendere un lungo Trattato per rendere palesi gli elementi di questa possanza, e corredarlo con esempii. Si ritenga dunque ciò che ne ho detto come una mera *proposta* e come un primo *presentimento*, per indicare in generale qual'idea formar ci dobbiamo, e dove dobbiamo volgere le nostre disquisizioni per fondare la possanza di questo calcolo. Passo ora ad una fondamentale ispezione, risguardante la maniera di procedere nello stabilire le prime teorie della *valutazione*.

A questa maniera si riferiscono le tre condizioni seguenti. Per esse la teoria della *valutazione* dev'essere: 1.° *prefinita* nella sua *tendenza*; 2.° *obbligata* nel suo *maneggio*; 3.° *omogenea* nelle sue *conclusioni*.

Quando dico che deve essere *prefinita* nelle sue tendenze, io intendo che si debbano escludere tutti i tentativi *arbitrarii* e *casuali*, e però che ogni passo debba essere *indicato* dalle nozioni ritratte dallo studio precedente già compiuto nella parte ostensiva della scienza (ved. § 55). In esso appunto ci vengono rivelate tanto le affezioni e le leggi della *quantità estesa*, quanto le esigenze della nostra mente nel meditare questa quantità. Colla cautela di stabilire la teoria della *valutazione* in vista d'indicazioni preparate e preconosciute, si dà finalmente nesso, vita e possanza alla intiera logica della *quantità estesa*. Per questo mezzo si empie quella fatale lacuna, la quale oggidì è frapposta fra la Geometria e l'Aritmetica; per questo mezzo si connette strettamente l'una coll'altra, per farle servire amendue allo studio della natura ed al perfezionamento delle arti. Così l'Algebra, figlia della Geometria, rammentando dopo molto viaggio, e dopo molte gesta impotenti, di avere una madre, volge indietro lo sguardo e i passi suoi, e va a porgere la mano a colei che da tanto tempo fu abbandonata sulla strada; e da essa implora lume ed ajuto per poter camminare senza traviamenti e con buon successo nel paese specialmente degli *incommensurabili*, e indi servire ai bisogni dell'umanità. La Geometria, io lo ripeto, la Geometria dee fondare la vera e piena teoria della *valutazione;* e deve farlo in una maniera certa, facile, breve, ed a mano a mano preindicata dai simboli stessi della quantità. Convien dunque compiere lo studio della Geometria, per compiere la teoria fondamentale delle *valutazioni* dell'*esteso.* Questo complemento importa di fare uno studio speciale di un ramo che io appellerei GEOMETRIA DI VALUTAZIONE, del quale la teoria delle *proporzioni* ci offre già molte preparazioni importantissime.

Quando io scorro i libri di geometri abilissimi; quando ad un'aurea facilità e limpida chiarezza veggo accoppiata una buona scelta (locchè specialmente ammiro negli scrittori francesi), io esclamo: Qual peccato che così belli ingegni siensi contentati di darci soltanto una vecchia materia, o non l'abbiano aumentata che di qualche particella! Ad essi era nota pur troppo l'insufficienza e la difficoltà degli algoritmi usitati. E perchè mai non si sono occupati ad indagarne la cagione ed a suggerirne il rimedio? E perchè mai non si sono presa la briga d'interrogare la natura e di ascoltarne i primi suggerimenti? Essi avrebbero scoperto con quanta munificenza questa buona madre soglia premiare i figli che la consultano con raccoglimento, e ne seguono fedelmente le indicazioni. Lume, facilità, certezza, possanza razionale, e indi fisica e morale, sono i benefizii che la natura largamente comparte a' suoi ingenui cultori. Te-

nebre, difficoltà, incertezza, impotenza, sono i mali che afflissero, affliggono e affliggeranno sempre tutti coloro che o per ignoranza o per orgoglio si scostarono, si scostano e si scosteranno dalle tracce segnate dalla natura. Così anche nel mondo intellettuale regna un ordine eterno, munito d'irrefragabile sanzione; così coll'irrogare le pene suddette la natura retrospinge i traviati entro l'orbita del grand'ordine col quale regge l'umanità; così col castigo stesso ci fa sentire la sua provvidenza, e ci conduce e sospinge a quella perfezione a cui essa ci destinò.

Ho detto che la Geometria di valutazione ha una intima connessione con quella delle proporzioni. Ora soggiungo, che la Geometria di valutazione non è nè può essere altro, che LA TEORIA STESSA GRADUALE DELLE PROPORZIONI, RACCOLTA DA TUTTI I RAPPORTI DELL'UNITÀ COMPLESSIVA, ESTESA E MANEGGIATA COL PRINCIPIO DELL'OMOGENEITÀ. In questa teoria io distinguo due grandi parti. La prima contiene le condizioni *assolute;* la seconda le condizioni *relative*. Ciò che io dico del *tutto* verificar si deve in ogni *parte*, e però anche nella soluzione di qualunque particolare problema. Se la cosa non fosse così, non sarebbe più vero che la data legge generale presieda ai procedimenti del calcolo; perocchè essa in tanto è generale, in quanto regge e predomina in tutti i casi particolari. Io offrirò a suo luogo un esempio d'una soluzione fatta con questo procedimento preindicato, al lume del quale si potranno instituire esperienze di questa Geometria di valutazione. Ora mi conviene far avvertire ad una *particolarità* di questa Geometria, alla quale non so se i moderni abbiano posta bastante attenzione; e questa è la SUDDIVISIONE *indicata* delle prime radici naturali dei quadrati posti in serie continua (1). Lo scomparto di questa serie fu fatto (in conseguenza d'una naturale indicazione) in tante colonne, ognuna delle quali contiene ventiquattro termini, facendo in modo che il ventesimoquinto serva di anello e di connessione per unire una colonna coll'altra. Queste colonne, considerate come una via percorsa, presentano l'idea di altrettanti *stadii* della unità elementare; perocchè si può figurare che l'*uno* primo metrico progredisca successivamente per una data strada retta, e a mano a mano si vada con identiche ripetizioni discrete ampliando ad ogni passo con certe leggi tanto assolute quanto relative. Una palla che rotola giù per un erto pendío coperto di neve, come farebbe una ruota sempre girante sopra uno stesso asse, e che a mano a mano ravvolga una striscia di

---

(1) Veggasi la tavola I. In questa tavola viene esposta soltanto l'*espressione numerica* tanto lineare quanto superficiale.

neve della larghezza eguale al proprio diametro; una grossa, ma assai flessibile tela, o carta o pasta d'una data grossezza, la quale si figuri incominciare ad avvolgersi con un nocciuolo di diametro eguale alla sua grossezza, fa sorgere in fine un rotolo, la di cui base vi presenta un rotondo fatto a lumaca, ossia diviso in una spirale cui potete, quando vi piace, chiudere in un solo circolo. La grossezza della pagina ravvolta, considerata nella sola sua superficie, vi presenta una lista minima superficiale, la larghezza quadrata della quale (ossia il quadrato della cui testa) si può assumere come unità prima superficiale. Estraete quest'*uno* metrico quadrato, e servitevene come di elemento fondamentale primo. Noi vedremo con quali rapporti naturalmente indicati si faccia la *suddivisione* ricercata di questo elemento, a quali usi poi serva questa suddivisione nella soluzione dei problemi competenti. Io mi riserbo di presentare le osservazioni convenienti sulla costruzione e sui rapporti sì di *fatto* che di *ragione* di questa tavola, tanto per la dimensione lineare, quanto per le valutazioni superficiali; e di porre in evidenza lo scambio antilogico che viene praticato dal più dei calcolatori, specialmente della linea colla lista, e di far avvertire ai risultati tenebrosi e mortali che indi ne derivano.

Proseguiamo. Esaminando, per esempio, la prima colonna o stadio di questa serie ad oggetto di ottenere una *suddivisione indicata* delle radici, ossia meglio dell'*uno* elementare esteso (che dapprima si presenta compatto nella sua forma e ne' suoi passi), io non trovo che il solo termine decimo, il quale mi offra una naturale e non artificiale indicazione di questa suddivisione. Potrei certamente nel decimoterzo e nel diciassettesimo conseguire suddivisioni indicate, e ciò col duplicare la radice, sia colla divisione, sia coll'addizione; ma questo tentativo sarebbe arbitrario e prematuro, nè mi presenterebbe gli altri rapporti naturali di *valutazione* che concorrono nel quadrato decimale. Unico pertanto in questo primo stadio riesce questo quadrato, atto a soddisfare alle *condizioni* imposte al mio procedimento. Dopo di lui viene il ventesimo. Convien dunque arrestarsi al simbolo di questo termine, ed in ogni sua parte esaminarlo. Qui non conviene perder nulla, perchè ogni indicazione contiene rapporti importantissimi per tutte le valutazioni consecutive. Qui sta propriamente la *luce prima* del calcolo iniziativo specialmente combinato, perchè qui prima di tutto si palesa lo stato degli estremi massimi vitali entro l'unità, come fu sopra spiegato. Qui sorgono i primi rapporti palesi della *composizione continua* di due ragioni, l'una doppia dell'altra, e della coincidenza in una stessa persona. Qui si palesa e da qui si

deduce il MEDIO limite fra i limiti di *unificazione* (diversi da quelli di semplice *esclusione*) risguardanti la ragione fondamentale del *simplo* e *duplo* raccolti nel concetto unificato del *triplo*, e riportati alla legge, e sottoposti all'impero primo ed ultimo dell'IMPLICITO, del quale abbiamo di sopra ragionato (ved. § 73). Da ciò sorge una nuova specie di *calcolo trilogico*, l'unico proprio dell'unità estesa, e concorde alle leggi fondamentali e perpetue dell'umana intelligenza. Qui si nasconde eziandio un MEDIATORE MASSIMO RAZIONALE per comporre ed unire grandezze di natura diversa complessa, come si vedrà a suo luogo. Il calcolo del quale parlo, per essere indicato, deve soddisfare alle condizioni *assolute* e *relative*. Si deve incominciare dall'esame delle *assolute* per fondare i dati della competente valutazione, e passare indi alla costruzione di MOVIMENTO, per dedurne poi le suddivisioni dell'*uno* metrico prima assunto. Con ciò sempre proceder dovrà l'insegnamento primitivo delle Matematiche. A chi ama il ben tenebroso ed il ben difficile queste cure sembreranno vere fanciullaggini; ma il fatto sta, che questi signori coi loro $x + y + z$ si trovano talvolta bene imbarazzati, ed anzi del tutto incapaci a sciogliere questioni che vengono agevolissimamente sciolte con queste fanciullaggini. Sprezzato quindi, come fa il giudizioso viandante, il garrire di queste cicale, o, a dir meglio, di questi automi calcolatori, io proseguirò fermo nella mia carriera.

§ 93. Come riguardare ed usare si debba dell'implicito.

Nel mio secondo Discorso ho fatto presentire che la *legge* (la quale nel Calcolo sublime assoggetta gl'incommensurabili ad un dato algoritmo) si deve far certamente sentire fino dai primordii delle valutazioni dell'*esteso*. Il Calcolo sublime, riguardato nel suo complesso, deve essere eziandio calcolo di *unificazione*, senza di che egli mancherebbe della sua parte migliore, ed anzi essenziale. In questo calcolo la possanza dell'*implicito* si fa sentire gagliardamente, sia per differenziare, sia per palesare le leggi di una serie, sia per segnare certi periodi. L'*implicito* quindi è decisivo, sia come mezzo di *valutazione*, sia come mezzo di *limitazione*, sia come mezzo di *conclusione*, ec. Egli, non ravvisato nella sua lucida origine, viene sfigurato sotto l'assurda denominazione ora d'*infinitamente piccolo*, ora di *zero relativo*, ora di *quantità sprezzabile* e *da eliminarsi*, ec. ec. Nell'Algebra stessa quest'*implicito* dà causa alle radici *immaginarie*, e confonde sotto una stessa legge artificiale le valutazioni del *commensurabile* e dell'*incommensurabile*, ossia del *discreto enumerato* e del *continuo*. In tutti questi concepimenti havvi

certamente un fondo nascosto pieno di verità. Lo sconcio pertanto risulta dalla cattiva maniera di esprimersi; e questa cattiva maniera di dire nasce dalla confusa maniera di concepire. La confusa maniera poi di concepire deriva dal non salire alla cognizione delle leggi primitive e fondamentali di puro *fatto*, che reggono imperiosamente la nostra intelligenza nelle valutazioni della quantità estesa. Questa cognizione primitiva non si può acquistare fuorchè con ESPERIMENTI *variati*, *reiterati* e *certi*, i quali facciano sortire alla nostra vista le leggi recondite ed indeclinabili della nostra intelligenza nel concepire, paragonare e combinare le quantità estese. Quella ponderazione, quell'industria, quella pertinacia, quella sagacità che viene impiegata intorno l'elettricità, il magnetismo, la Chimica, per far parlare, dirò così, la recondita natura fisica, si deve pure impiegare per far parlare il recondito uomo interiore. Ora esercitata a dovere l'arte di osservare cogli sperimenti convenienti, e rilevate le particolarità tutte, emerge appunto anche una quantità *implicita mentale*, la quale non appartiene propriamente agli estesi rettilinei impostati, ma interviene sempre nei concetti dei così detti *incommensurabili* per compiere la vera e logica unificazione. Questa scoperta è un *fatto primitivo* semplice, e dirò quasi intuitivo, col quale si rettificano tutte le cattive maniere di dire adottate dai matematici, e nell'atto stesso si dà ragione dell'esattezza dei loro calcoli, e del fondo di verità ravvolto sotto le cattive loro locuzioni.

L'*implicito* si ravvisa propriamente da' suoi EFFETTI a guisa delle forze esistenti in natura, e non già per la sua forma, come ho già avvertito di sopra (ved. § 73). Volendo nell'unificazione *magistrale* impiegarlo a dovere, conviene necessariamente conoscerne le *leggi naturali*, non altrimenti che per dar corso ad un'acqua, o per dirigere una corrente elettrica, è necessario di conoscere e di rispettare le leggi naturali di questi fluidi. Ora si domanda per quale maniera si possono manifestare a noi le leggi naturali di questo *implicito*. Ogni matematico filosofo mi risponderà che tali leggi ci verranno rese manifeste mediante le *funzioni naturali* della quantità estesa, come le leggi della natura vivente vengono rese manifeste dai fenomeni che accadono o che emergono da sagaci esperimenti. Determinato questo *mezzo*, che cosa dunque ci resta a fare per iscoprire almeno le prime leggi naturali che bramiamo? Ognuno mi risponderà, che converrà incominciare da uno sviluppamento in *serie*, proseguire indi coll'analisi sì assoluta che comparativa indicata dai termini di questa serie, e ciò sì per le grandezze discrete che per le continue, e finir indi coll'indicazione dei risultati che ne emergeranno.

Qui io non posso presentare questo lavoro. Ciò non ostante in via di primo presentimento io invito il lettore a gettar nuovamente l'occhio sulla tavola posometrica qui annessa. Dopo un breve esame, limitato soltanto ai fenomeni presentati dalle due prime colonne, si avvedrà che allorquando noi vogliamo contemplare le cose *sinotticamente*, ci si presenta una segreta funzione precisamente inversa di quella che esplicitamente abbiamo eseguita. Noi infatti, incominciando dall'*uno*, avevamo per una positiva *apposizione* fatte crescere radici e fabbricati quadrati. Ma considerando bene le cose, noi ci avveggiamo di avere invece praticata una DIVISIONE d'una grande unità nascosta, e ciò tanto per tutto il corpo dell'unità, quanto pei gradi di distanza fra l'uno e l'altro termine. Più ancora: troviamo che ciò che ne fa specchio nell'ultima evoluzione, nella quale si effettua l'*eguaglianza*, e si finisce assolutamente il primo periodo, ciò, dico, che ci fa specchio, non è il zero segnato di fronte al termine di 50, ma bensì una quantità nascosta, la quale ci dà per differenza lo stesso quadrato di 50.

Nè qui dir si potrebbe che la costruzione di questa tavola sia *arbitraria;* ma all'opposto confessar si deve ella essere *indicata*. Mirate prima di tutto le ventiquattro desinenze scritte dei quadrati perfetti. Esse si variano solo fino al grado di 24, e appuntino si ripetono identicamente all'infinito; talchè leggendo voi materialmente qualunque numero espresso con tre cifre o più, e non incontrando qualcheduna delle dette 24 desinenze, siete certo ch'egli non è un quadrato aritmetico. Paragonate in secondo luogo ogni quadrato di ciascuna colonna col quadrato di quella che gli sta contro a sinistra. Voi vedrete che fra la prima e la seconda la differenza ad ogni grado cresce costantemente di 100; fra la seconda e la terza cresce di 200; fra la terza e la quarta cresce di 300, ec. ec. Tutto ciò si fa con tal legge, che giunti al fine di ogni colonna vi avvedete che il periodo è così compiuto, che non potete far valere l'analogia, e proseguire in via di differenza a far nascere il quadrato che naturalmente vien dopo, nemmeno duplicando o rispettivamente triplicando i termini indicati. Il primo periodo è il più pieno; ed in questo non si possono eccedere che i primi cinque quadrati naturali.

Qui taluno mi potrebbe ricordare che noi abbiamo cinque dita in una sola mano; che siamo dotati di cinque sensi distinti; che noi colla mente o coll'occhio possiamo ad un solo tratto al più cogliere un complesso di cinque idee, come avvertì anche Carlo Bonnet; e che, oltre a questo segno, siamo costretti a contare. Queste indicazioni però non presentano che una congettura di *analogia* per ispiegare la legge indicata

dalla tavola. Ci basti il fatto per farci avvertire che havvi nello sviluppamento dei concetti nostri posometrici una legge segreta, la quale si manifesta nello sviluppamento *paragonato* della quantità.

Ma vestendo i concetti aritmetici con forme estese, e congegnandoli in modo che la ragion nostra abbia sotto la mano i termini assoluti e i termini relativi convenienti per eseguire l'unificazione giusta le condizioni pienamente logiche già accennate, che cosa ne dovrà seguire? Egli ne seguirà, che la mente umana dovrà conciliare le ragioni proporzionali intellettuali colle spoglie, colle forme e colle condizioni irrefragabili dell'*esteso*. Volendo quindi trattare congiuntamente due o più proporzioni con una forma di eguaglianza *incompatibile* all'indole logica di esse, dovrà nascere nei prodotti un *più* ed un *meno* rispettivo, il quale, lungi dal riprovare l'esattezza del calcolo, anzi lo giustificherà, e ci potrà servire di passaggio e di mezzo termine a comunicare la forma logica complessiva alle assunte grandezze. Allora ci verrà fatto palese l'*elemento rispettivo* di continuità; allora vedremo come coll'identità si concilii la varietà, come la disuguaglianza vitale si congiunga colla eguaglianza elementare; allora vedremo come le parti stiano insieme, e tutte concorrano a stabilire un *tutto* unico, individuo, pieno di concordia, di forza e di bellezza, ec. ec.

Nulla è qui l'industria, come è nullo l'umano arbitrio. Tutto è indicato espressamente e determinato imperiosamente dall'andamento stesso della natura, la quale corona l'opera di colui che seppe interrogarla, e volle docilmente seguirne i dettami. Io sarò come Dio, dice in suo cuore il trascendentalista; ma egli non s'avvede, che invece di occupare il trono della luce e della possanza, si asside su quello delle tenebre e dell'impotenza. Egli non s'avvede che legge di *oscurantismo* è quella ch'egli dètta seguendo l'orgogliosa pretesa di possedere un assoluto negato ad ogni mortale. Egli non travede il pericolo che il genio delle tenebre, al quale egli serve, possa essere debellato dalla luce possente e dalla spada acuta della sentita e parlata ragione.

Bastino questi cenni per segnare almeno in via di prima proposta le tracce generali dell'unificazione *magistrale* domandata. Qui non si trattava che del semplice *magistero* del calcolo sinottico, atteggiato in conseguenza delle leggi necessarie della unificazione sostanziale. L'esecuzione positiva di questo magistero darà, a suo tempo, lume, e presterà la prova e la sanzione a questa proposta.

§ 94. Dell'unificazione morale delle Matematiche.

Quando il calcolo di unificazione venga fondato, dimostrato, e fino dai primordii della disciplina esercitato, che cosa avvenir deve nelle Matematiche? Ognuno lo prevede agevolmente, dopo le cose accennate nel § 83. Lume, possanza, unità, semplicità, facilità in tutta la scienza, saranno le conseguenze di questo genere di calcolo. Allora si andranno a fondere in uno stesso complesso tutte le scoperte fatte sin qui; allora tutte le opinioni vere si daranno mano, e le erronee stesse si spoglieranno di quella larva o di quei difetti che le viziavano. Quel di vero che contenevano apparirà sotto il genuino suo aspetto, e contribuirà ad accrescere il tesoro delle utili verità.

Di questo tesoro han diritto gli apprendenti di approfittarsi, ed è dovere dei precettori di comunicarlo, per quanto si può, genuino, splendido, completo. Ciò fare non si può con una esposizione la quale manchi di unità; e quest'unità mancherà sempre fino a tanto che le nostre ricerche saranno, dirò così, diramate, come veggiamo nelle Opere dei matematici. Convien dunque almeno riunirle ed unificarle, riducendo le cognizioni alle cose fondamentali, e di una vera e solida utilità.

Ma per eseguire come conviene questa intrapresa convien possedere l'*anatomia* e la *fisiologia*, dirò così, *matematica*, la quale a' nostri giorni pare negletta, o non forma almeno che l'occupazione segreta di qualche dilettante. Allora si potrà dire che *la scienza esiste colle sue intiere radici;* allora si potrà comunicare ad altri con queste *intiere radici*. Quando queste *radici* non sono intere, ma troncate o imperfette, la scienza non può mai produrre il frutto del quale sarebbe capace.

L'istruzione elementare, la quale vien data dopo che la scienza è cresciuta, non è legittima se non soddisfa a due ufficii ad un solo tratto. Il primo è quello di seguire i passi naturali dell'invenzione; il secondo di dirigere questi passi nel modo più facile, più breve, e più proficuo allo scopo proposto. Ma ciò non è fattibile, se non si possiede la scienza con tutte le sue *radici intiere*, e se non si padroneggiano le relazioni che le singole parti hanno col *tutto*. Ora che cosa richiedesi per questo? Si ricerca l'*unificazione sistematica e particolareggiata* del corpo intiero della scienza che voi comunicate spicciolatamente.

E qui si apre l'adito di parlare d'un'altra specie di *unificazione*, la quale propriamente appartiene a tutto il corpo dell'istruzione primitiva. Qualunque istruzione deve avere una certa unità logica e morale più o meno ampia; ma la Matematica deve averla in grado particolare, e supe-

riore alle altre tutte. Ora esaminando i nostri metodi, pare che siasi studiato di privarnela, malgrado l'instanza contraria della natura.

Questo modo di procedere porta la conseguenza, che la Matematica, la quale dovrebbe formare il modello dell'arte di pensare e di esporre, non ne offre che squarci imperfetti. Snodare gli organi intellettuali, come la ginnastica suol fare delle membra esterne; comunicare alla mente vigore, agilità, disinvoltura; avvezzare lo spirito a quell'esame finito, a quella deduzione filata, a quelle spinte estese, a quei concetti lucidi, a quelle recapitolazioni congegnate, dalle quali risulta un *tutto* sistematico, e procurare così allo spirito umano quel vigore e quell'agilità, pei quali possa regnare ed esser utile nell'orbe scientifico; ecco in che dovrebbe consistere lo *scopo morale* dello studio delle Matematiche. Rimarrà certamente agli apprendenti ancora a far molto; imperocchè colla Matematica non s'impara nemmeno a conoscere la figura d'una foglia di un albero, ed essa non forma che un bastone per camminare; ma ciò che rimane riuscirà meno penoso, perchè l'esame sarà quasi di puro fatto. Ma quest'esame non potrà riuscir bene che coll'arte di osservare e di dedurre, già prima appresa ed esercitata nelle Matematiche. Che cosa accade invece coi metodi attuali? Con essi s'avvezza lo spirito a pigliare le idee, dirò così, *ex abrupto*, a connetterle tali e quali si presentano, ed a proceder oltre ad occhi chiusi; talchè se questa maniera diviene abituale, si trova in fine di avere avvezzato lo spirito a creare, senza accorgersi, anche dei mostri scientifici. Io potrei recare qui molti esempii tratti dalle Opere di celebri matematici allorchè si applicarono a trattare soggetti estranei alla loro professione principale.

Così le Matematiche, invece di tendere allo scopo morale al quale dovrebbero essere dirette, vanno contro del medesimo; così, invece di giovare agli studii ulteriori, o nuocono, o non fanno nulla. E perchè ciò? Per mancanza di quel *vero* e *compiuto metodo* del quale io parlo. Mi si dirà che le Matematiche, atteso la natura delle idee di cui fanno uso, non importano nè ricerche precedenti di fatto, nè analisi rispettive della natura degli oggetti da esaminarsi. Ed io rispondo: che se il bisogno di verificar fatti e di analizzare preventivamente le parti degli oggetti non si verifica nelle Matematiche come nelle altre scienze, ciò non ostante questo esame è necessario sotto un altro aspetto.

Col porre le idee sole acquistate dal senso comune, e col connetterle, si può forse formare un matematico? Le proprietà e le affezioni delle diverse figure geometriche, le cognazioni e le filiazioni degli enti matematici, le rispettive trasformazioni, e il tuono, dirò così, che impri-

mono, sono forse cose suggerite dal senso comune? Ora se da una parte queste sono qualità di *fatto* degli enti matematici, e se dall'altra non sono suggerite dal senso comune, esse debbono essere scoperte, riferite e comprovate prima di esercitare il calcolo. Col nudo senso del *più*, del *meno* o dell'*eguale* non si determina nulla in particolare. Le teorie più sublimi non sono, o almeno non debbono essere, fuorchè l'espressione comune di questi particolari. Ora questi particolari hanno, o no, un'indole recondita che determina le leggi del calcolo? Dunque è necessario di esplorare quest'indole, prima di dar mano al calcolo.

Questi non sono arcani, ma cose note a tutti coloro che si esercitarono con accorgimento negli studii matematici. Anzi oso dire che, tutto esaminato, si trova che i diversi oggetti matematici formano, dirò così, una sola grande famiglia tanto congiunta, dipendente e collegata, che non si possono ben determinare le qualità di *fatto* degli individui diversi, se non si sale ad un tronco comune, e non si abbraccia la sfera della grande unità che tutte le collega. Per questo motivo pertanto lo studio preventivo di *puro fatto* degli enti matematici diviene vasto, importante, decisivo al pari di quello dei fatti naturali.

Nè la cosa può essere diversamente; imperocchè in sostanza la parte di *fatto* matematica non è che un ramo della Psicologia o Ideologia, ossia meglio della cognizione delle *leggi di fatto* dello spirito umano risguardanti i concetti della quantità. Posto ciò, ne viene che se queste leggi di *fatto* non sono notorie, esse abbisogneranno d'essere scoperte e comprovate prima di far uso delle medesime. *Calcolare* è la conseguenza di questa scoperta. È dunque un errore il dire che la *posizione* degli enti matematici non esiga alcun esame precedente. Certamente per chi vuole esercitare una pura curiosità, o procedere a caso, non v'è bisogno di questo previo esame; ma per chi vuole conoscere ed agire con cognizione di causa, ed operare con effetto pieno e durevole, questo esame è indispensabile: esso forma anzi la *prima parte* della grande unificazione sistematica delle diverse parti di questa scienza. Il far bene questo esame costituisce l'*arte d'osservare* gli oggetti matematici; arte la quale ha i suoi artifizii al pari dell'arte di osservare le cose naturali.

DISCORSO IV.

Considerazioni generali sul metodo dell' insegnamento.

§ 95. Della scelta degli oggetti dell' istruzione primitiva matematica in mira allo scopo morale e sociale di lei. Distinzione dell' oggetto logico dal materiale.

Facile, sensibile e manifesto dev' essere il primo insegnamento delle Matematiche, nè esigere altra preparazione, che quella di saper sommare, sottrarre, moltiplicare e dividere. Ma quali ne debbono essere gli oggetti? d'onde noi dobbiamo incominciare? come dobbiamo procedere? Ecco le prime quistioni che si presentano. Gli oggetti, sui quali io credo che esercitar si debba l'attenzione degli apprendenti, parmi ch'esser debbano quelli che sono più finitimi collo stato dell'apprendente, e racchiudono la radice di tutta la dottrina. Le imagini delle superficie tratte dai solidi, in diverse guise limitate, contornate, divise o unite, formano l'*oggetto materiale* di questa prima dottrina. L'*oggetto* poi *scientifico* consiste nella *cognizione* delle qualità e degli effetti per noi interessanti, che queste superficie possono offrire.

La distinzione dell'*oggetto materiale* dall'*oggetto scientifico* è forse più necessaria alla Matematica, che a qualunque altro ramo dello scibile. Negli altri rami gli oggetti materiali presentano certi caratteri apparenti, distintivi e limitanti, pei quali un osservatore si trova costretto a concretare le sue ricerche entro una data sfera. Nelle Matematiche, per lo contrario, tutto a prima giunta comparisce così uniforme e così identico, che pare che l' osservatore o non possa aver tracce per camminare diritto ad una data meta, o che sia libero a lui di dirigere a beneplacito i passi suoi. L'aspetto primo delle Matematiche si può rassomigliare o ad un vasto deserto o ad un oceano sterminato, nel quale un viaggiatore senza bussola o erra smarrito, o può camminare da qualunque parte a lui piaccia. Ma se è vero che la Matematica, al pari di qualunque scienza, ha e deve avere per ultimo scopo l'interessante; sarà pur vero che anch'essa abbisognerà d'una traccia precedente e di sussidii concomitanti per agire con profitto, malgrado l'apparente uniformità del suo soggetto.

Ora il primo mezzo consiste appunto nel distinguere l'*oggetto materiale* dall'*oggetto logico* della scienza.

L'*oggetto materiale* consiste in una data idea, tal quale ci viene presentata dalla natura. L'*oggetto logico* poi consiste nella data qualità, relazione, stato od offetto che noi bramiamo di conoscere. Diffatti lo scopo della scienza consiste nel conoscere con verità, come quello dell'arte consiste nell'operare con un effetto inteso. Ciò posto, ne viene che l'*oggetto*, dirò così, materiale della scienza non si può confondere coll'*oggetto logico* voluto da lei. Nello stesso *oggetto materiale* esistono e possono esistere centinaja di *oggetti logici*, ed esistervi in uno stato particolare unito e continuo. Nell'*oggetto logico*, per lo contrario, non entrano che quelle idee, sia assolute, sia relative, le quali si riferiscono alla fatta ricerca. In breve, l'*oggetto materiale* è tanto distinto dall'*oggetto logico*, quanto le cose sono distinte dal *verbo interiore* che sta in noi.

Ho detto che lo stesso *oggetto materiale* può presentare più *oggetti logici*, ossia somministrare moltiplici *oggetti di ricerca*. Ciò è di una notorietà che non ammette discussione. Così una montagna può formare oggetto di Geologia, di Ottica, di Mineralogia, d'Idrostatica, di Botanica, ec. Ciò che dicesi d'una montagna si verifica più o meno in qualunque cosa materiale che ci cade sott'occhio. Noi stessi al nostro cospetto formiamo il soggetto di molte e molte scienze diverse, e però racchiudiamo molti e molti *oggetti logici* nello stesso punto.

Io presento un libro a Pietro, ed egli mi domanda di quale *materia* tratti; lo presento a Paolo, e mi domanda quale ne sia l'*argomento*; lo presento a Giovanni, e mi domanda quale ne sia il *soggetto*. Tutti e tre pare che mi abbiano domandato la stessa cosa; ma il primo ha usato il nome di *materia*, il secondo quello di *argomento*, il terzo quello di *soggetto*. Più ampia pare l'interrogazione di Pietro, perchè la stessa materia può offrire argomenti diversi di discorso. Ogni ramo particolare di una scienza versa su di una data *materia comune*; ma ogni ramo della medesima può esser preso come tema o argomento di un discorso. Parimente ogni oggetto particolare può formare argomento di un discorso particolare. Dunque sulla stessa materia si possono formare argomenti diversi, ossia proporre temi diversi, e tessere tante trattazioni distinte. Dunque la somma degli oggetti logici di una data scienza, ossia degli argomenti di ricerca o di discorso, forma propriamente quella che dicesi *materia* di una scienza. Ma questo concetto, annesso al nome di *materia* di un discorso nostro, è diverso dall'*oggetto* propriamente *materiale*. Quella è propriamente la ricerca o il tema proposto; questo consiste nella

idea tal quale ci viene presentata dalla natura. Esso forma, dirò così, il *fatto;* la materia, per lo contrario, forma l'*oggetto* di ricerca su di questo fatto.

Gli oggetti delle nostre scienze debbono essere *interessanti.* Dunque non tutti gli *oggetti logici*, che possono offrire un dato *oggetto materiale*, debbono essere ammessi a far parte dello *scibile interessante*, ma debbono essere prescelti soltanto quelli che servono a procacciare un *bene* o ad allontanare un *male.* Dunque gli altri oggetti discernibili, e che si possono abbracciare in un dato corpo di nozioni, non possono entrare nel vero corpo della scienza interessante. Dunque se essi possono pascolare la curiosità di un ozioso, non debbono far perdere un tempo prezioso all'istruzione.

Prima che l'arte sia illuminata, l'uomo erra senza guida, e però si occupa, anche non volendo, di questi oggetti secondarii di curiosità; ma dopo che è giunto a ritrovare il cammino più breve, egli dee riguardarli come oggetti di lusso, e non di accessorio soccorso.

§ 96. Entro quali confini versar debba la detta istruzione.

Tutto questo appartiene alla *scelta.* Passiamo all'*ampiezza* ed ai *limiti* della scienza. — Ciò che sfugge al nostro discernimento e ciò che eccede la nostra comprensione è sottratto al nostro dominio intellettuale; ma le cose esistenti in uno stato particolare, unito e continuo, racchiudono anche molte cose indiscernibili, ed eccedenti la nostra comprensione. Dunque tutte le particolarità degli *oggetti materiali* delle scienze non possono diventare *oggetti logici* delle medesime. Dunque al di là di certi *limiti* rimarrà sempre un margine indefinito, il quale se può provocare la nostra curiosità, respingerà sempre ogni nostro tentativo. Insormontabili sono dunque le barriere dello scibile, e quindi vani riescono gli sforzi nostri per sorpassarle. Dunque quando incominciano le vere tenebre dell'indiscernibile, l'istruzione deve arrestarsi, e non vendere come dogmi i sospetti e le congetture sul paese coperto di caligine. So che all'orgoglio o alla curiosità umana duole questa moderazione; ma so del pari che nell' economia della natura e della vita essa giova oltremodo.

§ 97. Con qual ordine ne debbano essere presentati gli oggetti logici.
Taccia a Bacone ed agli Enciclopedisti francesi.

Ogni scienza consiste veramente nella *specie* e nel *complesso* degli *oggetti logici* che concorrono a soddisfare alla nostra ricerca. Dunque

la specie, la dimensione, la collocazione ec. nel mappamondo dello scibile di ogni scienza saranno necessariamente costituite, prodotte e dipendenti dalla specie e dalla PROCEDENZA LOGICA di questi oggetti, e non dalla qualità, sia delle nostre *facoltà*, sia degli *oggetti materiali*. Strana dunque e incompetente fu la divisione delle scienze e delle arti proposta da Bacone, e seguita dagli Enciclopedisti francesi. Quanto alle scienze, essi le riferirono alla memoria, all'imaginazione e alla ragione; e quanto alle arti, alla qualità della materia lavorata. Ma con questa divisione non si serve nè alla verità, nè alla utilità. Non alla verità, perchè invece di esprimere i caratteri dai quali la scienza viene costituita, e pei quali essa si distingue da ogni altra; invece di presentare quella tessitura per la quale si vegga procedere da un'antecedente, e connettersi con una susseguente e con altre collaterali, si fa comparire la pretesa *potenza* alla quale piacque di riferirla. E qui si offende ancora la verità per un altro lato; imperocchè in tutte le scienze concorrono indivisibilmente la memoria, l'imaginazione e la ragione; talchè il prodotto appartiene bensì solidalmente a tutto l'animo umano, ma non si può esclusivamente attribuire ad alcuna delle tre ricordate facoltà.

Non si serve poi all'*utilità;* imperocchè se l' utilità di una divisione scientifica risulta dal poter conoscere come una parte stia con un' altra, e quindi come tutte formino un solo complesso per poterle esaminare con frutto; egli è manifesto che colla divisione di Bacone e degli Enciclopedisti quest' utile è intieramente perduto. Voi commettete ad un anatomico di presentarvi il disegno delle parti interne di un corpo animale. Che fa egli? Le cose che si veggono ad occhio nudo le pone in massa da una parte, ed in alto dipinge un occhio nudo che riceve i raggi di tutte. Dall' altro canto pone le parti che non si possono vedere che col microscopio, e in alto dipinge un altro occhio dietro un cannocchiale, e che riceve i raggi di tutte. Che direste voi di questa maniera? E questa è la massima fondamentale della divisione scientifica di Bacone e degli Enciclopedisti francesi.

Un albero enciclopedico deve rassomigliare ad una carta geografica, nella quale si veggano gli aspetti naturali dei paesi e la rispettiva loro ubicazione. E però, a parlar propriamente, quest' albero non può essere contenuto in un solo prospetto. L' albero generale, a guisa di mappamondo, non dovrebbe presentare che le grandi membrature, dirò così, dello scibile. A questo succeder dovrebbero poi altrettante carte particolari, quanti sono i grandi rami segnati nel mappamondo. In queste carte particolari si dovrebbero vedere tratteggiate le grande divisioni pro-

prie della data scienza coi confini delle scienze colle quali essa ha un'immediata relazione. E quando la scienza fosse assai estesa, si dovrebbero soggiungere altre carte particolari.

In tal guisa avremmo un *atlante enciclopedico* infinitamente utile e pei precettori e per gli studiosi. Ma colla norma di Bacone e degli Enciclopedisti francesi questo lavoro è impossibile. Se nella esecuzione è piaciuto loro di distinguere qualche ramo, ciò è avvenuto perchè la divisione fondamentale sta nel loro albero come un' insegna di osteria. Del rimanente, seguendo l'indole delle tre facoltà dell' animo nostro, tutto dovrebbe stare in un fascio.

§ 98. Della scienza e dell'arte. Legge suprema a cui soggiacciono.

In atto pratico tutto procede in un senso così concreto, unito e continuo, che la distinzione stessa della *scienza* dall' *arte* diviene, per dir così, più intellettuale che reale. Quando si tratta di conoscere qualche cosa con verità, ha luogo la *scienza;* quando si tratta di produrre qualche effetto prima inteso, ha luogo l'*arte*. Ma per conoscere con verità bisogna fare qualche cosa che produca la cognizione del *vero*, ed allontani quella del *falso*. Ecco l' arte; e quest' arte è la *logica*, sia naturale, sia artificiale. Parimente quando si tratta di produrre un effetto inteso convien conoscere i mezzi opportuni, e distinguerli dagli inopportuni. Ed ecco la scienza che serve all' arte. Dunque nella sfera del dominio umano, nel quale si vuole ottenere un qualche scopo, l'arte e la scienza costituiscono in realtà una sola *potenza*, nè si distinguono che dall' *effetto* ch' esse producono e si proposero. Si propose egli l'uomo di conoscere con verità? ecco la scienza. Si propose egli di produrre effettivamente qualche altra cosa? ecco l'arte. La scienza dunque diviene per questo modo figlia dell' arte, nell' atto stesso che l' arte è figlia della scienza.

In che dunque si risolve la cosa? Che la scienza primitiva è senz' arte. Essa è opera della natura, e non dell'umana industria; essa è atteggiata, divisa, sospinta dalla natura, e non dai decreti particolari dell' uomo. La scienza dunque primitiva è figlia dell' arte, dirò così, della natura; come l'arte dell'uomo è figlia della scienza derivata dalla natura. L'arte umana, col ritornar sulla natura, la fa servire agl' intenti suoi; vale a dire, l' uomo col conoscere tanto la *potenza* propria, quanto le *forze* da lui disponibili della natura, e che possono da lui esser mosse secondo la sfera della sua potenza, fa servire queste forze alle sue intenzioni e a' suoi bisogni, e nell'atto stesso egli si sottrae fino ad un certo

punto dall'impero, dirò così, d'una cieca fortuna. Allora si separa l'impero della *fortuna* da quello dell'*arte;* allora l'impero dell'*arte* gradualmente si allarga alla massima sua ampiezza, e quello della *fortuna* si restringe, quanto a noi, entro i suoi minimi limiti. Questo non è opera nè di un solo uomo, nè di un solo secolo, ma delle società intiere e di più generazioni collocate in circostanze più o meno felici. Così l'uomo diventa rispetto alla natura tanto più libero, quanto più diventa potente. Egli poi diventa tanto più potente, quanto più conosce la *relazione* delle sue forze con quelle della natura, e il *modo* di farle servire a sè stesso.

Dopo queste conquiste però, le quali a noi sembrano magnifiche, e dopo lo stabilimento dell'impero umano, quello della natura e della fortuna (per nostra buona sorte) rimane ancora immenso e prepotente, nell'atto che quello dell'uomo rimane più o meno circoscritto e sempre pedissequo.

Dunque la massima *latitudine* del dominio umano rispetto alla natura risulterà sempre dalla massima *somma* dei casi ne' quali alla umana potenza sarà fattibile di far servire le forze della natura a grado dell'uomo. Ma questo servigio non potrà mai riuscire o proficuo o durevole, se si pretende di contrariare il corso supremo di lei. Dunque l'uomo non potrà veramente far servire la natura a sè stesso che secondandola. Durevole quindi e feconda non riescirà l'opera dell'uomo, se non quando verrà raccomandato, dirò così, alla catena del fato che lega e trae ogni cosa. Ciò che accade nel mondo fisico, accade pure nel morale e nel politico; e perciò si suol dire che uno stato violento non può essere durevole e perpetuo.

Ciò che dicesi del *violento* dir pure si deve dello *slegato*, del *debole*, del *saltuario*, dell'*inopportuno*, appunto perchè la legge della conservazione, della riproduzione e della vita universale esige le condizioni dell'*unità*, della *continuità* e della *connessione* non solamente colla forza centrale della natura, ma coll'andamento vario e progressivo di lei. Per la qual cosa l'opera dell'uomo, per essere veramente utile, deve rassomigliare a quella della natura. E se pel corso dei secoli e per una potenza accresciuta egli può camminare per vie più brevi, egli ciò nonostante non può dispensarsi dall'imitare sempre il modello della natura. Anzi a proporzione ch'egli cresce in lumi ed in potenza si trova più in grado di conoscere la corrente, dirò così, del fatto, ed evitare quegli scogli dei quali una cieca fortuna o non lo rende accorto, o non gli dà il mezzo di evitare lo scontro.

Ecco la legge suprema alla quale sono sottoposte tutte le opere sì dell'ingegno che della mano dell'uomo particolare e delle società. Tutto

serve a questa legge; talchè non v'è distinzione fra le opere fisiche e le morali, fra le interiori e le esteriori, fra quelle della mente e quelle della mano, fra quelle dell'uomo singolare e quelle delle intiere popolazioni. Le scienze sono manifatture mentali, le quali vanno soggette alla stessa legge. La morale e la politica sono da un lato una specie di meccanica, e dall'altro lato una specie di coltura.

§ 99. Conseguenze pel metodo dell' insegnamento. Sua triplice opportunità.

Restringendoci quindi alle operazioni scientifiche, ne viene che in qualunque ramo delle medesime si dovrà ubbidire alla legge sovra espressa, sotto pena almeno di veder frustrata l'opera nostra. Per la qual cosa anche nello studio e nell'insegnamento delle Matematiche siamo costretti a servire alla detta legge. I buoni metodi pertanto altro in sostanza non saranno, che l'espressione e l'applicazione particolare ed intiera di questa legge. Dico anche *intiera;* perocchè tutto l'uomo interviene in ogni sua opera, e v'interviene in un *certo tempo*, in un *certo luogo*, e con *date circostanze.* Niente esiste in un senso generale, isolato o interrotto; ma tutto esiste in un senso particolare, connesso e continuo. Per la qual cosa quei metodi i quali non si conformeranno a tutto il complesso di questo stato reale, riesciranno sempre o imperfetti o frustranei. Dunque ogni metodo dovrà essere *opportuno*, oltre di essere *dimostrativo* della data scienza od arte.

So essere impossibile di dare regole perfette per tutte le circostanze concrete; ma so del pari che la natura umana ha le sue leggi consuete, sulle quali si può statuire, lasciando al discernimento di chi deve applicare le regole il supplirvi onde ottenere la loro proficua ed opportuna esecuzione. Se dunque fra le leggi e le regole e la loro esecuzione passa sempre una certa distanza, questa distanza non riguarda la bontà e l'opportunità generica delle medesime, ma quel solo tratto e quella sola differenza che passa fra lo stato comune e consueto, e lo stato singolare e circostanziato.

Opportuno, io dissi, dev' essere ogni metodo, oltre di essere dimostrativo della data dottrina. Quest' opportunità deve essere ad un tempo stesso logica, morale e fisica. L'*opportunità logica* esige che le nozioni non siano premature e saltuarie, ma siano l'una dopo l'altra comunicate giusta quella filiazione e quel progresso col quale stanno nell' albero genealogico dello scibile. L'*opportunità morale* esige ch'esse siano date in modo da piantarsi e rimanere nella mente degli apprendenti in una maniera chiara, durevole, e confacente alla loro destinazione. L'*opportu-*

nità fisica finalmente consiste nell'essere proporzionata al grado d'intelligenza portato dallo stato necessario dell'età e dello sviluppamento delle umane facoltà. Senza il concorso simultaneo di queste tre opportunità ogni metodo è frustraneo, violento, e talvolta anche nocivo.

Per mala nostra sorte l'*opportunità* è appunto ciò che manca quasi da per tutto ai nostri metodi attuali; talchè io non so se fosse meglio commettere l'istruzione al caso, che all'opera di precettori destinati. Ciò che è di fatto si è, che gli uomini distinti si sono formati da sè stessi, e le poche guide delle scuole non servirono loro che di occasione per conoscere i titoli delle scienze e le opere degli scrittori.

Tutte le annoverate condizioni sono indispensabili a qualunque ramo d'istruzione, e però necessarie anche agli studii matematici. La sola *giunta* dunque risulterà dai caratteri speciali e distinti di questa scienza. Ma questa *giunta* ad altro non deve servire, che ad effettuare queste condizioni, ed appunto per rendere pratica e concreta l'effezione di queste condizioni. Questa *giunta* dev'essere tratta dall'indole propria delle cognizioni matematiche, riportata alla natura ed alle circostanze degli apprendenti. Ciò posto, avendo sott'occhio il primo stadio di quest'istruzione, dobbiamo necessariamente considerare il *punto* da cui partiamo, la *meta* alla quale vogliamo giungere, e la *capacità* ed i *bisogni* della mente dello studioso. 1.° Il punto da cui partiamo; perchè non v'ha niente di peggio che la istruzione saltuaria, e non raccomandata ad un addentellato precedente. 2.° La meta alla quale vogliamo giungere; perchè senza di ciò la nostra fatica sarebbe gettata. 3.° Finalmente la capacità e i bisogni della mente dello studioso; perchè senza di ciò si seminerebbe in un terreno non preparato.

§ 100. Dell' imitazione degli antichissimi coltivatori delle Matematiche.

Per soddisfare ad un solo tratto a tutte queste condizioni parmi che l'unico partito sia quello di amministrare questa primitiva istruzione, seguendo le mosse degli antichissimi coltivatori di lei. Quando io propongo di imitare gli antichissimi coltivatori delle scienze matematiche, non intendo di frapporne quei ritardi e quei traviamenti che sono inseparabili da tutte le prime scoperte umane; ma che debbasi ricalcare la strada da loro tenuta colla carta, dirò così, alla mano, e con passi successivi nella direzione più retta e più compendiosa. Il punto adunque della partenza e dell' arrivo debbono essere i medesimi; identici debbono essere i punti di passaggio; identico finalmente il frutto immediato che se ne ritrae, benchè di maggior valore.

Dunque tutta la difficoltà si riduce a sapere quale sia lo *spirito* di questo metodo antichissimo; perocchè si tratta d'imitare questo solo *spirito* coi sussidii che abbiamo, e con precedente cognizione di causa. Questo *spirito* non è difficile a scoprirsi, perocchè si tratta appunto dei primi passi.

A questa mia proposta qualcuno obbietterà che io voglio ridurre il mondo matematico alla prima infanzia, e quindi alla primitiva cecità. Ma quest' obbiezione è senza fondamento. Pretendo io forse di togliere le cognizioni che abbiamo, o non piuttosto di aumentarle? Pretendo io forse di abolire i metodi ulteriori sublimi, o non piuttosto di prepararvi meglio gli apprendenti? Ciò posto, io vi domando: l'uomo d'oggidì è forse di una pasta diversa dall'uomo antico? le leggi naturali ed insormontabili dello spirito di lui sono forse cangiate? nasce egli colla scienza infusa, o non piuttosto ignorante come l'antico? dall'altra parte poi non è egli vero che i lumi utili, che successivamente furono prodotti, nacquero per una necessaria e naturale filiazione, e non dall'arbitrio umano? Ma se questa filiazione è cosa della natura, non tanto per la sua essenza quanto per la sua origine; dunque nell' istruzione primitiva matematica converrà seguire questa filiazione, sotto pena di cadere o nel violento o nello slegato, nel saltuario, nell' inopportuno, e quindi nell'imperfetto, nello sterile e nell' impotente.

Le scienze matematiche costituiscono una parte dello scibile umano: esse dunque vanno necessariamente soggette alle leggi comuni a tutto lo scibile, e vengono colpite con una eguale sanzione. L' *io* che studia le Matematiche è quello stesso *io* che studia la Fisica, la Morale, la Politica, ec. Come la varietà degli oggetti esterni non fa cangiar l'occhio dell' osservatore e le leggi dell' Ottica, così l'indole delle Matematiche non può far cangiare le leggi della *ragione generale*. Per la qual cosa ciò che è comune a tutto lo scibile appropriar si deve necessariamente anche alle Matematiche; colla riserva di soggiunger poi le altre particolarità speciali, e richieste dall' indole della scienza.

Queste condizioni comuni sono proprie di tutti i tempi e di tutti i luoghi, e per conseguenza non possono essere o violate od ommesse a nostro arbitrio. Per la qual cosa se un tal metodo fu giusto e proficuo per gli antichi, deve pur esserlo anche per noi. Nelle cose di *ragione intellettuale* non occorrono le vicende delle altre parti del mondo delle nazioni.

L' unico vantaggio che abbiamo sopra i nostri antenati si è quello di poter dare in pochi mesi od anni ciò che ha costato molti secoli di

ricerche mille volte inutili, e poche volte utili. Così colui che trovasi in un porto di mare, al quale approdano navi da tutte le parti del mondo, sceglie senza pena ed in brevissimo tempo le produzioni dei diversi paesi, per trasportare le quali furono corsi molti pericoli, impiegato molto tempo, fatte molte spese, smarrito talvolta il cammino, subíto molte fatiche, ec. ec. Ma questo vantaggio, che abbiamo, non è nel particolare ignorante, ma fuori di lui. Egli è un deposito affidato in seno alla società, erede delle generazioni passate. Quindi per farne partecipi i successori in modo da ricavarne frutto, ed aumentare l'eredità dei loro maggiori, si ricercano appunto i buoni metodi. Ma questi metodi in sostanza riduconsi ad un solo: poichè d'una sola maniera siamo fatti noi, e lo spirito nostro è soggetto a date leggi naturali, e non a date altre.

Per la qual cosa l'aver ereditato un ricco patrimonio non ci dispensa dal sapere come vada amministrato ed aumentato. Quindi l'economia dell'insegnamento dev'essere tanto più perfetta, quanto più le ricchezze nostre sono accresciute. Ma la perfezione di questa economia non si otterrà mai se non a proporzione che imiteremo con piena cognizione ed accorgimento il primo periodo della invenzione. Fu detto che gli estremi si toccano senza confondersi: ecco ciò che osservar dobbiamo nelle opere nostre. I primi passi furono fatti alla cieca, ma furono giusti. Ripetiamoli con piena cognizione, e facciamo che siano graduali ed opportuni, e saranno più rapidi e più utili.

Con questo consiglio io non intendo che svolgere dobbiamo le pagine della storia positiva delle Matematiche, e trarne indi modelli d'imitazione. Io proporrei una sciocchezza, ed una sciocchezza d'impossibile esecuzione. Le origini matematiche si perdono nella caligine di un'indefinita antichità, della quale non abbiamo monumenti. Dall'altra parte si tratta di valerci dei prodotti dell'invenzione, per trapiantare le cognizioni acquistate nei tardi posteri che vengono al mondo. Quando propongo d'imitare gli antichissimi coltivatori, io intendo d'impiegare una frase ch'esprima lo spirito filosofico, e non la forma positiva del metodo da me creduto necessario.

§ 101. Processo logico della parte dimostrativa. Sue funzioni eminenti.

Tutto l'affare adunque si riduce ad eseguire le condizioni indispensabili prescritteci dalla natura ad apprendere con verità e con profitto. Fin qui ho accennate le condizioni eminenti di questo metodo. Ho distinto lo *scopo logico* dallo *scopo morale*, e la *parte dimostrativa* dalla *parte interessante*. Ora mi conviene dire in particolare qualche cosa

della parte dimostrativa della istruzione matematica, perchè essa è quella che somministra l'*oggetto proprio* che si pretende di conseguire. Le altre condizioni non riguardano che la *maniera migliore* di trasmetterlo e di assicurarlo.

La parte dimostrativa, della quale intendo parlare, non riguarda la *forma* minuta ed esteriore, colla quale si scioglie un problema o si dimostra un teorema; ma bensì il *complesso* delle funzioni logiche, colle quali si acquista la scienza. Tutto il *processo logico* pertanto forma per ora l'argomento del mio discorso. Questo processo intiero si è quello che io comprendo col nome di *parte dimostrativa dell' insegnamento*. Le parti di questo processo sono le stesse in Matematica, come in qualunque altra disciplina. Io mi restringo qui alla parte *eminente*, perocchè gli artificii pratici sono una conseguenza dei dettami della medesima.

Distinguere, *connettere*, *esprimere*, sono le funzioni simultanee ed inseparabili di qualunque invenzione ed istruzione possibile umana. Esse sono indispensabili alla limitata nostra comprensione, perocchè ad un solo tratto non possiamo ben cogliere colla mente se non quanto cape una nostra mano. Queste successive funzioni non sono necessarie all' Intelligenza suprema; come non sono necessarie quelle forme simboliche che denominiamo *idee generali*, le quali realmente non sono che *monogrammi* per ajutare la limitata nostra comprensione.

Distinguere, *connettere*, *esprimere* nella maniera la più facile, la più breve, e la più proficua all' intento che ci siamo proposto, forma il *merito* dei buoni metodi sì d'invenzione che d' istruzione. L'effetto primo ed intrinseco, il più segnalato di essi, si è quello di ridurre le idee ai minimi loro termini. Con ciò intendo dinotare quell' operazione, per la quale si estraggono e s'incorporano i concetti, e si rannodano a pochi centri di richiamo, per mezzo dei quali tutte le idee principali, risguardanti quel tal soggetto logico, vengono ad un tratto risvegliate. Da ciò nasce quello che dicesi *colpo d' occhio*, il quale forma il merito eminente dell' ingegno; e quando coglie gli estremi più lontani e li unisce, costituisce il *genio*.

§ 102. Della funzione di distinguere. Attitudine dei diversi cervelli.

Il *distinguere* si può prendere in due sensi: il primo come *puro fatto*, ed il secondo come *operazione logica*. Il *distinguere*, considerato come puro fatto, altro non significa che quell' atto mentale, per il quale facciamo sortire le idee differenti componenti i nostri concetti. Questo risalto puramente mentale deriva dall' esercizio della nostra *at-*

tentività, ossia dell' attività dell' animo nostro, il quale nelle masse delle percezioni, sia interne, sia esterne (le quali a prima giunta si presentano confuse, uniformi, incorporate), si sforza di discernere, sia le parti che le compongono, sia i limiti che le separano, sia le relazioni che le connettono, e cose simili. Fino a che non figurate uno scopo a questo esercizio, egli rimane un' operazione di *puro fatto;* ma tosto che voi volete con questo esercizio scoprire la verità, la operazione di *distinguere* esige d'essere fiancheggiata da quelle funzioni, senza le quali sarebbe impossibile di conseguire la cognizione del vero. Posto questo scopo, conviene avvertire che altro è il *distinguere*, ed altro è il *disgiungere.* La prima operazione altro non importa, che di avvicinare l'occhio o adoperare una lente, per vedere in una maniera distinta e propria ciò che veggiamo in confuso. Il *disgiungere*, per lo contrario, importa il segregare un oggetto, e costituirne una cosa avente o un' esistenza propria, o un'attività isolata. In ambi i casi interviene un nostro giudizio. Nel primo si attribuisce un' essenza ed esistenza puramente logica, propria all' oggetto; nel secondo se lo considera spogliato da ogni relazione o di causa o di effetto o di concorso; in breve, se lo riguarda come dissociato.

È più che noto, che non tutti gli oggetti logicamente *distinti* possono essere realmente *esistenti;* e che non tutti gli oggetti realmente *esistenti* sono effettivamente *disgiunti.* Eppure un rozzo istinto ha tratto e trae ancora alcuni pensatori a confondere questi concetti. La famosa setta dei Nominalisti, combattuta e fin condannata dalla Sorbona, mostra quanto grossa e illusa (benchè astrattissima e meglio sfumatissima) fosse la filosofia dominante di quel secolo. Le produzioni poi moderne di alcuni cervelli lenti e grossi ci somministrano le prove attuali. Per *ben distinguere* e per *ben disgiungere* ricercansi gli occhi e le ali dell'aquila, e non gli occhi e le gambe della talpa. I cervelli grossi e lenti non potranno mai e poi mai nè ben cogliere le differenze, nè bene abbracciare il complesso degli oggetti logici. Dunque il loro ufficio nel mondo scientifico è quello di occuparsi di que' lavori che si fanno coll'arco della schiena, e non col cervello. Quando, violando la loro vocazione, si vogliono ingerire in ufficii superiori, e dal portar sassi e calcina vogliono passare a far da architetti, le loro produzioni sono moli informi, slegate, rovinose, oltre d'essere meschine, goffe, e senza splendore. Voi diffatti non ravvisate che brani staccati di concetti compatti. Voi vedete che colle loro pretese astrazioni non iscompongono le idee, ma le pigliano pei capelli, e le palpano al di fuori, limitandosi quasi sempre o al davanti, o al di dietro, o al fianco, e mai abbracciando il tutto della cosa.

Da ciò deve nascere, come nasce diffatti, che niun osservatore si trova d'accordo coll'altro; e quindi, se egli ha seguaci, si formano tante scuole, le quali si combattono a vicenda, e sono tutte orbi che giuocano alle bastonate. Fino a che essi si limitano all'anfiteatro dell'idealismo puro, essi non presentano che uno spettacolo ridicolo; ma allorchè invadono le scienze e le discipline interessanti, il loro procedere diventa intollerabile non solamente per le mostruosità che partoriscono, ma per la boria colla quale deprimono e rigettano le cose veramente eccellenti non configurate alla loro maniera. Al *ben distinguere* e al *ben disgiungere* ostano pure i cervelli vivaci, sottili, ma puerili, i quali pigliano i concetti a volo di uccello. La vivacità, la varietà e la disinvoltura abbagliano, ma non creano opere che reggano al crociuolo d'un pieno e solido esame. Anch'eglino hanno il loro orgoglio; ma è più scusabile e più tollerabile di quello dei primi. Diffatti se consideriamo le loro produzioni, esse non hanno l'aria goffa e pesante, ovvero stentata e strana dei primi: essi a fianco di un concetto pieno non pongono un'appiccicatura, nè dopo di un pensiero nobile soggiungono una trivialità. Leggendo le loro Opere non vi sembra di camminare sopra una grossa ghiaja, ma sopra un terreno sebben disuguale, ciò nonostante agevole, spedito, e circondato di amenità. Il loro orgoglio poi è più tollerabile; perocchè se essi non vi offrono le produzioni di un genio vasto, possente, profondo e solido, ciò nonostante hanno l'attitudine di sentirne almen di lontano il pregio, e di stimarlo anche col plagio. Che se poi passiamo alla sfera dell'*interessante*, essi non hanno la balorda pretesa di violentare la natura e di trattarla sul letto di Procuste, come fanno i primi; ma si piegano alle voci della medesima. E se mancano di grandi principii, almeno suppliscono colla finezza di un senso morale che nobilita e raccomanda i loro divisamenti.

Vi sono altri cervelli, i quali hanno una *profondità parziale*, ma mancano di quella *libera spiritualità*, la quale non solamente sa sollevarsi alle grandi vedute, colle quali ben si connette e ben si disgiunge, ma eziandio si spoglia da quelle illusioni, e sgombra quei fantasmi che circondano la sfera dell'uomo interiore. Di ciò fanno fede le loro produzioni, nelle quali vedete profondità e disordine, indipendenza e pregiudizii, presentimenti morali e violenza; e sogliono mancare sempre di varietà, di finezza, di amenità e di armonia. Anche questi hanno il loro orgoglio; ma esso non impedisce loro di stimare e di riconoscere il buono, quand'anche non sia fatto alla loro maniera, e di accoglierlo con istima.

Sonovi finalmente cervelli d'una tempra viva, ma riposata, armonica ed estesa, i quali presentano le cose con isplendore, finitezza, armonia e connessione, quale si ricerca per la scienza completa. Tali erano, per esempio, quelli dei Greci.

§ 103. Delle funzioni sussidiarie al ben distinguere.

Ho detto che per *ben distinguere* sono necessarie alcune funzioni sussidiarie. La prima di queste funzioni consiste nella PROPOSTA della *materia* o dell'*oggetto* della data scienza o disciplina.

Se, senza presentare un oggetto al vostro sguardo, voi non lo potete esaminare, egli sarà egualmente vero che se no'l presentate tutto, non lo potrete esaminare per intiero. Ma non esaminandolo per intiero, l'idea ultima particolareggiata, che ne risulterà, non costituirà giammai l'intiero concetto distinto della cosa. Ora mancando una parte di ciò che cercavate, voi siete realmente defraudato nel vostro intento. Esso anzi manca intieramente, perchè voi volevate il tutto, e non la parte. *Bonum ex integra causa; malum autem ex quocumque defectu.* Dunque la PROPOSTA dell'intiero soggetto ed oggetto è la prima condizione assoluta per *ben distinguere.* La proposta dell'oggetto non può dirsi logicamente *intiera* fino a che non lo presenterete co' suoi estremi. Vi sono *estremi intrinseci* ed *estremi estrinseci.* I primi costituiscono l'*unità* delle cose; i secondi ne segnano la *latitudine*, e però più propriamente meritano il nome di *limiti* o di *confini.* Questi però non sono che rispettivi alla nostra intelligenza ed ai rapporti che noi sosteniamo colla natura. Col non conoscerli si tralascia di ottenere tutto quel bene che la Provvidenza offre alla nostra potenza; col volerli trascendere si dà di cozzo contro un muro di bronzo. Ma quando si conoscono, non si pensa di oltrepassarli. Parlando della prima proposta scientifica, io non esigo altro che gli estremi *estrinseci*, perocchè gli *intrinseci* non si possono conoscere se non dopo l'esame.

Non ogni proposta scientifica si può fare colla stessa facilità. Questa facilità cresce o decresce a norma del posto che la data scienza o disciplina occupa nell' albero enciclopedico. Diffatti, inoltrandoci in esso, si trova in molte parti non solo che i risultati di più scienze antecedenti formano le *radici* d'una stessa scienza conseguente, ma eziandio che i limiti d'una data scienza sono fissati dai limiti delle altre confinanti.

§ 104. Della prima proposta filosofica. Suoi limiti, suo intento, suo spirito eminente.

La prima proposta puerile e sensibile della Matematica è fatta dalla stessa natura coll' averci dato cinque dita per mano e per piede, ed un sole ed una luna che c'illuminano. La prima proposta, per lo contrario, filosofica non può essere dettata fuorchè dalla cognizione profonda delle leggi che governano la nostra intelligenza. Queste leggi debbono essere esplorate con isperimenti certissimi e concatenati, i quali ci additino i veri limiti della scienza. La proposta data in esame agli apprendenti deve riunire l' *apparenza puerile* ed il *valor filosofico:* quella deve condurre alla scoperta di questo.

Il valor filosofico della proposta dev' essere *eminente;* io voglio dire, ch'egli deve virtualmente comprendere tutta la *sfera* dell'oggetto, in modo che l'esame, che si farà, somministri i risultati che si ricercano. Dunque la proposta apparente dovrà essere espressa in modo da abbracciare virtualmente tutta la sfera suddetta. Una buona proposta pertanto non può esser fatta da un mero erudito in una data scienza o disciplina, ma solamente da colui che conosce il valore complessivo della medesima. Quello che i Latini dicevano *vim et potestatem tenere* è così indispensabile, che niuno potrà nemmen dare il vero succo di un libro senza possedere la materia di cui egli tratta, o almeno senza avere quel colpo d' occhio il quale sappia cogliere le idee fondamentali, e radunarle in un compendio ordinato.

Considerando lo scopo vero della Matematica, essa definir si potrebbe *la logica delle quantità.* Essa è dunque un' *arte razionale.* Qui dunque la *scienza* servir deve all' *opera.* Il *calcolare* costituisce appunto quest' opera. La dimostrazione d' un teorema o la soluzione d' un problema geometrico sono un vero calcolo, perocchè ogni raziocinio, nel quale si tratti di scoprire i rapporti di qualunque quantità, è un vero calcolo.

In natura si presentano quantità *finite* e quantità *indefinite.* Quando voi pesate una cosa, voi maneggiate una quantità *indefinita;* quando all' opposto misurate una pianta, voi maneggiate una quantità *finita.* Nel primo caso, dopo avere stabilita l'oncia e il gramma, potete ancora suddividerli fino a che l' indice della bilancia non segni alcun movimento ad occhio nudo. Voi potete ancora figurare una bilancia più sensibile e un occhio armato di microscopio, che vi segni altri gradi ancora. Dall' altra parte poi l' idea della forza di gravità, alla quale attribuite il peso, non vi presenta verun limite fisso, al quale possiate riportare la di-

visione della quantità. Ciò che dicesi della forza di gravità dire pur si deve di qualunque altro concetto non circoscritto da limiti conosciuti. Per lo contrario nella misura della pianta v' ha un limite certo, oltre il quale vedete e toccate ch'essa non esiste. Qui dunque la quantità può essere *definita*, sia per voi, sia per la formica che cammina sulla pianta. Voi usate un metro più esteso di quello della formica. Ma ciò è puramente rispettivo.

Ogni idea semplice ed isolata è per sè illimitata: essa non viene circoscritta che col paragone di altre della stessa specie. Un suono non limita l'idea d'uno spazio, nè un sapore quella di un colore. Col radunare molti odori, molti sapori, molti colori, o molti suoni, non si può nè fondare nè esprimere un calcolo dimensivo. Voi potrete bensì sentire che l'uno è diverso dall'altro, o che lo stesso è più o meno gagliardo; ma non potrete misurarne due diversi, e meno paragonarne il più o meno dell'uno con quello dell'altro, per determinare l'eguaglianza o la disuguaglianza reciproca, ed ottenere i concetti logici del calcolo *dimensivo*. Quando ne esprimete molti, altro non fate che annunziare la diversità di tutti con una sola locuzione. Avrete dunque un calcolo *enumerativo*, ma non *dimensivo*.

Il calcolo *dimensivo* adunque in ultima analisi devesi all'idea dell'*estensione* derivataci dalla vista e dal tatto. Dico anche *dal tatto;* perocchè (senza entrare in disquisizioni psicologiche, e dimostrare la potenza primaria del tatto) osservo che i ciechi nati calcolano quanto i veggenti. Testimonio ne sia il cieco-nato Saunderson, il quale meritò di succedere nella cattedra di Matematica al celebre Newton.

Ma l'idea dell'*estensione*, presa vagamente, non determina ancora il calcolo *dimensivo*. Essa ricerca d'essere finita e circoscritta. L'*illimitato* può, dirò così, servir di *margine*, come il bujo spesso serve di limite ad un esteso illuminato; ma non può costituire un elemento di calcolo. Chiudete gli occhi, e poneteli contro il sole o contro una fiamma vicina. Avrete un barlume rosseggiante ed esteso, ma non definito nè circoscritto. Questo ed altri simili soggetti sono sottratti dal dominio delle Matematiche.

Hic murus aeneus esto, dice la Filosofia a qualunque uomo il quale voglia conoscere tutta la latitudine possibile dell'orbe matematico. Dico *dell'orbe matematico;* e con ciò comprendo tanto la parte contemplativa, quanto l'operativa; tanto la geometrica, quanto l'aritmetica; tanto i limiti della quantità escogitabile, quanto i limiti dell'algoritmo praticabile. « L'algoritme (dice d'Alembert nell'Enciclopedia) selon la force

» des mots signifie proprement l' art de supputer avec justesse et facili-
» té.... c'est ce qu'on appelle *logistique nombrante ou numérale.* »
L' algoritmo adunque forma in sostanza il calcolo puro aritmetico. Ora per questo calcolo esistono due principii, coi quali si fissa la massima latitudine sì del suo *oggetto*, che del suo *mezzo;* e quindi si determina la massima *sfera* possibile della sua possanza. Questi principii sono proclamati dai matematici. Col primo si prescrive che le quantità adoperate debbano essere della stessa specie; col secondo che il *nulla* e il *tutto* sono due estremità poste fuori dei numeri, e quindi fuori del regno dimensivo escogitabile. Siami qui permesso di servirmi delle parole proprie di matematici celebri, per indi procedere senza contrasto a quello che sono per dire in appresso. « L' unico mezzo di misurare una quan-
» tità (dice il celebre Paoli) è quello di riguardare come cognita e fissa
» un' altra quantità della MEDESIMA SPECIE, e determinare il rapporto di
» quella a questa (1). » Questo principio riguarda il mezzo e l' intento d' ogni possibile algoritmo. Esso presenta l' iniziativa del principio dell' omogeneità, del quale ho parlato nel § 66. Se questo principio, annunziato da Paoli, non racchiude tutte le condizioni *positive* dell' algoritmo in qualità di mezzo termine logico plenario, esso però segna gli *estremi* dell' algoritmo stesso; di modo che dir si deve impossibile, allorchè per misurare una quantità si volesse far uso di una quantità di specie diversa, o che non si potesse tradurre in una specie identica. Frustraneo poi diverrebbe l' algoritmo allorquando non servisse a determinare il rapporto domandato. Tutto questo riguarda i limiti della parte *operativa* di tutta la Matematica, sia quanto all' intento, sia quanto al mezzo, sia finalmente quanto alla potenza umana nell' occuparsi della quantità.

Passo ora ai limiti ultimi e massimi della parte *contemplativa.* Il cel. Leibnitz in una lettera scritta nel Settembre del 1716, ultimo anno della sua vita, esponendo il vero significato dei nomi, e il vero valore meramente approssimativo del suo calcolo infinitesimale, dopo d'aver dimostrato che lo zero moltiplicato per l' infinito darebbe l' unità, prosegue:
« Mais on peut dire que cela y va, et non pas qu'il y arrive; car à la
» rigueur *nihilum*, qui est l' extrémité des nombres en diminuant, de-
» vrait ainsi être divisé par *omnia*, qui est l' extrémité des nombres en
» augmentant. Mais l'*omnia* pris comme *numerus maximus* est une cho-
» se contradictoire comme *numerus minimus.* Les deux extrémités *nihil*
» et *omnia* sont hors des nombres, *extremitates exclusae non inclu-*

(1) *Elementi di Algebra.* Tomo I. pag. 1 e 2. Pisa 1794.

sae (1) » Qui, come ognun vede, si parla del numero puramente aritmetico o metafisico, e non del vero numero matematico esprimente la quantità fisica escogitabile. I limiti della Fisica coincidono con quelli qui tracciati dal Leibnitz. L'idea di quantità *estesa* sta fra le chimeriche idee del punto *inesteso* e dello spazio *infinito*. Al punto inesteso geometrico corrisponde il *nihilum* aritmetico, ed all'*omnia* aritmetico corrisponde lo spazio infinito geometrico.

Detratto così l'*esteso* illimitato, resta dunque per le Matematiche il solo *esteso* circoscritto. Questo è o commensurabile, o incommensurabile; vale a dire suscettibile di misura coincidente o non coincidente con un *dato* altro esteso finito e circoscritto, preso come termine di paragone. Ma per ciò stesso che esiste un *incommensurabile*, esiste un *indefinito* entro certi confini. Havvi dunque un indefinito *illimitato* ed un indefinito *limitato*. Il primo è sottratto totalmente dal calcolo; il secondo può andarvi soggetto. Ma, atteso la sua diversità dal *commensurabile*, il calcolo avrà alcune leggi speciali. Queste leggi proprie dell'*incommensurabile* soffrono modificazioni subalterne, a norma delle diverse specie d'*incommensurabilità*. Due specie principali d'*incommensurabilità* s'incontrano: la prima è l'*apparente*, la seconda è la *reale*. La reale poi si suddivide in *omogenea* ed *eterogenea*. L'omogenea è quella che, sottoposta al trattamento della moltiplicazione degli estremi e dei medii, vi dà un'identità perfetta fra i prodotti. L'eterogenea poi è quella che non somministra questa identità, quantunque vada soggetta a leggi certe, e conciliar si possa coll'unificazione. Senza calcolare l'indefinito *limitato* è impossibile di misurare le forze e le composizioni della natura e delle arti, e anche d'illuminare i risultati che riguardano quei soggetti limitati e finiti, i quali esistono ed agiscono in uno stato unito e continuo. Il calcolo del finito e dell'indefinito *limitato* sono adunque due parti integranti ed essenziali della stessa scienza ed arte, sia integrale, sia differenziale, sia compositiva, sia risolutiva, sia primitiva, sia secondaria. Essi non solamente sono inseparabili quanto allo *scopo*, ma eziandio quanto al *processo:* io voglio dire, che non si possono far succedere in senso diviso, ma usar si debbono alternativamente, secondo l'avvicendamento del *commensurabile* e dell'*incommensurabile*, e si debbono far concorrere in compagnia nell'*unificazione*. Per la qual cosa i due algoritmi debbono essere associati l'uno all'altro per compiere il viaggio, e debbono darsi mano per tutta la strada.

---

(1) *Opera omnia*. Tomo III. pag. 501. Genève, apud Fratres Detournes, 1768.

Che se la corta nostra potenza e intelligenza non ci permettono di por mente e di usare d'amendue ad un solo tratto, essi però si debbono far agire d'accordo quanto alle loro leggi, ed alla loro tendenza unica implicita e segreta; senza di che l'operazione è mutilata.

In conseguenza di questo è facile vedere che colla vera e piena proposta filosofica si dovrà comporre il soggetto in modo da servire al calcolo *dimensivo* enumerante, e al calcolo *dimensivo* limitante ad un solo tratto. Una legge fondamentale della nostra intelligenza ci dètta questo precetto. Ditemi di grazia: quattro odori, quattro sapori o quattro suoni possono forse, come quattro quadrati eguali, formare l'idea semplicissima di un *tutto*, simile a quella di un quadrato eguale ai quattro? Più ancora: nelle cose stesse che veggiamo, se con un solo *nome* non esprimessimo un *complesso* di unità, la numerazione nostra non sarebbe forse perduta? Dunque ciò che dà forma ai concetti aritmetici sono i concetti, dirò così, geometrici, e viceversa: ciò che determina il diverso quantitativo dei concetti geometrici sono i concetti aritmetici. Così dai concetti geometrici deriviamo la numerazione, e coi concetti aritmetici paragoniamo le dimensioni. Senza i concetti *complessivi* geometrici noi non avremmo che concetti *singolari* e isolati; senza gli aritmetici tutte le grandezze sarebbero *indefinite*. È dunque manifesto che l'una e l'altra specie di concetti si debbono far agire associati, altrimenti o non s'intende o non si ritiene nulla.

La proposta dunque filosofico-matematica dovrà non solamente servire a quest'associazione, ma eziandio renderla sensibile ed evidente. È cosa di fatto che l'albero delle Matematiche esiste, ed esiste per computare non solamente il *numero* delle esistenze, ma eziandio le *grandezze*. Dunque esiste un *germe primitivo* di quest'albero, il quale ha la proprietà originale di somministrare il calcolo. Ora questo germe può esser egli ben raffigurato e posto sotto gli occhi degli apprendenti? Se egli esiste, e se può essere raffigurato, egli dovrà dunque formare il soggetto della prima proposta della istruzione matematica. Per giungere alla scoperta di questo germe convien conoscere la tessitura naturale del corpo matematico. Questa vi somministrerà l'orditura filosofica, e quindi la vera proposta dell'istruzione. Senza di ciò voi scorrete all'impazzata un oceano immenso.

§ 105. Della forma logica della prima proposta degli oggetti. Bando della forma sintetica.

Il *distinguere* logico ha per iscopo la formazione d'idee distinte e adequate degli oggetti proposti. Queste idee, che dir si potrebbero *secondarie*, formano le ricchezze nostre intellettuali. Dunque la loro formazione costituisce una specie di manifattura dei materiali grezzi somministratici dalla natura. Questa manifattura interna ha il suo processo; la *proposta*, l'*analisi*, la *ricomposizione* ne formano le parti. La *proposta* presenta tutto il soggetto; l'*analisi* lo esamina partitamente; la *ricomposizione* lo riproduce distinto, e vestito di segni opportuni a richiamarlo come fu prodotto. Con ciò in ogni parte del regime intellettuale si eseguiscono le leggi del *tutto*.

Queste leggi sono comuni alla ricerca delle verità tanto di *osservazione*, quanto di *speculazione*. Nelle prime dobbiamo molte volte dipendere dalla fortuna; nelle seconde non dipendiamo che dalla nostra industria. Le verità tutte matematiche si debbono a questa industria; sì perchè il fondo dal quale le ricaviamo sta in noi, ed unicamente in noi; e sì perchè la semplicità degli oggetti sui quali versano ci dispensa da certe operazioni che sono richieste dalle materie che ci vengono dai sensi. Ma dall'altra parte ciò importa di leggere dentro di noi; locchè dall'uomo viene sempre fatto con ritrosía. Da ciò sorge una primitiva difficoltà, alla quale si aggiunge anche quella, che ciò che è abituale e a noi vicino passa inosservato, e non viene avvertito che per un caso.

Le idee matematiche portano seco queste difficoltà più delle altre tutte, per essere appunto tutte psicologiche ed ontologiche. Quindi se la vostra istruzione comincia con un'aria sintetica, come si suol fare, si toglie, dirò così, il discernimento logico, e si spegne il lume; e quindi si va brancolando. Oltre a ciò, in progresso avviene un positivo fallimento della scienza. Coi dettami generali voi altro non determinate, fuorchè qualità o leggi più o meno comuni, secondo il punto di vista più o meno eminente dal quale contemplate il vostro soggetto. Ma in questa prospettiva a misura che salite ad una maggiore *generalità* voi perdete in proporzione la *realità*, che sta nel concetto vero particolare connesso e continuo, sotto il quale le cose esistono in natura; talchè la *massima generalità* si risolve in una *massima nullità*. L'unico pregio che hanno queste generalità si è quello di somministrarci il filo per discendere; ma ciò non serve che per gl'intelligenti, cioè per coloro i quali gradualmente

salirono prima al vertice della piramide, e non per coloro i quali rimasero al basso, o salirono a slanci.

L'aria dunque sintetica dev' essere bandita dalla primitiva istruzione, come la più micidiale al *ben distinguere*. Quest' aria consiste appunto nel dare proposizioni, problemi e teoremi, come si suol fare, i quali tacitamente involgono concetti non prima generati, nè distinti. Quest'aria consiste ancora nel piantare lì secca secca la dimostrazione, e passare ad un' altra inaspettata.

§ 106. Della funzione di connettere. Sue condizioni.

Col *distinguere* si genera le ricchezze intellettuali, col *connettere* si cumulano, e coll' *esprimere* si assicurano e si maneggiano. Queste ricchezze sono di quattro specie; cioè buone *definizioni*, buone *divisioni*, buoni *principii*, e buone *regole*. Ciò è comune a tutte sorta di scienze e di discipline. La definizione altro non è che l' enumerazione dei caratteri essenziali d' una cosa qualunque. Essa è dunque frutto dell'esame fatto, e non principio del medesimo. Le definizioni, quando sono ben generate, sono anche ben intese e ben possedute. Ma se non si veggano, dirò così, spuntare e formarsi sotto la mano, esse non si possono insinuare nella mente nostra in modo da servire a tutti gli ufficii dello scibile.

Col *ben distinguere* si prepara il *ben connettere*. La buona connessione non si restringe solamente a collegare le idee secondo i veri loro rapporti, ma eziandio ad estendere convenientemente il legame a tutto il soggetto esaminato. Ogni buona *connessione* scientifica dunque dev'essere *naturale*, *graduata*, *completa*. Essa è *naturale*, quando è indicata e sospinta, dirò così, dalla forza stessa dei rapporti logici del soggetto: ogni altra connessione adunque è un'appiccicatura, non una connessione naturale. Deve in secondo luogo essere *graduale*. Il *saltuario* è contro natura. Ogni lacuna è un posto d' ignoranza ed una causa di errori, o almeno di frustrazione dello studio fatto. La fecondità di una scienza risulta precipuamente dal concorso delle idee relative. Ma queste esigono la presenza avvicinata di tutti i termini di paragone. Questa presenza vien tolta col progresso *saltuario*. Dunque senza la connessione graduata non si può ottenere la vera feconda ed intiera scienza. Essa finalmente non si ottiene fermandosi a mezza strada, come è per sè evidente. Dunque la catena scientifica deve abbracciare da capo a fondo il dato assunto. Con ciò la connessione diventa *completa*.

E qui si presenta una considerazione precipua e decisiva per la pos-

sanza e verità di tutta la scienza. Ditemi, di grazia: come sciogliete voi nella Matematica la più sublime ogni specie di problemi sì determinati che indeterminati, se non se prevalendovi delle leggi più o meno generali delle quantità? Ora vi domando io: d'onde traete voi la cognizione di queste leggi, se non che dai particolari, dai quali scartate ciò che hanno di proprio, per non ritenere se non ciò che hanno di comune? Perchè dite voi allora che sono generali, se non perchè le giudicate comuni a tutti i casi particolari? Ma come figurar vi potete l'esistenza e le circostanze di questi casi nella Matematica pura? Esiste forse un mondo matematico coniato dalla Causa prima, come esiste un mondo fisico fabbricato e conservato da lei? Io ho già avvertito fino dal principio, che la Matematica pura non ha niente fuori di lei che la rappresenti, e niente dentro di noi che ce la suggerisca. All'opposto il primo aspetto delle Matematiche rassomiglia ad un deserto o ad un oceano sterminato, nel quale non sappiamo da qual parte rivolgerci. Sappiamo per altro che la famiglia tutta degli enti matematici ha uno stipite solo, e che le condizioni sue sono indicate, purchè ci prendiamo la briga di esaminarla da vicino e di seguirne docilmente il filo. Col fare scavi intorno ad una ricca miniera, o col razzolare nell'arena, nella quale l'acqua porta piccoli frammenti di minerale, voi certamente ricaverete sempre qualche cosa. Ma queste minuzie non compensano le spese e le fatiche che voi impiegate. Egli è vero essere cosa più comoda razzolare che aprire una galleria; ma è vero del pari, che accidentale è la scoperta nel razzolare, e sterilissima la fatica, e gettato il tempo. Se a dirittura vi foste impossessato del filone, le vostre ricerche non sarebbero state casuali, e le vostre cure sarebbero state largamente ricompensate.

Coi metodi attuali voi razzolate per l'arena, e svolgete casualmente il terreno finitimo alla miniera della scienza; e però con un'arte lunga, con una vita breve e con un'improba fatica raccogliete qualche frammento della vera ed utile disciplina.

Ora se il vostro esame fosse stato *indicato*, *graduale* e *pieno*, egli è certo che avreste ottenuto due cose ad un solo tratto. La prima, che non vi sareste perduto in indagini di riuscita impossibile; la seconda, che avreste raccolto netto il frutto che il vostro soggetto vi poteva prestare. Ma colla maniera interrotta e saltuaria si ottengono forse queste cose? La *pienezza* delle scienze matematiche non si potrebbe asserire che in via d'una estrinseca e vaga presunzione tratta dal gran numero de' suoi passati e presenti coltivatori. Ma questa presunzione svanisce quando uomini sommi e di buona fede trovano lacune, e confessano che

rimane ancora a fare qualche cosa. Ora il primo mezzo a togliere le lacune consiste nel processo primo e graduale di cui parlo qui.

§ 107. Della funzione di esprimere.

È cosa impossibile in tutti i soggetti, ma specialmente negli invisibili e meno usitati, il ben distinguere e ben connettere senza la conveniente *espressione*. Qui l'espressione non si restringe solamente alla *verbale*, ma abbraccia eziandio qualunque *rappresentanza* ed *associazione* ad un segnale che richiami fedelmente un dato concetto. Due sono gli ufficii dell'*espressione:* l'uno interviene nella funzione di *distinguere*, e l'altro in quella di *connettere*. In quella di *distinguere* essa lega l'idea o il concetto separato ad un segnale estrinseco. Con ciò non lo lascia più ricadere nella massa compatta dalla quale fu estratto, ma invece lo fa comparire in grembo della medesima colla sua forma distinta. Il secondo ufficio poi si è quello di prestare all'anima le redini, dirò così, per maneggiare a nostro beneplacito questi estratti; e quando ne facciamo un composto, di vestire con segni questo nuovo composto. Per la qual cosa il processo ultimo e permanente delle operazioni nostre mentali si compie colla *espressione*. La parola *mentale* è perduta, e la ragione umana è spenta senza l'*espressione*.

La Matematica poi abbisogna (come avvertii sul principio di questo scritto), almeno nei primordii dello studio, d'una duplice *espressione*, cioè della *simbolica* e della *letterale*. Senza di ciò ella non ha che larve sformate, smilze fantasime, profili spolpati, e quindi tentami imperfetti, e conati impotenti. Ciò non è tutto: la parola stessa usata costa una fatica ed una contenzione di mente, della quale pochi sono capaci, e che pochissimi amano incontrare.

Da tutto ciò è manifesto che le funzioni di *distinguere*, di *connettere* e d'*esprimere* intervengono in ogni parte dei processi logici: esse sono associate in modo, che l'effetto loro si può dire *solidale* di tutte. L'*operazione* prende ora un nome ed ora un altro; ma in atto pratico le tre funzioni suddette intervengono sempre ed operano congiunte. Ciò posto, debbono essere tutte e tre perfette nel loro genere; altrimenti il difetto di una si comunica alle altre due, e l'effetto che ne nasce non è la buona scienza, ma un centone, una larva, un mostro o un rottame, e nulla più. Allora questa specie di scienza diventa peggiore dell'ignoranza, specialmente nelle materie che regolano gli affari umani. Per la qual cosa apparisce che tutta la parte dimostrativa dell'*istruzione* ridu-

cesi a quattro gran funzioni; cioè: 1.° ben proporre; 2.° ben distinguere; 3.° ben connettere; 4.° ben esprimere.

Dico *la parte dimostrativa dell' istruzione;* perocchè nell'*invenzione* si aggiunge la ricerca dei *fatti*, i quali somministrano la scoperta e ne provano la verità. Tutte le scienze hanno più o meno bisogno di questa ricerca; e però a tutte è necessaria la loro *logica critica*, cioè *l'arte di verificare i fatti.* Allora si comincia colle osservazioni singolari; indi seguono gli aforismi comprovati; e finalmente si conchiude col corpo del sistema.

Quando una scienza non è giunta alla sua pienezza, ha sempre luogo l'*invenzione.* Le buone invenzioni debbono sempre prendere la mossa *ab ovo*, e non fidarsi di ciò che è stato detto o fatto dagli altri. Così si ha sempre il vantaggio o di fare nuove scoperte, o almeno di comporre i dispareri di coloro che non conobbero fuorchè alcuni profili delle verità. Trattando io della sola *istruzione*, credo che si debbano somministrare anche i sussidii primi dell'*invenzione.*

§ 108. Della rappresentazione competente sì intellettuale che sensibile delle cose e degli algoritmi.

Tutto il fin qui detto riguarda le grandi parti dell'insegnamento. Noi abbiamo accennato in generale quali siano, in che consistano, e come debbano essere esercitate. Ora ci resta a ritornare sopra due cautele, le quali a' dì nostri, e forse da parecchi secoli in qua, si sono rese più che mai necessarie onde acquistare per sè e comunicare agli altri la scienza, e rendere il calcolo efficace. La prima di queste cautele consiste nel determinare il GRADO DI APPROSSIMAZIONE O DI DISTANZA, dal quale contempliamo gli oggetti della scienza, e quindi determiniamo i precetti dell'arte. La seconda consiste nelle COSTRUZIONI tanto dei simboli, dai quali dedurre si debbono le *affezioni* e le *leggi* sì geometriche che aritmetiche della quantità fisica escogitabile, quanto dei modelli delle diverse funzioni algoritmiche conseguenti.

Massimi, decisivi e perentorii sono questi argomenti; perocchè dall'averli o non averli avvertiti, od anche solamente trascurati, derivano tutte le dificoltà, tutte le confusioni e tutte le lacune rimproverate alla Matematica. Amendue queste cautele riguardano la posizione degli oggetti dello studio e dell'insegnamento. Dico la *posizione*, e non la *proposta;* imperocchè colla proposta si può di fatto prendere una posizione o vicina o lontana, o competente o incompetente, o confacente o ripugnante, sia all'indole delle cose, sia alla possanza ed alle leggi della no-

stra intelligenza. La posizione adunque, di cui parlo qui, forma una *condizione* della proposta.

Questa posizione vien qui considerata pel suo solo *effetto logico*, cioè per facilitare le ricerche e rendere proficui i risultati. Quando voi insegnate ad un geometra la posizione ch' egli deve prendere per rilevare l'aspetto superficiale di un paese, voi non proponete altro scopo che la dimensione, e quindi non assumete in considerazione altri mezzi che quelli che sono necessarii onde ottenere questo scopo. Lo scopo d'ogni algoritmo consiste nella *valutazione*. Dunque la valutazione è l'effetto che conviene produrre. La posizione dev'essere *correlativa* a questo effetto; vale a dire, dev'essere presa in modo che la potenza umana possa produrre quest'effetto, e produrlo nella maniera la più facile, la più breve e la più proficua. Dunque l'idoneità della posizione, e quindi degli algoritmi, forma in ultima analisi l'oggetto proprio della presente disquisizione.

Ciò premesso, io domando in primo luogo quale sia il vero punto di vista intellettuale, sotto del quale si debbono presentare gli oggetti della Matematica, onde ottenere la piena scienza e il calcolo efficace. Qui non si tratta della intrinseca forma delle cose, ma bensì della veduta più o meno astratta, più o meno generale degli oggetti logici. — Tutto considerato, si può rispondere coll'avvertimento che diede Dedalo ad Icaro suo figlio: *Inter utrumque vola, medio tutissimus ibis.* La ragione applaudisce a questa massima; ma ciò fa per una rimota analogia, anzichè per un'esplicita e fortemente ingerita convinzione. A fine di preparare questa convinzione siami permesso di ripetere e di sviluppare ciò che ho detto altrove su di questo proposito. Incomincio dall' algoritmo.

§ 109. Della competenza algoritmica. Osservazione fondamentale per ottenere la bontà assoluta.

Il signor Wronski pretende d'aver trovato l'algoritmo sovralgebrico, anzi l' algoritmo degli algoritmi tutti algebrici, cogniti ed incogniti. Quando ciò sia vero, parmi che potrà far onore al vigore del di lui cervello; ma domando se questa scoperta potrà essere proficua per l'esercizio pratico. *Nisi utile est quod facimus, stulta est gloria.* Altro è dire infatti che tutti gli algoritmi abbiano qualche cosa di comune, ed esprimere questi caratteri comuni; ed altro è insegnare gli algoritmi proprii e necessarii alle diverse esigenze della valutazione. Sarà certamente utile toccare il vertice della piramide; ma sarà assolutamente necessario mostrare come si salga e si scenda tutte le volte che nei diversi gradi cogliere si debba il frutto bramato. Col sorvolare e col volteggiare

soltanto nell'atmosfera delle somme generalità non si può far nascere la vera scienza, e meno poi l'arte efficace; ma si fa sfumare la prima, e mancar la seconda. A furia infatti di generalizzare si passa all'altro estremo d'un'ignoranza sistematica.

Raccogliete un raggio solare in un prisma di cristallo. A piccola distanza dietro il prisma i colori appajono ancor confusi; ad una mezzana distanza appariscono distinti e vivaci; ad una maggiore illanguidiscono: talchè in fine ad una assai grande sfumano e si confondono. Allorchè Herschel inventò il suo telescopio, un celebre calcolatore provò che per mezzo di esso si avrebbe potuto facilmente vedere un vulcano od altri simili oggetti nella luna. Ma altri matematici fecero osservare che, oltre un certo segno, i raggi dilatati della luna fanno ritornare la confusione, e che le leggi dell'Ottica hanno un medio cui non si può oltrepassare. Ecco un'imagine perfetta della vista intellettuale umana, e del rispettivo valore delle astrazioni più o meno generali, colle quali noi vogliamo creare la scienza, e sulle quali intendiamo di fondare la teorica delle arti, e quindi dedurne le regole.

La generalità eccessiva, se è perniciosa alle scienze, riesce micidiale alle arti. Si può pensare in astratto, ma non si può operare che in concreto; si può vedere le cose in generale, ma non si può agire sulle cose che in particolare. Ma siccome si vuol sapere per agire, così convien prendere una posizione *di mezzo*, la quale soddisfi alle esigenze sì del *sapere* che dell'*operare*. Il sapere esige di astrarre e di generalizzare, stantechè senza di ciò saremmo costretti a trascinarci sempre fra i concetti particolari e staccati, e quindi saremmo di condizione o pari o inferiore a quella dei bruti. Ma l'astrarre e il generalizzare si fa sempre a spese dei veri concetti naturali delle cose; talchè a proporzione che un'idea è più astratta e generale, tanto meno essa contiene di caratteri e di circostanze reali. Niente in natura esiste o si fa in astratto ed in generale, ma tutto esiste e si fa in concreto ed in particolare; niente in natura esiste o si fa in senso diviso o interrotto, ma tutto esiste e si fa in senso unito e continuo. Se dunque da una parte l'uomo abbisogna di rappresentare più cose ad un solo tratto; se queste rappresentazioni, a guisa di monogrammi e di centri di richiamo, sono indispensabili alla nostra comprensione: egli ne verrà che, sublimati fino ad un certo grado, potranno soddisfare allo scibile ed al praticabile; ma, spinti più oltre, non serviranno più nè all'uno nè all'altro intento. La *moderazione* adunque deve presiedere al vero *sapere* che si trasmette agli uomini, come deve regolare il loro commercio.

Per questo mezzo si coglie il *complessivo*, nel quale sta il vero *fatto*, il vero *utile*, il vero *forte*. La scienza degli *estremi* e dei *medii* è scienza eminentemente lucida, eminentemente potente, ed eminentemente proficua. In essa sta la vera *sapienza*, nel senso rigoroso nel quale fu presa dagli antichi. La scienza degli estremi e dei medii, della quale parlo ora, non è l'algoritmo di cui usano i matematici nel trattare le proporzioni, ma una scienza tutta di *fatto* puramente naturale. Essa consiste nella cognizione di quella legge suprema, universale e indeclinabile, colla quale veggiamo che la natura governa tutti gli esseri a noi conosciuti. Il detto, che *gli estremi si toccano senza confondersi*, esprime una particolarità di questa legge. La condizione più importante di lei consiste nel far trovare nel mezzo la massima concorrenza di azione e di reazione, e quindi la massima possanza, la massima sapienza e la massima bontà complessiva (ved. § 45-46). La vera bontà assoluta di tutto lo scibile e di tutto il praticabile umano non si può dunque determinare che in vista del tipo di questa legge. La maggiore o minore bontà, possanza e facilità dello scibile e del praticabile dovrà dunque risultare in ragione dei gradi di minore o maggiore distanza, di maggiore o minore conformità con questo tipo.

Giova dunque cogliere gli estremi; ma per arrestarsi al mezzo, ed agire col mezzo. Dunque spingasi pure il volo dell'ingegno fin dove giunger può; ma quando si tratta di ben sapere e di ben insegnare conviene incominciare dal mezzo; e, se fa bisogno di toccare gli estremi, conviene scendere o salire a questo mezzo, senza sorpassare giammai quella distanza dalla quale si possono e si debbono cogliere i pieni concetti delle cose. Ciò che dico della scienza deve con più forte ragione praticarsi delle arti, e soprattutto allorchè si tratta di quelle di un uso importante ed universale.

§ 110. Fatti comprovanti la incompetenza assoluta dell'astratto smodato.

Poste queste massime, domando quale sia la conseguenza che dedur possiamo dai recenti esempii di due celebri calcolatori, Kramp e Wronski. Il naufragio del primo ed i voli del secondo ci conducono allo stesso risultato e ci somministrano la stessa lezione. Kramp, usando l'algoritmo algebrico conosciuto, è stato condotto a tante mostruosità, che ha emesso la confessione cui abbiamo riportato al § 57. Wronski, a forza di sublimare l'algoritmo fino all'assoluto, è giunto a renderlo *nullo*. La prova di questa sentenza la ricaviamo dalla bocca stessa del suo au-

tore. Eccola: « Il se présente même ici une observation majeure; c'est que
» la résolution théorique des cas particuliers des équations des différens
» genres *dépend entièrement du hasard;* et cela précisément parce que
» ces cas particuliers sont indépendans entre eux et de tout procédé
» général, comme nous l'avons déjà remarqué en donnant la déduction
» de la technie de l'algorithmie. Nous le repétons: tout ce qu'il y a de
» général dans la résolution théorique des équations, ainsi que dans tou-
» te la théorie de l'algorithmie, se trouve donné par les lois fondamen-
» tales que nous avons assignées aux différentes branches de cette théo-
» rie: on ne saurait aller au-delà; et jamais on n'aura des lois ou des
» procédés théoriques *généraux* différens de ceux que nous avons déter-
» minés. — La certitude absolue de cette assertion est fondée sur les prin-
» cipes inconditionnels desquelles dérivent les lois théoriques dont il
» s'agit » (1).

Sieno rese grazie al signor Wronski, il quale con queste ed altre simili dichiarazioni ci ha rivelato la nullità completa delle sue formule algoritmiche, dedotte dalla considerazione delle somme ed ultime generalità. Grazie siangli pur rese per la causale ch' egli adduce di questa nullità, benchè questa causale sia assolutamente antilogica. Mi si domanderà da quale titolo di ragione io derivi questo giudizio. Prima di rispondere categoricamente mi si permetta di domandare se sia vero, o no, che il signor Wronski abbia confessato con tutto il mondo, che lo scopo d'ogni calcolo consiste nell'ottenere le misure o le valutazioni da noi domandate. Qual è il mezzo per ottenere questo scopo, se non che l'algoritmo? In che consiste l'essenza dell'algoritmo, se non se nella virtù, nella possanza, nell'efficacia a farci ottenere il suddetto intento? Senza quest' efficacia che cosa diventa l'algoritmo, fuorchè una spada che non taglia, uno stromento che non suona, un interprete che non parla; in breve, un mezzo futile, incompetente e nullo? Ma d'onde l'algoritmo trar può la sua virtù e la sua efficacia, se non che dalla qualità degli oggetti e dalle leggi naturali e indeclinabili del nostro intendimento? Dunque sono oziose ed incompetenti le considerazioni colle quali si prescinde dal concetto intiero e pratico delle leggi di questo intendimento applicato alle quantità matematiche.

Io mi riserbo nel sesto Discorso di porre in chiaro la maniera di vedere del signor Wronski in fatto di Filosofia. Allora il Pubblico vedrà, che altro egli non ha fatto che seguire appuntino il solito costume di tutti

(1) *Introduction à la philosophie des Mathématiques*, pag. 261-262.

i Kantisti. Essi senz'altri apparecchi escono dal mondo e s'inabissano nel *trascendentalismo*, per ivi cercare la pietra filosofale dell'*assoluto*. Quando credono di possederla rientrano nel mondo; ed a costo di fare a'pugni col pieno *vero* pretendono che all'*assoluto* si assoggetti ogni cosa. Scorrete le Opere degli scolastici del medio evo; esaminate la loro maniera di vedere, di parlare, e perfino di tessere alberi di idee; e voi v'accorgerete tantosto ch'essi rassomigliano ai moderni trascendentalisti, e specialmente al signor Wronski. Così adoperando, si fa precisamente retrocedere la scienza, e si riconduce lo spirito umano ad una seconda ignoranza peggiore della prima. Nella prima i concetti delle cose riuscivano incompetenti per mancanza di distinzione; nella seconda lo sono per mancanza di pienezza. La prima ignoranza presentavasi con lineamenti grossolani; la seconda si annunzia con viziose dicotomie. Ma nella prima ignoranza si aveva la *realità*, e non mancava che la *distinzione*: oltracciò, progredendo, si poteva cogliere il *distinto* senza sorpassare il *reale*. Nella seconda ignoranza, per lo contrario, si abbracciano quasi le sole nuvole, e progredendo si allontana vieppiù dallo stato reale delle cose, e dalle condizioni necessarie alla potenza logica umana.

Per buona sorte la Matematica, specialmente pratica, è cosa che non può soffrire travisamenti; e però, trattandosi delle equazioni, non si possono far valere algoritmi frustranei. Quindi l'*assoluto* deve contentarsi di un primato di puro nome, e d'investire i suoi seguaci del possesso delle campagne dei poeti d'Arcadia. Tutto ciò è in regola, nè può accadere altrimenti; perocchè col disfare non si fabbrica, e collo sciogliere non si tesse.

Voi dite che i casi particolari sono indipendenti fra di essi e da ogni procedimento generale. Distinguiamo la diversa possibilità astratta di questi casi dalla diversa possibilità delle leggi logiche alle quali possono andar soggetti. Le forme e le combinazioni materiali possono essere indefinite; ma le leggi algoritmiche sono essenzialmente limitate, certe e costanti. Le combinazioni dei vocaboli sono indefinite: si dirà per questo che le leggi del parlare siano indefinite, e che le regole grammaticali siano indipendenti da ogni procedimento generale? Questo scambio non si può verificare fuorchè nel regno del caos e della notte, ma non nell'universo esistente, nel quale tutto è sottoposto a leggi determinate e semplici; cosicchè si può dire con Fontenelle, che la magnificenza sta nel disegno, ed il risparmio nell'esecuzione.

Alla perfine, che cosa sono in sè stesse queste leggi algoritmiche, fuorchè leggi logiche, leggi psicologiche, leggi di ragione, leggi dell'uomo

interiore? Voi, voi stesso ce lo dite al principio del vostro libro. « Il
» faut savoir qu'il existe, pour les fonctions intellectuelles de l'homme,
» des lois déterminées. Ces lois trascendentales et logiques caractérisent
» l'intelligence humaine, ou plutôt constituent la nature même du sa-
» voir de l'homme. Or en appliquant ces lois, prises dans leur pureté
» subjective, à l'objet général des Mathématiques, à la forme du monde
» physique, il en resulte, dans la domaine de nôtre savoir, un sistème
» de lois particulières qui régissent les fonctions intellectuelles spécia-
» les portant l'objet de cette application sur le temps et l'espace. Ce sont
» ces lois particulières qui constituent les principes philosophiques des
» Mathématiques, principes que nous avons nommés (1). » Ciò posto, ne
viene la conseguenza: o che tutte le buone teorie in ogni ramo possibile
dell'umano sapere si riducono ad una sterile speculazione; o che esse
regolar debbono i casi contingibili entro la sfera del *consueto*, al quale
esse si estendono. Larghissima riesce questa riflessione per la Matema-
tica, nella quale non si tratta che delle pochissime leggi della misura-
zione, e nella quale la posizione dei fatti non importa l'arte congetturale
necessaria alla storia reale, fisica, morale e politica.

Fra l'algoritmo e la grammatica avvi la più grande somiglianza. Co-
me l'algoritmo è l'arte di supputare con giustezza e facilità, così pure la
grammatica è l'arte di parlare con giustezza e facilità. I nomi rappresen-
tano le quantità sostanziali; i verbi le loro funzioni. Le altre parti del-
l'orazione poi rappresentano le affezioni, i rapporti e le combinazioni
dei concetti matematici. Facile mi sarebbe di provare questa somiglianza,
come utile l'eseguirla. Questa verità risulta dalle cose dette da Condillac
nel suo libro intitolato *Langues des calculs*, nel quale se non troviamo
questo ravvicinamento, si può ciò nonostante ricavarnelo. I parlari degli
uomini sono infiniti, nè può mente umana comprendere in quante forme
particolari si possano accozzare i particolari concetti e le loro espres-
sioni. Dovremo noi dunque dire che la risoluzione pratica dei casi gram-
maticali dipenda intieramente dall'azzardo? Fino a che si mescolerà lo
sfrenato escogitabile col reale contingibile, fino a che si confonderanno
le esistenze possibili dei fatti colle leggi logiche dell'umana ragione, e si
userà ed abuserà delle viste sommamente astratte e generali, si commet-
teranno questi peccati. Oltre a ciò, non si comprenderanno mai i prin-
cipii solidi e le vere leggi delle cose, se non si tralascerà il costume di
affrontare ex abrupto le scienze, e non si avrà la pazienza di procedere
socraticamente; ma per lo contrario non si farà che oscurare e traviare.

(1) *Introduction à la philosophie des Mathématiques*, pag. 2.

§ 111. Delle formole competenti.

Lasciamo la falsa causale allegata dal sig. Wronski dell'inefficacia del suo algoritmo, e ricerchiamo da che veramente proceda. Come è impossibile di effettuare la valutazione con dati *incompatibili*, così pure è frustraneo il tentarla con dati *insufficienti*. La prima parte di questa proposizione fu ampiamente provata nel Discorso secondo. Quanto alla seconda parte, ella è per sè manifesta, pensando che un mezzo *insufficiente* non può procacciare un fine *plenario*. Ma così è, che una formola troppo astratta e generale non vi somministra punto i dati sufficienti, ma anzi ve li toglie: dunque con una formola troppo astratta e generale rendesi frustraneo ogni tentativo d'una piena e perfetta valutazione.

Ma quale sarà la formola troppo astratta o troppo concreta, e perciò incompetente, e quale la formola competente? Ogni formola altro non è che un'indicazione più o meno diretta di una data nostra maniera di operare. Tutte le arti hanno le loro formole, come tutte le scienze possono avere le proprie. Principiando dal cuoco, dal farmacista, dal tintore, e giungendo fino al sommo matematico, al sommo filosofo e al sommo politico, tutti hanno o possono avere le loro formole. *Regole*, *canoni*, *formole*, *ricette*, *pròcessi*, *module*, ec. ec., esprimono in sostanza la stessa cosa: esse contengono il magistero o parti del magistero dell'arte, o almeno segnano i dati *immediati*, dai quali si può tosto ricavare il magistero suddetto. La formola è *giusta*, quando ci fa conoscere con *verità*; la formola è *buona*, quando ci fa operare con *effetto*, ed ottenere l'*effetto inteso*. — Ma la formola è data per essere applicata *come sta*; senza di ciò non è completa. La formola è uno stromento, il quale, se abbisognasse d'essere ancora ridotto ad uso dell'uomo, non meriterebbe il nome di *formola*, ma di *principio* d'una formola. Concedo che una formola può essere più o meno speciale; ma essa dovrà essere sempre di un uso immediato. La *brevità*, la *facilità* e l'*applicabilità* a tutti i casi di una data sfera sono pregi della formola: essi ne costituiscono la *perfezione*.

Io ho già accennato in che consista lo spirito delle formole matematiche, e la topica che ne nasce (ved. § 76). Ora rispondendo alla fatta domanda, quale sia la formola competente, dico che dir si deve *competente* quella formola che soddisfa all'ufficio a cui è destinata; *incompetente* quella che non vi soddisfa. — Ma qual è l'ufficio proprio ed immediato al quale è destinata la formola? Indicare la maniera pronta e

sicura di ottenere la data cognizione, di produrre il dato effetto. Ma nel regno razionale a che ridur si può quest'ufficio delle formole? Nell'indicare il mezzo pel quale dal *cognito* si possa procedere all'*incognito*, e con dati ammessi come certi acquistare la cognizione di una incognita verità, o confermarne la dimostrazione. La formola non è una storia o una dottrina spianata; ma, dove si tratta di conoscere, altro non è che uno stromento per acquistare una cognizione bramata. Somministrarci dunque il mezzo efficace costituisce il vero ufficio, e quindi la vera competenza, il vero valore, il vero merito di una formola scientifica. Parlando adunque del mondo intellettuale, il valore d'una formola si ridurrà a somministrarci il *mezzo termine logico* di una scoperta o di una dimostrazione, o almeno ad indicarci il modo sicuro e pronto di cogliere questo *mezzo termine* (1).

Qual'è la conseguenza che deriva da tutto questo? Che *incompetente* sarà in Matematica quella formola la quale ci toglie la vista del *mezzo termine logico* sia coll'allontanarci da lui, sia col non condurci a lui. Ma il troppo generale e il troppo compatto producono questi effetti: dunque le formole troppo generali o troppo compatte sono formole *incompetenti*. Volendo fissare i requisiti delle formole *competenti*, osservo che noi abbiamo già notato intervenire nel calcolo tre cose, cioè gli *oggetti*, le *logíe* e i *movimenti* (ved. §§ 30. 31. 32. 59. 60). Le formole in ultima analisi riguardano i *movimenti* nostri intellettuali, e propriamente quelli dell'*attenzione*, la quale costituisce il vero potere esecutivo *razionale*. Sebbene le formole vengano esibite alla facoltà di *conoscere*, esse veramente si riferiscono alla facoltà di *eseguire*. Esse vengono presentate alla facoltà di *conoscere*, perchè non esiste altro modo possibile per farle passare alla facoltà di *eseguire*.

Agire è lo stesso che *produrre* un dato effetto, e non un altro. Un solo di questi effetti produr si deve; gli altri debbono essere scartati. Escludere l'*arbitrario*, ecco l'ufficio primario *negativo* di una buona formola; somministrare il *mezzo* efficace all'intento proposto, ecco l'ufficio suo *positivo*. L'*arbitrario* dev'essere escluso, perchè il *vero* non è che un solo, e però ogni altro concetto diverso non è quello che vogliamo ottenere, ma che anzi vogliamo sfuggire. La moralità del *vero* ha le sue leggi certe, necessarie, eterne, come la moralità dell'*utile;* e però come vi sono diritti e doveri esterni per le azioni, vi sono pure diritti e doveri interni per li pensieri. Prefinire i modi certi, coi quali

(1) Che cosa sia questo *mezzo termine* io l'ho spiegato al § 84.

entro la sfera del *consueto* debba la mente umana procedere, ecco in che consiste l'ufficio immediato d'una buona formola. Con ciò ad un solo tratto si esclude l'*incompetente* e l'*arbitrario*, e s'indica il *mezzo termine* confacente all'uopo.

Facile riesce l'escludere l'*incompetente*, perchè si tratta di un ufficio *negativo*. Più difficile riesce di escludere l'*arbitrario*, perchè importa di scegliere fra le diverse maniere di agire quella che meglio conduce allo scopo proposto. Scegliere un modo qualunque di agire importa di preferirne uno e di lasciare gli altri. La preferenza doverosa poi importa la necessità di appigliarsi all'una, e di escludere tutte le altre. Ma per preferire in questa maniera convien conoscere il merito della cosa trascelta. Ora in Matematica chi ci condurrà a questa cognizione? o, per parlare più in particolare, chi ci guiderà a ritrovare le formole algoritmiche, escludenti ogni arbitrario procedimento, e conducenti più facilmente alle valutazioni? A questa quistione fu già risposto nel § 92, al quale mi rimetto.

§ 112. Se l'algoritmo delle equazioni sia puramente fortuito.

Veniamo al *positivo*. Il sig. Wronski pretende d'aver trovato la formola massima ultima ed immutabile di ogni algoritmo algebrico, e pretende che tutte le formole si risolvano nella sua. Dall'altra parte consta di fatto esistere per le equazioni, almeno fino al quarto grado, un metodo di soluzione. Malgrado ciò, il sig. Wronski sostiene che l'algoritmo delle equazioni sia commesso al caso. Il motivo di questa sua sentenza è fondato sul riflesso, che l'algoritmo delle equazioni sia indipendente da ogni procedimento generale, come l'esistenza di ogni caso comparisce a noi indipendente dall'esistenza dell'altro caso. Qui v'è uno scambio di termini ed una falsità di fatto. Prima, scambio di termini, perchè non si tratta dell'esistenza o della posizione dei casi e dei problemi, ma bensì della maniera colla quale si possono sciogliere. Ciò posto, qui si scambia l'oggetto *materiale* dell'algoritmo coll'oggetto *logico* del medesimo. Infinite possono essere le suonate che si presentano ad un perito esecutore, e queste tutte indipendenti le une dalle altre: dirò io dunque che sarà puro caso ch'egli le eseguisca a dovere?

Dico in secondo luogo, che la causale del sig. Wronski inchiude una falsità di fatto. Quando a taluno si presenta un problema, un quesito, un caso da sciogliere, che cosa si fa dal proponente e che cosa dal rispondente? Il proponente domanda la soluzione, cioè domanda di conoscere una cosa ch'egli non vede. Che cosa far deve il rispondente?

Prima, esaminar bene le condizioni del quesito; secondo, trovare il *mezzo termine* della risposta; terzo, tessere finalmente in via di risultato la risposta sull'oggetto domandato. Ecco il processo logico nella soluzione di qualunque caso matematico: qualunque nome piaccia di dare alle parti di questo processo, la sua sostanza è quella che ora con vocaboli più comuni e più noti generalmente ho qui indicata. Posto ciò, io domando in che si risolva la possibilità della soluzione del quesito, fuorchè nella possibilità di trovare il *mezzo termine* della risposta. Ora questo *mezzo termine* è racchiuso nelle date condizioni, o no. Se è racchiuso, la soluzione è possibile; in caso contrario, impossibile. Ma il sig. Wronski parla di casi di soluzione intrinsecamente possibile, e pei quali appunto egli dice aver trovato le formole eterne, benchè in pratica inapplicabili. Ristretta la considerazione a questi casi, io domando se la formola esposta teoricamente da lui sia almeno analoga al procedimento effettivamente praticabile. Se risponde di sì, dunque altro non resta che vestire la formola generale colle circostanze che i diversi ordini di equazioni esigono, e così assoggettare le leggi algoritmiche ad un solo sistema concatenato, unito, continuo. Se poi mi risponde che il procedimento indicato dalla formola universale non è almeno analogo all'algoritmo delle equazioni praticabili, allora soggiungo francamente che il suo algoritmo è un vero castello in aria. Aggiungo di più, ch'egli a torto gli attribuisce il nome di *generale*, perocchè non ha quella virtù e quella influenza che procacciar gli può il titolo di *generale*. Il *generale* e il *particolare* sono termini correlativi. Qui si parla d'algoritmo, e però si ha in mira la sua virtù operativa, e non la sua forma materiale. La mano d'una perfetta statua di cera è simile alla mano di un uomo vivente: si dirà per questo che la mano della statua abbia la virtù della mano dell'uomo?

Pare che si possa pronosticare esservi un sistema concatenato algoritmico anche pei differenti ordini di equazione; ma questo sistema non potrà essere stabilito giammai colle viste, dirò così, spolpate, e coi semplici scheletri aritmetici usitati fin qui; e meno poi colle considerazioni trascendentali ed assolute del sig. Wronski. Converrà migliorare e completare il metodo, e ristabilire sulle sue basi naturali la scienza; altrimenti non si farà che traviare sempre più, o dar di cozzo contro uno scoglio insuperabile. La boria di sapere e di poter tutto colle cognizioni che si posseggono, è un insulto alla ragione umana. Con questa boria si tenta di spegnere anche la speranza di migliorare, facendo credere impossibile di giungere ad una meta perchè non fu raggiunta traviando. Se noi, per esempio, dovessimo prestare una cieca fede a quanto dice il

sig. Wronski, noi dovremmo giungere ad una conclusione, la quale nell'atto che sarebbe fatale alle Matematiche, formerebbe un pessimo augurio per tutto lo scibile umano. Se l'algoritmo veramente utile fosse abbandonato al caso; se nel ramo il più semplice, il più antico e il più universale dell'umano sapere fosse necessario commettersi all'impero d'una cieca fortuna; che cosa sarebbe dell'arte tutta di pensare e d'insegnare? A che giova rompersi la testa in teorie, direbbe taluno, se quando veniamo al fatto pratico siamo costretti di darci in braccio alla fortuna? Allora torna meglio gittarsi a dirittura ad occhi chiusi nel pelago che ci deve trascinare, invece di stemprarci il cervello onde acquistare una possanza illusoria. A questa conchiusione spinge il trascendentalismo sfrenato. *Fiat nox*, egli par dire al genere umano; ma coll'augurare la notte perpetua ed universale non pronuncia forse un voto impotente?

§ 113. Della rappresentazione sensibile degli oggetti e delle funzioni algoritmiche.

Le buone formole costituiscono certamente il miglior frutto della teorica delle arti. Ma per trovare quelle che sono veramente buone, per ben esprimerle, per ben ritenerle, e per facilmente applicarle, che cosa convien fare? Eccoci alla seconda disquisizione proposta al § 108.—Abbiamo detto che nell'algoritmo concorrono le *quantità impostate*, le *logíe* ed i *movimenti*. I *movimenti* sono diretti dalle *logíe*, e le *logíe* sono determinate dall' *aspetto* degli oggetti contemplati. È dunque prima di tutto necessario che l'*aspetto* degli oggetti sia atteggiato in modo da suscitare in noi le *logíe* algoritmiche, e quindi determinare i *movimenti.*

Atteggiare questo *aspetto* appartiene alla buona *costruzione* ed alla buona *posizione* dell'oggetto da esaminarsi. La *bontà* d'una costruzione consiste nel presentare gli elementi dai quali sorger possâno i mezzi termini logici. Ma quali saranno le buone costruzioni algoritmiche almeno per l'insegnamento primitivo? Quelle dei *simboli*, i quali rappresentino ai sensi gli elementi necessarii a far sortire i mezzi termini di valutazione e la maniera d'impiegarli. Dico anche *la mâniera d' impiegarli*, perocchè non si tratta solamente di giovare alla parte *ostensiva*, ma eziandio di dirigere la parte *operativa.*

In conseguenza di ciò dico, che le vere figure algoritmiche debbono essere costrutte ben diversamente da quelle che comunemente sono presentate agli apprendenti; ed invece si deve ripigliare l'antichissimo costume di costruire figure *complesse.* L' importanza delle figure complesse fu sentita anche dal celebre Leibnitz, il quale, dopo avere annotato che

il primo a rompere il ghiaccio in questa parte fu Giovanni Keplero, nel Libro II. del suo *Harmonicon*, prosegue dicendo, che con queste complicazioni non solamente si può arricchire la Geometria d'infiniti nuovi teoremi, ma eziandio che questa è l'unica strada di penetrare negli arcani della natura. Il primo motivo viene da lui provato col far osservare che con ogni complicazione si forma una nuova figura composta. Studiando le di lei proprietà, si creano nuovi teoremi e si danno nuove dimostrazioni. Quanto poi al secondo motivo, risguardante lo studio della natura, osserva che tutte le cose grandi sono formate dalle piccole, qualunque sia il nome che dar vogliate a queste cose piccole. Chiamatele *atomi*, *molecole*, *elementi*, ec.: sarà sempre vero che la legge apparente della natura fisica sarà sempre questa. Qui l'autore distingue le figure in *rettilinee* e in *curvilinee;* e facendo valere il buon senso sperimentale e naturale, non tenta di confondere i concetti umani con finzioni sofistiche, ma rispetta le essenze logiche delle cose. *Figura omnis simplex* (dic'egli), *aut rectilinea, aut curvilinea est. Rectilineae omnes symmetricae: commune enim omnium principium triangulus. Ex ejus variis complicationibus congruis omnes figurae rectilineae coeuntes, idest non hiantes, oriuntur.* Qui Leibnitz ci annunzia un *risultato scientifico* delle figure rettilinee. Egli esprime il principio filosofico, che ogni figura rettilinea si può risolvere finalmente nel triangolo. Dopo ciò prosegue: *Verum curvilinearum, neque circulus in ovalem etc., neque contra reduci potest, neque ad aliquid commune.* Qual è lo spirito di questa proposizione di Leibnitz? Che le essenze logiche delle cose essendo immutabili, non si possono tradurre le une nelle altre nemmeno per equivalenza tutte le volte che il diverso loro concetto sia UNIVOCO. Questo ha luogo anche fra gli oggetti dello stesso genere, come appunto fra il circolo e l'elisse. Da questa proposizione stessa emerge che il principio formale della figura è la stessa figura, come fu detto nel principio di questi Discorsi.

Dopo queste distinzioni Leibnitz prosegue classificando le costruzioni, distinguendo quelle di forma continua da quelle di forma discontinua, allorchè ci figuriamo vacui intermedii, ch'egli chiama *hiatus.* Egli accenna le zone, ossia le liste estese. Egli dice positivamente, che *linea lineae nonnisi ejusdem generis imponi potest, verbigratia recta rectae; curvilinea ejusdem generis et sectionis.* Parlando poi della costruzione complessa delle figure discontinue, ch'egli chiama *tessiture*, conchiude dicendo: *Satis est prima lineamenta duxisse tractationis de texturis hactenus fere neglectae.* Queste furono trascurate totalmente anche dappoi.

Io invito i lettori a consultare nell'originale tutta questa Memoria, che versa sull'arte combinatoria (1), e l'altra sui complessi (2), e trarne i principii fondamentali, e svolgerli come si deve. Malgrado che il genio di Leibnitz fosse come pianta agitata dal vento dell'estreme generalità, e quindi piegasse all'impeto, ciò non ostante tornava a rizzarsi, e non fu mai strappata dal suolo suo naturale, e data in balía del vento che imperversava. Questo è così vero, che parlando egli del suo parto prediletto, pel quale avea dovuto sostenere la lotta coi partigiani di Newton, io voglio dire del calcolo infinitesimale, egli non ha potuto tradire le inspirazioni del buon senso, come far sogliono que' compositori di caratteri algebraici, i quali stanno al senso materiale delle cose. In Leibnitz la coscienza del vero non fu soffocata dall'amor di padre. La voce del filosofo si unì a quella del matematico per pronunciare la decisione ultima del suo genio. Con questa decisione fece trionfare la filosofia a dispetto dell'impostura. Quantunque io creda che la lettura di questa decisione non sia per correggere quella plebe che vuole agire senza coscienza logica, ciò non ostante io la riprodurrò a luogo opportuno, quale preservativo degli altri che non amano di essere zimbello delle illusioni.

§ 114. Delle diverse costruzioni sensibili algoritmiche.

La costruzione *complessa* delle figure è destinata a concretare e ad agevolare tanto lo studio della parte teorica, quanto le funzioni della parte pratica delle Matematiche. Ecco lo *scopo* di questa costruzione. Essa, come fu già detto, dev'essere atteggiata in modo da far sorgere le logíe, e quindi gli algoritmi. Ecco la *forma di ragione* di questa costruzione. Ma con questa proposizione non s'indicano che le *condizioni finali* della costruzione, e non la *forma positiva* e *sensibile* dei simboli e dei modelli. Ora si domanda come questa forma debba essere disegnata.

Cercare come dev'essere conformata una figura onde riuscire algoritmica presuppone una scelta fatta fra mille altre che l'imaginazione può creare. Quale dunque sarà il *criterio* di questa scelta? Questa domanda involge due requisiti in colui che deve farla. Il primo, ch'egli conosca perfettamente gli ufficii ai quali servir deve la figura; il secondo, ch'egli trascelga quei tratti che sono idonei a prestare questi ufficii. Servire al calcolo, ecco l'ufficio generale ed ultimo della figura algoritmica e della sua costruzione. Ma tre specie di calcolo esister debbono nell'orbe mate-

---

(1) Questa trovasi nel Tomo II. Parte I. pag. 340 in avanti.

(2) E questa si trova nel principio del Tomo III.

matico. Il primo è lo *sperimentale*, che denominammo anche *iniziativo;* il secondo è il *logistico*, che denominammo anche *derivativo;* il terzo finalmente è il *sinottico*, che appellammo anche *di unificazione*. In queste tre specie di calcolo l'oggetto materiale è sempre lo stesso; ma noi lavorar dobbiamo su di lui in diversa maniera. Così, per esempio, nel calcolo *sperimentale* si tratta di scoprire i fatti dei numeri matematici; nel *logistico* di determinare le leggi comuni; nel *sinottico* finalmente di riunire i due algoritmi, e ritornare con coscienza filosofica sullo stesso oggetto. Si piglierebbe un grande abbaglio se si confondessero questi tre aspetti del calcolo colle specie ora conosciute e praticate. Esse intervengono e intervenir possono bensì come *sussidii*, ma non costituire i veri caratteri *specifici* di questi aspetti. Ciò verrà spiegato meglio nel Discorso in cui esporrò i tratti principali del metodo primitivo proposto.

Proseguiamo. Le tre forme di calcolo suddette esigono viste diverse: dunque per ogni specie di calcolo si dovrà scegliere una costruzione corrispondente. Siccome però in tutte tre le specie è mestieri sempremai presentare i *mezzi termini logici*, così ogni figura dovrà racchiudere la costruzione valevole a somministrare questo *mezzo termine*. Havvi dunque una costruzione *dominante* per tutte tre le parti del calcolo teorico, ed havvene una *propria* e *subalterna* adattata ad ogni specie di calcolo. La costruzione *dominante* deve racchiudere gli elementi dell'identità e della diversità, dell'uguaglianza e della disuguaglianza, del discreto e del continuo, del diviso e dell'unito, dell'assoluto e del comparato, come condizioni essenziali ai mezzi termini logici. La costruzione *subalterna* poi deve racchiudere le particolarità che dipendono e si rannodano col *mezzo termine comune*. Qui, per non divagare in discorsi generali, dovrei parlare delle forme relative al calcolo sperimentale o iniziativo; ma questo è argomento proprio del Discorso nel quale ho divisato di esporre i tratti principali del metodo suddetto.

Ora mi resta a parlare di un'altra costruzione, e questa è quella dei MODELLI DELLE FUNZIONI. Altra è la costruzione delle varie forme della quantità estesa, ed altra è la costruzione dei modelli delle funzioni. Le prime dir si potrebbero *modelli di proposta;* i secondi *modelli di sviluppo*. Coi modelli di proposta si cercano e si determinano i valori fondamentali dei composti geometrici; coi modelli di sviluppo si ripartiscono, si riducono, si amplificano, si associano, ec. ec. Coi risultati emergenti dall'esame della proposta si passa a costruire le funzioni. I modelli di proposta si possono dunque appellare *antecedenti;* quelli di funzione dir si possono *conseguenti*. I primi si possono raffigurare come

porte d'ingresso; i secondi come altrettante guide conducenti ad esplorare i seni reconditi dei composti algoritmici. L'arte di costruire questi modelli si potrebbe denominare *simbolica matematica.*

§ 115. Utilità dei modelli.

Mi si domanderà se con modelli sensibili e perpetui si possano convenevolmente rappresentare le funzioni principali algoritmiche. Il fatto risponderà meglio delle parole. Con questo fatto si vedrà che almeno nell'insegnamento primitivo si presta una tale stabilità, una tale facilità ed una tale evidenza alle operazioni algoritmiche, che non solamente non si possono dimenticar più, ma aprono una strada a scoperte importantissime. Nè qui temer si potrebbe di privare la Matematica di quella semplicità e generalità che la rende o almeno render la dovrebbe pregevole, imperocchè non si eccede la sfera delle figure geometriche. Ciò mette al coperto il punto della semplicità. *Nihil* (diceva Leibnitz) *in rebus corporeis figura prius, simplicius et a materia abstractius cogitando consequi licet* (1).

Quanto poi alla generalità, osservo ch'essa in ultima analisi è una identità applicata a tutti gli oggetti di un dato genere. Ora le figure geometriche algoritmiche non sono, specialmente nel primo insegnamento, fuorchè la stessa figura assoggettata a diversi valori a norma delle diverse divisioni e proporzioni congegnate. Dunque rilevati una volta in una costruzione i caratteri ed i rapporti che esistono indipendentemente dai valori particolari, non si può temere che i risultati manchino di quella generalità che giustamente desiderar si può nelle Matematiche. Soggiungo poi, che il cogliere precisamente queste generalità appartiene al secondo stadio dell'insegnamento. E però quando anche nel primo non si annotassero fuorchè i particolari, colla semplice coscienza della loro particolarità si avrebbe fatto assaissimo per il vero e solido frutto della scienza. L'istinto di generalizzare in Matematica dev'essere frenato per il motivo stesso che in Psicologia dev'essere risvegliata l'analisi dell'uomo interiore. Ingerire la coscienza matematica vale assai più che far correre la mente per le oasi dei teoremi e per le giostre dei problemi.

§ 116. Necessità assoluta ed universale dei modelli proposti.

Tutto considerato, io ardisco affermare che senza la pratica di questi modelli la Matematica tutta non acquisterà mai e poi mai quel corpo,

---

(1) *Epistola quarta ad Thomasium. Opera omnia*, Tom. IV. pag. 22.

quell'anima e quella vita che deve avere, e che presso di noi oggidì non ha. A questa proposizione alzeranno forse altissimo grido di scandalo tutti quegli uomini volgari, i quali, abituati ad una cieca pratica, si appoggiano all'idolo dell'esempio. Ma se fossero suscettibili d'un poco di buona filosofia, si accorgerebbero che io non ho bestemmiato, ma che tendo a promovere il vero studio delle Matematiche. Se col generalizzare le idee non si debbono mutilare, con pari ragione le idee *competenti* non si dovranno presentare in nube e in una maniera così fugace da sfuggire ad un'analisi ponderata. Senza idee distinte, stabili e lucide è impossibile cogliere tutto il vero. Dove la memoria non ci può presentare uno specchio fermo, fedele e luminoso, supplir si deve altrimenti. La prima rappresentazione dell'oggetto decide di tutti i concetti e di tutti i risultati conseguenti. Ricordiamoci che nell'arte convien vedere per operare, e convien veder bene per operar bene. Ma credete voi di veder bene a proporzione che vedete più in generale e col soccorso della sola fantasia, o non piuttosto a proporzione che acquistate una maggiore facoltà ad operare utilmente? Perchè insegnate voi la Matematica? Forse per addestrare i vostri allievi a fabbricare castelli in aria e ad eseguire giuochi di forza, o non piuttosto per somministrare loro un mezzo d'indovinar meglio la natura e di esercitare arti utili? E quand'anche far voleste delle Matematiche oggetto di mera speculazione, non è forse vero che voi dovreste proporvi di cogliere il *pieno fatto* ed il *pieno vero?* Ora questo pieno fatto e questo pieno vero non si coglie a proporzione che si fanno sfumare le differenze individuali, o che si ravvolgono nelle nuvole del fantastico; ma bensì a proporzione che si afferrano quei rapporti distinti e complessivi, i quali ci danno in mano le redini dell'umano sapere. Senza di ciò voi imitereste il cane della favola, il quale per cogliere la carne da lui veduta nello specchio dell'acqua perdette anche quella ch'egli teneva in realtà.

La quantità *estesa* limitata, e variamente determinata, forma o no la materia PRIMA ed unica della Matematica pura? Qui non v'è dubbio. Ecco dunque il *campo*, entro il quale dobbiamo aggirarci. Di che si vale la mente nostra per esplorare questo campo? Leggete, svolgete, meditate; e troverete ch'essa si vale del solo *senso aritmetico*, il quale altro non è che la facoltà nostra di distinguere, cui in Matematica applichiamo alla quantità estesa. Ora vi domando: col *nulla di esistenza* si può forse ragionare in Aritmetica? Voi mi rispondete di no. Come in Aritmetica non si può ragionare col *nulla di esistenza*, così pure in Geometria non si può ragionare col *nulla di estensione*.

Questo è ancor poco. Siccome il giudizio dell'esistenza suppone il *fatto* della cosa esistente, e la distinzione di più esistenze inchiude essenzialmente il *fatto* di più cose esistenti; così ne viene la conseguenza, che l'idea dell'*esteso* limitato precede, coesiste, ed è accoppiata colle logíe di distinzione; così che tolti i concetti assoluti dei fatti estesi, cessano i concetti relativi, ossia le logíe che ne furono provocate.

Spingiamo le considerazioni alla massima possibile generalità. Noi esprimiamo tanto l'esistenza dei *fatti*, quanto l'esistenza delle *logíe;* così noi esprimiamo tanto una serie di suoni, quanto una serie di pause. Usando quindi della denominazione puramente astratta di *uno* o *più*, non esprimiamo nulla di positivo, ma solamente accenniamo un'esistenza di qualunque cosa. Questa cosa può essere ora un ente reale, ora un ente di ragione, ora un'essenza, ora una modalità, ora uno stato d'una cosa esterna, ora un atto nostro interno, ora un termine d'una serie, ora il posto di questo termine; in breve, l'espressione puramente astratta dell'*uno* o *più* altro non è che una traduzione del verbo *essere*. Dire adunque che la rigorosa unità metafisica non si può dividere, egli è come dire che l'idea astratta di *esistenza* non si può tradurre in un'altra, e che la divisione di questa idea non è che *ripetizione* della stessa idea. Questa idea predomina tanto i concetti assoluti, quanto i relativi; tanto i geometrici, quanto gli aritmetici; tanto le funzioni nelle quali si tratta di apprendere, quanto quelle nelle quali si tratta di distinguere, ec. Essa in sostanza riducesi alla funzione nostra universale di *sentire*, e nulla più. *Essere* e *sentire*, quanto alla nostra intelligenza, si risolve nello stesso fatto.

Ciò posto, venendo al campo della quantità *estesa*, siamo condotti alla conclusione, che non si potrà tradurre l'*uno* esteso in qualunque altro concetto senza annientarlo. Ma l'*uno* esteso è un oggetto che noi figuriamo suscettibile di *aumento* e di *decremento*. Questa proprietà fa sì ch'egli possa formare un *centro logico*, il quale riunisca *identità* e *varietà* collo stesso soggetto sostanziale. In questa suscettibilità sta in ultima analisi riposta la possanza di *mezzo termine logico*. Togliete questo duplice carattere, e voi annientate tutta la possanza algoritmica.

La possanza algoritmica è dunque essenzialmente ed esclusivamente riposta nel concetto dell'*esteso* finito e determinato. Ma se l'*esteso* deve esistere e sussister sempre, e se dall'altra parte esso dev'essere atteggiato giusta i rapporti dei tre stati possibili della quantità escogitabile, cioè col *più*, col *meno* e coll'*eguale*, egli ne viene la irrefragabile conseguenza, che l'*esteso* non dovrà essere annientato giammai, ma unica-

mente limitato a norma dei tre stati nei quali egli può esistere. Ma che cosa è un *esteso* limitato, fuorchè un *esteso* figurato? Assumete l'idea astratta di una superficie limitata: che cosa sarà, altro che figura geometrica? L'idea stessa dello *spazio* indefinito che cosa è veramente, fuorchè l'idea astratta di *estensione*, alla quale non prefiniamo limite alcuno? Che cosa è o può essere l'*uno* esteso, sia elementare, sia misuratore, fuorchè una data superficie figurata destinata a servire di *componente* o di *confrontante* d'un valore intellettuale rispettivo? Ma questa qualità di *uno* è sempre relativa; talchè esser potrà atomo, digito, palmo, grano, oncia, ec. Io prego il mio lettore a ben ponderare la forza di questi dati certissimi e dimostrati: essi sono precipui e massimi per determinare il *vero centro di gravità* di tutto il corpo delle dottrine matematiche, e per fissare il perno unico sul quale esse debbonsi aggirare.

Fissato questo punto capitale, ognun vede che se coi modelli si rendono sensibili i diversi stati dell'*esteso*, e le relazioni scambievoli che ne nascono; e se dall'altra parte la mente nostra non può nè ben esprimerli, nè ben esaminarli, se non sono resi fermi, chiari e ben atteggiati per l'algoritmo; egli ne segue che le Matematiche non acquisteranno mai senza di essi quel lume, quell'estensione e quella forza alla quale esse possono pervenire.

Quanto ai modelli di *proposta* la cosa apparisce anche dalle sole osservazioni fatte col Leibnitz, e dal principio generale già avvertito nella Introduzione, che per le costruzioni della Matematica pura noi non abbiamo niente fuori di noi che naturalmente ce le rappresenti, e niente dentro di noi che naturalmente ce le suggerisca. Quanto poi ai modelli delle *funzioni algoritmiche* basta solamente richiamare ciò che ho esposto nei §§ 84. 85. 86. 88. 91, ed unirlo a ciò che testè ho dimostrato, per convincersi di questa mia sentenza.

§ 117. Si conferma la detta necessità.

Per ultimo, a piena conferma dell'opinion mia, soggiungo quanto segue. È certo che due grandezze qualunque paragonate fanno necessariamente nascere fra di loro una data *ragione*. Questa *ragione* è correlativa alla *differenza totale* che passa fra le grandezze paragonate. Così fra il quadrato superficiale di 9 e il quadrato superficiale di 16 havvi la sua ragione propria, a cui corrisponde la differenza totale di 7. Ciò che diciamo delle grandezze superficiali aritmeticamente quadrate si verifica pur anche nelle altre che non sono tali. Così fra due grandezze superficiali, l'una dupla o tripla dell'altra, havvi la sua ragion propria, a

cui corrisponde la sua differenza totale. È certo che questa *differenza* costituisce per sè medesima una quantità sostanziale, la quale dev'essere rappresentata *per sè stessa* per tutti i bisogni della valutazione. I gnomoni, per esempio, nei quadrati sono di questa specie. Ma dall'altra parte è certo che in tutte le proporzioni associate è impossibile effettuare valutazione alcuna senza estrar dal gnomone il quadrato dello spigolo (1), non solo per formarne un estremo di calcolo, ma eziandio per far risultare i due medii.

Questo non è ancor tutto. È certo che le proporzioni diventano tanto più *compatte*, quanto più l'espression loro si avvicina ai *primi* termini della scala naturale numerica. E però considerando la progressione loro continua in ordine retrogrado, se l'espressione della loro differenza si va grado grado restringendo, va di pari passo ingrossandosi la quantità, ossia la differenza totale fra l'una e l'altra grandezza. Così progredendo si divide, e retrocedendo si riunisce. Ma in questo processo che cosa nasce? Nascono sempre nuove proporzioni intime in ragione della varia grandezza che la lista gnomonica va contraendo. Del pari sorgono varii stati tanto negli estremi, quanto nei medii; tanto nelle grandi parti componenti, quanto nelle potenze estrinsecamente paragonate. Da ciò appariscono nuovi rapporti, e quindi nuovi elementi di commensurazione.

Qui non finisce ancora la cosa. Questi stati non sono nè considerar si possono *isolati*, ma hanno una relazione di *filiazione*, sia salendo, sia discendendo; talchè la relazione di *dominante* e di *dipendente* si associa col carattere di *crescente* e *decrescente*, di *estremi* e di *medii*, di *coefficienti* e di *complessivi*, ec. ec. Nelle operazioni in cui si usano *frazioni*, *esponenti*, *fattori*, *differenziali*, *serie*, ec. ec., sempre e poi sempre si allude all'idea di un TUTTO. L'alludere ad un *tutto* è una considerazione comune in tutte queste operazioni. Ora per rendere *esplicito* l'oggetto di quest'allusione, e per far sortire e rendere operativi i rapporti ossia le logíe che nascono nel paragonare questo *tutto* colle altre idee suddette, in una parola per formare e atteggiare il vero *mezzo termine algoritmico*, basterà forse supputare come si fa nell'Aritmetica volgare? Voi non cogliereste mai nel punto. Conviene all'opposto RAPPORTARE l'operazione ad un *centro logico di identità*, in modo che alle

---

(1) Per *quadrato dello spigolo* s'intende qui quello che viene formato dall'incrociamento delle due braccia del gnomone. Io domando alla plebe calcolante: di che si tratta qui, sotto il simbolo figurato di questi quadrati, di questi gnomoni, di questi quadrati spigolari, di queste braccia?

successive varietà ed alle successive differenze si associno le viste della perpetua *concorrenza logica*, conforme alla generazione naturale delle quantità e dei rapporti della data operazione proposta.

Ora parlando della quantità estesa, vi domando se colle sole cifre sia possibile rappresentare alla mente i varii stati o isolati o complessivi, o fissi o varianti, o primitivi o secondarii, o progressivi o regressivi, o dominanti o dipendenti, necessarii alla loro valutazione. Non solamente coll'usare delle sole cifre è impossibile di far tutto questo; ma, restringendosi ad esse, si nasconde positivamente il punto di allusione, e quindi la relazione logica fondamentale che predominar deve sulla vostra operazione.

Sollevate, se potete, lo sguardo all'ultima considerazione fondamentale della possanza algoritmica. Dopo averla ben raffigurata vi prego di fermar l'attenzione sul *mezzo termine*, del quale facciam uso per valutare la quantità estesa. Questo *mezzo termine*, come ho già avvertito al § 84, ha tre forme; cioè quelle del *più*, del *meno* e dell'*eguale*. Queste tre forme sono sempre accoppiate; ma ora predomina la vista dell'una, ora quella dell'altra. Così, per esempio, nei quadrati perfetti aritmetici e geometrici quantunque si paragonino grandezze disuguali, ciò nonostante predomina la *ragione* dell'eguaglianza (ved. § 88). Le forme del *più* e del *meno*, delle quali parliamo qui, non appartengono allo *stato materiale* delle grandezze, ma alla *ragion logica nascosta*, che ne forma, dirò così, il carattere morale. Questo *più* e questo *meno* poi non si desume da una vaga possibilità, ma bensì dall'essere una data grandezza al di sopra o al di sotto dello stato di perfetto quadrato aritmetico e geometrico. Questo stato si verifica in tutte quelle grandezze alle quali gli algebristi attribuiscono le così dette *radici sorde*.

Supponiamo per ipotesi che, rispetto a queste grandezze, si ritrovi e si giunga a quella equazione logica, la quale è richiesta dalla vera natura e dagli essenziali rapporti della *continuità*. In questo caso i *mezzi termini* per valutare queste grandezze racchiuderanno certe condizioni; ma la *ragione* dell'eguaglianza presterà la sua sanzione al calcolo. Ma colle sole cifre aritmetiche, e meno poi colle algebriche, non si potrà mai salire alla prima generazione dell'algoritmo. L'Algebra non solamente suppone questa generazione, ma incomincia ad esercitare la sua possanza solamente dopo che nacque, dirò così, la *parola matematica*, e senza poter mostrare come nacque ed originariamente si sviluppò.

All'opposto colla Geometria di valutazione, prefinita nella sua tendenza, obbligata nel suo maneggio, ed omogenea nelle sue conclusioni,

quale appunto fu caratterizzata nel § 92, questa *parola* si palesa in una maniera lucidissima. Così dove incomincia la possanza algebrica si potrà far finire il primo sviluppo della Geometria di valutazione.

Venendo ora al metodo naturale matematico, quale sarà la conseguenza di questa quanto facile, altrettanto luminosa impresa? Che restringersi alla sola indicazione delle cifre egli è un voler navigare senza bussola, e senza la carta avanti gli occhi. Si potrà giungere a qualche fine, perchè si sente all'ingrosso la tendenza algoritmica; ma è forse questo il lucido e compiuto processo delle Matematiche? Vi sono stati uomini zotici che hanno sorpreso il mondo per la loro possanza nel fare conti a memoria. Ma che perciò? La vera Matematica è forse ristretta alla volgare Aritmetica? Collo studio di queste cifre mi potrete bensì segnare alcune grandi e comuni logíe puramente aritmetiche; ma non mi indicherete mai le connessioni e le relazioni di *fatto*, le quali sorgono dallo stato complessivo delle proporzioni delle grandezze estese coesistenti ed associate. Ma, se mancano queste connessioni, voi non mi potrete condurre giammai a cogliere il vero *mezzo termine* delle valutazioni subalterne.

Io potrei convalidare la mia sentenza anche coll'esame dello spirito dei diversi metodi oggidì usitati. Come verrebbe posta in chiaro la loro incompetenza, così verrebbe dimostrata la loro correzione. Ma ciò mi spingerebbe fuori dei limiti che mi sono proposto. Attenendomi invece all'oggetto proprio di questo Discorso, credo di poter conchiudere colla seguente

TESI

Lo studio e l'insegnamento specialmente primitivo delle Matematiche dev'essere fatto simbolicamente, nel senso sopra spiegato:

I. Atteso l'oggetto veramente logico delle Matematiche.

II. Atteso i bisogni della ragione, e la tendenza naturale ed invincibile del nostro intimo senso.

III. Atteso lo scopo morale e sociale delle Matematiche.

IV. Atteso finalmente l'imperiosa necessità di adattarsi allo stato mentale degli apprendenti.

Nota al § 113. pag. 1278.

Lettre à monsieur Dagincourt, écrite en Septembre 1716, sur les monades et le calcul infinitésimal.

II. *Pour ce qui est du calcul des infinitésimales, je ne suis pas tout à fait content des expressions de monsieur Herman dans sa réponse à monsieur Nieuwentyt, ni des nos autres amis. Et monsieur Naudé a raison d'y faire des oppositions. Quand ils disputèrent en France avec l'abbé Gallois, le Père Gouge et d'autres, je leur témoignai, que je ne croyois point qu'il y eut des grandeurs véritablement infinies ni véritablement infinitésimales; que ce n'étoient que des fictions, mais des fictions utiles pour abréger et pour parler universellement, commes les racines imaginaires dans l'Algèbre, telles que* $\sqrt{(-1)}$; *qu'il faut concevoir, par exemple,* 1.e *le diamètre d'un petit élément d'un grain de sable,* 2.e *le diamètre du grain de sable même,* 3.e *celui du globe de la terre,* 4.e *la distance d'une fixe de nous,* 5.e *la grandeur de tout le système des fixes comme* 1.e *une différentielle du second dégré,* 2.e *une différentielle du prémier dégré,* 3.e *une ligne ordinaire assignable,* 4.e *une ligne infinie,* 5.e *une ligne infiniment infinie. Et plus on faisait la proportion ou l'intervalle grand entre ces dégrés, plus on approchoit de l'exactitude, et plus on pouvoit rendre l'erreur petite, et même la retrancher tout d'un coup par la fiction d'un intervalle infini, qui pouvoit toujours être réalisée à la façon de démontrer d'Archimède. Mais comme monsieur de l'Hôpital croyait que par là je trahisois la cause, ils me prièrent de n'en rien dire outre ce que j'en avois dit dans un endroit des Actes de Leipsic, et il me fut aisé de déférer à leur prière.*

III. *Pour venir enfin à* $\frac{0}{\infty}$, *ou zéro divisé par l'infini, et choses semblables, je dis que cela aussi ne peut avoir lieu que dans une interprétation commode, en prenant zéro pour un nombre d'une grande petitesse, et l'infini pour un nombre très grand. Or plus vous diminuerez le numérateur, et plus vous augmenterez à proportion le dénominateur de la fraction, plus vous approcherez du zéro* $\frac{1:10}{10}=\frac{1}{100}$ *et* $\frac{1:100}{100}=\frac{1}{10000}$ *et* $\frac{1:1000}{1000}=\frac{1}{1000000}$, *ce qui va vers* $\frac{0}{\infty}=0$, *ou* $\frac{1:\infty}{\infty}=0$, *ou* $\frac{1}{\infty\,\infty}=0$, *de sorte que le carré de l'infini, multiplié par le zéro, donneroit l'unité. Mais on peut dire que cela y va, et non pas qu'il y arrive; car à la rigueur* nihilum, *qui est l'extrémité des nombres en diminuant, devroit ainsi être divisé par* omnia, *qui est l'extrémité des nombres en augmentant. Mais l'*omnia *pris comme* numerus maximus *est une chose contradictoire comme* numerus minimus. *Les deux extrémités* nihil *et* omnia *sont hors des nombres,* extremitates exclusae non inclusae.

IV. *Il est aisé de tomber dans des paralogismes quand on ne rectifie pas ces choses par les idées que je viens de donner. Un habile mathématicien de Pi-*

se, nommé Guido Grandi, avoit soutenu qu'une infinité de riens ou zéros ajoutes ensemble faisoient une grandeur assignable, et ainsi par une élégante allégorie il illustroit la production des créatures du rien par le moyen de l'infini. Monsieur Alessandro Marchetti, autre habile mathématicien de Pise, s'y opposa, disant qu'une infinité de riens ne seroit jamais autre chose que rien. Et prénant le rien à la rigueur, il avoit raison. Cependant le Père Grandi prouvoit sa proposition par la division. Vous savez, monsieur, qu'en divisant $\frac{1}{1 \times a}$ *ou* $1:1 \times a = 1 - a \times a^2 - a^3 \times a^4 - a^5$ *etc. à l'infini. Dont* a *étant* 1, *il viendra* $\frac{1}{1 \times 1} = 1:2 = 1 - 1 \times 1 - 1 \times 1 - 1$ *etc. à l'infini; ce qui faira* $\frac{1}{2} = 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0$ *etc. On m'a consulté la dessus, et voici comme je crois d'avoir déchifré l'énigme. Il ne faut point dire qu'une infinité de riens pris à la rigueur fassent quelque chose; aussi cette série ne le dit point, quoique elle paroisse le dire. Pour la bien entendre il faut la resoudre en sériés finies approchantes de l'infinie. Soit donc la série* $1 - 1 \times 1 - 1$ *etc. finie, alors si vous prenez un nombre impair, par exemple* 7 *unités* $1 - 1 \times 1 - 1 \times 1 - 1 \times 1$, *le tout fait* 1. *Or lors que cela ce termine dans l'infinie où il ni a ni pair, ni impair, il faut prendre le milieu arithmétique entre* 1 *et* 0, *qui est* $\frac{1}{2}$. *Car dans les estimes ambigues, quand il ni a pas plus de raison pour l'un que pour l'autre, il faut prendre le milieu arithmétique. Par exemple entre* l *et* m *il faut prendre* $\frac{l \times m}{2}$, *c'est à dire* $\frac{0 \times 1}{2}$, *c'est à dire* $\frac{1}{2}$.

V. *J'ai taché de m'expliquer, et j'espère d'avoir réussi passablement à l'égard d'une personne de votre pénétration; mais quant aux difficultés qui peuvent rester dans une matière aussi difficile, que celle dont il s'agit, je tacherai d'y satisfaire, et ce sera le moyen d'éclaircir la vérité. Au reste je suis etc.*

Hann. le 11 *Septembre* 1716.

Tomo III. pag. 500 *e seg.*

DISCORSO V.

Tratti principali del metodo da me proposto.

§ 118. Oggetto di questo Discorso.

Come nel regime civile per formare buoni cittadini e buoni magistrati si considerano gli uomini quali sono, e le leggi quali debbono essere; così nel regime scientifico per formare buoni allievi e buoni maestri si considerano gli studiosi quali sono, e i metodi quali debbono essere. La bontà di un metodo, come la bontà di una legge, viene desunta dalla bontà del suo fine accoppiata alla convenienza dei mezzi ch'ella pone in opera. Ogni buon metodo adunque ed ogni buona legge formano per sè stessi un *ordine attivo* di cose cospiranti ad un dato fine. Quest' ordine viene in prima configurato in forza delle necessità costanti e transitorie della natura, in mira al *fine* proposto; e poscia viene da noi accomodato alla possibilità dell'esecuzione. L'esame adunque dell'*ordine finale antecedente* e dell'*ordine pratico conseguente* deve somministrare per risultato necessario il buon metodo che ricerchiamo. Ecco il motivo e lo spirito eminente di tutto quello che abbiamo discorso fin qui. L' ordine delle materie, l'andamento dei pensieri, il tenore dei principii, la possanza dei risultati altro non furono che applicazioni di questa formola filosofica alle discipline matematiche.

Abbiamo distinto un *ordine finale antecedente* da un *ordine pratico conseguente*. Ora parlando del mondo scientifico mi si domanderà in che consister possa quest'*ordine finale antecedente*. Esso consiste nel *complesso* dei mezzi necessarii per giungere alla cognizione di un dato genere di verità. Questi mezzi altro realmente non sono che le operazioni ipoteticamente necessarie della nostra mente e della nostra mano, onde conseguire l'intento di conoscere la verità (1). Essi dunque formano altrettanti doveri logici dell' uomo. Considerati come norme per agire, essi sono vere leggi di ragione scientifica. Dico *leggi di ragione* per di-

(1) Dico anche *della mano;* perocchè incominciando dalle costruzioni geometriche, passando per gli esperimenti fisici, e venendo finalmente alle prove p. e. chimiche, alle meccaniche, ec. ec., è sempre mestieri che la *mano* venga in soccorso, dirò così, dell' *occhio*, ossia della *mente*.

stinguerle sì dall'ordine necessario di *fatto* della natura, e sì dalle leggi di puro *fatto* umano seguíto o per un casuale impulso, o per pura imitazione, o per deferenza sola all'altrui autorità.

Ma d'onde ricavar possiamo la cognizione di quest' ordine? Dall'accurata e chiara cognizione dello stato sì assoluto che relativo degli oggetti, combinata coll'adequata cognizione delle leggi della nostra intelligenza. Imperocchè (siami permesso di ripeterlo) la cognizione vera delle cose non dipende dal nostro arbitrio, come non dipendono dalla nostra potenza le forze che facciamo operare. Le cognizioni sono determinate dai rapporti reali e necessarii che passano fra la nostra intelligenza e i genuini concetti delle cose. Dunque è manifesto che la cognizione dell'ordine teoretico scientifico, e quindi del buon metodo essenziale, dev'essere tratta dalla suddetta considerazione combinata. Ecco il motivo della prima ispezione proposta nella Introduzione a questi Discorsi. In essa si tratta di sapere che cosa esiga da noi l'indole propria della materia da insegnarsi, per ottenerne la più facile, la più breve e la più proficua cognizione del vero. I tre primi Discorsi furono consacrati a questa ricerca. Il quarto poi fu rivolto a soddisfare alla seconda ispezione concernente lo scopo morale e sociale, al quale dev'essere destinato l'insegnamento delle Matematiche. E qui furono di proposito considerate le leggi necessarie di *fatto* e di *ragione* della mente umana, sia in sè stessa, sia per rispetto alle Matematiche, sempre colla mira di ottenere lo scopo al quale sono o debbono essere destinate. Ma, considerando la tendenza di questi quattro Discorsi, noi ci avveggiamo che tutti insieme riguardano il *solo fine logico*, *morale* e *sociale* dell'insegnamento suddetto, e però sono puramente *finali* e *antecedenti*. Resta dunque a parlare della *parte conseguente* dell'istruzione; locchè abbraccia i mezzi convenevoli per avere buoni maestri e buoni allievi.

Certamente col formare buoni allievi si preparano anche i buoni maestri: ma siccome fra pochi buoni allievi ne sorgono molti cattivi; così, posti anche i buoni metodi, si possono fare pessime elezioni.

Ad evitare le cattive scelte conviene avere un criterio sì per distinguere anticipatamente i buoni dai cattivi precettori, e sì per assicurarci di non esserci ingannati nella scelta da noi fatta. Prima della scelta non possiamo far valere che mere presunzioni; ma dopo la scelta possiamo accertarci cogli sperimenti.

Per far tutto questo è necessario di conoscere pienamente tanto il vero metodo essenziale, quanto la maniera di comunicarlo agli apprendenti. Come si distingue il *magistero* di un'arte dal suo *tirocinio*, così

si distingue la *massima* dell'insegnamento dalla *maniera* dell'insegnamento. La *massima* riguarda propriamente il *metodo* dimostrato, considerato in sè stesso; la *maniera*, per lo contrario, riguarda gli *artificii* coi quali si fa apprendere ed esercitare il metodo medesimo. Ho già avvertito che quest'artificio è perfetto quando, compatibilmente alla natura delle cose e degli uomini, egli riesce il più breve, il più facile e il più proficuo possibile.

Quando il buon metodo è scoperto, altro più non rimane che di tradurlo alla capacità degli apprendenti; ma quando o non fu scoperto, o fu perduto, che cosa rimane a fare? Ognuno mi risponde che in questo caso conviene prima scoprirlo; poi dimostrarne la verità, l'efficacia, la fecondità, la facilità; e, per dirlo in breve, conviene dimostrare che il magistero, o inventato o dissotterrato dalle ruine del tempo, racchiuda tutti quei caratteri e quei pregi che sono inseparabili dalle opere umane modellate secondo tutte le istanze della natura. Se mancano queste condizioni, o qualcuna di esse, allora sorge una forte presunzione che il metodo sia imperfetto. E quando il metodo è imperfetto, conviene necessariamente sospettare che sia stata trascurata qualche condizione richiesta dalla natura degli oggetti, e dai rapporti loro reali e necessarii colla intelligenza umana. Se i metodi perfetti si contraddistinguono dagli imperfetti per la loro *possanza*, essi riuniscono eziandio il pregio d'un'esimia *facilità*. Questa facilità è come una leva congegnata in modo che può essere agevolmente maneggiata con mezzi ovvii che sono a disposizione di tutti. Le cose *più facili* sono appunto quelle che più naturalmente si connettono colle cose *più perfette*; e la facilità di apprendere le cose perfette deve formare l'ultimo voto di un ordinatore di studii. Fare che il calcolo più sublime matematico sia accomodato ai non matematici, ecco il supremo termine di perfezione di questa disciplina. *Plerumque* (diceva Leibnitz) *facilia negligimus, et multa quae clara videntur assumimus* (cioè le pigliamo ed usiamo senza esame). *Quod quamdiu faciemus, numquam ad illud quod mihi videtur in rebus intellectualibus summum perveniemus; nec genus calculi etiam non mathematicis accommodatum obtinebimus* (1).

Ora passando allo stato odierno di *fatto* dell'insegnamento primitivo, che cosa presumere possiamo circa la perfezione dei metodi? Considerando le cose già notate negli antecedenti Discorsi; considerando la difficoltà, la secchezza e l'astrazione che ributta ogni spirito generoso;

(1) *Epistola Leibnitz ad Oldenburgium Newtono communicanda. Opera omnia.* Tom. III. pag. 54.

considerando il recente travolgimento (fatto per pigrizia) di insegnare l'Algebra prima che la elementare Geometria sia esaurita, e specialmente prima che la teoria sì speciale che generale delle ragioni e delle proporzioni sia ben conosciuta e simboleggiata; considerando che le definizioni delle idee meno ovvie e meno famigliari vengono espresse molto imperfettamente, e sempre senza genesi logiche, o almeno senza una spiegazione particolare dei loro termini, illustrate con esempii lucidi; considerando l'uso di presentare brani staccati sotto forma di problemi e teoremi, invece d'un corpo unito e dedotto; considerando l'abuso di imbarcarsi senza biscotto nell'oceano della dottrina, e l'impazienza di saltare ai generali, spesso tenebrosi, sempre difficili, molte volte impotenti, qualche volta ripugnanti, e quindi controversi, e poi sempre poco fecondi; considerando, dico, queste ed altre tali circostanze di *fatto* presentateci dai metodi attuali, parmi d'essere autorizzato a conchiudere: che noi ci troviamo più lontani che mai dal perfetto metodo matematico, e che anzi le maggiori facilitazioni, cui abbiamo preteso d'introdurre, altro realmente non sono che maggiori traviamenti.

So che questo giudizio rivolterà il maggior numero de' miei contemporanei coltivatori delle Matematiche, e ben conosco la responsabilità di comprovarlo. Ma se quel che dico fosse vero, domando: che cosa far si dovrebbe? Io prego i miei lettori a ponderare questa domanda puramente *condizionata*, e di rispondere in conseguenza. Ogni uomo ragionevole mi risponderà: che io dovrei, avanti ogni cosa, pensare a fondare questo metodo e a dimostrarne l'efficacia, e poscia dovrei insegnare il miglior modo di comunicarlo agli apprendenti. Ecco, per quel che parmi, il caso mio; ed ecco pure l'oggetto proprio di questo Discorso. In esso non si tratta di esporre i tratti principali della *maniera* di dare i primi rudimenti di Matematica, ma solamente di mostrare i tratti principali del *metodo* da comunicarsi agli apprendenti. Prima di trattare della *maniera* di fare un dato regalo io credo essere necessario di mostrare *in che debba consistere* per essere soddisfacente. Ho già avvertito che io non mi presumo in grado di scendere ad un progetto *positivo*, prima che le massime sue fondamentali siano o approvate o corrette dal giudizio degli intelligenti.

§ 119. Necessità di una ristaurazione dell' insegnamento primitivo.

Ma perchè, mi dirà taluno, vi rifiutate di mostrare la *miglior maniera* di far apprendere i metodi già conosciuti? Perchè io, rispondo, li credo tutti imperfetti. In questi ultimi tempi poi parmi che alla loro

intrinseca *imperfezione* siasi aggiunto anche il *travolgimento.* Essi sono *imperfetti*, perchè sono *ciechi* per parte dei maestri; essi sono *travolti*, perchè gli espedienti, fatti soltanto pei provetti nella scienza, si vogliono non solo senza necessità, ma con positivo danno impiegare anche cogli apprendenti. E perchè l' una e l'altra parte di questa sentenza si renda manifesta, io domando quale sia il maestro in Matematica, il quale riputar si debba veramente *illuminato* sui metodi di questa disciplina: quello che sa semplicemente calcolare o ripetere le dimostrazioni, o non piuttosto colui che conosce anche la derivazione logica della dottrina? l'erudito puro in Matematica, oppure colui che a questa erudizione unisce anche la Filosofia? lo schiavo delle nomenclature, o chi ne possiede lo spirito? il sensista, o il vero metafisico? So che all'udire il nome di *Metafisica* molti gridano allo scandalo o alla futilità; so che presso di noi pur troppo prevale oggidì un crasso senso in tutte le dottrine, pel quale si tende a camminare a quattro gambe, e cogli occhi e colla fronte a terra: ma so del pari che coloro i quali non sogliono bestemmiare ciò che ignorano non partecipano allo scandalo e alla petulanza di questi bruteggianti. Leibnitz era certamente grande calcolatore e matematico: ma Leibnitz lasciò scritto quanto segue: *Canonum verae Metaphysicae* (*quae ultra vocabulorum nomenclaturas procedit*) *major est usus in* Mathesi, *in Analysi, in ipsa Geometria, quam vulgo putatur* (1).

I nostri buoni vecchi, volendo valutare il merito d'un mero prammatico legale, usavano del proverbio: *Purus legista, merus asinista.* Essi sapevano che col conoscere la nuda parte positiva, o coll'essere solo periti nella forense trafila, non si conoscono bene le leggi: *Scire leges non hoc est verba earum, sed vim et potestatem tenere*, disse Celso.

Il *vim et potestatem tenere* della Matematica non consiste nel sapere sciogliere staccati problemi o dimostrare interrotti teoremi, come nemmeno nel sapere maneggiare le cifre o algebriche od aritmetiche, ma bensì nel possedere la teoria dei fatti e delle leggi interiori ed esteriori della quantità estesa. Questa teoria involge la cognizione delle esigenze del nostro senso interno, il quale o è inceppato o è frustrato allorchè non compie le tre operazioni di *apprendere*, *distinguere* e *comprendere.* Per far tutto questo egli abbisogna non di rottami o di profili spolpati, ma di *mezzi plenarii* di deduzione. Quest'avvertenza è soprattutto necessaria pei maestri, senza di che le loro istruzioni diventano altrettanti assassinii logici.

---

(1) *Epistola ad Christianum Wolfium. Opera omnia.* Tom. III. pag. 410. Genev. 1767.

Se v'ha disciplina la quale abbisogni di definizioni delle nozioni non triviali, ben generate coll'analisi, o almeno bene sviluppate coll'esame dei loro termini, ed illustrate con esempii, ella è certamente la Matematica pura. Essa essendo per sè stessa una scienza astratta, i concetti della quale involgono spesso idee psicologiche ed ontologiche, abbisogna più d'ogni altra di quelle cure che soglionsi impiegare negli altri rami dello scibile. Tali sono, per esempio, le idee dell'*unità* e del *numero;* tali quelle dell'*omogeneo* e dell'*eterogeneo*, dell'*analogia* e della *anti-analogia;* tali quelle delle *funzioni algoritmiche*, ec. ec.

Ora che cosa vien fatto generalmente dai matematici? Aprite i libri loro, leggete, e troverete che, ben lungi dal preparare analiticamente queste definizioni, o di svilupparne partitamente i termini ed illustrarne il significato con buoni esempii, essi si limitano all'espressione secca secca della medesima; talchè pare che siansi proposto per iscopo più di oscurare e di affaticare, che di illuminare e di agevolare (ved. la Nota I. in fine). Spesso poi usano modi di dire ambigui, senza curarsi mai di spiegarne il significato. Attaccati poi, come polpi allo scoglio, ad alcuni modi tecnici, mai e poi mai si curano di darci una spiegazione equivalente, e di ragionare filosoficamente sull'andamento delle idee maneggiate.

Tutto viene poi esposto in via d'improvvisi problemi o di staccati teoremi, il filo dei quali se nasce dalle isolate connessioni di qualche dato antecedente, non si vede mai e poi mai preindicato da una piena e graduale generazione logica della stessa natura. Il nesso consiste più nel rapporto logico trovato accidentalmente dal tale e dal tal altro coltivatore, che nella filiazione plenaria degli oggetti sistematicamente ravvicinati.

Con questi ed altri simili modi usati dai matematici, e consacrati da un uso inveterato, si potrà dire giammai che i metodi usitati siano *illuminati*, o non piuttosto ch'essi sono veramente *ciechi?* Qual meraviglia pertanto se comunemente vengano accusati come difficili, ributtanti e sterili? Qual meraviglia se le grandi invenzioni derivino da tutt'altri, che dai matematici? Qual meraviglia che un solo nuovo teorema, problema o algoritmo meni tanto rumore?

Io qui non entro ad annoverare le *lacune reali* e le *membra troncate* della Matematica considerata in sè stessa, per cui invece di presentare un albero unito, continuo, ordinato ed armonico, ci offre l'aspetto di brani staccati, d'una fabbrica che ancora rimane a costruirsi. Di questa dolorosa recensione si è già occupato il signor Wronski, e su di essa si parlerà nel seguente Discorso.

Ho detto in secondo luogo che i metodi specialmente primitivi sono oggidì *travolti*, e lo sono per quei mezzi appunto ai quali si diede il nome di *miglioramenti*. Un esempio precipuo e solenne lo abbiamo nel far precedere lo studio dell'Algebra a quello della Geometria, e nell'uso che se ne fa nella Geometria medesima. Quest'abuso è invalso in modo, che i più giudiziosi e i più lucidi geometri si sono lasciati trascinare dalla corrente. Eccone un esempio. Il signor Legendre, geometra perspicuo, incomincia la sua prefazione a' suoi *Elementi di Geometria* colle seguenti parole: « On regarde assez généralement la méthode des » anciens comme la plus satisfaisante et la plus propre à mettre en évi- » dence les vérités géométriques. Non seulement elle accoutume les étu- » dians à une grande rigueur dans le raisonnement, ce qui est un avan- » tage précieux; mais elle leur offre en même temps un genre d'exer- » cice qui a son caractère particulier, différent de celui de l'analyse, et » qui, dans des recherches mathématiques importantes, peut aider puis- » samment à trouver les solutions les plus simples et les plus élégantes. » Ma poco dopo soggiunge quanto segue: « Les anciens qui ne connois- » soient pas l'Algèbre, y suppléoient par le raisonnement et par l'usage » des proportions, qu'ils manioient avec beaucoup de dextérité. Pour » nous, qui avons cet instrument de plus qu'eux, nous aurions tort de » n'en pas faire usage, s'il en peut résulter une plus grande facilité (1). »

A quest' ultimo tratto che cosa vi dice una sana filosofia? Essa vi dice che qui il signor Legendre col rimanente de' suoi contemporanei pretendono che per conoscere la *generazione* algoritmica delle proporzioni è meglio far uso dei *risultati generici* di questa generazione, di quello che mostrare i dati primitivi di *fatto* dai quali naturalmente deriva. Più ancora: che per iscoprire i *risultati* particolari, ed i fenomeni distinti che ne nascono in conseguenza, è meglio valersi degli *effetti* generali e indistinti, di quello che seguire l'andamento e le combinazioni delle cause distinte e competenti. Dubitate forse voi che questo senso sia giusto? Compiacetevi di esaminare non il meccanismo algebrico, ma l'indole propria dei concetti adoperati in Algebra; e poi decidete se io abbia ragione o torto. A fine di porre in evidenza il vostro giudizio, ditemi che cosa sia propriamente l'Algebra. A questa domanda risponda per me il Leibnitz. *Quantitatem interdum quasi* EXTRINSECE relatione *seu* ratione ad aliud IN SUBSIDIUM (*nempe quando numerus partium cognitus non est*) *exponi. Et haec origo est ingeniosae, analiticae, spe-*

---

(1) *Eléments de Géométrie*. Paris, chez Firmin Didot, 1800.

ciosae, quam excoluit in primis Cartesius, postea in praecepta colligere Franciscus Scuttenius et Erasmus Bartholinus hic elementis Matheseos universalis, ut vocat. Est igitur analysis *doctrina* de rationibus *et* proportionibus, *seu quantitate* non exposita. *Arithmetica* de quantitate exposita, *seu* numeris (1). Il Paoli dice che l'Algebra ha per oggetto di considerare i numeri che rappresentano la quantità, senza aver riguardo alle *diverse specie* di quantità ch'essi rappresentano (2). « Les » nombres (dice il Wronski), comme tout les objets intellectuels, peu» vent être considérés en général et en particulier; c'est-à-dire qu'on » peut considérer séparement les *lois* des nombres et les *faits* des nom» bres. Par exemple $3 + 4 = 7$ est un fait des nombres; et la proposi» tion la moitié de la somme, plus la moitié de la différence de deux » nombres égalent le plus grand de ces nombres, est une loi des » nombres. »

« Cette considération est purement *logique*, et n'appartient par con» séquent que à la méthode de la science: quoique qu'il en soit les LOIS » des nombres forment l'*objet* d'une branche de l'algorithmie, qui est » l'ALGÈBRE; et les *faits* des nombres forment l'objet d'une autre bran» che, qui est l'ARITHMÉTIQUE (3). »

Io ho scelto ad arte le sentenze diverse di questi tre autori, perchè, malgrado le loro dissomiglianze, tutti tre convengono che i concetti, i quali vengono assunti e maneggiati dall'Algebra, sono d'una GENERALITÀ la quale non può essere nè ben intesa, nè ben ritenuta se non dopo che si è veduto quali siano i *fatti* della quantità concreta. Se diffatti l'Algebra fa uso di sole idee di RAPPORTI COMUNI, dunque si dovranno prima conoscere i *termini positivi* dai quali sorgono questi rapporti. Più ancora: se questi rapporti sono *generici*, essi sono per ciò stesso *astratti*, ed *appropriati* a tutti gli stati simili delle grandezze. Ma come mai formar ci potremo l'idea dell'*astratto*, prima di aver idea del *concreto*? e come potremo noi fare applicazioni *generali*, prima di aver idea dei *particolari?* La natura delle cose, il senso comune, e l'istinto, dirò così, generale cospirano d'accordo contro questa sovversione, e imperiosamente comandano un andamento opposto. Aprite i libri dei matematici, svolgete le pagine della storia della Matematica: e voi scoprirete che fino all'età presente non cadde in mente ad alcuno di capovolgere, come ora si fa, il metodo del primitivo insegnamento; ma che, per universale con-

(1) *Opera omnia.* Tomo III. pag. 3. 4.

(2) *Elementi di Algebra.* Tom. I. pag. 2. Pisa 1749.

(3) *Introduction à la philosophie des Mathématiques*, pag. 4. Paris 1811.

senso dei matematici, l'Algebra veniva riguardata come un magistero *derivato*, e quindi come appartenente ad uno studio più sublime della Matematica pura. In prova di quel che dico, e senza incomodare i leggitori a svolgere molti volumi, servirà quanto per comune accordo fu esposto da un pedissequo Professore di Helmstad in una sua *delineazione* di tutto il sistema matematico. Egli parlando dello studio della *quantità fisica*, cioè della Matematica propriamente detta, la divide in due rami. Nel primo colloca la Matematica pura; nel secondo l'applicata. Restringendosi al primo ramo, ecco come si esprime: *Pura ac generalis, quae quantitates (physicae) generatim spectatae, seu mente a rebus corporeis abstractae, scientia dicitur, eademque vel A)* Inferior *atque elementaris, quo pertinet:* 1.° Arithmetica, *quae numerorum vel supputandi artis scientia absolvitur;* 2.° Geometria, *seu Megethometria, quae magnitudines vel extensa quaevis mensurandi scientiam comprehendit. B)* Sublimior, *hoc est* Algebra *seu* Analysis *mathematicorum, utpote qua doctrinas mathematicas investigandi atque ulterius promovendi artificia continentur. — Analysis vero, seu* Algebra (dice più sopra), *profundiorem Arithmetices ac Geometriae tractationem, et quamdam quasi mathematicorum heuristicam continet* (1).

Incontroversa, come pur notoria, si è la *derivazione* naturale dell'Algebra dall'Aritmetica e dalla Geometria. La dottrina geometrica delle proporzioni è appunto la *fonte* originaria e primitiva dell'algoritmo algebrico, e presenta i fatti fondamentali, dai quali furono tratte le leggi generali che compongono l'algoritmo algebrico. Con qual senno pertanto e con qual profitto si potrà insegnare la dottrina delle proporzioni, od altra parte della Geometria, impiegando l'Algebra? Un maestro calligrafo che pretendesse di fare scrivere a dirittura correntemente ad un uomo che non sa formar le lettere; un maestro di musica che pretendesse di far eseguire di salto una suonata a chi non è avvezzo; un maestro di ballo che esigesse i passi e i movimenti delle danze studiate da chi non sa che camminare; come verrebbero riguardati nel mondo civile? come verrebbero essi accolti, se per prova della loro pretesa dicessero che la gente avvezza scrive, suona e balla correntemente? Ecco la causale dell'insegnamento dell'Algebra anteposto alla Geometria, e dell'uso antilogico di lei nell'insegnamento primitivo della Geometria. La formola di questa pratica riducesi alla seguente. Entrate per la finestra,

(1) *Jo. Nicolai Frobesii ad Mathesin Introductio*, pag. 13. 142. Helmstadii 1750, apud Christ. Fried. Weigand.

onde salire più presto; spegnete il lume, onde vedervi meglio (ved. la Nota II. in fine).

Come havvi un uso *prematuro* ed essenzialmente *oscurante*, così havvi un uso *superfluo* ed inutilmente *affaticante* dell' algoritmo algebrico. Esso consiste nell' impiegare l'Algebra dove non v' è bisogno di lei. Questa pratica a prima giunta non sembrerà che una superfluità; ma molte volte riducesi ad un vero naufragio logico. Io ne darò un esempio nella soluzione di un problema, nel quale s' incontra l' incommensurabilità spuria. Quest'uso indiscreto dell'Algebra non viene praticato da colui che conosce gli ufficii proprii di quest' algoritmo.

L'Algebra non è che uno stromento di valutazione. Ogni valutazione di una grandezza, quale esistere può in natura, deve essere necessariamente *determinata*, perchè in natura nulla esiste e può esistere d' indeterminato. L'Algebra ha per fine ultimo questa valutazione. O questa valutazione ottener si può a dirittura, o no. Quando ottener si può per una via immediata (e ciò nasce quando i dati sono *determinati*), l'Algebra rimaner deve in disparte. Non si deve andar per le lunghe e camminar con fatica, quando si può procedere di salto e con facilità. O mancano i dati determinati di questa valutazione, ed allora l'Algebra viene in soccorso con tutte le sue forze competenti per condurci alla scoperta di questi dati. SUSSIDIARIO, AUSILIARIO, SECONDARIO è, fu e sarà dunque sempre l'ufficio dell'Algebra nell' impresa delle valutazioni. *In* SUBSIDIUM, *nempe quando numerus partium cognitus non est*, dice ottimamente Leibnitz, si adopera l'Algebra (ved. la Nota III. in fine).

Questo *sussidio* per altro nei processi di valutazione non può mai riuscire, come di fatto non riesce, fuorchè *preparatorio*, e non mai *definitivo*. Quando diffatti l'Algebra vi ha detto: sappiate che la *ragione*, la *proporzione*, la *legge*, che si verifica qui, è tale; essa ha detto quel tanto che dir doveva e poteva: il di più dev' essere scoperto e supplito con altri mezzi. Ma in questo *di più* sta appunto il frutto che si brama di cogliere negli usi della vita. Ora l' arte di cogliere questo *di più* dove sta? chi me lo dimostra? Forse l'Algebra stessa? No certamente, perchè essa altro non fa e far non può che mostrare da un alto monte il paese che dovete esaminare, o indicare le sommità per le quali dovete passare. Forse l'Aritmetica usitata? No, perchè essa non è che un bastone comune per camminare, senza che si sappia quale via si debba tenere. Forse la Geometria che abbiamo? Nemmeno, perchè essa non è che una collezione interrotta di risultati sintetici, priva di unità sistematica, e mancante di radici sensibili, piene e feconde, valevoli a procacciarci il

ritratto di quel gran corpo che dovrebbesi rappresentare sì pittorescamente che anatomicamente.

Se dal *fondo* della dottrina io passo all'*esposizione positiva* di lei, io trovo ancor meno da imitare; perocchè (sia detto con pace de' miei contemporanei e per un doloroso omaggio alla verità) noi in Matematica rassomigliamo a quelle popolazioni le quali da lungo tempo parlano una lingua, e non hanno ancora nè una grammatica, nè un dizionario. Questo giudizio parerà forse sommamente esagerato a' miei contemporanei; ma per buona sorte è tale, che più facilmente degli altri può essere giustificato. La grammatica, della quale intendo di parlar qui, altro non è che la collezione delle leggi nostre intellettuali e perpetue nell'esaminare, maneggiare ed esprimere i concetti risguardanti la quantità estesa escogitabile. Il dizionario poi non consiste o nella sola nomenclatura, o nelle sole definizioni nominali o reali, o nella esposizione degli algoritmi particolari; ma eziandio nella piena esposizione ed espressione dei fenomeni sì compositivi che differenziali e sinottici della quantità estesa escogitabile. Tale sarebbe una collezione di serie algoritmiche sì estreme che medie, dedotte da sorgenti geometriche trascelte con un procedimento preindicato nella sua scelta, obbligato nel suo maneggio, ed unificato nelle sue conclusioni; tale una collezione di buone formole generali e particolari, ec. ec.

Questo basti per ora onde dare un saggio dei motivi che mi dissuadono dal riguardare come buoni i metodi, tanto di dimostrazione quanto d'insegnamento, che oggidì vengono praticati; ed invece mi persuadono di pensare ad una ristaurazione adattata alla natura delle cose, ed alle esigenze dello spirito degli apprendenti.

§ 120. Dei primi fondamenti della ristaurazione del primitivo insegnamento.

Qui mi si domanderà in che consister debba questa *ristaurazione*. Per soddisfare pienamente a questa domanda io dovrei presentare un Corso compiuto di quella Matematica primitiva, la quale mentre che dall'un canto non esige fuorchè la cognizione di pochissime proposizioni di Geometria, e dall'altro non suppone fuorchè la perizia delle quattro prime operazioni di Aritmetica, possa agevolmente condurci alla scoperta del vero algoritmo universale, per mezzo del quale possiamo eseguire le tre specie di calcolo già indicato, cioè il calcolo di *composizione*, quello delle *differenze*, e finalmente quello di *congruenza*. Ma pensando che per ora offrir debbo una mera *proposta*, e che pochi esempii bene tra-

scelti potranno far presumere del rimanente, io stimo opportuno di scegliere questi esempii prima nel paese dei *contigui*, ossia dei razionali o commensurabili, e poscia in quello dei *continui*, ossia degl' irrazionali e degl' incommensurabili.

Nel passare per altro dall'uno all'altro paese stimo acconcio di usare la precauzione di trattenermi alquanto nella regione *intermedia*, in cui accade il fenomeno regolare della spuria incommensurabilità.

Nel maneggiare questi esempii io mi accorgo che dovrò richiamare una particolare attenzione sulla teoria delle vere naturali TRAMUTAZIONI delle proporzioni, o almeno su alcuni fatti che si riferiscono a questa tramutazione. Da essa dipende non solamente la teoria delle *serie intermedie*, e quindi la *valutazione trilogica*, solo propria e competente alla quantità *estesa* e al relativo calcolo di *congruenza*, dal quale sorge l'*unificazione;* ma dipende eziandio il compimento della teoria stessa delle *trasformazioni*, e quindi la teoria delle *quadrature*. Anzi, considerando profondamente e sistematicamente le cose, si trova che l' una e l'altra teoria non ne formano che una sola, la quale offre lo spirito eminente dell'*algoritmo universale*. Nuovo o almeno dimenticato pare questo punto nelle Matematiche, nell' atto pure ch' egli contiene la chiave maestra d' ogni algoritmo.

E qui, per agevolare l' intelligenza di quello che ho accennato nel terzo Discorso, e di quello che osservar dovrò più sotto, mi si permetta di entrare nelle seguenti spiegazioni.

Altro è la tramutazione di *figura*, ed altro è la tramutazione di *potenza*, ossia di valore complessivo d' una grandezza. La prima appellar si dovrebbe col nome di *trasformazione*, sinonimo di *conversione d'una forma in un' altra;* la seconda chiamar si dovrebbe *trapodestazione*, sinonimo di *conversione d'una podestà in un' altra*. La trasformazione è primariamente geometrica e subalternamente aritmetica, perchè in essa la *somiglianza* e la *dissomiglianza* vengono in considerazione per essere associate coll' *identità* di valore. La trapodestazione, per lo contrario, è primariamente aritmetica e subalternamente geometrica, perchè in essa cade in considerazione l' aumento o il decremento del *valore* associato coll' *identità* di forma, e soprattutto salva la legge rigorosa dell' *unità continua*, come si spiegherà più sotto.

La trasformazione consiste nel cangiamento di forma d'un esteso in un altro fatto in modo da presentare sotto la nuova figura un valore identico con quello ch' egli avea sotto la forma antecedente. In forza di questa identità di valore il nuovo esteso dicesi *equivalente*, ossia eguale

di area al primo. Allorchè si considerano due figure equivalenti, senza pensare come l'una si possa convertire nell'altra, non si concepisce la trasformazione o la trasfigurazione; ma altro concetto non nasce, che quello di una *identità* di valore superficiale fra le medesime, la quale viene espressa col segno dell'*eguaglianza*. Allorchè poi si pensa al mezzo col quale l'una figura si può convertire nell'altra, sia per un andamento naturale, sia per un processo artificiale, allora nasce il concetto della *trasformazione*. Si noti bene, che l'idea alla quale si tien dietro, è propriamente quella del *valore* delle superficie. Questo è così vero, che quando la seconda figura diversa non presenta più lo stesso valore, non dicesi più che la prima sia stata trasformata nella seconda, ma si considerano invece entrambe come cose fra sè diverse e indipendenti. I paragoni quindi fra le medesime sono arbitrarii ed accidentali. La mutazione di valore tronca o toglie ogni concetto di *equivalenza* superficiale, il quale consiste essenzialmente nell'*identità*. Colla mutazione, coll'alterazione di valore, ossia colla disuguaglianza, si cangia il *sì* in *no*, e però cessa l'accessorio concetto della vera trasformazione matematica. *Transformationis fundamentum hoc est* (dice Leibnitz), *ut figura proposita rectis in numeris utcumque* modo secundum aliquam regulam sive legem *ductis, resolvatur in partes; quae partes aut aliae ipsis aequales, alio situ, aliave forma reconjunctae aliam componant figuram priori* aequipollentem, *seu ejusdem* areae, *etsi alia longe figura constantem.* — E qui, parlando dell'uso e dell'importanza di queste trasformazioni, soggiunge: *Unde ad quadraturas absolutas, vel hypotheticas, vel geometricas, vel serie infinita expressas arithmeticas, jam jam multis modis perveniri potest.* — Parlando del METODO delle medesime dice che *inter potissima Analyseos censenda videtur. Neque enim tantum ad series infinitas et ad approximationes, sed et ad solutiones geometricas aliaque innumerabilia*, vix alio qui tractabilia *inservit* (1).

Veniamo alla *trapodestazione*. Questa è cosa del più recondito senso e della più alta indagine. Essa consiste nel far passare due grandezze valutate, aventi fra loro una data proporzione, da uno stato all'altro proporzionale, in conseguenza della più rigorosa legge di unità e di continuità. Non confondiamo la *trapodestazione* colla *sostituzione di nomi.* Quando, per esempio, ho due moli valutate, e alzo o deprimo la loro espressione numerica, ovvero anche ne sostituisco una comune, io al-

(1) Dicta *Epistola ad Oldenburgium Newtono communicanda. Opera omnia.* Tom. III. pag. 49.

tro realmente non fo che una semplice moltiplicazione o divisione delle stesse cose, senza cangiare il loro rapporto, ossia la loro ragione o le loro proporzioni. Questa è quella che chiamo *sostituzione di nomi.* Spesso accade di dover fare queste traduzioni, sostituzioni, elevazioni, sia per evitare materiali espressioni frazionarie, sia per istabilire l'identità di denominazione richiesta nei binomii sommati che concorrono a costituirne un terzo; come, per esempio, nelle potenze di un triangolo rettangolo non isoscele, il quale colla divisione fatta dalla perpendicolare tirata dal vertice sull'ipotenusa fa nascere tre triangoli simili, ec. ec. Questa specie di artificiale traduzione nominale non è quella che viene da me disegnata col nome di *trapodestazione.* Colla trapodestazione io intendo d'indicare quella operazione per cui nasce a certi intervalli un rispettivo aumento o decremento di una grandezza in forza della legge di continuità. Mediante questa operazione, dirò così, necessitata si altera la primitiva ragione impostata, e quindi le proporzioni annesse emergenti e dipendenti, perchè diffatti ad una data originaria grandezza ne succede un'altra. Ma, ciò facendosi con identità di stato e parità di funzioni, ne emerge una *generazione essenziale*, e non un' *opera artificiale.*

Quando per una coartata indagine si giunga almeno a scoprire a quali epoche e con quali persone numeriche operar si debba questa *trapodestazione*, noi ci potremo lusingare di svelare l'arcano massimo delle Matematiche, e di cogliere almeno le prime leggi di quell' IMPLICITO, il quale fino al dì d'oggi ha formato oggetto di disputa, e ad un tempo stesso un bisogno assoluto delle Matematiche.

In questo Discorso presenterò alcuni esempii di questa operazione. Nel mostrare questi esempii avrò campo di porre sott' occhio sì i modelli di *osservazione* che i modelli di *funzione*, dei quali ho parlato nel Discorso antecedente, e di farne rilevare le proprietà generali. Nell' atto stesso si vedrà come vengano effettuate le operazioni logiche di *apprendere*, di *distinguere* e di *comprendere*, ed in che consista l'arte di far presenti e di combinare tutte le condizioni dei mezzi termini plenarii di *deduzione.*

In questo saggio io mi ristringerò a far osservare le cose di maggior conto, le quali però non eccedano i limiti dell'insegnamento primitivo. Sopprimerò quindi quei minuti artificii, coi quali si guidano per mano gli apprendenti fino alla porta d'ingresso delle Matematiche. Il segnare questi artificii appartiene ad un Corso completo e positivo di primitivo insegnamento, cui sarà facile tracciare osservando il passaggio dal *concreto* all'*astratto*, e dal *particolare* al *generale.*

Ora mi resta a dire delle condizioni di *ragione* di questo metodo ristaurato in conseguenza delle cose già dimostrate negli antecedenti Discorsi. Queste condizioni formano altrettanti CANONI GENERALI, i quali non è permesso di violare o di trascurare senza rendere nulla o violentare la scienza e l'arte matematica. Io credo prezzo dell'opera di presentar qui un registro di questi canoni, rimettendo i miei leggitori ai luoghi dai quali furono ricavati. Di tre specie sono questi canoni. La prima specie si riferisce alla *natura* degli enti matematici; la seconda si riferisce alle *leggi* naturali della intelligenza umana; la terza si riferisce ai *doveri* principali e sussidiarii conseguenti. Sebbene tutte queste specie di canoni versino su qualche cosa che devesi fare od ommettere, e però tutti cadano sulla parte *operativa* delle Matematiche; ciò non ostante vengono distinti gli uni dagli altri per la loro *derivazione* diversa, ossia per la diversa qualità delle cose e dei rapporti dai quali vengono dedotti.

§ 121. Continuazione. Primi canoni fondamentali.

Classe I. — Canone I.

I concetti dell'*esteso* finito e determinato, delle *logíe* e dei *movimenti* nostri mentali che lo riguardano, nonchè tutte le costruzioni od espressioni sensibili, tendenti a rilevare con verità, e nella maniera più breve e più facile, gli stati diversi di *quantità* da noi domandati, formano la MATERIA dell'ottimo metodo della *Matematica pura*.

Canone II.

Non si possono ammettere come possibilmente esistenti fuorchè *estesi* individuali e finiti, e per ciò stesso aventi una data forma. La grandezza o la piccolezza nel regno dell'*escogitabile* non si debbono risguardare che come puri termini di *paragone*, e nulla più.

Canone III.

Come il concetto del *numero* dev'essere preso fra il *nulla* e il *tutto*, così il concetto della *grandezza* estesa escogitabile dev'essere posto fra il *punto* inesteso e lo *spazio* indefinito.

Canone IV.

Il concetto del *punto* inesteso e della *linea* inestesa si debbono riguardare come segni di pure *logíe*, cioè come indicanti mere *relazioni*,

e non mai come *stati* possibili dell'*esteso*. L'idea del *punto* inesteso non si deve assumere che come indicativo di un luogo, di un principio o di un fine puramente escogitabile. La *linea* inestesa poi non si deve considerare che come un mero segno di distinzione, di direzione, di confine, e nulla più (ved. la Nota IV. in fine).

Canone V.

L'*estensione*, sotto qualunque forma o dimensione, devesi considerare come indistruttibile ed inesauribile; ed ogni figura non suscettibile di un rapporto complessivo identico con un'altra si deve risguardare come incommutabile.

Canone VI.

Ridurre l'elemento sostanziale esteso al punto inesteso; ridurre qualunque superficie alla linea inestesa, o viceversa; egli è lo stesso che tramutare l'*essere* nel *nulla*, o il *nulla* nell'*essere*, il *sì* in *no*, e il *no* in *sì*.

Canone VII.

Ogni collezione, ogni serie, ogni composizione di meri *contigui* non si deve considerare dotata di reale *unità*, ma risguardare come coperta di questo concetto soltanto per una *finzione* della nostra mente. Viceversa ogni grandezza veramente *continua* non si può tradurre, salva la sua unità, in una pluralità di parti distinte fuorchè per una finzione puramente mentale.

Canone VIII.

In tutti i nostri ragionamenti è necessario di pensare che l'*unità* e il *numero* si possono prendere in tre diversi sensi: il primo *ontologico*, il secondo *metafisico*, il terzo *fisico*. L'*ontologico* si riferisce tutto intiero al fondo nostro pensante, astrazion fatta se esista o non esista qualche altra cosa fuori di noi. Annunziare l'*unità* o la *pluralità* assoluta dei nostri modi d'*essere*, astrazion fatta da ogni altra considerazione, inchiude il senso dell'*uno* o del *numero ontologico*. Il *metafisico* si riferisce ai concetti degli enti tutti esistenti, in quanto li consideriamo nella loro vista la PIÙ GENERALE (1). L'idea di *esistenza reale* di un oggetto esterno è la sola che viene qui associata all'idea dell'*uno* o del *più*

---

(1) Ognuno sa che il nome di *Metafisica* si riferisce alla veduta eminente e generale delle cose *esterne esistenti*.

ontologico. Mediante quest'associazione, colla quale figuriamo esistere sostanze fuori di noi e distinte da noi, alle quali leghiamo le idee di *unità* e *pluralità*, nasce il *senso metafisico.* Il *fisico* finalmente, sia astratto, sia concreto, si riferisce ad una unità o pluralità di *parti estese*, siano reali, siano puramente escogitabili. Esso è il concetto dell'*uno* o del *numero esteso*, sia dei contigui, sia dei continui. Questo è l'*uno* o il *numero* veramente *matematico.*

Non v'ha dunque *unità divisibile*, fuorchè l'*unità estesa.*

Canone IX.

Se nel paragonare o valutare le quantità conviene assumerle o almeno tradurle nella stessa specie, ne segue per lo stesso principio, che quando chiamiamo a confronto due grandezze estese, due podestà, due nomi, conviene risguardarle sotto quel concetto pel quale sono comparabili, e segnarne la ragione e la proporzione giusta quest'aspetto.

Di quest'ultimo precetto non ho avuto ancora occasione di parlare fin qui, perocchè da una parte riguarda soltanto la maniera di esprimere le relazioni scambievoli delle grandezze, e dall'altra nel linguaggio comune si suole praticare naturalmente. Dicesi diffatti comunemente: *la tal cosa è doppia, tripla, quadrupla dell'altra;* e con ciò si fanno venire a confronto per quell'aspetto, sotto del quale sono fra loro comparabili. Era riserbato agli algebristi, invasi della manía di assoggettar tutto alle quadrature ed alle leggi esclusive della commensurazione fabbrile, il sovvertire questo modo naturale, e sostituirne un altro perfettamente antilogico ed incomprensibile, annunziando il loro giudizio colle così dette *radici sorde.* Col dire che *A* sta a *B* come l'*unità* sta ad una *grandezza* che abbia la radice di una grandezza doppia, tripla ec., quali concetti suscitate voi nella mente mia per darmi ad intendere una cosa semplicissima? Voi adoperate un incognito, ed anzi un incomprensibile, per indicarmi una cosa che mi deve riuscir cognita e comprensibile. Diffatti quale idea posso io formarmi della radice di due, di tre, o simili? Voi stesso mi dite che sono *sorde.* E perchè dunque le adoperate senza bisogno, ed anzi contro ragione? Perchè non impiegate invece l'espressione ovvia e naturale della POTENZA *lineare* o della PODESTÀ? Allora sì che chiamate a confronto due idee comparabili. Dir dunque si deve: *A* sta a *B* come la *potenza* 3 sta alla *potenza* 4, o come 3 : 4, o 5 : 6; e così discorrendo.

Io avrei potuto aggiungere un decimo canone, ma egli sarebbe stato forse prematuro. Eccolo ciò nonostante. Posto che da una parte la quan-

tità estesa è inesauribile; posto che nella valutazione non si può essa ridurre nè al punto inesteso, nè alla linea inestesa; e posto che deve sempre esistere un elemento rispettivo misuratore; ne viene di necessità, che in ogni valutazione dovrà esistere o risultare un elemento od una lista, i quali nella data funzione non dovranno andare soggetti ad ulteriore divisione, od impiccolimento rispettivo. Con ciò si determinano i valori rispettivi e le estimazioni relative dei *continui* entro i limiti della più rigorosa unità, e salva la loro natura incomparabile coi *contigui*. Con ciò si possono tramutare in una forma *fatturata*, analoga alla loro natura, e sotto questa forma assoggettarli alle quadrature razionali fatte con fattori contigui e diversi.

Bastino per ora questi nove canoni fondamentali per dar forma vera ai nostri giudizii, e per dirigere le nostre operazioni in mira di rispettare le condizioni e gli attributi essenziali dell'*esteso*. Se si ponderino bene i termini d'ognuno di questi canoni, noi ci accorgeremo ch'essi esprimono sotto forma diversa uno stesso principio; e questo è il principio stesso di *contraddizione* tradotto all'essenza logica della quantità estesa. La voce della ragion naturale fa eco alla loro enunciazione, e un vittorioso convincimento respinge qualunque contraria sentenza.

§ 122. Osservazioni teoretiche per istabilire i canoni derivanti dalle esigenze naturali della mente umana.

Qui io dovrei presentare i canoni appartenenti alla seconda classe, vale a dire le regole dedotte dalla considerazione delle leggi necessarie dell'umana ragione, in mira di ottenere la vera, la piena e l'agevole cognizione dello stato dei fenomeni e delle leggi della quantità escogitabile estesa. Facile mi sarebbe il farlo; e ciò col trarli dagli antecedenti Discorsi, nei quali si trovano dedotti e dimostrati. Ma pensando che il loro tenore non può essere ben confermato, e la loro possanza non può essere ben valutata, se non vengono illustrati coll'ajuto di buoni esempii; egli è per ciò ch'io credo acconcio di trasportarne l'esposizione dopo che con sì fatti esempii ne avrò mostrato l'uso, l'estensione, l'efficacia e l'utilità. Ognuno comprende che questi esempii debbono essere tratti da una *sfera primitiva*, e che l'addentellato loro dev' essere ovvio, notorio e dimostrato.

A fine di procedere con un ordine lucido, pieno, dimostrativo e proficuo, egli è necessario di proporsi due ricerche. Nella prima si domanda quali debbano essere i COSTITUTIVI *sensibili* del buon criterio matematico, e quindi come questo criterio possa e debba essere simbolica-

mente preparato ed atteggiato. Nella seconda si domanda quale debb'essere la MANIERA esterna di adoperarlo. Quando Bacone stese le regole dell'arte di osservare in Fisica, egli diede alla collezione de' suoi precetti il nome metaforico (forse troppo pomposo) (1) di *Nuovo organo delle scienze*. Con questo titolo egli personificò elegantemente l'arte di *osservare*, di *ragionare* e di *esporre* in Fisica. Diffatti quest' arte serve alla nostra *potenza* come di stromento per esplorare, per raccogliere e per trasmettere il frutto delle nostre scoperte. Ecco pure ciò che rimaneva a fare nella Matematica speculativa. Com' è necessario il sapere in qual guisa vada fabbricato ed adoperato un buon telescopio in Astronomia; così, a mio avviso, è necessario sapere da che venga estrinsecamente costituito e come debba essere esercitato il buon criterio in Matematica.

A queste due distinte ricerche sono consacrati gli esempii che sono per produrre; e però essi risguardar non si debbono come teoremi o problemi di Matematica, ma solo come esempii dimostrativi di metodo. Che se da questi esempii scaturisse qualche nuovo raggio di dottrina positiva, ciò accadrebbe soltanto in via subordinata e solo per incidenza, e senza che io pretenda di produrre nuove scoperte o tentare nuovi sperimenti.

Io domando adunque in primo luogo come con simboli sensibili si formi il buon criterio matematico. Rispondo, ch' esso vien formato esprimendo i simboli principali dei mezzi termini logici *competenti*. Ma in che consiste questo mezzo termine? Io distinguo: o parliamo del mezzo termine considerato *in sè stesso*, o parliamo del mezzo termine considerato nelle sue *cagioni*. Se parliamo del mezzo termine considerato *in sè stesso*, egli altro non è che quel concetto semplice o complesso, per mezzo del quale noi connettiamo le nostre idee in forma di ragionamenti, e concludiamo con una data proposizione. Che se poi consideriamo

---

(1) Dico *forse troppo pomposo*, perocchè non diede precetto alcuno circa l'arte di osservare e di ragionare sulle scienze morali e politiche, nè sulle Matematiche. Quanto alle prime, credette di abbandonarle al sillogismo, come cose, secondo lui, poste nell' opinione degli uomini; e quanto alla Matematica, egli si contentò di collocarla fra le dottrine ausiliarie alla Fisica, e di notare che fino al suo tempo nulla si era aggiunto a quel che aveano insegnato gli antichi. Rispetto alla Logica, Morale e Politica, mi rimetto a ciò che ho scritto nell'*Introduzione al Diritto pubblico universale*. Quest' Opera altro non è che una *Genesi del Diritto naturale*, nella quale abbandonate le quattro scuole dominanti in Europa, cioè la *favolosa*, la *trascendentale*, la *fittizia*, la *teologica*, ho creduto di dare i fondamenti della quinta scuola, ch' esser dovrebbe la *filosofica*. Rispetto poi alla Logica matematica, io mi sono occupato in questi Discorsi a tracciarne alcuni principii fondamentali.

mentali associate, e che vicendevolmente si danno mano per produrre uno stesso solidale effetto. — Fino a che nel trattare la quantità estesa complessa non avete che una valutazione o una serie sola, dite pure che non avete côlto che un *solo profilo* del vostro oggetto. L'*esteso* determinato non è esauribile, ma ha i suoi confini rispettivi. Ciò stante, esso ha sempre essenzialmente tre termini di valutazione: i primi due appartengono agli estremi; il terzo ai medii. Tre valutazioni pertanto concorrono a formare il vero e pieno algoritmo della quantità estesa. Leibnitz, parlando del circolo, disse: *Magnitudo circuli est* DIFFERENTIA *duarum serierum progressionis harmonicae* (1). E perchè non si occupò egli a scoprire ed a mostrarci queste due serie, fra le quali la terza sta involta nella grandezza circolare? Ciò che dicesi del circolo si verifica di qualunque grandezza estesa specialmente continua.

= Date due serie *compotenti*, trovare la terza in modo che il nesso sia dettato dalla legge della più stretta unità e continuità = ecco il problema massimo ed ultimo della più alta sapienza matematica; ecco la meta alla quale debbono tendere tutte le ricerche della Matematica pura; ecco lo stipite al quale debbonsi rannodare tutti i tessuti della dottrina.

Dalle quali considerazioni è agevole dedurre che il metodo sensibile, atteggiato giusta le esigenze della mente umana rivolta allo studio della quantità estesa, deve nelle *proposte* esibire le condizioni per le quali coglier si possa pienamente l'eguaglianza, la disuguaglianza e la compotenza, e deve nelle sue *funzioni* alternare le composizioni e le differenziazioni, e infine conchiudere coll'esibire i tre termini di valutazione sviluppati anche colle serie compotenti.

Niuna di queste condizioni eccede la sfera dell'insegnamento primitivo; purchè non si pretenda di eccedere la sfera dei *particolari*, e non si salti bruscamente da uno in altro oggetto.

OBBIEZIONE.

Voi avete considerata la *compotenza* (dirà taluno) come uno stato di *fatto* della quantità escogitabile, al pari dell' *eguaglianza* e della *disuguaglianza*; e voi ad un tempo stesso avete preteso che si possa *esprimere* in una *maniera* parimente *sensibile*. Ma se accordar possiamo la esistenza della *compotenza*, non pare che così agevolmente si possa accordare la possibilità di esprimerla, e di esprimerla in guisa da servire agli ufficii bramati dell'algoritmo. Altro è dire diffatti che la *compotenza*

(1) *Opera omnia*. Tomo III. pag. 143.

esista al pari dell'*eguaglianza* e della *disuguaglianza*, ed altro è dire che apparire o rappresentar si possa ai sensi come l'*eguaglianza* e la *disuguaglianza*. Noi, per esempio, siamo convinti che esista una forza motrice, una forza di gravità, un'energia vitale; noi siamo pure convinti che la nostr'anima sia un essere senziente, deliberante ed operativo: ma possiamo noi forse rappresentare direttamente le forze, la vita, l'anima, come rappresentiamo i corpi ai quali ci figuriamo che appartengano? Sia pur vero che tutta la Matematica allude alla *compotenza*; sia pur vero che tutto dì ne sentiamo il predominio distinto ed eminente: ma possiamo noi forse rappresentarla fuorchè colle spoglie singolari dell'*eguaglianza* e della *disuguaglianza*? Accordo adunque che per un concetto tutto spirituale della mente nostra noi ci possiamo formare un'idea di questo potere algoritmico; ma non pare che simboleggiar lo possiamo ai sensi, come simboleggiar non possiamo i costitutivi delle *forze* e della *vita*.

Dico *i costitutivi*, per distinguerli dai fenomeni ossia dagli effetti secondarii e derivati. Questi si possono tracciare sulla carta, come facciamo delle orbite dei pianeti, della spinta e della caduta d'una bomba, del corso di un fluido, ec. ec.; ma questi simboli non offrono che *effetti* materiali, e non rappresentano mai la *causa* in sè stessa, e meno poi i *costitutivi* della medesima.

Risposta.

A quest'obbiezione, che non manca di apparenza, rispondo opponendo i seguenti fatti. Eccovi i pezzi di un orologio o di altra macchina scomposta. È vero, o no, che se non avete mai veduto questi pezzi compaginati, voi non vi potete formare l'idea del *tutto*? Qui facciamo punto. L'idea di questo *tutto* è un'idea sensibile al pari di quella delle parti, sì o no? L'idea di questo *tutto* può forse sorgere dalla contemplazione particolare delle parti? Non mai. Queste parti altre sono più grandi, altre più piccole, altre hanno una forma, ed altre un'altra. Nella considerazione delle parti voi rappresentate lo stato di *eguaglianza* e di *disuguaglianza* singolare. Nel considerare il *tutto* e queste parti, in quanto sono congruenti ed armoniche in un senso complesso, voi rilevate la *compotenza* come rilevaste l'*eguaglianza* e la *disuguaglianza*. Niuna discrepanza vi ha in questo magistero mentale. In natura non esistono che le moli singolari, le quali a primo tratto si presentano più o meno ampie, e nulla più. L'*eguaglianza* e la *disuguaglianza* sono, come spesso ho detto, idee di puro *rapporto*, sono pure *logíe*, e nulla più.

L' *eguaglianza* e la *disuguaglianza* dunque propriamente non si rappresentano, ma altro non si fa che presentare i termini materiali dai quali sorger possono queste logíe. Nella *compotenza* accade lo stesso. Voi rappresentate parti cospiranti. Considerandole comparativamente, sorgono le idee relative della *convergenza*, dell'*armonia* e delle *proporzioni*, come nei confronti singolari sorgono le logíe dell'*uguaglianza* e della *disuguaglianza*.

Volete voi esempii più semplici? Mirate quella pianta, quell'animale, quella fabbrica. Un albero senza rami o senza tronco non è più quell'albero; un corpo senza o la testa, o le gambe, o altra parte integrante, non è più quell' animale; un edificio senza alcuna di quelle parti o di quelle proporzioni non è più quel desso. Questo non è ancor tutto. Una bella facciata di un edificio architettata da Palladio si può rappresentare sì o no? Ma una bella architettura non forma forse una superficie compaginata di grandezze estese *compotenti?*

Dopo questi fatti credo non si possa più dubitare che si possa esprimere la *compotenza* come si esprime la *eguaglianza* e la *disuguaglianza*. Questo non è ancor tutto. Considerando i primi fatti delle umane cognizioni, noi troviamo che la prima idea che si presenta alla nostra attenzione è quella della *compotenza*, per ciò stesso che in natura le cose esterne ci si presentano in uno stato concreto, connesso e continuo. I rapporti singolari di *eguaglianza*, di *disuguaglianza*, di *ragione*, di *proporzione* nascono solamente in conseguenza dell' esame analitico che noi facciamo dei concetti naturali complessi, i quali sono cotanto prevalenti, ch' essi imperiosamente dettano anche all' insaputa nostra le nostre sentenze. La *compotenza* dunque forma, per dir così, l'alfa e l'omega delle Matematiche; e come entrò dapprima con forme materiali nel nostro spirito, così può essere atteggiata con forme materiali ad uso della ragione algoritmica. Ora scendo agli esperimenti, e incomincio dai più semplici e dai preliminari, avvertendo che intendo di mostrare la *massima* del metodo, e non la *maniera* di comunicarlo agli apprendenti. Soppresse quindi le filature intermedie, mi valerò di proposte staccate.

§ 123. Degli alfabeti algoritmici.

Nell' antecedente Discorso ho accennato l' analogia che passa fra la Matematica e la Grammatica. Ogni Grammatica di una lingua incomincia col dare l'alfabeto letterale, e indicare la *podestà* ossia il *significato* assoluto o relativo delle diverse lettere. Incominciamo dunque ancor noi col dare l' alfabeto algoritmico, assegnando la *podestà* delle diverse let-

tere. Insegnare ad apprendere l'alfabeto è un affar puerile; ma mostrare la ragion vera dell'alfabeto è forse cosa triviale? Memore del concorso perpetuo del senso geometrico, dell'aritmetico e del sinottico, io sento che nella costruzione dell'alfabeto matematico convien soddisfare alle esigenze simultanee di questi tre sensi in modo di servire alle funzioni algoritmiche. Ma pensando dall'altra parte, che un oggetto complesso non può ben essere compreso se non venga esaminato a parte a parte; così sarò costretto di esaminare codesto alfabeto tanto sotto i diversi *aspetti* sotto de' quali ci si presenta la quantità estesa, quanto nelle diverse *particolarità* e *leggi* decisive per l'algoritmo. Questo non è ancor tutto. Posto che il campo che devesi percorrere è quello della *Matematica pura*, e l'oggetto che cade sotto l'esame è la *quantità fisica escogitabile;* e posto che l'essenza di questa quantità non è veramente sensibile, ma puramente *logica*, e di natura tale che ad *aggregati di contigui* associamo l'idea di *unità complessa*, e a *grandezze continue* associamo la idea di *valori numerici*, io m'accorgo che dovrò necessariamente atteggiare il mio alfabeto in modo, che la di lui prima forma simbolica sia comune ai *contigui* ed ai *continui;* talchè la differenza non esista che nelle valutazioni. La Matematica pura, a parlar rigorosamente, non fa uso nè della quantità *estesa discreta*, nè della *continua* propriamente detta, ma veramente assume la sola quantità *continua* parteggiata o valutata in complesso.

Come in Geometria non consideriamo una superficie seminata d'*interstizii* (come sarebbe un piano coperto di un primo strato di granelli rotondi ed eguali di sabbia), così pure in Aritmetica non figuriamo fra le parti d'una grandezza quadrata e non quadrata *interstizio* veruno che possa nello stesso tempo far divenire alternamente *negativo* il valore di una data grandezza. Tutto è *affermativo*, perchè tutto dev'essere *esistente;* e tutto dev'essere *esistente*, perchè dal solo *esistente* risulta lo *stato* o il *valor reale* di qualunque grandezza. Dunque il *discreto aritmetico* non diversifica punto dal *geometrico*, nel quale quando divido un'area non ne allontano le parti, ma soltanto le distinguo colla mente.

Io prego i miei lettori di por mente a questa circostanza di *fatto*, della quale ho già fatto parola al principio di questi Discorsi. Essa è massima e decisiva per qualificare come si deve tutti i nostri giudizii entro la sfera della Matematica pura; essa è altresì decisiva per la retta intelligenza degli alfabeti primi della Matematica pura. Questi alfabeti si debbono considerare come le note musicali di una scala diatonica, i quali non possono suscitare nell'animo nostro le idee dei suoni e dei salti, de-

gli accordi o delle dissonanze, dell' armonia e della melodia ec. ec., se non vengano formalmente eseguiti. Io prego perciò quei leggitori, i quali bramassero studiare di proposito questi alfabeti, e ricavarne un pieno frutto, a prendersi la briga di pingersene all'occhio la struttura, almeno in quelle parti che sono le più decisive, sia con costruzioni geometriche fatte alla mia maniera, sia con altre che loro paressero migliori, ed a pensar sempre che queste costruzioni altro non sono che numeri figurati, o forme geometriche valutate; locchè torna lo stesso.

Io non potrei raccomandare mai abbastanza l' uso costante di associare la parte simbolica colla parte numerale, e le funzioni in serie della parte numerale colle costruzioni complesse della parte simbolica. Quest' uso è assolutamente indispensabile nei primordii dello studio della *quantità estesa escogitabile*. In un periodo di studio più innoltrato i simboli si possono semplificare e talvolta ommettere, perocchè allora la imaginazione e la memoria si trovano già provvedute delle buone rappresentazioni sostanziali; e però non abbisognano più che di segni più semplici, per risvegliare e combinare le forme delle quali si trovano di già in possesso. Allora colla *parola* si possono suscitare *concetti* positivi e determinati, come in qualunque altra sfera delle nostre cognizioni. Senza di ciò tutto è perduto e fugace, sempre aereo, confuso, difficile e sterile.

In conseguenza di queste osservazioni io distinguo la *forma* delle lettere dal *valore* delle medesime. Quando presentate le lettere già fatte, voi incominciate dal mostrar tutta la loro forma; ma quando presentate una forma costrutta, voi ponete sott' occhio un' opera meditata, e però sottoponete alla mia contemplazione non il processo d' invenzione, ma la conseguenza, il risultato, il frutto di questo processo. Quindi l' *istruzione* incomincia dove finisce l' *invenzione*. Ma l' istruzione fatta colla coscienza dei passi dell' invenzione vi può segnare compendiosamente il processo dell' invenzione. In tutto ciò che riguarda le ARTI conviene incominciare a mostrar l' opera fatta, sì per ben intendere i rapporti di azione e di reazione delle parti, e l' effetto che ne nasce, e sì per intendere la ragione della forma stessa complessiva del *tutto*. L' Anatomia precede logicamente la Fisiologia, e la rappresentazione compaginata e continua precede l'una e l'altra.

Per la qual cosa consultando tanto l' essenza propria degli enti sostanziali della Matematica pura, quanto le leggi assolute e perpetue della nostra intelligenza, siamo costretti ad incominciare col porre sott'occhio le lettere algoritmicamente formate, per indi passare ad esaminarne la *podestà*, sia assoluta, sia relativa, sia singolare, sia complessiva.

Volendo procedere tanto nelle *costruzioni* quanto nelle *valutazioni* dal semplice al composto, abbiamo due guide luminose. Quanto alle *costruzioni* esiste l'assioma, che = siccome il triangolo è la prima e più semplice figura rettilinea tra le figure piane, così il circolo è la prima e più semplice figura curvilinea (1). =

I poligoni regolari di minori lati ed i più eguali possibili sono il triangolo equilatero ed il quadrato (2). Il primo racchiude una varietà di ragioni che non viene somministrata dal secondo, come apparisce dalla sua analisi. Il triangolo equilatero deve adunque essere esaminato dopo il quadrato, benchè il triangolo equilatero sia, tanto in linea di *fatto*, quanto in linea di *ragione*, la figura rettilinea piana la più primordiale di tutte. Ponete a contatto tre globi o tre circoli eguali; figurate fuor di voi monadi o molecole rotonde, eguali ed in contatto: allora sorgono naturalmente triangoli equilateri curvilinei. Fissate coll'imaginazione i centri di queste monadi estese; tirate tre linee: ecco che sorge un triangolo equilatero rettilineo. Ma questa figura, di sua natura cotanto semplice e primitiva, racchiude rapporti varii di *compotenza* e di *unificazione*, che invano voi cerchereste nel quadrato.

§ 124. Dell' alfabeto dei quadrati.

Un alfabeto letterale altro non è che una serie dei segni radicali delle parole. Ogni parola si divide in sillabe, e le sillabe si dividono in lettere. Le lettere sono segni di voci primitive, ma di voci che intervengono sempre nelle parole. Metafisica è dunque l'espressione e l'allusione tanto d'ogni lettera alfabetica, quanto del complesso della medesima. La tavola alfabetica vi dice: sappiate che le voci da voi usate non inchiudono che ventiquattro modi ben distinti all'orecchio, come lo spettro colorato d'un raggio prodotto da un prisma non inchiude che sette colori ben diversificati, oltre il bianco. Così una corda sonora non vi fa sentire che sette toni primitivi intieri, oltre l'ottava. Dico *ben distinti* o *ben diversificati*, per indicare che col pensiero si possono bensì fingere misture e gradazioni indefinite; ma che col senso segnar non si possono altre differenze, per le quali affermar si possa che il concetto dell' uno esclude quello dell'altro.

---

(1) Grandi, *Instituzioni geometriche*. — *Definizioni*. — Def. 18. Scolio 4. — Edizione di Firenze 1741, stamperia Gran Ducale, pag. 10.

(2) „Les plus simples des poligones réguliers après le triangle équilatéral est le quadrilatère, dont les angles et les côtés sont égaux. Le poligone se nomme *quarré*." Lacroix, *Elémens de Géométrie*. Part. I. Sect. I. N.° 142.

Così nella divisione prima e compatta dell' esteso l' alfabeto v' indica i primi venticinque modi, i quali se dappoi si suddividono ed ammettono intermedii, ciò non ostante non alterano nè l' indole individuale, nè le ragioni interne ed esterne, nè la loro azione periodica. Anzi, considerando le cose più addentro, si prova che i termini più compatti sono eminentemente i più predominanti. Passo ora all' interna loro struttura. Ogni nome rivestir deve la forma di termine progressivo rappresentante i suoi componenti atteggiati e ripartiti secondo la legge degli estremi e dei medii, e con una derivazione continua. Io mi spiego con un esempio. Nella tavola posometrica al grado decimo troviamo il quadrato 100, la di cui radice è 10. Di fronte troviamo il gnomone segnato col numero 19. Ne bramate voi una pittura sensibile? Gettate l' occhio sulla figura VI. della tavola prima annessa a questo Discorso. Ivi vedete il gnomone $P e b'' K E F$ eguale a 19. Là vedete il quadrato $E N e b$ spigolare uguale ad un centesimo del quadrato dell' ipotenusa, che può fare la funzione di primo estremo, nel mentre che le due liste possono fare quella di medii. Questo ripartimento è comune a tutti i gnomoni della tavola. Il valore di questi gnomoni è sempre il doppio della radice del quadrato inchiuso, più l'unità elementare; ed è pure il doppio della radice del quadrato inchiudente, meno la detta unità. Che cosa è questo gnomone, fuorchè la differenza che passa fra l'antecedente grandezza quadrata e la susseguente? Come questa differenza forma la misura dell'aumento dell'una, così forma la misura del decremento dell' altra. Ma questa differenza e questa misura è veramente in sè stessa una grandezza reale? Essa è una superficie determinata al pari di quella dei quadrati, dei quali forma la differenza; anzi essa è parte integrante della superficie del quadrato maggiore. I nomi adunque di *differenza* o di *misura*, di *aumento* o di *decremento* non sono che puramente relativi all'UFFICIO che questa superficiale grandezza compie in questa posizione. Se considerate la differenza fra un gnomone e l'altro, questa è costantemente di DUE unità sostanziali. L'unità assunta forma l'*uno* misuratore tanto delle moli generate, quanto degli stessi gnomoni. Quest'osservazione è sommamente importante per tutto il calcolo.

La mole del grado nono è tale, che formata in quadrato perfetto geometrico, si può dividere in nove liste uguali, ed ogni lista si può suddividere in nove quadratelli perfetti. La lista prima appellasi RADICE; ogni quadratello della medesima appellasi *unità elementare*. È per sè manifesto che i nomi di RADICE e di ELEMENTO non sono che nomi di *uffizio*, e di uffizio, dirò così, domestico ed interiore alla grandezza, della quale la lista o il quadratello formano parte.

Qui è necessario fare attenzione alle due prime maniere colle quali siamo accostumati ad usare di queste misure. La prima maniera si può dire *monogrammatica*, la seconda *poligrammatica*. La *monogrammatica* consiste nel supporre una data figura perfettamente quadrata, e quindi nel considerare la *potenza* quadrata di un *solo lato* come rappresentante il valore di tutta la superficie. La *poligrammatica* consiste nel considerare la *potenza* radicale di ogni lato come concorrente a formare la *potenza* di tutta la superficie chiusa da questi lati. Quando voi moltiplicate una base per un' altezza, e determinate un'area, voi usate di una forma *digrammatica*. Voi usate della *digrammatica* IMPLICITA anche quando adoperate due radici eguali. Se l' *eguaglianza* vi dispensa dalla doppia estimazione delle radici, la funzione fondamentale non lascia d' essere la medesima (1).

Nel trattamento monogrammatico abbiamo parlato di *potenza* quadrata; nel digrammatico di *potenza* puramente radicale. Perchè questa differenza? Pensateci un momento, e voi ne troverete la ragione. Quando su tutta una linea io fabbrico un quadrato perfetto, la *potenza* di questa linea non acquista che una sola espressione. L' area dei quadrati tutti perfetti fabbricati sui lati di un quadrato perfetto è sempre uguale a lui. L' espressione adunque *potenziale esterna* è identica coll' espressione *superficiale interna*. Non è così quando ad una superficie vengono fissati limiti disuguali. Figuratevi un quadrilungo, un lato del quale si possa dividere in tre, e l'altro in quattro parti identiche. La sua superficie risulterà di 12 quadratelli; ma la *potenza* quadrata de' suoi lati non coincide col prodotto dell'uno nell'altro. Diffatti il quadrato sul lato 3 è uguale a 9 quadratelli; il quadrato sul lato 4 è uguale a 16. Questi valori non sono quelli dell' area del quadrilungo, ma solamente dei quadrati eretti sui lati di questo quadrilungo. Il valore adunque *potenziale univoco* dei LATI d' una figura è tutto ESTRINSECO al valore *superficiale interno* di lei. Il valore *potenziale individuo* di un lato non può essere equivalente ossia identico col *superficiale interno* se non nel solo caso che tutta una superficie simile ed uguale venga ripetuta, e ripetuta in un modo simile.

Dico anche *in un modo simile*. Eccovi un quadrato che fa la funzione di unità. Volete voi averne un secondo, ritenuta la *potenza* dei lati del medesimo? Voi dovrete contornarlo con altri tre. Che cosa otter-

(1) Ho detto che queste sono *le due prime maniere*, e non *tutte le maniere*. Havvene diffatti una terza individua e superficiale, la quale si fa per una *sommazione* simile a quella del quadrato dell' ipotenusa, o per un' *ampliazione incommensurabile*.

rete voi? Un grande quadrato perfetto, composto di quattro quadrati primitivi. Ecco il processo di *apposizione* dei contigui *simili* ed *uguali*; processo che si verifica anche colla divisione di una superficie continua quadrata in parti tutte uguali e quadrate: ed ecco il vero simbolo della prima serie naturale *discreta* dei perfetti quadrati aritmetici. La tavola posometrica annessa al terzo Discorso è fatta in sostanza con questo processo. Ivi il quadrato del secondo grado non è una duplicazione superficiale del primo elemento, ma una quadruplicazione del medesimo.

Questa quadruplicazione qui viene fatta per un'associazione del quadrato primo antecedente col gnomone susseguente. Tutti i nomi quadrati della tavola vengono formati nella stessa maniera.

Dal simplo al quadruplo evvi un salto; frammezzo evvi il duplo e il triplo. Or bene, tutta la progressione è fatta con questi salti. I gnomoni mostrano la misura di questi salti. Essi fra l'uno e l'altro grado segnano col loro valore la grandezza di questi salti. Ma questi salti si verificano con una serie di *radici senza salti*, perocchè la radice antecedente non differisce dalla susseguente che di una unità sola elementare. Questi salti sono una condizione necessaria ed inseparabile del processo monogrammatico *discretivo* quadrato fatto con un elemento identico. Dunque le latitudini d'ogni nome monogrammatico quadrato si possono considerare come limiti *discretivi* di altrettante superficie continue che si succedono giusta una legge graduale e compotenziale.

In forza di queste ampliazioni fatte colla serie progressiva di gnomoni aventi in ogni grado la *differenza costante* di DUE, e con radici aventi la *differenza costante* di *uno*, si formano grandezze di superficie similari quadrate sì geometricamente che aritmeticamente; le quali grandezze, nell'atto che si possono tutte convertire in elementi identici, presentano certe leggi costanti ed universali, parte proprie e parte comuni coi non quadrati, come si vedrà più sotto.

La pluralità maggiore o minore delle parti di queste moli, la quale è relativa alla rispettiva loro grandezza, non è che una pluralità mentale, la quale altro non fa che concretare tanto lo stato rispettivo proporzionale delle moli generate, quanto la misura della differenza fra le medesime. Sotto quest'aspetto esse sono comparabili tanto fra sè stesse, quanto colle moli intermedie e colle altre grandezze che naturalmente si associano in forza del trattamento per estreme e medie ragioni. Con questo trattamento appunto è costrutta la tavola; ma costrutta in modo, che il *compositivo*, il *differenziale* ed il *compotenziale* esercitano simultaneamente il loro uffizio.

L'incommensurabilità di alcune grandezze intermedie non oppone ostacolo alcuno. Figuratevi che queste siano simili ad altrettante elissi, come i quadrati sono simili ad altrettanti circoli. L'una figura, come osservò anche il Leibnitz, non si può tradurre nell'altra: ciò non ostante esse vi danno teoremi algoritmici di sommo uso. Serva d'esempio il teorema col quale si esprime che qualunque poligono inscritto nel cerchio sta al corrispondente poligono inscritto nell'elisse, come il diametro del cerchio sta all'altro asse dell'elisse. Vi sono grandezze metafisiche di ragione elittica, come ve ne sono di ragione circolare. Questo carattere è indipendente dalla forma sensibile della grandezza.

§ 125. Dell'alfabeto dei non quadrati.

Ora passiamo all'alfabeto, dirò così, artificiale di queste grandezze elittiche. Questo è un alfabeto, col quale in FORMA QUADRATA GEOMETRICA si esprimono i *non quadrati aritmetici*. La tavola *A* annessa a questo Discorso ne offre un modello. Essa con 97 termini svolti dalle viscere della ragione di 48:49, compagna della ragione di 3:4, percorre algoritmicamente lo stadio delle ragioni e proporzioni inchiuse ed associate fra il simplo ed il quadruplo.

La forma materiale della serie è quale appunto era desiderata dal Leibnitz, come rilevasi dai passi delle tre lettere scritte al signor De la Loubère, membro dell'Accademia Francese e di quella delle Iscrizioni e Belle Lettere (1). Io ignoro se il De la Loubère abbia pubblicato le sue ricerche. Quanto al Leibnitz, egli soltanto ne congettura la possibilità. *Puto* (egli dice) *hoc possibile esse, et ex attenta consideratione rationum commensurabilium talem methodum generalem eligi posse. Ea autem habita, haberetur, ut dixi, algorithmus talis calculi, et perinde calculare possemus adhibitis aequationibus aliis quibuslibet finitis ordinariis. Antequam autem alius hujusmodi calculi algorithmus inveniatur, id est* rationum *additio et compositio*, *sive multiplicatio* SEMPER HÆREBIMUS, *nec nisi pauca et faciliora dabimus*. Nell'ultima lettera del Novembre 1705 scrive quanto segue: *Je souhaiterois, monsieur, que vous fussiez de loisir et d'humeur de poursuivre vos belles pensées sur les proportions, en les cherchant par la voie de l'inquisition*, maximae communis mensurae, *ou par une* SUBSTRACTION RÉPETÉE DU RÉSIDU (come appunto ho fatto io). *Il est remarquable, que par cette voie non seulement la recherche se termine quand les grandeurs*

(1) *Opera omnia*. Tom. III. pag. 654-656. Vedi questi tre estratti in fine.

sont commensurables, mais aussi quand l' incommensurabilité est du premier dégré; c'est-à-dire, quand l'équation est du second, la proportion infinie des quotiens est périodique.

Con questo metodo appunto fu stesa la detta tavola *A*, che si potrebbe intitolare *Alfabeto posometrico* di NON QUADRATI ARITMETICI *trattati in forma quadrata geometrica.* Un secondo aspetto di questo alfabeto vien presentato colla tavola *B*. Ivi si veggono i nomi generici delle proporzioni diverse colla rispettiva valutazione finita in serie continua e concatenata (1). Questi nomi generici tengono appunto luogo delle radici segnate nella scala ordinaria dei quadrati naturali aritmetici. In questa tavola *B* si rilevano i seguenti fatti principali.

I. Se unirete le membra dei due numeri *tassanti* le due proporzioni, voi rileverete che la loro somma forma sempre un quadrato perfetto aritmetico d' un numero pari. La serie incomincia dal quadrato perfetto di 4, e giunge fino al quadrato perfetto di 192. Così, per esempio, avete le ragioni II, IV, i di cui numeri sommati danno 6. La prima porta 12, e la seconda 24; unite le due somme, avrete 36 $\surd$ 6.

II. Il membro maggiore d' ognuno di questi quadrati sostiene col minore proprio la data ragione, la quale differisce dall' altra di due gradi. Egli poi passa a costituire il membro minore del quadrato susseguente, ed a rappresentare un termine di ragione minore d' un grado, di quello ch' egli portava nell' antecedente. Con ciò i membri sono concatenati.

III. La somma degli esponenti delle due proporzioni forma appunto la radice d' ogni quadrato diviso nei due membri suddetti. Così, per esempio, II + IV = 6 | 12 + 24 = 36 $\surd$ 6. Con questa legge procede tutta la serie.

IV. Se unite gli esponenti delle due proporzioni della stessa casa, e moltiplicate la somma pei numeri romani esponenti, voi avrete per prodotto il numero sottoposto di valutazione. Così

I + III = 4	4 × 1 = 4	4 × 3 = 12	4 + 12 = 16
II + IV = 6	6 × 2 = 12	6 × 4 = 24	12 + 24 = 36
III + V = 8	8 × 3 = 24	8 × 5 = 40	40 + 24 = 64

(1) I numeri romani indicano le proporzioni. Così, per esempio, III : V significa tre a cinque. I numeri arabici significano che 24 a 40 sta come tre a cinque, o che viceversa 3 : 5 può essere espresso colle quantità di 24 : 40.

V. Nella tavola matrice *A* abbiamo per numeratore costante il 2 quadrato spigolare. Questo 2 per altro non è costante che di nome, perchè non è veramente che un numeratore correspettivo a denominatori variabili. Dunque quanto maggiore è il numero esprimente il denominatore, tanto è più piccola la superficie di questo quadratello elementare, sempre disegnata col nome 2.

VI. Se si paragonano gli ufficii summentovati degli esponenti con quelli delle radici quadrate, già notati da Newton, noi rileviamo che gli ufficii eseguiti dalle radici quadrate in una maniera *individua* ed *immediata* vengono qui eseguiti dai detti esponenti in una maniera *dividua* e *mediata*. Qui fo osservare che la tavola è derivata dal calcolo dei *continui* e dal metodo di *assimilazione* delle medie proporzionali, come mostrerò nel seguente Discorso.

La forma geometricamente quadrata viene data a grandezze aritmeticamente non quadrate, unicamente per facilitare le *valutazioni*, ed ottenere i rapporti di *compotenza*. Allorchè si abbiano per iscopo le sole quadrature, i risultati di questa forma somministrano l'equazione *zero*, più un quadrato numerico, per cui si passa senza intervallo alla forma RAZIONALE *propria* della grandezza essenzialmente *digrammatica* dei non quadrati. Ma allorchè non si abbia in mira fuorchè il calcolo complessivo di congruenza e di continuità, noi abbiamo (anche ritenuta la forma quadrata) gli stessi risultati dei razionali senza divario, come si vedrà nel seguente Discorso. Nel primo caso non abbisogniamo di eliminazioni, ma solamente di ripartimenti; nel secondo caso poi non abbisogniamo di nulla, ma invece riportiamo un testimonio di verità e di esattezza della nostra operazione.

Dalle quali considerazioni si possono rilevare i primi *costitutivi* dei due alfabeti algoritmici da me proposti. Il primo serve pei così detti *razionali* o *commensurabili;* il secondo serve pei così detti *irrazionali* o *incommensurabili.* La forma materiale di entrambi è la medesima, e solo differiscono per le valutazioni tassate loro. Amendue sono atteggiati sotto forma di *estreme* e *medie ragioni;* amendue presentano serie continue, nelle quali il *compositivo*, il *differenziale* e il *sinottico* possono aver luogo, ec. ec. Ora passiamo ad esaminarli separatamente. Incomincio da quello dei quadrati naturali aritmetici.

§ 126. Dei gnomoni, e delle differenze quadrate fra i termini della serie ripiegata.

Io non abbisogno di dir qui come sia costrutta la tavola posometrica annessa al Discorso terzo. Si richiami per brevità ciò che ho detto in quello (§§ 90. 92. 93) e nel presente, per rilevarne la costruzione materiale. Qui mi restringerò a far notare due leggi di *fatto*, la prima delle quali concerne la *composizione diretta*, la seconda la *composizione riflessa*. La *composizione diretta* è quella che si eseguisce per via di ADDIZIONE GAMMATA nella guisa sopra spiegata, cioè per squadre, ossia per gnomoni; la *riflessa* è quella che si eseguisce unendo addirittura due nomi superficiali a guisa di due quadrati di cateti, per costituirne un terzo. Per incominciare dalla prima vi prego in primo luogo a gettar l'occhio sulla serie dei gnomoni. Voi troverete che alcuni di essi portano una valutazione aritmeticamente quadrata. Tali sono i gnomoni che vengono segnati coi valori 9, 25, 49, 81, 121, 169. Questi sono nomi di quadrati aritmetici aventi per radici 3, 5, 7, 9, 11, 13, ec. Cercate in quali gradi della scala cadano questi gnomoni, e voi troverete che cadono sui seguenti; cioè 5, 13, 25, 41, 61, 85. Qui compiacetevi di far due cose: la prima di comporre questi termini con elementi quadrati, abbracciando nella serie tutti i quadrati dei primi numeri semplici; la seconda di rilevare le distanze fra questi termini, e quindi le rispettive differenze. Eccovi il risultato:

Gnomoni.	9	25	49	81	121	169	225	289
Composizione delle radici.	1 + 4 5	4 + 9 13	9+16 25	16 + 25 41	25 + 36 61	36 + 49 85	49 + 64 113	64+81 145
Distanza.	.	8	12	16	20	24	28	32
Differenze.	.	4	4	4	4	4	4	

Che cosa vi dice questa tavola? Essa vi dice:

I. Che ogni termine, sul quale cade il rispettivo gnomone quadrato, è per sè stesso un *binomio di quadrato*, cioè un nome composto di due quadrati perfetti aritmetici. Tali sono appunto i numeri 5, 13, 25, 41, ec. Essi sono nello stesso tempo radici dei quadrati, sui quali cadono questi gnomoni. Qui dunque i gnomoni sono altrettanti quadrati intermedii che uniscono altri due quadrati maggiori. Così il gnomone 9

$\sqrt{4}$ $\sqrt{5}$
è intermedio fra il quadrato 16 e il 25; il gnomone 25 è interme-
$\sqrt{12}$ $\sqrt{13}$
dio fra 144 e 169; e così del resto.

II. Questa tavola vi dice che tre di questi gnomoni appartengono alla prima colonna; gli altri sono ripartiti ad uno ad uno sulle colonne seguenti. Così 9, 25, 49 cadono sulla prima colonna; la seconda non ha che l'81; la terza, che il 121; e la quarta, che il 169.

III. Ponendo mente ai numeri delle distanze, e alla differenza costante di 4 fra questi numeri, la tavola vi dice che l'elemento normale di proporzione nascosto, che regge questa serie, è il 2; perocchè in tutte le serie differenziali il numero ultimo identico, come in questa, è sempre il doppio del numero reggitore. Questa osservazione sarebbe prematura per gli apprendenti; ma qui non si tratta di quello ch'essi osservar potrebbero, ma di ciò che osservar debbono i maestri per conoscere il valore e la possanza delle cognizioni che debbono comunicare. Soggiungo adunque, che l'indicazione di questo 2 nascosto allude alla ragione circolare, ossia alla progressione dei quadrati perfetti aritmetici. Ciò si vedrà meglio nel seguente Discorso.

Trovati i componenti quadrati di queste radici, ed anche trovata soltanto la progressione aritmetica delle distanze e delle differenze, ognun vede di leggieri il METODO ch'egli può usare per andare avanti a trovare altri termini maggiori, o tornare indietro per ritrovare i minori. Nell'esame delle serie ciò è importante, perchè molte volte esse nascondono la loro sorgente, nella quale sta riposta la virtù eminente che si manifesta in tutto lo svolgimento delle medesime. Se si fosse pensato che qualunque VARIABILE soggetta ad una data legge non è che una *creatura* soggetta ai rapporti *compotenziali* d'una serie, si avrebbe mai preso il partito d'infrangerne le leggi, assumendo anche in via sussidiaria una linea da potersi maneggiare AD ARBITRIO NOSTRO? Questa linea sussidiaria nell'esame p. e. d'una curva, quando sia presa o fra le ordinate o fra le ascisse, non diventa forse necessariamente una variabile soggetta alle leggi compotenziali di questa curva? Posto ciò, non è forse manifesto ch'ella esclude ogni nostro arbitrio? Studiate adunque le leggi delle serie proprie, e non malmenate lo stato naturale e necessario delle cose.

IV. È visibile che coi soli sei gnomoni quadrati espressi nella tavola posometrica, che va fino alla radice 100, non si compie la serie dei binomii di quadrati dei primi nove numeri semplici; ma che questa serie è troncata, e vi mancano i due ultimi di 113 e 145. Per rendere

adunque compiuta questa prima serie conviene aggiungere anche questi due termini. Con ciò abbiamo la prima serie naturalmente composta di otto termini. Si vedrà in progresso quanto ciò sia naturale ed essenziale all'indole della *duplicazione*, considerata come ragione segreta di *compotenza* logica proporzionale. Noi abbiamo qui un primo segnale dei *limiti* periodici naturali di questa ragione. Comunque si possa continuare indefinitamente, resterà sempre vero che questa ragione espressa in serie si dividerà sempre in altrettanti periodi composti, o almeno risolubili in otto termini fondamentali. Anche di quest' asserzione daremo una prova a suo luogo.

Ora passo alla composizione *riflessa*. Dovrò io temere d'essere giustamente censurato per questa denominazione? A me par di no. Ditemi infatti: quando voi assumete in astratto le potenze lineari di due differenti grandezze determinate col disegno di farne risultare una terza, e ponete queste due linee ad angolo retto, e tirate l'ipotenusa, è vero o no che fate una composizione *riflessa?* Prima di esibire la forma di questa composizione debbo avvertire, che niuna figura sì geometrica che aritmetica deve essere data a brani, come far sogliono generalmente i matematici. Con questi rottami non si può mai cogliere assolutamente il complesso delle affezioni e delle leggi della quantità, e quindi far sorgere quelle logíe, dalle quali risulta la scoperta: allora per lo meno si rende assai difficile l'esito di una ricerca, e manca sempre il corpo sì della scienza di *fatto*, che del magistero dell'*arte*. Per la qual cosa conviene dar sempre ogni figura compiuta *nel suo genere*. Essa sarà nel suo genere compiuta, allorquando a guisa di specchio rifletta sempre l'imagine di quel tipo che interviene sempre in tutte le composizioni naturali posometriche. Due estremi ed un medio, un principio ed un fine, un'evoluzione ed un periodo, uno slancio ed un riposo; ecco i fenomeni ed i segnali comuni di una figura compiuta.

Passo ora alla composizione proposta.

Prima maniera di composizione riflessa dei quadrati con cateti ed ipotenuse, tutti razionali.

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
$\sqrt{10}$ $\sqrt{24}$	$\sqrt{20}$ $\sqrt{21}$	$\sqrt{30}$ $\sqrt{16}$	$\sqrt{40}$ $\sqrt{9}$	$\sqrt{50}$ $\sqrt{0}$	$\sqrt{60}$ $\sqrt{11}$	$\sqrt{70}$ $\sqrt{24}$	$\sqrt{80}$ $\sqrt{39}$	$\sqrt{90}$ $\sqrt{56}$
100+576	400+441	900+256	1600+81	2500+00	3600+121	4900+576	6400+1521	8100+3136
676	841	1156	1681	2500	3721	5476	7921	11236
$\sqrt{26}$	$\sqrt{29}$	$\sqrt{34}$	$\sqrt{41}$	$\sqrt{50}$	$\sqrt{61}$	$\sqrt{74}$	$\sqrt{89}$	$\sqrt{106}$
3	5	7	9	11	13	15	17	

Qui, come ognun vede, si hanno binomii con coefficienti, e con somma complessiva tutti quadrati. A chi voglia continuare la serie non resta altra briga che di frapporre fra le *radici* delle ipotenuse le *distanze* che passano fra i quadrati perfetti, e può procedere dove vuole.

Ora veggiamo come si possano per sè stesse comporre le radici delle ipotenuse mediante una costante ed una variabile in serie.

Composizione delle radici dei quadrati aventi per coefficienti due altri quadrati peregrini.

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
25+1	25+4	25+9	25+16	25+25	25+36	25+49	25+64	25+81
26	29	34	41	50	61	74	89	106

3 5 7 9 11 13 15 17

Da questa serie apparisce manifestamente che tutte le ipotenuse esprimono nella loro misura lineare altrettanti binomii aritmetici di quadrati. La prima misura ha sempre 25 unità, locchè aritmeticamente forma il quadrato $\sqrt{5}$; e la seconda misura ha per nome la serie naturale dei quadrati aritmetici, incominciando dall' uno, e proseguendo indefinitamente. Questa serie abbraccia i primi 9 nomi quadrati, associati col nome quadrato di 5. Con ciò l' abbiamo prolungata quanto la serie precedente dei gnomoni, e per uniformarla alla medesima; ciò non ostante si deve notare, ch' essa in forza dei pieni suoi rapporti manca di tre termini. Questi sono i seguenti:

X	XI	XII
25+100	25+121	25+144
125	146	169

19 21 23

OSSERVAZIONI.

I. Con quest' ultimo termine, il quale rappresenta il quadrato perfetto aritmetico di 13, si pone in corrispondenza il termine primo di $26 = 13 \times 2$ col termine ultimo di $169 = 13 \times 13$. Onde il primo $= 26$

sta all'ultimo = 169 come 2: 13. A primo colpo d'occhio voi vedete che i primi cinque termini di questa serie appartengono propriamente ad una composizione che finisce coll'ipotenusa 50, e che dal 50 in avanti incomincia un altro ramo a sè. Per la qual cosa se in via di *progressione artificiale* noi collochiamo qui quei primi cinque termini, essi non lasciano di aver leggi proprie, e di costituire, dirò così, una *testa* dotata della sua particolare organizzatura. Ciò si vedrà meglio in progresso.

II. Ogni nome quadrato associato al nome 25 segna nel numero della differenza il nome del proprio rispettivo gnomone della tavola posometrica. Così il lineare ed il superficiale si rassomigliano.

III. Tutti questi numeri di sopra non significano qui se non che parti di radici. I numeri di sotto, che formano la somma, non segnano che le unità lineari componenti altrettante ipotenuse. Queste ipotenuse sono disegnate appunto dalle somme 26, 29, 34, 41, ec. Con questa serie adunque si esprime che tutte queste ipotenuse si possono considerare composte o divise da una quantità costante (e questa è il 25), e da una variabile (e questa è la serie nominale dei quadrati naturali di 1, 4, 9, 16, 25, ec.). Con ciò incominciate a vedere l'espressione metafisica, e per ciò stesso indeterminata, dei nomi puramente aritmetici; perocchè essi possono egualmente servire tanto alle misure superficiali, quanto alle lineari. Quest'espressione aritmetica adunque, presa per sè, non pone niente in essere fino a che con un altro giudizio della nostra mente non venga associata ed applicata ad una data cosa.

IV. Coi nomi di questa serie noi veggiamo bensì i componenti dai quali possono nascere, e la legge progressiva colla quale vengono formati tutti i termini di queste ipotenuse razionali; ma non veggiamo i CATETI RAZIONALI peregrini che vi corrispondono. Ora con quale metodo procederemo noi per determinare questi cateti, e quindi per formare sempre triangoli rettangoli, i lati dei quali siano tutti razionali, ossia divisi in parti aliquote, in modo che il quadrato della razionale ipotenusa sia eguale ai quadrati dei razionali cateti?

A questo quesito o problema convien rispondere con distinzione. O parliamo delle dette ipotenuse maggiori del 50, o delle minori. Se parliamo delle maggiori, altro non ci rimane a fare che sottrarre da esse il 50: allora il numero sottratto segnerà uno dei cateti razionali. Avuto questo, otterrete anche l'altro. Mi si domanderà con quale operazione ciò si faccia. Fate il quadrato della data ipotenusa razionale. Fate pure il quadrato del residuo sottratto. Dibattete questo quadrato da quello; e voi avrete il secondo coefficiente quadrato razionale, e quindi la sua radice.

ESEMPIO.

Sia l'ipotenusa 61. Trovare i due cateti razionali, giusta la legge comparativa della serie paralella. Da 61 detraete 50: avrete 11. Fate il quadrato di 61: avrete $\overset{A}{3721}$. Fate il quadrato di 11: avrete $\overset{B}{121}$. Sottraete 121 da 3721: avrete $\overset{C}{3600}$. Ma 3600 ha per radice 60. Avrete dunque per primo cateto 60, per secondo 11, e per ipotenusa 61. Questo metodo è universale per tutte le dette ipotenuse maggiori di 50.

Ora passiamo alle ipotenuse minori di 50. Queste sono, come abbiamo veduto, quelle di 26, 29, 34, 41. In queste ecco come si procede. Prendete lo stesso 50; e, secondo il grado, detraete da lui una, due, tre, quattro decine. Pigliate il residuo, e sottraetelo dalla data ipotenusa. Procedete come nell'esempio antecedente, ed avrete il vostro intento.

ESEMPIO.

Sia l'ipotenusa 41. Trovare i due cateti razionali giusta la legge comparativa della serie paralella. Il quadrato della ipotenusa 41 è 1681. Da 50 detratto 10, resta 40. Il suo quadrato è 1600. Da 1681 detratto 1600, restano 81. La radice di 81 è 9. Dunque ecco i cateti.

Cateto I. $=$ 9.
Cateto II. $=$ 40.
Ipotenusa $=$ 41.

Si tratta, per esempio, dell'ipotenusa 29. Si fa lo stesso detraendo da 50 tre decine

$$\begin{array}{l|l} & \sqrt{29} \quad \sqrt{20} \quad \sqrt{21} \\ 50 - 30 = 20 & 841 - 400 = 441; \end{array}$$ onde avremo

Cateto I. $=$ 20.
Cateto II. $=$ 21.
Ipotenusa $=$ 29.

§ 127. Continuazione. Altre osservazioni sui quadrati di composizione peregrina.

E qui nasce la serie perpetua delle radici di tutti i binomii sommati quadrati, dipendenti non dalla *divisione arbitraria* dell'ipotenusa, ma dalla *ragione estrinseca* di paragone fatto con una serie paralella, come si vede nei rami ripiegati della tavola posometrica annessa al Discorso terzo.

Altro è che dividendo, per esempio, il diametro d' un circolo in determinate parti, io alzi una perpendicolare, e dal punto nel quale tocca la periferia conduca due cateti; ed altro è che, diviso questo stesso diametro in parti aliquote, io incontri per una progressione paralella FUORI DI LUI due quadrati numerici, la somma dei quali sia eguale al quadrato di questo diametro così diviso. Colla prima maniera io fo una costruzione, dirò così, *domestica;* colla seconda io ne fo una *peregrina*. Colla prima non potrà sorgere verun conflitto di commensurabile di cateti, e di incommensurabile di segmenti o di mezza proporzionale; colla seconda maniera, per lo contrario, nasce nei primi rami più compatti delle serie un'*incommensurabilità spuria* nella media proporzionale, nei segmenti dell' ipotenusa e altrove, benchè tanto l' ipotenusa quanto i cateti siano tutti razionali, e somministrino tre quadrati aritmetici perfetti. Colla prima maniera stabilisco un corpo di *posizione arbitraria;* colla seconda fo sorgere una funzione di *ragion necessaria*. Colla prima maniera diffatti io pongo le grandezze a mia volontà; colla seconda queste grandezze nascono dal *paragone*, e quindi dai *rapporti* essenziali che passano fra i termini paralelli della serie costrutta.

Volendo togliere di mezzo la spuria incommensurabilità coll' unità di nome e colla suddivisione indicata, si riduce tutto ad una comune misura razionale. Ma nel far ciò si sviluppano nuovi rapporti reconditi in tutta la serie distesa.

Per la qual cosa importa assaissimo di conoscere i componenti e le leggi di questa SERIE PEREGRINA di *composti onniquadrati*. Qui mi restringerò ad offrire soltanto le radici e il primo getto della loro serie.

Misure dei cateti e delle ipotenuse dei quadrati di costruzione peregrina.

I	II	III	IV	I V	II VI	III VII	IV VIII	V IX	VI X	VII XI	VIII XII	IX XIII
10 24	20 21	30 16	40 9	50 0	60 11	70 24	80 39	90 56	100 75	110 96	120 119	130 144
26	29	34	41	50	61	74	89	106	125	146	169	194
d 3	*d* 5	*d* 7	*d* 9	*d* 11	*d* 13	*d* 15	*d* 17	*d* 19	*d* 21	*d* 23	*d* 25	

Qui i numeri romani indicano le case, ossia il grado dei termini. I primi numeri arabici indicano le radici dei quadrati coefficienti, ossia dei cateti. Il numero solo di sotto indica la radice del quadrato risultante, ossia dell'ipotenusa. Finalmente i numeri fra una casa e l'altra, col *d* sopra, indicano la differenza fra l'una e l'altra ipotenusa.

Esaminando questa serie che cosa rilevate voi?

I. Che tutti i primi cateti sono nella progressione di 10 a 120, ossia di 1×10 fino a 12×10, e però costituiscono una serie continua di 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120. I secondi cateti poi sono in una serie *decrescente*, venendo dalle estremità verso il 50; e rispettivamente *crescente* partendo da questo punto, e procedendo a diritta ed a sinistra. Ecco come stanno le loro differenze pure in serie.

Misure
dei cateti
secondi 24.. 21.. 16.. 9.. 0.. 11.. 24.. 39.. 56.. 75.. 96.. 119.. 144
Differenze 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25

II. Osservo che la serie delle differenze fra i secondi cateti è perfettamente identica alla serie della differenza che passa fra le ipotenuse.

III. Mi si domanderà perchè io abbia arrestato il primo getto di questa serie al decimoterzo termine. Quattro ragioni decisive mi hanno determinato a ciò. La prima, perchè qui i due cateti 119 e 120 non distanno più fra loro che di una sola unità. La seconda, perchè l'ipotenusa duodecima è un quadrato perfetto; perocchè 169 è il quadrato di 13. La terza, perchè il secondo cateto 144, quadrato di 12, si rende maggiore dell'altro 130; cosa che non era per l'addietro ancora avvenuta, e però qui si passa dall'altra parte. La quarta, perchè qui s'incomincia ad agire *in meno* sulla scala dei quadrati naturali, invece di agire *in più*, come era stato fatto da prima. Per intendere quest'ultima circostanza si osservi quanto segue.

Radici	Quadrati.	Aumenti.	Somme aumentate.	Gradi.
12	144	+ 2	= 146	XI
11	121	+ 4	= 125	X
10	100	+ 6	= 106	IX
9	81	+ 8	= 89	VIII
8	64	+ 10	= 74	VII
7	49	+ 12	= 61	VI
	—	—	— 50	V
6	36	+ 5	= 41	IV
5	25	+ 9	= 34	III
4	16	+ 13	= 29	II
3	9	+ 17	= 26	I

In tutti questi termini si vede che le ipotenuse anteriori al 50 sono composte dai nomi quadrati primitivi del 6, 5, 4, 3, aumentati colla serie di 5, 9, 13, 17, aventi per differenza 4. Parimente, che le ipotenuse posteriori al 50 sono composte dai nomi quadrati delle radici 12, 11, 10, 9, 8, 7, aumentati colla serie di 2, 4, 6, 8, 10, 12, aventi per differenza 2. Ma passato il termine 12, ove sorge il 169, nome quadrato di 13, i nomi quadrati successivi della tavola posometrica vengono successivamente diminuiti di 2, 4, 6, 8, 10 ec. ec. unità.

IV. Io credo prezzo dell'opera di esibire anche questo ramo di serie rispettivamente decrescente.

	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX
Cateti	130 : 144	140 : 171	150 : 200	160 : 231	170 : 264	180 : 299	190 : 336	200 : 375
Ipotenuse con nomi di quadrati scemati.	194	221	250	281	314	349	386	425
Differenze dall'intiero.	+ 2	+ 4	+ 6	+ 8	+ 10	+ 12	+ 14	+ 16
Nomi rispettivi dei quadrati intieri	196	225	256	289	324	361	400	441

La composizione indicata delle ipotenuse di questo ramo calante si fa nella stessa maniera del ramo crescente. Ogni termine può esser fatto associando il 25 ai rispettivi nomi quadrati della tavola posometrica. Ecco questa composizione.

	$\sqrt{5}$ $\sqrt{13}$	$\sqrt{14}$	$\sqrt{15}$	$\sqrt{16}$	$\sqrt{17}$	$\sqrt{18}$	$\sqrt{19}$	$\sqrt{20}$
	25+169	25+196	25+225	25+256	25+289	25+324	25+361	25+400
	194	221	250	281	314	349	386	425
Differenze.	25	27	29	31	33	35	37	39

V. Ora poniamo a confronto i due rami di queste ipotenuse, ponendo per punto di mezzo il nome quadrato 169.

Ipotenuse.		Differenze.	Ipotenuse.	
I	50	336	386	XV
II	61	289	340	XIV
III	74	240	314	XIII
IV	89	192	281	XII
V	106	144	250	XI
VI	125	96	221	X
VII	146	48	194	IX

VIII 169

Qui, come ognun vede, abbiamo sette termini per parte. La differenza fra un termine e l'altro è di 48×1 per 2, per 3, per 4, ec. ec. Il terzo termine di differenza ha nome di *quadrato perfetto aritmetico*, cioè di 12×12. Queste differenze non si possono abbassare, perchè i termini dispari di confronto non si possono alterare.

VI. Qui non si tratta che di pure misure lineari; qui non versiamo nella partita delle composizioni *razionali* con coefficienti *peregrini*. Le operazioni aritmetiche sulle radici sono connesse a quelle sui prodotti, e viceversa. Qui si tratta di rilevare la natura e le prime leggi di questo ramo di podestà, come elementi matematici. Ciò posto, sommiamo

i termini paralelli di questa serie singolare. Ne nascono tante linee, le quali hanno le seguenti misure per elemento identico.

340, 346, 356, 370, 388, 410, 436
Differenze. 3 5 7 9 11 13
2 2 2 2 2

Dividiamo per metà ogni nome, figurandolo come linea, ed avremo:

170, 173, 178, 185, 194, 205, 218
Differenze. 3 5 7 9 11 13
2 2 2 2 2

Se da questi termini noi deduciamo 169, avremo:
1, 4, 9, 16, 25, 36, 49.

Questi residui, come ognun vede, formano l'espressione in serie di nomi quadrati, aventi per radici 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Per la qual cosa se al semidiametro misura 169 si aggiungano in serie 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, si ottengono i semidiametri composti dai termini paralelli di questa serie ripiegata.

VII. Qui abbiamo sommato, diviso e sottratto. Ora facciamo la prova di togliere da una parte, e dare all' altra. Gettate lo sguardo sullo schema della serie spiegata ora prodotta; vedete i due rami paralelli. Riduceteli ad espressione perfettamente quadrata. Voi troverete che tutte le differenze vengono alterate ed aumentate; ma le nuove differenze staranno tutte alle prime, come 13 sta a 12. Con questa operazione adunque, benchè la somma delle parti non venga cangiata, ma solamente ripartita in modo che le due parti abbiano un' espressione quadrata aritmetica, la differenza, ossia tutti i termini della prima differenza vengono aumentati di una dodicesima parte loro, e però sostengono verso ogni termine dei primi la identica ragione proporzionale di 13 a 12.

Spingendo l'andamento retrogrado di questa serie fin dove può giungere, noi da una parte avremo in ordine inverso la serie dei nomi quadrati naturali dall' 1 fino al 25, ed avremo poi le differenze di 13×4 fino a 13×48. Queste non sono differenze prime e seconde *per divisione*, ma differenze prime e seconde *per riparto*, o per semplice trasporto di parte di un segmento ad un altro segmento della stessa linea.

A risparmio di lavoro dei lettori, ed a maggiore illustrazione dell'analisi, credo acconcio di esibire le due tavole seguenti, le quali per il loro frutto potranno dimostrare un nuovo titolo d' importanza della tavola posometrica annessa al Discorso terzo.

Prima serie paragonata delle ipotenuse di compotenza peregrina.

	Quadro *A*. Serie primitiva riformata.			Quadro *B*. Serie primitiva protratta.			Quadro *C*. Quantità trasportate
	Posti	Differenze	Posti	Posti	Differenze	Posti	
I	1	624	625	601	576	25	24
				47		1	
II	4	572	576	554	528	26	22
				45		3	
III	9	520	529	509	480	29	20
				43		5	
IV	16	468	484	466	432	34	18
				41		7	
V	25	416	441	425	384	41	16
				39		9	
VI	36	364	400	386	336	50	14
				37		11	
VII	49	312	361	340	288	61	12
				35		13	
VIII	64	260	324	314	240	74	10
				33		15	
IX	81	208	289	281	192	89	8
				31		17	
X	100	156	256	250	144	106	6
				29		19	
XI	121	104	225	221	96	125	4
				27		21	
XII	144	52	196	194	48	146	2
XIII		169		25	169	23	

Osservazione.

Nel quadro *A* tutta la scala dei primi 25 nomi quadrati numerici della tavola posometrica sono disposti in serie ripiegata. Ma tanto i termini di questo quadro *A*, quanto i termini del quadro *B*, qui non esprimono quadrato veruno superficiale, ma semplici divisioni lineari. Quelli del quadrato *B* esprimono le diverse dimensioni o divisioni delle ipotenuse di quei quadrati aritmetici e geometrici, i quali ammettono per coefficienti stranieri quadrati disposti in una progressione regolare.

Qui credo importante di avvertire, che fra queste due serie havvene una intermedia, la quale somministra i termini medii fra i due estremi segnati dalla medesima. Queste rappresentano esplicitamente tanti termini estremi. I medii impliciti debbono essere formati dividendo le somme del quadro *C* per metà, ed aggiungendo questa metà all'estremo minore. In questa maniera si fa sortire il terzo termine necessario al calcolo trilogico, indispensabile per valutare la quantità estesa escogitabile, come ho già avvertito.

Dopo questi esami particolari io credo necessario d'offrire in un prospetto unito amendue i rami di questa prima parte della serie di queste ipotenuse e di questi cateti razionali, coi rispettivi quadrati ai quali appartengono. L'espressione lineare delle ipotenuse eccede i nomi quadrati contenuti nella prima e seconda colonna della tavola posometrica. Questi nomi qui non rappresentano quadrati, ma *pure* divisioni lineari. Io mi astengo da ogni riflessione dottrinale o teoretica sull'indole della quantità, e sulle leggi essenziali che ne derivano. Qui non esibisco fuorchè un esempio di metodo primitivo d'esame spettante alla parte ostensiva.

Io credo necessario di dare un metodo generale, onde stabilire *ad un solo tratto* tanto i cateti quanto le ipotenuse di questa seconda serie, perocchè di sopra non abbiamo accennato fuorchè la maniera di ricavare i cateti, dopo che sapevamo già di aver tra le mani ipotenuse atte a ricevere due cateti razionali, l'uno dei quali fosse di ragione decupla progressiva. Ecco questo metodo.

Scrivete la serie dei quadrati aritmetici dal 25 in avanti. Detraete da essi il 25: voi avrete nel residuo (*A*) il primo cateto. Pigliate la radice del quadrato assunto, e moltiplicatela per 10: voi avrete nel prodotto (*B*) il secondo cateto. Finalmente al quadrato assunto aggiungete il 25, e voi avrete nella somma (*C*) l'ipotenusa cercata. Con questo processo non si ottengono

veramente che le ipotenuse ed i cateti posteriori al 50. Amate voi di avere gli anteriori? Ecco la serie:

$25 - 1 = 24\ A$	$25 - 4 = 21$	$25 - 9 = 16$	$25 - 16 = 9$	$25 - 15 = 10$
$1 \times 10 = 10\ B$	$2 \times 10 = 20$	$3 \times 10 = 30$	$4 \times 10 = 40$	$5 \times 10 = 50$
$25 + 1 = 26\ C$	$25 + 4 = 29$	$25 + 9 = 34$	$25 + 16 = 41$	$25 + 25 = 50$

Con questa serie voi giugnete alla fine della seconda colonna della tavola posometrica.

Ora importa assaissimo di rilevare i rapporti compotenziali degli estremi e medii periodici della serie dal 50 in avanti prima proposta. Ciò si fa colla sottrazione rispettiva dei cateti. Importa di sottoporre tutta questa serie come sta.

Serie dei cateti peregrini scambievolmente sottratti, colle rispettive differenze.

I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	o	VII.	VI.	V.	IV.	III.	II.	I.
50	60	70	80	90	100	110	120	144	171	200	231	264	299	336
— 00	11	24	39	56	75	96	119	130	140	150	160	170	180	190
50	49	46	41	34	25	14	1	14	31	50	71	94	119	146

1 3 5 7 9 11 13 13 17 19 21 23 25 27

2 2 2 2 2 o 4 2 2 2 2 2

Osservazione.

Dalla ispezione di questa serie ognuno vede che dalla parte sinistra i cateti decupli hanno il di sopra; nella destra poi di chi legge hanno il di sotto. Nel centro i termini differenziali, ossia i residui di sottrazione, si concentrano al punto dell'unità, e le differenze di questi residui vengono alla perfetta eguaglianza. Da ciò si ricava l'indole di questo periodo, il di cui mezzo è occupato dai tre termini centrali. Nel mezzo appunto nasce il pareggiamento dei cateti, meno un'unità, e quindi il passaggio dei decupli in meno. Così figurandovi un diametro di un circolo, nel quale diverse corde si vanno aumentando da sinistra a diritta, si giunge al mezzo.

§ 128. Delle prime sillabe matematiche.

Fin qui abbiamo esaminato le due maniere spontaneamente offerte ed espressamente indicate dalla tavola posometrica, onde ottenere composti geometrici di lati perfettamente commensurabili per un identico elemento. Queste sono per gnomoni di nome quadrato e per binomii quadrati, dedotti dal paragone a specchio colla serie paralella di quadrati naturali. Ora ci resterebbe a parlare di una terza fonte primitiva di commensurazione razionale, la quale nasce dalle ascisse razionali stabilite sia dalla scala naturale dei nomi quadrati, sia dalla riduzione a comune misura delle medie proporzionali, le quali nei gradi compatti della serie dei quadrati aritmetici presentano una spuria incommensurabilità. Ma io credo di trasportarne l'esposizione dopo che avrò discorso delle sillabe matematiche. Dico *delle sillabe*, e non *della compitazione matematica*. Con ciò io voglio indicare *osservazioni teoriche* sulla cosa, e non *regole magistrali* per farle apprendere. Io lo ripeto: non parlo della *maniera* di comunicare agli apprendenti il metodo, ma parlo del *merito* del metodo medesimo. Con questa mira ho esaminato l'alfabeto. Se si fosse trattato della maniera di farlo apprendere, avrei dovuto procedere diversamente.

Volendo parlare delle *sillabe matematiche teoreticamente*, non mi posso dispensare di porre sott'occhio almeno il materiale d'una *parola*, onde far intendere la natura ed i rapporti diversi di queste sillabe, e far presentire gli uffizii ai quali possono servire. Questa *parola* è per ora un quadrato.

Ogni quadrato aritmetico ha la sua *radice*. Questa radice può essere geometricamente rappresentata mediante una lista aliquota di un qua-

drato geometrico. Il valore superficiale rispettivo di questa lista risulta dal numero dei quadratelli che contiene. L'espressione quindi numerica delle *parti*, nelle quali fu diviso il lato del quadrato, corrisponde al numero delle *radici* contenute nello stesso quadrato. Quest'espressione adunque lineare si può assumere come EQUINOTANTE l'espressione superficiale suddetta. Un esempio sensibile renderà manifesta questa osservazione. Spiegate la tavola prima geometrica. Fissate l'attenzione sulla figura XVIII. Qui vedete il quadrato *A L M B* diviso in dieci liste. La prima lista *A F F' L* si può considerare divisa in dieci quadratelli. Questa divisione la vedete segnata sul lato *A B*, che forma il diametro di tutto il circolo. Prolungando i lati di queste liste fino alla circonferenza *A D E B*, voi vedete tante rette, la lunghezza delle quali da una parte è determinata dall'andamento della curva circolare, ovveramente dal movimento del semidiametro. Nascono quindi le ascisse *D F aa' bb' cc'*. Si tratta di sapere il valore potenziale di queste ascisse.

In quattro maniere ciò si può ottenere: 1.° col moltiplicare il numero connotante la divisione d'un segmento del lato *A B* col numero connotante la divisione dell'altro segmento; 2.° col sottrarre il quadrato differenziale del segmento dal quadrato costante del raggio; 3.° colla sottrazione in serie, e successiva addizione; 4.° colla sottrazione del quadrato della base dal quadrato dei cateti variabili costruiti nel semicircolo.

Tutte queste quattro maniere sono importanti anche pei diversi casi, e pei diversi usi che ne nascono in conseguenza. Un esempio mostrerà ognuna di queste maniere.

Prima maniera.

Ritornate a volgere l'occhio sulla detta figura XVIII. Supponiamo che voi vogliate conoscere la potenza dell'ascissa *bb'*, che è la terza. Voi sapete ch'essa divide il lato *A B* in due parti disuguali, che appellansi *segmenti*. Il primo è rappresentato dalla linea *A b'*; il secondo dalla linea *b' B*. Il segmento *A b'* è diviso in tre parti. In realtà potete figurare due liste: l'una di tre, l'altra di sette quadratelli. Moltiplicate 7 per 3: avrete 21. Dunque la potenza di *bb'* sarà di 21; dunque il quadrato geometrico che potreste costruire su *bb'* avrebbe la superficie equivalente a 21 quadratelli elementari. Questa è la più comune maniera.

Seconda maniera.

Questa seconda maniera consiste nel sottrarre dal quadrato costante del raggio il quadrato costante del segmento sottoposto del semidia-

metro. Conosciuta la potenza superficiale del raggio, e la rispettiva potenza dei segmenti della linea $A\ C$, si determina a dirittura la potenza superficiale di queste ascisse. Così, per esempio, la potenza $D\ C = 25$; $\overset{-p}{F\ C} = 16$. Dunque $\overset{-p}{D\ C} - \overset{-p}{F\ C} = 9$; dunque $\overset{-p}{F\ D} = 9$; dunque $l\ D\ F = 3$ (la lettera p significa *potenza*, la lettera l significa *linea*). Scelgo il nome di *potenza*, perchè questo è il solo *comparabile comune* fra le grandezze superficiali quadrate e non quadrate aritmeticamente. A fine di rendere più netta questa caratteristica pongo il segno in testa. Così, per esempio, dirò $\overset{-p}{C\ E} = 25$; $\overset{-p}{C\ G} = 9$. Dunque $\overset{-p}{G\ E} = 16$; dunque $\overset{-b}{G\ E} = 4$.

Diffatti in questa stessa figura accade di dover usare di questa comune denominazione. Eccone la prova: $25 - 4 = 21$. Dunque $\overset{-p}{b'b} = 21$; dunque $\overset{-p}{C\ d} : \overset{-p}{b\ b'} :: 25 : 21$. Senza di ciò o converrebbe chiamare a confronto la pura dimensione lineare colla grandezza superficiale, locchè è antilogico, come ognun sa; o converrebbe con una espressione radicale contorta, e senza senso ragionevole (come ho già notato di sopra), indicare questo rapporto proporzionale. Vorreste voi forse che io dicessi $\overset{-2}{cc'} = 21$? Qual linguaggio sarebbe questo? Ridotto al senso primitivo aritmetico, potrebbe forse reggere? Adoperato in progresso, non getterebbe forse in una somma confusione? È nota la regola, che convien confrontare quantità della stessa specie. Questa regola ha suggerito l'omogeneo di comparazione. Questa regola autorizza logicamente l'uso che io adotto. La necessità poi d'incominciare dal semplice e dall'ovvio lo esige, come un bisogno nostro mentale.

Terza maniera.

La terza maniera è quella di fare una serie decrescente, incominciando dalla minore ascissa, e procedere verso il centro; indi sommare i termini di questa serie col termine della potenza antecedente. Ecco un esempio: $\overset{-p}{F\ D} = 9 \mid 9 - 2 = 7 \mid 7 - 2 = 5 \mid 5 - 2 = 3 \mid 3 - 2 = 1$. Ottenuta questa serie decrescente fino al centro, ecco come si procede a stabilire la potenza delle ascisse:

9	9 + 7	16 + 5	21 + 3	24 + 1
	16	21	24	25
$= \overset{-p}{df}$	$\overset{-p}{aa'}$	$\overset{-p}{bb'}$	$\overset{-p}{cc'}$	$\overset{-p}{Cd}$

Quarta maniera.

Per intendere questa quarta maniera volgete l'occhio alla figura V. Ivi vedete il grande quadrato $A\ B\ H\ G$. La prima lista a sinistra, segnata $A\ G\ a''\ a'$, equivale alla decima parte di tutto il quadrato, e contiene dieci quadratelli. Alzate l'occhio, e fissate la corda $A\ a$. Se su di questa corda erigeste un quadrato, egli avrebbe una superficie uguale a quella della lista sottoposta ora descritta. Questa è cosa notoria in Geometria. La potenza dunque di $A\,a$ è uguale a dieci quadratelli. Per la stessa ragione quella di $A\,b = 20$, quella che segue a 30, quella che vien dopo a 40, e finalmente quella di $A\,C = 50$. Queste superficie adunque stanno fra loro come $1 : 2 : 3 : 4 : 5$, ossia sono il simplo, il duplo, il triplo, il quadruplo della radice; e nello stesso tempo sono $\frac{1}{10}\ \frac{2}{10}\ \frac{3}{10}\ \frac{4}{10}\ \frac{5}{10}$ dell'area di tutto il quadrato $A\ G\ H\ B$. Esse dunque sostengono una denominazione *generica* fra loro, e nello stesso tempo ne sostengono una *specifica* e *frazionale* rispetto al sottoposto quadrato dell'ipotenusa. Arrestandoci poi a questo quadrato, noi veggiamo in grembo allo stesso le superficie equivalenti dei quadrati delle aree rappresentate nelle sottoposte liste. Così il primo è rappresentato nella prima lista; il secondo nelle due unite; il terzo nelle tre unite; il quarto nelle quattro; il quinto nelle cinque, ec. ec. — Ora domando qui: se dalla prima lista io detraessi un quadratello, se dalle due unite ne detraessi quattro, se dalle tre ne sottraessi nove, e così di seguito; è chiaro che ciò che resta mi rappresenterebbe il valore dei quadrati delle ascisse rispettive. Lo stesso avverrebbe se dicessi $\overline{a\,a}^{\,p} - \overline{a\,a'}^{\,p} = \overline{a\,a'}^{\,p} \mid \overline{A\,b}^{\,p} - \overline{A\,b'}^{\,p} = \overline{b\,b'}^{\,p}$, e così di seguito.

Qui si possono osservare più cose. La prima si è, che le grandezze superficiali che possiamo formare di sotto, cioè entro il quadrato $A\,G\,H\,B$ in un modo digrammatico, ossia per fattori, moltiplicando basi e altezza, non possono esistere sotto questa forma entro il semicircolo. Ivi tutto sta in una forma monogrammatica e continua, talchè non possiamo far uso che di questo concetto. Così i quadrati dei cateti e delle mezze proporzionali sono tutti di una stretta ed univoca forma. Per la qual cosa la maniera di moltiplicare un segmento dell'ipotenusa per l'altro, onde determinare il valore del quadrato della media proporzionale, è propriamente una maniera *equinotante*, ma non una funzione geometrica. Diffatti col prendere due segmenti disuguali, e ripetere le liste, si forma un quadrilungo, e non un quadrato.

Questo giova per altre costruzioni geometriche equivalenti. Diffatti, quanti segmenti disuguali io posso pigliare sopra un' ipotenusa divisa in date parti aliquote, io posso fabbricare altrettanti quadrati razionali con estremi e medii, i quali tutti mi daranno sempre lo stesso valore del *tutto.* Così posso fare:

I	II	III	IV
1 9	4 16	9 21	16 24
X	X	X	X
9 81	16 64	21 49	24 36
10 90	20 80	30 70	40 60
100	100	100	100
9+9+1	16+16+4	9+21+21	16+24+24
19	36	51	64
I	II	III	IV

Queste ultime somme esprimono il valore dei gnomoni intieri; talchè nel primo caso il quadrato di 100 è diviso in 19 e 81, nel secondo in 36 e 64, nel terzo in 51 e 49, nel quarto in 64 e 36, ma in ordine inverso. Qui dunque cade una permutazione.

Il fin qui detto basti per dare un saggio esplicativo sulle sillabe matematiche. Se io volessi dare un' intiera *compitazione*, dovrei progredire molto più avanti di quello che comporta l'indole e l'economia di questo Discorso, nel quale non intendo di esibire un Trattato di Matematica, ma alcuni tratti principali di un metodo elementare.

Chiuderò questo paragrafo con una osservazione decisiva. La *compitazione* d' una parola è propriamente una funzione analitica conseguente alla distinzione fatta delle lettere. L' ufficio suo è di unire e tradurre in una sola espressione le particelle compitate. Richiamate qui la parità dell' esame dei due cembali, dei quali ho ragionato nel § 58. In tutte le così dette *equazioni* interviene questo processo. Ma questo processo suppone presente tutto l' oggetto. Lo spirito qui non crea niente; ma contempla il creato, ed agisce sul creato. Le *creazioni* quindi matematiche vengono ripetute da altre sorgenti. La *creazione* matematica costituisce la *parola* da compitarsi.

§ 129. Delle parole matematiche. Dei binomii incrociati.

Tre stati io distinguo nella *parola matematica;* cioè quello di *prima posizione*, quello di *trasformazione*, e quello di *trapodestazione.* Nella *prima posizione* io distinguo nel simbolo geometrico proposto agli apprendenti due grandi parti. La prima parte è la *superiore;* la seconda è l'*inferiore.* La prima è *monogrammatica;* la seconda *digrammatica.* Esaminate la fig. V. della tav. I. La porzione *A B F E* rappresenta la parte superiore; la porzione *A G H B* rappresenta la parte inferiore. La prima viene atteggiata dall'azione composta della variabile divisione della curva circolare, e dalla divisione omologa del diametro sottoposto; la seconda è atteggiata da coordinate correlative e dipendenti, tirate entro il corpo del quadrato complessivo fabbricato su tutto il diametro. Perfetto riesce l'*accordo* fra queste parti; e ciò che voi figurate in una guisa *continua* ed *univoca* nei nomi superiori, lo ravvisate in una forma *discreta* e *plurivoca* nei nomi inferiori. L'*unità* segreta, che regge tutto il complesso, induce questi rapporti di *compotenza*, la vista dei quali fu in parte espressa dai matematici. *Ut in Algebra reciprocae sibi sunt* potentiae *et* radices, *ita in calculo infinitesimali* differentiae *et* summae; *et uti in Algebra, seu scientia generali finitae magnitudinis, potissimus scopus est* extrahere radices *formularum, ita in scientia infiniti* invenire summas *serierum; quae cum ex terminis constent continue seu elementariter crescentibus, nihil aliud sunt, quam quadraturae vel areae figurarum* (1). Col calcolo differenziale adunque altro non si fa che compiere l'algoritmo vero naturale. Propor bene una parola matematica, egli è lo stesso che offrire i dati di queste due parti algoritmiche. Farlo in modo che facili ne riescano le analisi, le trasformazioni e le successive combinazioni, egli è riunire l'apparenza puerile col valor filosofico (ved. § 104). Quali saranno i primi simboli perpetui della *parola matematica* proposta agli apprendenti? — I binomii incrociati. — Che cosa intendete voi per *binomii incrociati?* Mirate le figure II. VI. XI. XIII. XIV. della tavola I., e voi ne vedrete gli esempii. Scelgo la figura VI. Entro il semicircolo *A M C B* voi in primo luogo vedete le due corde *A M, M B,* le quali dal punto comune *M* vanno a poggiare sullo stesso diametro *A B.* È noto che l'angolo in *M* sarà retto, e però avremo il triangolo rettangolo *A M B,* i di cui lati *A M* e *M B* servono

(1) Leibnitz. *Specimen novum Analyseos.* Ex *Actis Eruditorum* anni 1702. *Opera omnia.* Tom. III. pag. 373.

di cateti all'ipotenusa *A B*. Ora se dallo stesso punto *M* tirate sul diametro *C D* le due rette *M D*, *M C*, formerete l'altro triangolo *D M C*, che avrà l'angolo retto in *M*; e però *M C* ed *M D* saranno due cateti, e la rispettiva ipotenusa sarà *D C*. Se imaginate che sopra le linee *A M* ed *M B* siano costrutti due perfetti quadrati, voi avrete un binomio geometrico, la somma del quale sarà rappresentata dal quadrato *A H*. Lo stesso avviene se figurate due quadrati costrutti sopra *M C* e *M D*. La loro somma sarà rappresentata dal quadrato *E L*. Quattro rapporti pertanto o identici o diversi sostiene qui simultaneamente il quadrato del diametro. Essi concorrono tutti a formare la *parola algoritmica*. Essi sono *identici*, come nella figura I. di questa tavola; essi poi sono *diversi*, come nelle altre figure sopra notate. È manifesto che con questa costruzione le due ipotenuse s'incrociano ad angolo retto in *O*. Per tale motivo io dico che questa costruzione è fatta a binomii incrociati (1).

Proseguiamo. Il punto dell'*eguaglianza* perfetta forma il *zero* differenziale, ossia la *negazione* d'ogni differenza. Ecco il punto *positivo* d'ogni mossa algoritmica. Ciò posto, qualunque punto voi prendiate, per esempio, nella semicirconferenza *A C B* (fig. VI. tav. I.), sia a diritta, sia a sinistra del punto *C*, voi avrete un segmento di curva. Sia questo punto scelto in *M*. Tirando la linea *M P* parallela ad *E F*, voi farete nascere la lista *E N P F*. Lo stesso avverrà figurando che per gradi comunque piccoli la linea *E F* si abbassi parallelamente. In amendue i casi voi avrete una lista, la quale conterrà un arco di cerchio più o meno grande. Il quadrato sopra *M C* sarà equivalente a quella lista.

Che cosa sarà questa lista, fuorchè una *porzione* reale del quadrilungo *A E F B*? Questa lista può essere parte aliquota o non aliquota, sia del quadrilungo, sia del tutto. Ma l'essere o non essere parte aliquota dipende unicamente dai rapporti logici essenziali della figura, e non dall'arbitrio del geometra. Dal suo arbitrio dipende la *posizione* del fatto, e non la *ragione* del fatto. Qui per *ragione* non s'intende il *motivo*, ma il *rapporto* intrinseco e logico degli oggetti. Ciò che abbiamo detto figurandoci un movimento dall'alto al basso, accade pure figurandoci un movimento da diritta a sinistra, e viceversa.

Così, per esempio, nella figura XVIII. tav. I. posso figurarmi che la linea *C d* proceda a diritta o a sinistra per misure date verso l'una o l'altra estremità del diametro; e viceversa, che la linea *D F* proceda verso

---

(1) Qui si può proporre ai matematici il seguente problema = Dato il membro minore di uno dei binomii incrociati, trovare il membro minore dell'altro binomio. =

il centro. In tutti questi casi avrò a dati intervalli le linee e le superficie che vedete nella figura. Queste linee o ascisse rappresenteranno diversi stati di questa linea, che perciò dicesi *variabile.* Qualunque sia la mossa di questa variabile, sarà sempre vero che dal punto della partenza al punto della sua prima fermata ella avrà lasciato uno spazio *dietro a sè.* Questo spazio sarà essenzialmente finito e determinato dai rapporti ai quali nella data figura va soggetta la detta variabile. Altro è che io possa o non possa valutare con misura comune questo spazio e le sue particole, ed altro è ch'egli non sia in sè stesso essenzialmente finito e determinato. Figurare un'*eguaglianza* reale o un *infinito* reale, perchè io non posso trovare un'*espressione* numerica determinata di questo spazio, sarebbe la più mostruosa assurdità. Perchè ti mancano gli occhiali per vedere il grano di cenere, dirai tu ch'egli non esista? perchè ti manca il compasso per misurarlo, lo dirai tu infinito? Nella Matematica pura dipende da te fissare la prima lista. Comunque minima ella sia, sarà sempre *un che*, ossia una quantità reale e finita sottratta da una delle parti eguali. Paragoni tu la parte scemata colla parte integra? Allora dovrai dire che la parte scemata è *minore* d'un *tanto* della parte integra, e che la parte integra è *maggiore* di quello stesso *tanto* della parte scemata. Allora dir devi quel *tanto* essere una grandezza reale. Dividi tu questo *tanto*, e aggiungi tu la parte divisa alla parte scemata? Finchè non l'aggiungerai *tutta*, vi resterà sempre un *meno* che toglierà l'eguaglianza. Alle corte: fra il concetto dell'*essere* e del *nulla* metafisico, ossia fra l'*eguaglianza* e la *disuguaglianza astratta* non si può figurare veruna determinata quantità.

È dunque assurdo e stranamente assurdo lo stabilire come logicamente possibile una quantità minore di qualunque assegnabile, perchè appunto in astratto si può assegnare qualunque differenza escogitabile. Come la logía dell'*eguaglianza astratta* non ammette gradi, così la logía della *disuguaglianza astratta* non ammette limiti. Se ho fatto uso dell'idea d'una linea variabile, l'ho fatto per adattarmi al modo volgare ricevuto. Il fatto sta però, che quest'uso non è nè *filosofico*, nè *algoritmico.* Non *filosofico*, perchè una linea inestesa non può nè camminare, nè generar l'esteso (1); e però in realtà colla variabile non si se-

---

(1) *Linea utcumque multiplicata* (disse Newton) *non potest evadere superficies, ideoque haec superficiei e lineis generatio longe alia est a multiplicatione* (Arithmetica universalis, Pars I. § 9). La moltiplicazione dunque superficiale è propriamente quale l'abbiamo sopra presentata, e si fa o per via di quadrato, o di altre figure semplici prese come unità. L'uso ha fatto prevalere di prendere il *quadrato* come *unità* (vedi Newton, loc. cit.).

gna che un limite d'una superficie estesa, e però si allude essenzialmente ad uno spazio variamente limitato, considerato da un lato solo. Non è poi quest' uso veramente *algoritmico*, almeno finchè non si considerano gli altri limiti di questo esteso in modo che ne sorga uno spazio determinato chiuso da confini, e configurato d'una data maniera. Allora egli contrae un'*essenza* propria, dalla quale sorgono tutti i rapporti di *compotenza*.

Forse si crederà potersi a beneplacito arrestar l'esame ad un *profilo*, senza considerare il resto. Quando ciò si volesse fare abitualmente, ed ottenere ciò non ostante una valutazione, sia complessiva, sia comparativa, fra le parti della figura, si tenterebbe una cosa impossibile; perchè i valori non possono risultare fuorchè dai rapporti di *compotenza* determinati dall'*unità individuale* costituente e caratterizzante la data figura. Come la data foglia, il dato ramo di un albero, il dato membro di un corpo animale sono determinati dall'unità organica ed unificante del *tutto;* così i rapporti geometrici compotenziali ed algoritmici sono essenzialmente determinati dall'unità individuale e caratteristica della data figura. I rottami adunque ed i profili staccati delle figure non possono essere esaminati con frutto e valutati con effetto, se non considerandoli in relazione al *tutto* di cui fanno parte. Dunque in Matematica proceder si dee come nell' Anatomia e Fisiologia dei corpi vegetabili ed animali. Dopo che si acquistò l'idea della forma, delle proprietà e delle leggi del *tutto*, si potrà certamente far uso di costruzioni frazionarie; ma prima di questo tempo sarebbe il più stolido e il più riprovato partito quello di proporre ad esame questi rottami e questi profili spolpati.

Nello studio adunque primitivo della quantità estesa incominciar si deve col presentare tutto intiero il ritratto della *creatura* matematica, e passar indi ad esaminarlo partitamente, e fino ne'suoi ultimi componenti; e indi ritornare con un senso distinto allo stesso concetto complessivo, che dapprima apparve confuso. Ecco il perchè avendo incominciato coll' assumere il quadrato geometrico, credo necessaria la costruzione a *binomii incrociati*. Mediante questa sola costruzione si possono ottenere le convenienti valutazioni nei tre stati successivi già sopra distinti delle grandezze estese quadrate, ed ottenerle nella maniera la più breve, la più facile e la più proficua.

In conseguenza diffatti dei binomii incrociati si segnano e si valutano i *differenziali* di primo e di secondo ordine. Questa valutazione viene determinata giusta le ragioni proprie delle date grandezze paragonate. I valori dunque sono logici e veri appunto perchè sono solamente *rispettivi*.

§. 130. Dei binomii *pàrtiti* e dei complementi.

Posto questo schiarimento filosofico, ritorno alla prima *posizione* della *parola matematica* ad uso degli apprendenti, ed alla costruzione simbolica a binomii incrociati. Due coordinate per lo meno debbono concorrere per l'analisi la più generale matematica. Ma nello studio speciale primitivo simbolico deesi proporre in prima per lo meno un quadrato superficiale ed una squadra, e quindi passare ai binomii *pàrtiti* accompagnati dai loro complementi. Che cosa intendete voi per *binomio pàrtito?* Osservate la fig. II. della tav. I. In essa vedete due quadrati interni. Il primo è il quadrato *LROX;* il secondo poi è il quadrato *ODPB.* Ivi pure vedete due complementi: il primo è il quadrilungo *RSDO;* il secondo è il quadrilungo *XOBZ.* Se unite questi due quadrati e questi due quadrilunghi, avrete il quadrato geometrico *LSPZ*, che formerà parte di tutto il quadrato *ENPF.* Detratto il minore dal maggiore, resterà la squadra *ENSLZF*, ossia il gnomone differenziale. Nel quadrato minore voi vedete il binomio *pàrtito*, nel quale le potenze di *RO* e di *OB*, poste in guisa *contigua*, formano la potenza unica di *RB.* Il quadrato di questa potenza non è la somma dei due quadrati, ma è il prodotto di *SP* in sè stesso. Il binomio *pàrtito* si può considerare come l'inverso del *sommato:* esso può venir fatto ponendo in linea retta i lati stessi che avevate piegati ad angolo retto nel *sommato* (1).

---

(1) Ognuno intende che io parlo qui di binomii *superficiali*, e non di *lineari.* Ciò vien fatto da me onde tener sempre fermo l'aspetto, sotto del quale le grandezze estese sono *comparabili.* Del resto debbo osservare, che la prima forma pel binomio *aritmetico* o *algebraico* collima col mio binomio superficiale *pàrtito.* L'unica differenza consiste nell'essere il binomio *aritmetico* (quale viene proposto) limitato a lati commensurabili; dovechè il *geometrico* è più generale. Il binomio *aritmetico* vien ridotto alla seguente forma.

$$\begin{array}{r} a+b \\ a+b \\ \hline aa+ab \quad\quad \\ +ab+bb \\ \hline aa+2ab+bb \end{array}$$

Traduciamo questa forma in un determinato esempio, secondo l'uso comune. Ne sorgerà il seguente schema:

$$\begin{array}{r} 20+3 \\ 20+3 \\ \hline 400+60 \quad\quad \\ +60+9 \\ \hline 400+120+9 \end{array}$$

Riduciamo il tutto a forma superficiale. Ecco la figura:

$$\surd 3 \quad \surd 20$$

9	60
60	400

69 | 460

529 $\surd$ 23

Qui, come ognun vede, la quantità *a* e la *b* sono due radici, le quali, moltiplicate per sè stesse, danno i loro quadrati di 9 e 400, i quali formano i due estremi. Moltiplicando queste due radici fra loro, si formano i complementi. Sommato tutto, si ha il quadrato

Tanto i binomii *sommati incrociati*, quanto il binomio *pàrtito* suddetto debbono essere esaminati e valutati nello studio primitivo della quantità *estesa*. Quando i due estremi del binomio *pàrtito* sono razionali, il valore superficiale dei complementi viene determinato moltiplicando i nomi indicanti la divisione dei lati dei due quadrati; ma quando non sono tali, convien supplire altrimenti. In questo *altrimenti* sta l'algoritmo degli incommensurabili linearmente. Di questo algoritmo, in quanto concerne l'insegnamento primitivo, si dirà nel seguente Discorso. Qui dovendo parlare della costruzione della *parola matematica*, e quindi de' suoi requisiti, conviene por mente alla influenza decisiva dei complementi in tutto il processo di valutazione. Nel binomio *pàrtito* interno abbiamo veduto come si presentano questi complementi. Ma convien sapere che sorge sempre anche un binomio *pàrtito* nella parte superiore, onde poter poi detrarre il nome minore dal maggiore. Per intendere tutto questo si osservi la figura I. della tav. II. Ivi vedete il triangolo troncato $ABDC$. Domandate voi come sia egli stato fatto? Eccolo. Fu prima inscritto entro il semicircolo $AEIKB$ il triangolo rettangolo AEB; indi la linea AE fu protratta in D in modo, che il prolungamento ED fosse uguale al cateto EB. Parimente la linea BE fu protratta in C in modo, che EC fosse uguale ad EA. Uniti i punti, nacque il suddetto triangolo troncato, al quale impongo il nome di MODIO.

Nasce da questa costruzione, che il triangolo rettangolo isoscele AEC forma realmente la metà del quadrato del cateto AE, come l'altro triangolo BED forma la metà del quadrato del cateto EB. Dalla stessa costruzione poi il triangolo rettangolo CED è uguale al triangolo AEB. Ma questo triangolo altro non è che quello ch'è formato dall'ipotenusa e dai cateti: dunque il modio è formato dalla metà dei quadrati dei cateti, e da due triangoli rettangoli formati dagli stessi cateti e dall'ipotenusa. Questo modio si vede in piedi nella figura III., ma capovolto;

---

delle due radici unite, cioè 529 $\sqrt{23}$. Unendo i soli due quadrati di 3 e 20, si forma il binomio *sommato*. Coll'altra maniera qui espressa si forma il binomio *pàrtito*. Nel binomio *aritmetico* abbiamo due quadrati, l'uno dentro l'altro in modo, che l'eccesso del lato dell'uno sull'altro è commensurabile. Nel binomio *geometrico* questa commensurabilità è puramente particolare a certi gradi o a certe divisioni. Si deve quindi trovare il metodo di ripartire il valore del gnomone in modo, che ne risulti il valore parziale del minore estremo anche quando abbiamo lati incommensurabili: ecco il problema che rimane a sciogliere. Il metodo adottato dagli algebristi per determinare approssimativamente il valore delle radici appellate *sorde* è per sè stesso grossolano, sterile, e senza filosofia. Havvi un altro metodo filosofico, preindicato, luminoso e fecondo per tutti gli ufficii algoritmici tanto individuali, quanto in serie. Questo verrà indicato nel seguente Discorso.

poichè la sua base, come modio, è propriamente in *A C*. Tosto si vede che l'area di questo modio è uguale al quadrato geometrico che si può costruire sulla perpendicolare *FG*. Così si può stabilire perpetuamente, che il modio nato dall'unione di due triangoli rettangoli isosceli sarà sempre uguale al quadrato delle due altezze riunite di questi due triangoli.

Forse taluno crederà che la costruzione di questo modio sia improvvisata. Bene al contrario. Essa è anzi preindicata dalla costruzione a binomii incrociati. Ciò consta osservando che il quadrato del cateto maggiore del binomio *verticale* è appunto eguale a questo modio. Si esamini la fig. VI. della tav. I. Ivi vedete il cateto *MD*. Il quadrato di questo cateto è uguale al quadrato del detto modio.

Usando del teorema pitagorico, noi non otteniamo che la metà del nome necessario per le valutazioni dei composti geometrici di quadruplice relazione. Il *tetragonismo* logico non consiste nella forma quadrata materiale ed isolata, ma risulta invece dalla quadruplice *possanza* e *compotenza variata;* così che posta la varietà, ed ommesso un solo dei termini, manca necessariamente la valutazione.

§ 131. Delle trasformazioni preindicate.

Noi abbiamo notato di sopra esservi tre maniere primarie di costruzione della *parola matematica*, cioè la prima per *posizione*, la seconda per *trasformazione*, la terza per *trapodestazione*. Queste due ultime maniere possono eseguirsi ad un solo tratto, come abbiamo veduto nell'esempio del modio ora osservato. Ma giova il vedere come siano preindicate. Quanto alla *trapodestazione*, ne abbiamo offerto l'esempio; quanto alla *trasformazione*, serva il seguente esempio. Ritorniamo alla figura VI. della tav. I. Ivi vedete il triangolo rettangolo *AMB*. Mirate ora la fig. XV. Questo stesso triangolo lo vedete segnato *AEB*. Parimente nella figura VI. abbiamo fatto osservare l'altro triangolo rettangolo *DMC*. Ora volgete l'occhio sulla fig. XVI. Ivi vedete questo triangolo segnato in *AEB*. Se nella fig. XV. e nella XVI. dalla parte inferiore descriverete il triangolo eguale *AHB*, voi formerete i due quadrilunghi che vedete dentro lo stesso circolo.

Questi due quadrilunghi inscritti sono, come ognun sa, eguali ai quadrilunghi aventi per lato la diagonale degli inscritti, e per altezza la media proporzionale, ossia il lato comune dei due triangoli simili *AEG* ed *EGB*. Ma i lati dei quadrilunghi inscritti non sono nè punto nè poco eguali ai lati degli impostati sul diametro, e chiusi dalle tangenti *IA*, *FB:* abbiamo dunque aree uguali con lati disuguali.

Ciò incomincia a somministrare l'esempio d'una *trasformazione* lineare più aritmetica che geometrica. Dico *più aritmetica che geometrica*, perocchè i due quadrilunghi inscritti sono simili ai non inscritti, ed eguali in superficie, ma non eguali in lati. Dunque la misura e quindi la potenza dei lati è cangiata, senza che siasi cangiata nè la superficie, nè la forma complessiva generica della figura. Così supponendo che in ambi i circoli il diametro sia diviso in dieci parti, e che AG nella figura XV. sia eguale a 2, ne verrà che $\overset{-p}{AE}$ sarà eguale a 20, ed $\overset{-p}{EB} = 80$. Ma siccome il quadrilungo $ABFI = 40$, dunque il quadrilungo inscritto $AEBH$ sarà eguale a 40. Or qui domando se AE ed AH siano commensurabili. Dunque abbiamo qui la stessa area prima compresa fra lati commensurabili; e questi sono i lati IA ed AB, il primo di 4, ed il secondo di 10: poscia fra lati incommensurabili, il primo di potenza 10, ed il secondo di potenza 80. Ecco quindi una trasformazione lineare.

Bramate voi un esempio di trasformazione di figura? Mirate la figura V. della tavola I. Ivi la curva ALH è un quarto di cerchio, avente per raggio tutto il diametro AB diviso in dieci parti. La linea Bd'' (eguale a questo raggio) viene portata in d'' un grado al di là della metà; di modo che avremo $d'B = 6$. Ora se $Bd'' = 10$, avremo $d'd'' = 8$. Dal punto d' tirate la linea $d''A$; avremo il triangolo $Ad''B$, la di cui area sarà 40. La di lui area sarà dunque uguale al quadrilungo superiore $ANPB$.

Bastino questi cenni fuggitivi per far intendere i tre stati della *parola* da me sopra indicati. Fra questi quello della *posizione prima del quadrato* dev'essere rappresentato in modo da soddisfar sempre ad un quadruplice rapporto.

§ 132. Delle parole composte.

Come vi sono parole *semplici*, così vi sono anche parole *composte*. Questa distinzione non si può comprendere fino a che non abbiasi formato il concetto della *personalità* della figura. Quando figurate un quadrato, un triangolo, e qualunque altro poligono, voi da principio li ravvisate con un concetto *solidale* ed *individuo*. Se poscia pensate che in forza di quei dati lati, di quei dati angoli e di quella data superficie ne debbano nascere date relazioni, e non altre, voi potete attribuire ad ogni figura un *carattere* proprio geometrico, in virtù del quale nasceranno date affezioni e date leggi. Ecco ciò che costituisce la *personalità logica* della figura. Fino a che voi vi aggirate entro la sfera personale, voi non trattate che la stessa parola. Essa si moltiplicherà, se farete altre fi-

gure simili; ma tutte avranno la stessa *personalità*. Questa si altererà, quando di due persone dissimili ne farete una terza. Ognuno intende che la *composizione* non si può confondere colla *trasformazione*, quale sopra fu definita; imperocchè colla nuda trasformazione altro non si fa che sostituire sotto forma diversa una data superficie identica, ossia uguale alla prima. Ciò potrà bensì far cangiare i rapporti *parziali*; ma essi saranno sempre puramente *individuali*. Così io potrò a tutto il complesso, considerato come un *tutto*, cangiare un quadrilungo in un quadrato o in un triangolo, e viceversa; ma i rapporti *compotenziali* delle parti riusciranno sempre puramente *individuali*. Un esempio luminoso delle parole composte si è quello della composizione coi quadrati peregrini, di cui sopra ho ragionato; la quale, fatta nei primi stadii della tavola posometrica, fa sorgere un'interna spuria incommensurabilità. Nelle parole semplici, quali sono espresse nella figura sopra esaminata, questo fenomeno non può sorgere, perchè tutto viene ivi determinato in conseguenza della divisione data al diametro. Allora fra le divisioni di tutto il diametro, e quelle dei di lui segmenti determinati dalla media proporzionale, havvi sempre una perfetta coincidenza. Nelle parole ORIGINARIAMENTE composte questa coincidenza manca. Badate bene: dico *originariamente*, per dinotare che la coincidenza operata dalla successiva conversione dei nomi superficiali in lineari non deroga per nulla all'indole fondamentale di questa logica composizione. Io mi spiego con un esempio. Spiegate la tav. II., e mirate la fig. IX. Ivi vedete il triangolo rettangolo $a\,b\,c$. Fingiamo che sia fatto in modo, che la linea $c\,b$ sia un terzo più lunga della $a\,c$. Avremo il quadrato della $a\,c = 4$, e quello della $c\,b = 9$. Il quadrato adunque dell'ipotenusa $a\,b$ sarà eguale a 13. Dunque qui la linea $a\,b$ sarà incommensurabile. Supponiamo ora che dal punto c sia calata una perpendicolare sulla $a\,b$. Questa (nell'atto che farebbe nascere due triangoli rettangoli simili fra di loro, e simili al terzo che li contiene) dividerebbe l'ipotenusa $a\,b$ in due parti. Si domanda ora quale sarebbe la misura dei segmenti dell'ipotenusa, e quale quella della perpendicolare suddetta. Ognuno mi risponde, che converrebbe trovare una misura comune, la quale, senza alterare le *ragioni* delle quantità impostate, mi somministrasse la valutazione bramata. Dovrò quindi determinar prima queste *ragioni*, e riguardarle come *condizioni* inalterabili. Fissata questa preliminare ricerca, veggo in primo luogo che il quadrato di $a\,c$ al quadrato di $b\,c$ sta come 4 a 9. Veggo in secondo luogo che l'area del triangolo $a\,b\,c$ è uguale a $\frac{3}{4}$ dell'uno, ed a $\frac{3}{9}$ dell'altro. Ciò premesso, ecco come io procedo. Si converta il nome

superficiale di $a\,b$ in nome lineare. Allora avremo l'altra figura congiunta, in cui $A\,B$ sarà divisa in tredici parti. Su questa linea se prendete quattro parti, ossia $\frac{4}{13}$, voi prendete il nome superficiale di $a\,c$, e lo trasportate in $A\,D$. Allora avete $A\,D=4$, e $D\,B=9$. Moltiplicando poi l'uno per l'altro, avrete $\overline{D\,C}^{p}=36$, e quindi la linea $D\,C=6$. Ma per ottenere la misura lineare di $D\,C$ potete dispensarvi da questa operazione (la quale dandovi il quadrato vi obbliga ad estrarre la radice) col moltiplicare invece le due radici dei quadrati delle $a\,c$ e $c\,b$, e dire $2\times3=6$: dunque $D\,C=6$, $\overline{D\,c}^{p}=36$. Compiendo la figura come la vedete, avrete da una parte $\overline{A\,C}^{p}=16+36=52$, dall'altra $\overline{C\,B}^{p}=81+36=117$. Somma: $169=13\times13$.

Moltiplicando poi $D\,C$ per $A\,B$, e presa la metà, avrete l'area del triangolo $A\,C\,B=39$. Ora tutti questi valori non serbano forse le prime proporzioni?

$$52=13\times4$$
$$117=13\times9$$
$$39=13\times3$$
$$169=13\times13?$$

Qui dunque avete per misuratore comune il nome superficiale dell'ipotenusa, nell'atto che avete fatto uso della divisione lineare. Non discostandomi dal mio proposito, ed incontrandomi nella tavola posometrica nel grado 13, e facendo la seconda costruzione ora eseguita, egli è manifesto che l'avrei fatto risultare dalla divisione della radice, ossia del diametro; ma la composizione dei quadrati dei cateti sarebbe forse stata primitiva, originaria e semplice? Non mai. Qui col 52 e col 117 abbiamo due grandezze che stanno fra loro come 4 a 9; senonchè non abbiamo due nomi quadrati, ma due non quadrati aritmetici, i quali non sono nemmeno multipli dei quadrati originarii. Ciò che abbiamo eseguito qui si può eseguire in tutti i casi nei quali abbiamo cateti rispettivamente commensurabili, sia o non sia razionale l'ipotenusa.

Riteniamo adunque, che ciò che costituisce la *parola composta matematica* non consiste nella ripetizione o divisione materiale della data figura, ma bensì nella compaginatura solidale ed univoca di più persone diverse e indipendenti.

§ 133. Osservazioni speciali sulle ascisse razionali, e sui loro ufficii primitivi.

Nell'incominciamento del § 128 ho indicato come terza fonte di commensurazione lineare le ascisse, le quali si possono dividere in parti aliquote identiche a quelle di tutto il corpo al quale esse appartengono. Varii, estesi ed importanti sono gli ufficii loro. Spiegherò il mio pensiero con alcuni esempii. Mirate nella tav. I. la fig. XVIII. Ivi la prima ascissa DF è divisibile in tre parti decime del diametro. Unendola dunque alla linea FF', avremo $DF' = 13$. Parimente l'ascissa aa' è uguale a 4. Prolungata dunque sino al fondo, avremo $aa'' = 14$. Questi valori comuni e preindicati somministrano vincoli di *cognazione* fra diversi nomi della tavola posometrica.

Tutte le radici dei quadrati aritmetici, le quali, detratta un'unità, segnano un nome quadrato, hanno questa proprietà. Il valore potenziale della prima ascissa è appunto sempre uguale al valore superficiale della radice, meno un'unità. Così $\sqrt{5} - 1 = 4$, eguale al quadrato della prima minore ascissa, e però essa sarà eguale a $\frac{2}{5}$; $\sqrt{10} - 1 = 9$, eguale al quadrato della prima minore ascissa, che sarà $\frac{3}{10}$; $\sqrt{17} - 1 = 16$, eguale al quadrato della prima minore ascissa, che sarà di 4, ec. Per la qual cosa, presa la scala naturale dei quadrati, ed aggiunta a tutti un'unità, si avranno radici colla prima ascissa razionale.

Ottenuta questa prima ascissa razionale, ne viene in conseguenza tanto l'ordinata corrispondente, quanto un'altra ascissa maggiore. Col soccorso loro acquisterete il potere ora di porre in movimento il lato del quadrato inscritto e di trovare altri coefficienti, ed ora di fare ulteriori composizioni, suddivisioni, e in fine stabilire serie estreme e medie. Mi spiego con un esempio. Ritornate alla fig. XVIII. della tav. I. Ivi vedete la $DF = 3$, $DC = 5$, ed $FC = 4$. Ora su CB (che è l'altro semidiametro) pigliate $CG = ad\ FD$; alzate quindi la perpendicolare GE. Questa perpendicolare sarà uguale ad FC. Uniti i due punti DE, voi avrete DE uguale al lato del quadrato inscritto; avrete l'angolo DCE retto, ed il rispettivo triangolo DCE uguale ad $\frac{1}{4}$ del quadrato inscritto, ed uguale ad $\frac{1}{8}$ del circoscritto. Se poi dal punto D tirerete la paralella DH, questa taglierà la linea EG ad angolo retto nel punto I; e però avrete i due cateti DI ed IE. Quando il valore lineare o potenziale di essi o di uno solo dei medesimi siavi noto, voi determinerete il valore di due nuovi coefficienti dello stesso quadrato dell'ipotenusa DE uguale al quadrato inscritto.

Quando non avete una radice pari, come nel caso antecedente, ma una dispari, cui non vogliate duplicare, allora sottentra la costruzione della fig. XI. della tav. II. Con questa voi potrete talvolta essere condotto a nomi che non abbiano veruna comune misura coi nomi originarii dai quali furono tratti, e però potrete creare persone d'un carattere totalmente proprio. Così si ottengono le nuove composizioni preindicate; così si collegano anche i numeri per sè primi; così si passa alle analisi speciali.

Questo non è ancor tutto. Colle costruzioni di movimento, fatte colle ascisse suddette, si passa a suddivisioni indicate, le quali sono come le dissoluzioni chimiche necessarie a formar nuovi composti. Ritorniamo alla fig. XVIII. della tav. I. Ivi vedete il triangolo *D E I*. Concentrate l'attenzione sul primo segmento *D I*. Ivi vedete il piccolo triangolo *Dli*. È certo che la linea *il* sta alla *Dl* come la *EI* sta alla *D I*. Ma $EI : DI :: 1 : 7$; dunque $il : Dl :: 1 : 7$. Dunque si deve dividere ogni grado in sette minuti; dunque *A B* sarà suddiviso in 70. Senza questa suddivisione non potreste passare alle convenienti valutazioni che far dovrete nelle successive composizioni dipendenti. — Ciò che abbiamo osservato in questo caso si verifica in tutti quelli nei quali accade di ottenere i movimenti ed i valori simili a quelli ora osservati.

Questi triangoli analitici, accoppiati alla parte alla quale sono attaccati, si possono estrarre da tutto il corpo della figura, e passare a composizioni *graduali* preindicate, e tessere una catena non interrotta di composizioni e di analisi, e quindi dedurne serie differenziali di un uso universale. Fissate lo sguardo sulla fig. VIII. della tav. II. Qui nel triangolo *A B C* vedete uno di questi triangoli analitici; così pure ne vedete un altro segnato *D L C*. Il lato *L C* è quello del maggior coefficiente. Compiendo la figura, si ottiene sempre un quadrato inscritto in un altro. Si hanno pure i differenziali di primo e di second' ordine, valutati, suddivisi, ec. Il minimo triangolo poi *C a b* vi dà le misure comuni fra le tre grandezze quadrate complessive di questa costruzione, alla quale impongo il nome di *compasso algoritmico.*

Tutto questo fu accennato di volo per indicare gli ufficii che prestare o derivar possono dalle ascisse *razionali*, e far presentire com'esse divengono fonti di commensurazioni discrete. Altri servigi subalterni risultano pure; ma di essi non conviene far parola che in un Trattato fatto di proposito.

Colle cose esposte fin qui intorno agli alfabeti, alle sillabe, alle parole, e alle fonti di commensurazione razionale, altro da me non fu fatto, che addurre alcune *particolarità*, le quali possano raccomandare il

modo col quale io credo che incominciar si debba lo studio delle Matematiche. Mi rimane ancora di esporre il magistero di quello che appellai *calcolo iniziativo*. Ciò verrà fatto da me nel seguente Discorso.

§ 134. Della composizione delle parole di commensurazione lineare quadrata. Problema. Risposta.

Raccogliamo in uno le membra divise del ramo esaminato fin qui, e riportiamolo all'oggetto reale, sul quale caddero le ultime nostre considerazioni. Quest'oggetto qual fu? Il *tetragonismo*, in quanto può essere valutato *discretivamente*. Intatto è ancora il campo dei veri *continui*, altrimenti detti *incommensurabili*. Qui ci siamo ristretti a cogliere le *compotenze* quadrate che si manifestano per misure lineari aliquote. — Qual fu il fine primario di queste ricerche? Fondare una *Geometria di valutazione*. Che cosa intendete dinotare con questo nome? Io intendo dinotare un *corso* primitivo analitico e compaginato di osservazioni di *fatto* sulla quantità estesa, mediante il quale si possano assegnare canoni plenarii algoritmici. La quantità estesa, considerata in tutti i suoi stati possibili, presenta un campo immenso, nel quale si possono fare per secoli milioni di osservazioni e di combinazioni. Conoscere tutte queste possibili circostanze, o tentare tutte queste possibili combinazioni, non può formare lo scopo logico morale e sociale delle Matematiche; cogliere quei fatti e quelle leggi che ci possano condurre a dettare buone regole ad uso della vita, ecco l'oggetto finale di questo esame.

Fra mille simboli abbiamo prescelto come primo il *quadrato*. I suoi stati diversi offrono intervalli d'una commensurazione *discreta*. I rapporti di questa commensurazione sono dipendenti dalle leggi di *compotenza*, che padroneggiano tanto i *discreti*, quanto i *continui*. Avendo prescelto i gradi nei quali si può manifestare la possibilità delle valutazioni *discrete*, è necessario di vedere il complessivo aspetto di questi gradi. Così esaminando un paese nel quale a dati intervalli sorgono colonne miliarie, e trovato con qual legge proceda la distanza dall'una all'altra, si può indovinare anche la distanza di quelle che non furono sottoposte al nostro sguardo.

Il *tetragonismo*, simboleggiato con binomii incrociati, presenta sempre due mezze proporzionali, le quali sono coordinate ad angolo retto. Queste coordinate sono appunto un'ordinata ed un'ascissa, le quali formano due lati di un triangolo, o due lati d'un quadrilungo. La diagonale di questo è costituita dal raggio. Cercare a quali intervalli queste coordinate siano commensurabili, o possano divenir tali, ecco il primo

argomento dell' esame del *tetragonismo* simboleggiato. Posto questo argomento di ricerca, si può fissare il problema che serve di risultato dell' analisi premessa. Questo problema è il seguente. = Dato qualunque quadrato aritmetico, trovare radici che servano a formare sempre due quadrati, la somma dei quali formi un terzo quadrato. =

I. Prendete un quadrato aritmetico qualunque, tranne l'*uno*. Scritto il quadrato, detraete da lui un' unità. Il residuo (A) segnerà la radice di uno dei coefficienti.

II. Prendete la radice di questo stesso quadrato, e duplicatela. Il prodotto (B) costituirà la radice quadrata del secondo coefficiente.

III. Prendete ancora il quadrato assunto, ed aggiungetevi un' unità. La somma (C), che ne risulterà, formerà la radice quadrante della somma suddetta (1).

Così potremo rappresentare linearmente con un triangolo rettangolo tutte queste radici. E quindi A sarà eguale al primo cateto, B sarà eguale al secondo cateto, C sarà eguale all' ipotenusa.

Qui, come ognun vede, per formare A si sottrae; per formare B si moltiplica; per formare C si aggiunge. Le operazioni cadono sullo stesso oggetto. — Dato un quadrato numerico, se aggiungete a lui un' unità, sorge un' ipotenusa; se la togliete, sorge uno dei cateti; se duplicate la radice, sorge l'altro cateto.

Bramate voi di tessere in un modo immediato e semplice la serie di questi cateti e di queste ipotenuse? Scrivete una serie che incominci dal 5, e progredisca indefinitamente, colla differenza di due fra ogni termine. Scritta questa serie, se volete ottenere i cateti B scrivete un 3 sotto; e sommatolo col primo termine, seguitate a sommare, come ab-

---

(1) Esempio I.

$4 - 1 = 3$	A	$3 \times 3 = 9$	A^2
$\sqrt{2} \times 2 = 4$	B	$4 \times 4 = 16$	B^2
$4 + 1 = 5$	C	$5 \times 5 = 25$	C^2

Esempio II.

$9 - 1 = 8$	A	$8 \times 8 = 64$	A^2
$\sqrt{3} \times 2 = 6$	B	$6 \times 6 = 36$	B^2
$9 + 1 = 10$	C	$10 \times 10 = 100$	C^2

Esempio III.

$16 - 1 = 15$	A	$\overset{2}{A} = 225$
$\sqrt{4} \times 2\ \ 8$	B	$\overset{2}{B} = 64$
$16 + 1 = 17$	C	$\overset{2}{C} = 289$

biamo fatto nel generare la potenza delle ascisse circolari. Se volete ottenere l'ipotenusa C, scrivete sotto al 5 un altro 5, e fate lo stesso. Ecco un saggio.

Serie fondamentale		5	7	9	11	13	15	ec.
Serie delle ipotenuse	5	10	17	26	37	50	65	ec.

Serie fondamentale	5	7	9	11	13	15	ec.
Cateti A	3	8	15	24	35	48	63
B	4	6	8	10	12	14	16

Pigliate su i numeri, e fate le figure; avrete:

a b	a b	a b	
3 4	8 6	15 8	ec. ec.
c	c	c	
5	10	17	

Le due prime figure $a\,b$ sono i due cateti, ossia le due radici dei coefficienti; la terza, segnata c, è l'ipotenusa, ossia la radice del quadrato risultante.

V'accorgete voi qui di avere in mano i mezzi termini per costruire tutti i binomii incrociati *discretivamente valutabili?* V'accorgete voi che, rappresentati questi elementi colla forma sviluppata conveniente al tetragonismo, voi avete in mano le *ordinate*, le *ascisse* ed il *raggio*, tutti fra loro commensurabili, e per ciò stesso avete in mano i tre mezzi termini necessarii al *tetragonismo discreto?* — Per intendere questo risultato mirate la fig. VI. della tav. I., e paragonatela coll'esempio primo sovra prodotto. In quest'esempio abbiamo il cateto $a=3$. Mirate nella figura l'ordinata $M\,Q$: ecco questo cateto. Nello stesso esempio abbiamo il cateto $b=4$. Mirate nella figura l'ascissa $M\,c'$: ecco questo secondo cateto. Nello stesso esempio abbiamo l'ipotenusa $c=5$. Fingete nella figura il raggio $M\,O$: esso formerà l'ipotenusa rispetto ai cateti $M\,Q$ ed $M\,C$, come costituirebbe la diagonale del quadrilungo $M\,C\,O\,Q$.

Ottenuti questi tre termini, voi tosto compite le parti tutte simboliche del *tetragonismo*, ed avete tutti gli altri valori lineari e potenziali del *binomio incrociato*, e quindi gli elementi fondamentali della *valutazione discreta*. Ciò che qui ho mostrato nel primo grado della detta serie si può eseguire in tutti gli altri gradi; e però il cateto minore forma l'*ordinata*, il maggiore l'*ascissa*, l'ipotenusa il *raggio*. Quelli formano nel *tetragonismo* i mezzi termini della *disuguaglianza;* questa

della *eguaglianza.* Così abbiamo tutta la scala graduale dei *binomii incrociati valutabili discretivamente*, e il modo spedito di descriverli.

Dico anche *il modo spedito di descriverli;* imperocchè costrutto un quadrilungo coi lati disegnati pei cateti, e tirata la diagonale, e con questa diagonale fatto raggio di un circolo, si hanno tutte le condizioni per compiere la figura. Costruite adunque geometricamente i gradi successivi di questa scala progressiva, e voi incomincerete a disegnare il primo ramo della *Geometria di valutazione*, della quale ho parlato di sopra.

Non tutto questo ramo con ciò viene disegnato, ma un solo profilo del medesimo. Qui non si vede altro che una progressione in serie, ma non si ravvisano ancora i periodi singolari della medesima, e però non si scorgono i punti rispettivi degli estremi e dei medii singolari, in forza dei quali tutta la scala si può ripartire in tanti tronchi, ognuno dei quali contenga una propria sfera di competenza estesa e sopra e sotto fino ad un certo grado.

Le ascisse e le ordinate suddette furono qui assunte in modo, che il lato maggiore del triangolo rettangolo servisse di raggio ad un cerchio, per cui ne sortisse la fig. VI. della tav. I. Il *tetragonismo discreto* adunque fu qui rappresentato sotto forma, dirò così, quadruplicata e di un uso immediato; ma questa forma si può cambiare, e far sì che le due coordinate formino due corde d'un semicircolo, al quale il raggio serva di diametro. Allora, come ognun vede, le due coordinate esercitano un impero proprio, indipendente ed unito, in forza del quale convien ragionare con altri rapporti. Qui è dove nasce la *spuria interna incommensurabilità* nel costruire il *binomio incrociato.* E per addurre un esempio luminoso io sceglierò il sesto grado della serie.

$$49 - 1 = 48$$
$$\surd\ 7 \times 2 = 14$$
$$49 + 1 = 50$$

Ognun sa che, preso un cateto eguale a 30, l'altro eguale a 40, si ha internamente tutto il razionale; di modo che la mezza proporzionale è uguale a 24, il primo segmento dell'ipotenusa è uguale a 18, il secondo eguale a 32. Parimente nell'altro binomio l'ipotenusa è divisa in 49 ed 1; di modo che i lati dei triangoli simili, che fanno le funzioni di mezze proporzionali, coincidono colle divisioni assunte dell'ipotenusa. Tutto ciò segue in conseguenza del binomio sommato di radice 30 e 40. Ma colla divisione del sesto grado della serie ora espresso non accade più questa coincidenza, e quindi avviene una *spuria incommensurabi-*

lità, come nei quadrati di composizione peregrina. Onde veder tutto mirate la fig. XI. della tav. I. Sia $AB = 50$; sia $MC = 14$: sarà $MD = 48$.

$$14 \times 14 = 196 = \overline{MC}^2$$

$$48 \times 48 = 2304 = \overline{MD}^2$$

$$\text{Somma } 2500 = \overline{DC}^2$$

Domando qui: cosa saranno MT, CT, TD, o almeno la loro potenza? che cosa saranno i lati, o almeno le potenze dell'altro binomio? e però, che cosa saranno AM, MB, AR, RB, RM, o almeno le loro potenze? Ognuno troverà, che per rispondere a questo quesito convien distruggere la *spuria incommensurabilità* che nasce pel motivo che la linea MT non cade su alcuna delle divisioni stabilite alla DC, e quindi stabilire una comune misura. Tutto questo vien fatto in una maniera immediata, senza Algebra, e senza il lungo giro delle proporzioni, come sopra si è veduto. Questo sia detto di passaggio. Al proposito nostro mi giova osservare, essere questo un altro aspetto del ramo dei commensurabili lineari, mediante il quale si passa ad altre ricerche e ad altre affezioni del *tetragonismo discreto*. Con ciò si tesse anche una serie di binomii sommati di composizione peregrina, la quale nasce dalle differenze a specchio della serie dei quadrati naturali, come abbiam veduto al § 127. A questi, dopo la comune misura, si aggiunge l'altro binomio sommato incrociato.

Questo nuovo aspetto tien luogo della teoria delle frazioni o dei frazionali, perocchè appunto convien suddividere (salvi tutti i rapporti di proporzione) l'unità elementare assunta in più minute parti. Per tal modo si ottengono i nuovi rapporti di *compotenza* colla legge di *omogeneità*, e coll'unità dei nomi. Io mi riserbo a dimostrare che quel meglio che si dà in Algebra non forma nemmeno l'abbiccì del vero e pieno algoritmo naturale. Lascio il modo grossolano e antifilosofico dell' estrazione delle radici sorde, e attenendomi al solo razionale, dico essere ben poca cosa l' elevazione delle potenze e il maneggio dei polinomii ec. tal quale viene praticato.

Colla scala dei binomii sopra segnata si fa realmente passare la grandezza quadrata da un grado all'altro, e però si ha una serie di *trapodestazioni*. Tutti i nomi quadrati della tavola posometrica sono convertiti in tante ipotenuse, coll' aggiunta di un' unità. Allorchè poi si uniscono due quadrati in una figura di cateti per formare un binomio indipen-

dente, si ha il metodo universale delle frazioni accomodato sempre al quadruplice rapporto del tetragonismo.

Preparati questi materiali, si può passare a tutte le funzioni algoritmiche che si vuole con un processo preindicato nelle sue posizioni, obbligato nel suo maneggio, e plenario nelle sue conclusioni. Larghi sono i gradi dell'espressione razionale; e tanto più larghi, quanto più sono compatti ed apparentemente contigui. La cosa è tale, che fra il primo e secondo grado accade la duplicazione lineare, e quindi la quadruplicazione superficiale. Riteniamo perpetuamente, che nella quantità estesa, trattata aritmeticamente, col progredire si divide e suddivide a guisa di raggi distribuiti in tante zone circolari, le più lontane delle quali accolgono tutte le divisioni antecedenti, e vi aggiungono le proprie.

Nota I. al § 119, pag. 1294.

Dell' analisi delle prime idee matematiche.

Le prime idee fondamentali e perpetue adoperate in Matematica sono quelle di *estensione* e di *numero*. Ma sull'una e sull'altra idea si arrestano forse i precettori come si deve? Fanno essi sentire la differenza logica fra la prima *comparsa* (cui direi *materiale*) di queste idee, e l'ultimo loro *concetto*, che può dirsi *intellettuale?* Fanno essi notare che in Matematica noi abbandoniamo il primo, e ci prevaliamo costantemente del secondo?

È vero che l'idea di *estensione* è un' idea tanto semplice, quanto quella del colore, dell'odore ec.; nè si può definire, ma solo connotare. Egli è vero del pari che l' idea di *estensione* per sè sola è astratta, perchè in natura noi non possiamo figurarla per sè esistente, ma solamente come qualità di un ente *reale*. Ma egli è vero del pari che, in forza di altre operazioni nostre intellettuali, questa idea primitiva e materiale subisce tali trasformazioni, per le quali ella forma una nuova materia tutta propria del mondo ideale, e somministra leggi applicabili rigorosamente al solo escogitabile. Per essere adatte al fisico abbisognano o di detrazioni o di supplementi, come tuttodì ci viene attestato dalle scienze fisiche e dalle arti meccaniche. Ognuno converrà, dopo quello che fu notato nel §. 147, che in Matematica noi investiamo l'*estensione* col concetto dell'assoluta *continuità*, di cui fisicamente manca; e nell'atto stesso la priviamo di *solidità*, ossia la rendiamo assolutamente *penetrabile*. Allora assunta l'*estensione*, o a dir meglio il *fantasma mentale* di lei il più astratto possibile, e tolto allo stesso ogni limite determinato, noi ci eleviamo in fine all'idea dello *spazio assoluto*, la quale forma in sostanza l'ultimo concepimento intellettuale ed artificiale dell'estensione.

Che cosa è dunque lo *spazio?* L' *idea dell' esteso continuo indefinito*. Dico l'*idea*, sì perchè, quanto a noi, nulla esiste se non per le idee che ne abbiamo; sì perchè è dimostrato che l'universo stesso non è che un fenomeno ideale di risultato necessario; e sì finalmente perchè noi conosciamo la genesi logica dell' idea dello *spazio*, e ben ci accorgiamo essere egli un grande fantasma configurato dal nostro pensiero.

Sia pur vero che non possiamo immaginare *corpi distanti*, senza figurarvi uno *spazio intermedio*. Sarà sempre vero che lo *spazio assoluto* costituirà l' idea *generale* che racchiuderà tutti i possibili intervalli, e che questi intervalli si considereranno come tante parti di questo *spazio assoluto*.

Qual' è la differenza che passa fra lo *spazio assoluto* e la *superficie piana geometrica?* Quella che passa fra un' indefinita atmosfera che ne circonda, e nella quale siamo immersi, ed un *piano* imaginario di quest' atmosfera. Considerate voi questo piano limitato e circoscritto? ecco la figura piana geometrica. Considerate voi questo piano indefinito? eccovi una superficie indeterminata.

Ma sì l'una che l'altra superficie sono della stessa *pasta* sì fra loro, che fra lo *spazio assoluto*. La differenza consiste solo nei *limiti* che il pensier nostro vi aggiunge. Questa identità fra il tutto e le parti, questa identità suscettibile tanto di divisioni grandi e piccole, quanto delle varie forme tutte escogitabili, costituisce appunto il fondamento ed il principio della possibilità delle commensurazioni e delle valutazioni escogitabili. Senza di questa *identità* di natura, e questa *varietà* di forme e di misure coesistenti ed associate nello stesso oggetto, cessa la possibilità d'ogni logico paragone e d'ogni dimostrativa induzione. Con questa identità e suscettibilità di divisione e di forme il numero sta nascosto nell'unità, e l'unità investe la moltiplicità con un semplice ed individuo concetto.

Poste queste considerazioni indubitate, io domando se sia o no necessario di stabilire queste prime nozioni come il perno massimo sul quale versa la Matematica pura? se sia o no necessario di porle nella più chiara luce, e di contrassegnarle come anelli di passaggio, i quali connettono la comune razionale filosofia colla scienza della quantità estesa escogitabile? Senza la genesi sviluppata, senza l'esplicita coscienza dell'indole vera e della potenza propria dell'oggetto studiato, non è forse manifesto che maneggiamo ciò che non conosciamo, che camminiamo senza bussola, e inventiamo solo per caso?

Ora che cosa viene praticato nell'attuale insegnamento? Il primo materiale e fortuito concetto dell'*esteso* viene assunto tal quale si affaccia a primo tratto alla mente nostra, e si passa di salto ad un altro genere d'idee che pare lo stesso, e che si assume come perfettamente equivalente, mentre pure ch'egli è logicamente diverso. Che cosa ne segue da ciò? Con un accozzamento indigesto si corrompono i veri concetti geometrici.

La seconda idea fondamentale e perpetua, della quale facciamo uso nella Matematica pura, si è quella del NUMERO. Anche questa idea, al pari di quella dell'*esteso*, dev'essere considerata in due stati diversi. Il primo è quello di *prima comparsa mentale*; il secondo è quello di *risultato di ragione*. Nel primo stato ella è un'*idea di puro assunto*; nel secondo ella è *nozione filosofica*. In quasi tutte le nostre idee morali si verificano questi due stati. E però allorchè si tratta di definire si suole dai più diligenti distinguere la semplice *significazione* del vocabolo dalla *definizione logica*; la *definizione nominale* dalla *filosofica*. Nella *nominale* si esprimono appunto le idee di *assunto*, cioè quali nel *comun senso* si affacciano a primo tratto alla mente nostra; nella *filosofica* per lo contrario si esprimono le idee di *risultato*, vale a dire quelle che dopo un'esatta disquisizione si trovano costituire gli *attributi* essenziali e perpetui del dato oggetto.

Nel parlare del *numero* conviene diligentemente presentare amendue questi stati. Ma che cosa si è fatto sin qui, altro che ripetere da tutti la *definizione nominale* di Euclide, alla quale Newton volle aggiungere quella delle *conseguenti logie numeriche*? Ma domando io se la definizione di Euclide sia la vera e piena *nozione filosofica* del numero, o non piuttosto la prima *idea*, dirò così, *materiale* del numero? Badate bene alla quistione. Io non dico che la definizione di Euclide sia *falsa*; dico solamente ch'ella non è la *definizione filosofica* del nu-

mero. La indicazione materiale di una cosa non è falsa; ma la indicazione o la descrizione materiale non è una definizione.

Euclide definisce il *numero* come segue: *Numerus est ex unitatibus composita multitudo.*—Per ben conoscere filosoficamente che cosa sia i l*numero* è necessario di esaminarlo tanto come *fenomeno mentale,* quanto come *oggetto* avente la sua *logica essenza.* Esaminandolo come *fenomeno,* noi indaghiamo da quali cause egli derivi, e come agiscano queste cause onde produrlo: esaminandolo poi come *oggetto logico,* noi lo raffiguriamo a guisa d'un *essere di ragione,* del quale determiniamo i caratteri essenziali. La chiara e completa enumerazione di questi caratteri essenziali costituisce appunto la *logica definizione* del *numero* che ricerchiamo.

Ora considerando in primo luogo il *numero* come *fenomeno mentale,* noi infine troviamo ch'egli altro non è che l'espressione unica ed indivisibile dell'azione simultanea del senso discretivo e comprensivo, come il corso di un pianeta è l'espressione dell'azione simultanea della forza centrifuga e della centripeta. Dico che questa espressione è *unica ed indivisibile;* perocchè tanto il concetto solo di oggetti dispersi e veduti ad uno ad uno, quanto il nudo concetto isolato dell'unità non somministrano l'idea di *numero,* ma si esige una *pluralità* da noi compresa e veduta in un solo concetto. Ma siccome il distinguere più cose è funzione del senso discretivo, e il comprendere ed unificare è funzione del complessivo; così è per sè chiaro che il *numero,* considerato come *fenomeno mentale,* è l'espressione della simultanea azione di questi due sensi.

Passando poi a considerare il *numero* come oggetto avente la sua logica essenza, cadono tutte le considerazioni da me fatte negli antecedenti Discorsi.

L'idea di *numero* è d'un uso assolutamente universale, e si accoppia a tutti i concetti nei quali interviene *pluralità* ed *unità.* Essa si nasconde nell'esteso continuo per parteggiarlo in parti escogitabili; essa si avvolge nello spazio assoluto per dividerne gli intervalli; essa investe la successione per dar essere al tempo; essa percorre le serie per distinguerne le parti anteriori e le posteriori; essa s'interna nelle forze per segnarne i gradi; essa si ripiega sull'animo per annoverarne gli atti, ec. ec. Ma in tutte queste funzioni il *numero* presenta sempre la stessa *essenza logica,* e si mostra sempre come *effetto composto ed individuo* dei due sensi sopra notati. Da ciò si può intendere che l'*estensione matematica* in ultima analisi è un effetto di questi due sensi, e viene immedesimata nel *numero.*

Allorchè nella Matematica pura si fa uso del *numero,* si fa forse dai precettori avvertire che si assume il *numero* solamente maritato coll'*esteso,* e però non si prende in considerazione che una sola fra le moltissime comparse logiche del *numero?* Allorchè poi ci isoliamo all'Aritmetica, si fa forse avvertire che assumiamo il *numero* spogliato e solitario, e solamente appoggiato alla nuda idea di esistenza?

Nulla, nemmeno per sogno, si fa di tutto questo; e solamente facendo valere un cieco impulso, si confonde ogni cosa. Allora nascono le improprie denominazioni di *numeri intieri* e di *numeri rotti,* invece di dire *numeri assoluti* e nu-

meri relativi; allora nascono le *radici sorde*, e peggio poi le *imaginarie*; allora per dire che una quantità è al di sotto dello stato di eguaglianza si denomina *minore dello zero*; allora s' inventano enigmi, nei quali si tira in iscena l'*infinito* a fare da mago, per coprire da una parte col suo manto o l'ignoranza o l'impotenza, e per allontanare dall'altra il mondo dall' indovinare il mistero tenebroso.

Mancando la limpida e filosofica nozione del *numero*, si sovverte o si violenta anche quella dell' *unità*. Io trovo in Leibnitz il seguente passo: « Quand j'ai » dit que l'*unité* n'est plus résoluble, j' entens qu'elle ne sauroit avoir des par» ties dont la notion soit plus simple qu'elle. L'*unité* est divisible, mais elle n'est » pas résoluble; car les fractions qui sont les parties de l'*unité*, ont des notions » moins simples, parce que les nombres entiers (moins simples que l'*unité*) en» trent toujours dans les notions des fractions. Plusieurs qui ont philosophé en » Mathématique sur le *point* e sur l'*unité*, se sont embrouillés, faute de distin» guer entre la résolution en notions, et la division en parties. Les parties ne » sont pas toujours plus simples que le tout, quoiqu'elles soient toujours moin» dres que le tout. » *Opera omnia*, tom. II. pag. 332.

Che cosa vedete voi qui, altro che un confuso presentimento, nel quale le idee non essendo ben disceverate, si accozzano aspetti incompatibili? Distinguasi l' *unità aritmetica* dall' *unità logica*, l' *individuale* dalla *complessiva*, e tutto rimarrà conciliato ed illuminato. Noi abbiamo già spiegata questa distinzione nei paragrafi 36. 37. 71, ed altrove.

Leibnitz dice che l'*unità* è *divisibile*, ma non *risolubile*. Distinguo: o mi parlate dell' *unità aritmetica*, o della *geometrica*. Se dell' aritmetica, nego che sia divisibile, perchè l' idea nuda di esistenza non è divisibile: l' irresolubile e l' indivisibile qui sono tutt' uno. O mi parlate dell'unità geometrica, e qui suddistinguo di nuovo: o mi parlate dell' oggetto materiale abbracciato ed investito dal concetto complessivo esteso; o mi parlate dell' idea individua ed astratta che dà forma all' oggetto stesso. Se mi parlate dell'oggetto materiale suddetto, concedo ch' egli sia divisibile; se poi mi parlate dell' idea astratta ed individua dell' *unità*, io nego ch'ella sia divisibile, salva la sua essenza. La divisione o fa nascere altre *unità similari*, come la facoltà d'uno specchio rotto moltiplica le stesse imagini; o fa nascere altre *forme diverse*, come i triangoli che dividono un cerchio. Nell' uno e nell' altro caso però la vera *unità complessiva* è assolutamente perduta. Dunque l' *unità logica*, presa nel suo semplice e rigoroso concetto, non è nè risolubile, nè divisibile. Dunque l' *unità estesa*, presa soltanto come *corpo dell' esteso*, è divisibile; ma non è divisibile la *forma logica* che la costituisce, senza cessare d'essere *unità*.

Allorchè presso i sommi genii delle Matematiche convien disputare sull' abbiccì della scienza, avvi o no motivo di bramare una ristaurazione?

Nota II. al § suddetto.

Sullo studio anticipato dell'Algebra.

Il celebre Newton riguardava cotanto necessario di far precedere lo studio della Geometria a quello dell'Algebra, che spesso dolevasi di non avere incominciato coll'applicarsi di proposito alla Geometria degli antichi. « Hanc (cioè questa Geometria) esse veluti praeparationem Analysi addiscendae abunde testatus est Isaacus Newtonus, quemadmodum eum dicere solitum refert Henricus Pembertonus in praefatione ad Philosophiam Newtonianam. *Doluit saepenumero* vir summus, quod cum se studio mathematico totum tradidisset, *prius* ad Chartesii Geometriam aliosque scriptores *algebraicos* progressus fuisset, quam Elementa Euclidis attente perlegeret. *Nec unquam probavit* eorum consilium, qui Geometriae methodo synthetica veterum prorsus neglecta, in solo calculo algebraico studium omne consumpsissent » (1). E qui questo commentatore di Newton soggiunge: « Nam, ut alia omittam, absque omni Geometriae praesidio vix calculo algebraico locus esse potest; et praeterea ii qui ad altiora proficisci volent, experimento intelligent plura interdum occurrere problemata, quae methodo veterum multo brevius et elegantius solvuntur, quam per calculum analyticum, qui persaepe *admodum perplexus* et operosus est. »

Altri insigni geometri posteriori, e fra gli altri il celebre Mascheroni nella sua bella Opera *Della geometria del compasso*, osservarono che in molti casi col soccorso dell'Algebra non si può giungere alla soluzione dei problemi; e questi casi, come osservò un altro valente matematico, sono quelli nei quali le condizioni della soluzione dipendono dal carattere particolare e limitato delle figure. Se diffatti il *generato* riceve la sua possanza e la sua forma dal *generante*, e non questo da quello; se di più questo *generato* non raccoglie in sè stesso che i rapporti comuni a molti *generanti*, ommessi i proprii ad ogni particolare, egli è logicamente impossibile che l'Algebra, figlia delle *generalità geometriche ed aritmetiche*, possa supplire a tutte le ricerche *speciali*.

Tutto questo nasce in conseguenza del tenore intrinseco dell'algoritmo algebrico. La *filiazione essenziale* di lui è tale, che si riprova come strano travolgimento l'insegnare l'Algebra prima che i di lei naturali fondamenti siano resi manifesti e familiari. Le idee assolute debbono precedere le relative, e quelle dei rapporti generali debbono succedere a quelle degli oggetti dai quali essi derivano. Senza che voi stesso ve ne avveggiate, sentite a primo tratto un urto, una violenza, ed un tenebroso che vi respinge tutte le volte che volete affrontare, o che altri vi vogliano far affrontare un oggetto di rapporto senza la cognizione

---

(1) *Arithmeticae universalis Isaaci Newtoni Commentarium, auctore Antonio Lecchi. De methodo analytico.* Lib. II. Part. I. Cap. I. Prop. I. Scholion n.° 7, pag. 6. Mediolani 1758, ex typografia Bibliotecae Ambr. apud Joseph Marelli.

dei termini fondamentali. Ciò è comune a qualunque scienza. La Matematica ha poi questo di particolare, che gli enti primi della medesima essendo per sè stessi sommamente intellettuali e fattizii, non può somministrare le ultime sue forme generali fuorchè come prodotti d'una terza sfera del tutto lontana dalle idee consuete alla specie umana. Nell'età in cui una corpulenta e tumultuante fantasia non può ad un solo tratto convertirsi in una spirituale e pacata intellettualità, nulla vi può essere di più ributtante e di più violento del partito di farle ricevere i prodotti di questa terza ed ultima sfera artificiale spiritualizzata. Per la qual cosa è sempre avvenuto, come avverrà sempre, quanto narra il lodato commentatore: « Animadverti *longo annorum experimento*, ex quo lapidem » hunc volvo *erudiendae* in mathematicis (disciplinis) studiosae juventutis, ado- » lescentes plerosque Geometriam, Mechanicen, Staticen, reliquasque Mathe- » seos amoeniores partes avide illas quidem arripere, iisque se totos dedere. *Al-* » *gebram* vero ita omnes prope *fastidiose respuere*, ut alii relato confestim pede » ante hujus discendae voluntatem abjiciant, quam Algebram ipsam primo, ut » ajunt, e limine salutaverint; alii vero aliquot post mensibus, ne dicam diebus, » verecundius castra deserant; pauci admodum incoepto persistant » (1).

A questo grido costante ed energico della natura non solamente si sono resi sordi i precettori matematici, ma hanno vie più imperversato fino al punto di premettere e rendere assorbente l'insegnamento dell'Algebra; ed alcuni hanno spinto la cosa al punto d'insegnare la Geometria per via di semplici coordinate. Questo è l'estremo della stoltezza e dell'assurdo, e questo è l'ultimo attentato contro la vita stessa delle Matematiche.

---

(1) Nella prefazione al suddetto Trattato.

Nota III. al § suddetto.

Sull' uso sussidiario dell' Algebra.

L'ufficio dell'Algebra di venire in sussidio allorchè il numero delle parti non è conosciuto, non si può verificare in un senso assoluto in tutte le materie. Nella Geometria, per esempio, allorchè incontrate l'incommensurabilità spuria, voi mediante l'Algebra non ottenete che una volgare approssimazione, la quale da una parte riducesi ad una vera frustrazione, e dall'altra ad una privazione di luce dannosissima. Molti esempii io potrei allegare; ma qui mi contenterò di un solo.

Ad un valente matematico ho proposto il seguente puerile problema. = Dato il diametro di un circolo diviso in 58 parti, e dati due cateti, l'uno dei quali sia eguale a 40, e l'altro a 42, avremo sì i cateti che l'ipotenusa razionali. Dal vertice del triangolo rettangolo calate la perpendicolare sul diametro: essa costituirà la media proporzionale fra due segmenti del diametro. Dal centro del circolo elevate pure il raggio perpendicolare: esso riuscirà paralello alla suddetta media proporzionale, e farà nascere la linea intercetta fra l'estremità del raggio e l'estremità della media proporzionale suddetta. Ora si domanda: quale sarà la misura lineare, o almen potenziale, tanto dei diversi segmenti del diametro, quanto della media suddetta? In conseguenza quale sarà il secondo binomio incrociato? =

A fine di rispondere a questa interrogazione ognuno vede essere necessario di trovare il *comune misuratore;* e per far ciò conviene usare del metodo indicato al § 132. Ma volendo a dirittura tentare coll'Algebra la soluzione del quesito giusta i metodi adottati, sorge l'inciampo della $\sqrt{2}$, la quale rende impossibile ogni valutazione definitiva domandata. Ecco ciò che al detto matematico e ad altri pure avvenne.

Oltre di far mancare la soluzione definitiva, si toglie l'adito di vedere la varia legge colla quale la stessa spuria incommensurabilità suole agire nei varii casi. Così, per esempio, se nel caso recato nel § 130 vedemmo che dopo la suddivisione i primi cateti rivestono una misura meramente *potenziale*, noi troviamo che nel caso presente essi ricevono ancora una misura *razionale*. Così pure si rivela il fenomeno d'una compotenza concentrata, la quale a guisa di germe racchiude una eminente virtù algoritmica, per la quale passandosi dal superficiale al lineare, o viceversa, si assoggettano le moli elittiche allo stesso trattamento delle circolari, e si compie con due radici la misura finita delle elittiche, come si compie con una nelle circolari. In conseguenza le cognazioni, l'influenza, il passaggio, il predominio, ed altre tali cose, si manifestano all'attento indagatore. Questi ed altri tali lumi sono tutti perduti, attenendosi all'uso esclusivo o male applicato dell'Algebra.

Quando col segno X, od altra lettera, voi disegnate un' *incognita*, voi non definite mai il *carattere naturale* di quest' incognita. Ma se da questo carattere dipendessero i *rapporti logici* della sua valutazione, non è forse manifesto che i risultati riuscir dovrebbero o ambigui, o impotenti, o fallaci? Resta dunque a fissare ancora la dottrina dell' *applicabilità* dell' Algebra alle diverse materie ed ai varii casi che si presentano nella Matematica pura.

DISCORSO VI.

PARTE I.

§ 135. Oggetti di questo Discorso.

Proseguo senza interruzione l'esposizione delle nozioni fondamentali che dovranno formare la materia dell'insegnamento primitivo. Le osservazioni de me divisate sul libro del signor Wronski sono subalterne a queste nozioni. Esse debbono servire a schiarire o a confermare alcuni tratti, cui non potei maggiormente sviluppare dapprima. Non per ismania di criticare, ma per necessità d'istruire, ho divisato di esaminare il libro suddetto.

Io ho incominciato coll'esporre i fondamenti della Geometria di valutazione, cui il signor Wronski chiama *Geometria algoritmica.* Con questo nome egli disegna quella che volgarmente vien chiamata *Geometria analitica.* Qui il nome di *analitica* viene desunto dall'Algebra, appellata *Analisi.* L'Algebra, come venne caratterizzata da Leibnitz, altro non è che la SCIENZA GENERALE delle grandezze finite. Ma questa scienza generale ha i suoi fondamenti e la sua origine nei particolari, nè può essere intesa, nè di buona voglia affrontata, fuorchè da teste già imbevute dalle cognizioni dei *particolari.* Produrre e dimostrare questi *particolari*, ecco l'oggetto e i limiti della Geometria di valutazione destinata agli apprendenti. Essa non è dunque la Geometria analitica usitata, ma bensì una PREPARAZIONE a questa Geometria.

In questa *preparazione* fatta a dovere si ordiscono tutti gli artificii d'un nuovo calcolo, il solo vero ed il solo utile: io voglio dire del calcolo di *unificazione variata*, nel quale si vanno a fondere tutti gli algoritmi conosciuti fin qui. La Geometria che conosciamo non ci somministra che altrettanti *amminicoli*, i quali fissano alcune *condizioni estrinseche* di questo calcolo. Essa anzi aspetta da lui la sua unità e la sua possanza.

Una legge imperiosa ci sforza a procedere in ordine inverso di quello col quale i concetti della quantità nascono di fatto nella mente umana. Per insegnare convien distinguere, connettere ed esprimere, mentre pure che naturalmente incominciamo coll'ammassare e col confondere.

Quest'avvertenza è importante; perocchè se, amando di riposare sopra un *finito* certo, incominciamo a studiare e ad occuparci per elezione del *partito* e del *discretivo* elementare, noi dall'altra parte siamo segretamente tratti ad incominciar per natura coll' *unito* e col *continuo* complessivo, e sempre alludiamo a lui. Un segreto antagonismo fra la *ragione* che distingue e divide, e fra il *senso* che confonde ed unisce, sospinge la mente nostra per una via di mezzo, nella quale convien transigere perpetuamente col senso *discretivo* e col *continuo*, nell'atto pure che siamo costretti ad esprimere successivamente le affezioni di queste due forze mentali.

La necessità di dimostrare le cose a brani successivi fa sì che non possiamo raccogliere il vero concetto delle cose che alla fine della trattazione; e frattanto siamo condannati ad una sospensione di giudizii, che irrita la nostra impazienza, o che ci porta a conclusioni precipitate. Ma per adoperare diversamente converrebbe avere una mente divina che apprende, distingue ed esprime ad un solo tratto.

Ciò sia detto per rendere ragione dell' andamento usato nel Discorso antecedente. Ivi avendo impreso ad esibire i primi materiali dell'insegnamento primitivo delle Matematiche, fui costretto a separare l'esame dei quadrati aritmetici dai non quadrati intermedii. Dico degli intermedii, perocchè i nomi non quadrati *in genere* non possono formare oggetto di primitivo insegnamento, ec. Ma in questa separazione puramente mentale, fatta solo per agevolare l'esame dell'oggetto proposto, io non ho mai preteso di snaturare il vero concetto delle grandezze estese, e meno poi intesi che fosse ommesso l'esame dello stato interno delle grandezze da noi studiate. Io ho voluto soltanto che venissero côlti i grandi e progressivi intervalli nei quali si annunziano i tuoni interi razionali, riserbandomi di compiere lo spazio intermedio, ossia di segnare l'algoritmo necessario a valutare logicamente questo intermedio. Dare un saggio del metodo di valutare questi spazii intermedii forma appunto il primo oggetto di questo Discorso. Dico il primo, perocchè il secondo consisterà nell'esame del libro del signor Wronski. Io debbo necessariamente restringermi a pochi tratti primitivi, ed esporli in un modo intelligibile ai non matematici. Le osservazioni si presentano in folla. Io trasceglierò quelle sole che vanno a dirittura allo scopo proposto.

§ 136. Primo saggio dell'algoritmo dei continui elittici. Esempio: valutare il quadrato dell'eccesso della diagonale di un quadrato rispetto al quadrato del lato.

Fissate lo sguardo sulla fig. IX. della tav. I. Sia descritto il quadrate A C D B, e siano tirate le rispettive diagonali A D, B C. Presa la metà di una delle diagonali (e così, per esempio, la C K), si faccia centro in C, e si porti sui due lati C D e C A. Il compasso taglierà la C D nel punto H, e la C A nel punto E. Parimente fatto centro in A, e presa l'altra metà A K, e portato il compasso sul lato A B, questo verrà tagliato in G. Finalmente fatto centro in D, e preso il raggio D K, e portato il compasso sul lato D B, questo verrà tagliato nel punto F. Congiungete i punti, e voi avrete: 1.° il quadrato interno E C H I di un'area eguale alla *metà* dell'esterno; 2.° avrete il gnomone E I H D B A di area eguale al detto quadrato interno. Questo gnomone è ripartito in tre parti. La prima è formata dal quadrato dello spigolo G I F B, e le altre due dalle due braccia o quadrilunghi A E I G ed I H D F. Si domanda quale sarà il valore particolare di queste aree, o almeno in quale proporzione staranno, sia col grande quadrato interno, sia coll'esterno.

Prima di pensare a stabilire valori veggiamo se la costruzione geometrica imponga condizione alcuna, onde servire di guida e di garante ai nostri procedimenti. Fissata questa ispezione, io rilevo quanto segue.

I.

Condizioni geometriche alle quali il calcolo deve soddisfare.

Posto che il grande quadrato esterno A D è il doppio dell'interno E H, ne verrà che la quarta parte del quadrato A D sarà eguale alla metà del quadrato E H. Dunque il triangolo D K B sarà eguale alla metà del quadrato E H. Ma anche il gnomone suddetto è uguale allo stesso quadrato E H. Dunque la di lui metà H I B D sarà eguale al triangolo D K B. Detratta dunque la porzione comune D M I B, ne risulterà che il triangolo I K M sarà eguale al triangolo M H D. Dunque il lato M D sarà eguale al lato M I. Ma M D è ipotenusa rispetto ad M H e H D. Dunque $\overline{MD}^{p}$ è doppia di $\overline{HD}^{p}$.

Alzate ora lo sguardo. Voi vedete il quadrato spigolare G I F B diviso in due parti eguali, ognuna delle quali è per costruzione uguale al triangolo M H D, e per ciò stesso al triangolo I K M. Dunque il triangolo M I L sarà eguale al detto quadrato spigolare. Ma questo triangolo non

è che la metà di un quadrato. Dunque tutto il quadrato su L I sarà doppio del quadrato sulla I F. Compiendo quindi la costruzione, avremo la fig. X. Che cosa veggiamo in essa? Noi veggiamo tutto il grande quadrato A B D C diviso in modo, che nel suo mezzo presenta il quadrato N O Q P d' area doppia di ognuno dei quadrati spigolari. Il rimanente poi è diviso in quattro quadrati e quattro quadrilunghi, che formano tanti complementi. Ma qui dentro esiste pure il quadrato E O M C, che è identico col quadrato E I H C della fig. IX. L' area di esso è divisa appunto in modo, che sulla sua diagonale O C stanno descritti i due quadrati N O Q P e P L C G, il primo dei quali è doppio del secondo. Esso dunque contiene ed eguaglia il binomio *pàrtito* fatto dal quadrato dell' eccesso della diagonale sul lato rappresentato dalla linea C L, e dal quadrato P O duplo di questo, coi rispettivi complementi.

Osservo incidentemente, che se nella fig. X. fossero tirate le diagonali dei quadrati spigolari, noi costituiremmo un ottagono perfetto, l'area del quale sarebbe uguale a tutto il grande quadrato, meno il quadrato centrale N O Q P. Quest' ottagono diffatti escludendo la metà dei quattro quadrati spigolari, queste quattro metà pareggiano appunto il detto quadrato centrale N O Q P.

Invito i matematici a cogliere l' addentellato che qui si presenta, e che forma un primo anello d' una importante catena di teoremi. Proseguiamo.

II.

Costruzione e valutazione del rispettivo binomio incrociato. Metodo di assimilazione.

La geometrica costruzione ci ha somministrati i dati sopra notati: ora tocca all' Aritmetica a fare il resto. Si tratta di determinare il valore relativo ossia proporzionale del quadrato spigolare C P (fig. X.) e dei due complementi. Come procederemo noi in questa bisogna?

Mirate la fig. XI. Sia il diametro A B diviso in tre grandi parti. Quella di mezzo verrà suddivisa in due, e però il segmento R O sarà eguale ad un sesto del diametro. Alzate la perpendicolare R M. Dal punto M tirate le due linee M A ed M B. Compite il binomio incrociato tirando le altre linee M C, M D. Ciò fatto, per una facile dimostrazione troverete che il quadrato sulla M B sarà doppio del quadrato della A M. Disegnando per la stessa lettera q il quadrato geometrico, avremo $\overline{AM}^q : \overline{MB}^q ::$ $1 : 2$. Parimente $\overline{AM}^q : \overline{AB}^q :: 1 : 3$. Finalmente $\overline{MB}^q : \overline{AB}^q :: 2 : 3$.

Per una necessaria costruzione abbiamo diviso l'ipotenusa A B in sei parti. Dunque $\overline{AB}^q = 36$; dunque $\overline{AM}^q = 12$, $\overline{MB}^q = 24$. Inoltre abbiamo le due linee $AR = 2$, ed $RB = 4$. Dunque $\overline{AR}^q = 4$, $\overline{RB}^q = 16$, $\overline{RM}^q = 8$, $\overline{CO}^q = 9$; dunque $\overline{RM}^q : \overline{OC}^q :: 8 : 9$. Determinati questi valori per il primo binomio sommato, rimangono a determinare i valori per l'altro binomio incrociato, segnato $\overline{MC}^q$, $\overline{MD}^q$. Come giungeremo noi a questo intento? Noi conosciamo il valore relativo di $\overline{MT}^q$, perchè dalla costruzione $MT = RO$. Ma $RO = \frac{1}{6}$ del diametro; dunque $\overline{RO}^q = \frac{1}{36}$ del quadrato del diametro, e $\frac{1}{9}$ del quadrato del semidiametro. Dunque $\overline{MT}^q = \frac{1}{9}$. Dunque il quadrato su R O costituisce il quadrato della differenza fra $\overline{OC}^q$ ed $\overline{RM}^q$. Dunque figurar dobbiamo che una superficie identica ad $\overline{RO}^q$ circondi a modo di squadra il quadrato della media proporzionale nella guisa rappresentata nella fig. XIV. accessoria della tav. I. Ivi il quadrato interno *echi* rappresenta questo quadrato della media proporzionale. La squadra, che lo circonda, è equivalente al quadrato suddetto della differenza fra quello del raggio e della media proporzionale. Il quadratino spigolare poi *gifb* è uguale al quadrato della testa della lista. Tornando alla figura XI., se conoscessi il valore relativo di $\overline{CT}^q$, io potrei allora determinare quello di $\overline{MC}^q$ e di $\overline{MD}^q$. Ora come procederò io per trovare il valore relativo di $\overline{TC}^q$? Questa difficoltà si affacciò già a noi nel § 132, e fu superata col metodo di *assimilazione*, come fu veduto. Ora applichiamo convenientemente questo metodo anche qui. Ecco come io opero. Tornando alla fig. XI., veggo i valori superficiali di $\overline{MR}^q$ e di $\overline{CO}^q$. Il primo è di 8, ed il secondo è di 9. Unite questi due nomi, ed avrete per somma 17; quadruplicatela, ed avrete 68 (1). Questo è il valore che dovete dare ad $\overline{RO}^q = 1$. Con questo nome date il valore rispettivo ai quadrati dei due cateti, dell'ipotenusa, e della mezza proporzionale. Avrete:

---

(1) Questa quadruplicazione è richiesta dal *tetragonismo discreto*. Havvi una formola algebrica che vi allude.

$$\overline{AM}^q = 816 \quad | \quad \overline{MR}^q = 544$$
$$\overline{MB}^q = 1632 \quad | \quad \overline{AR}^q = 272$$
$$\overline{AB}^q = 2448 \quad | \quad \overline{RB}^q = 1088$$

Finalmente tutti i quadrati del semidiametro eguale a 612.

Ora rimane a determinare il valore di $\overline{CT}^q$ per potere ripartire il valore del gnomone differenziale, e trovare indi i valori dell' altro binomio. Da 68 detraete $\frac{1}{34}$: questo sarà $= 2$. Ecco il valore dello spigolare domandato, ossia di $\overline{CT}^q$. Presentiamo adunque lo scomparto. Eccolo.

A 2	C 33
C 33	B 544
35	577

612

Qui il gnomone è pari a 68, eguale ad $\overline{RO}^q$. Qui l' interno è uguale ad $\overline{RM}^q$. Qui il *tutto* è uguale a $\overline{CO}^q$. Se qui moltiplicate A per B, avrete 1088. $C \times C = 1089$. La differenza è 1. Volete togliere questa differenza? Togliete l' unità da un braccio, e trasportatela all' altro; avrete 32 e 34: moltiplicati, danno 1088. La ragione filosofica e matematica v' indica che questa differenza deve nascere tutte le volte che vorrete trattare in forma circolare ed univoca grandezze essenzialmente elittiche.

Ma non interrompiamo il corso dell' indagine. Noi volevamo sapere il valore rispettivo di $\overline{CT}^q$ (fig. XI.) per indi determinare l' altro binomio, e lo abbiamo tassato a 2. Ma $\overline{RO}^q$, ossia $\overline{MT}^q$ (fig. XI.) $= 68$: dunque $\overline{MC}^q = 70$. Fu sopra stabilito che $\overline{AB}^q = 2448$. Dunque $\overline{CD}^q = 2448$.

Dedotto dunque $\overline{MC}^{q} = 70$, resterà $\overline{MD}^{q} = 2378$. Ma $\overline{MD}^{q} - \overline{MT}^{q} = \overline{TD}^{q}$: dunque $\overline{TD}^{q} = 2310$ (1).

III.

Soluzione categorica del proposto problema. Tre maniere relative. Prima maniera o risposta conseguente circa il valore cercato. Seconda e terza maniera.

Stabiliti questi valori, facile riesce la soluzione del proposto quesito, nel quale si trattava di determinare il valore del quadrato dell' eccesso della diagonale sul lato, ed i rispettivi complementi del gnomone.

E qui si apre l' adito di mostrare un esempio dell' uso di questi valori. Per compiere questa soluzione abbiamo tre preindicazioni. La prima è quella che ci guida a determinare l' area del triangolo rettangolo AMB (fig. XI. tav. I.). La seconda è quella di dedurre la metà del quadrato di CD dal quadrato di MD. La terza di prendere a dirittura il quadrato di MC, ed aggiuntolo al semiquadrato del simplo, dedurre la somma dal semiquadrato del duplo, e dividere la differenza, e quindi stabilire il riparto del gnomone. Tutte tre queste maniere producendo gli stessi risultati, ci servono di garanti dell'esattezza relativa del calcolo.

Prima maniera.

È certo che l' area del triangolo rettangolo, la di cui altezza è formata dalla media proporzionale, e la di cui base o ipotenusa è formata dal diametro di un circolo, è sempre uguale alla metà del quadrilungo formato da lati eguali a questa mezza proporzionale e a questo diametro. Così, per esempio, nella fig. XI. tav. I. l'area del triangolo AMB è uguale alla metà del quadrilungo ABQP. Così pure nella fig. XIV.

---

(1) Notate bene questi valori. Essi sono *compotenzialmente* intermedii fra il grado XXXIII. ed il XXXVI. della tavola numerica *B* annessa al quinto Discorso. Eccoli in serie concatenata.

I.	$2244 =$ grado XXXIII, tavola *B*.
II.	$2244 + 66 = 2310 = \overline{TD}^{q}$
III.	$2310 + 68 = 2378 = \overline{MD}^{q}$
IV.	$2378 + 70 = 2448 = \overline{AB}^{q}$
V.	$2448 + 72 = 2520 =$ grado XXXVI, tavola *B*.

Questa serie vi presenta le traccie di quella continuità *compotenziale* essenziale alla unificazione, della quale ho parlato nel paragrafo 86.

l'area del triangolo A L B è uguale alla metà del quadrilungo A B N M. L'uno e l'altro di questi hanno per loro lati maggiori il diametro A B, e per lati minori due linee uguali alle medie proporzionali T O e Q L. Ora arrestandoci alla fig. XIV., il quadrilungo A B N M lo vedete nel vicino *e c m s*. La sua metà *e c d f* sarà uguale all'area A L B del suo vicino. Ma *a c d f* = *a c h g*. Dunque *a c h g* sarà uguale all' area del triangolo rettangolo suddetto. Qui il quadrato *e c h i* è uguale al quadrato della mezza proporzionale. Qui il braccio *i h d f* è uguale al braccio *a e i g*. Dunque unendo il detto quadrato a questo braccio, avremo il rettangolo *a c h g* uguale alla metà del quadrilungo *e c m s*. Dunque il rettangolo *a c h g* sarà uguale all' area del triangolo vicino A L B. Dunque l'area di questo triangolo è uguale al quadrato di detta mezza proporzionale, più un braccio di detto gnomone. Convien ridurre le cose in questa forma per la comodità e speditezza del calcolo. Venendo ora al concreto, e richiamando i già fissati valori, ecco la loro espressione:

	A	C
	2	33
	C	× B
	33	544
	—	—
Somme F	35	577 E
	612 G	

A = allo spigolare.
B = a quello della media proporzionale.
C = al braccio del gnomone.

Fatte le somme, abbiamo E = alla metà del quadrilungo, e quindi all'area del triangolo rettangolo A M B della fig. XI. tav. I. Abbiamo F = al braccio, più il quadrato spigolare. Unendo queste due parti, abbiamo G = al quadrato del raggio.

Ottenuto il valore dell'area suddetta, ecco come si procede alla formazione del *modio*. Qui portate l'attenzione sulla tav. II. fig. I.

Posto che $\overline{AE}^q = 816$, sarà $\overline{FE}^q = 408 = CEA$.

Posto che $\overline{EB}^q = 1632$, sarà $\overline{EG}^q = 816 = DEB$.

Somma 1224 = all' inscritto.

Posto che A E B = 577, sarà pure C E D = 577.

Somma dei triangoli = 1154
Somma dei quadrati = 1224

Totale del modio 2378

Questo 2378 è appunto uguale al valore del quadrato del cateto maggiore del secondo binomio incrociato. Questo modio è uguale al quadrato sopra F G, fig. III. tav. II.

Ora sopra la linea G B si pigli la linea G K uguale ad F A. Tirata una linea da A in K, questa non solamente sarà parallela ed uguale alla F G, ma produrrà un angolo retto in K dall'una e dall'altra parte. Ciò posto, avremo la fig. III., nella quale A B corrisponderà al diametro A B, fig. I.; F G corrisponderà ad F G, fig. I.; e B H corrisponderà a B K, ossia F C fig. I. Ma $\overline{AB}^{q} = 3448$, $\overline{FG}^{q} = 2378$. Deducendo adunque $\overline{FG}^{q}$ da $\overline{AB}^{q}$, avremo $\overline{BH}^{q} = 70$. Ma cosa è questo $\overline{BH}^{q}$, se non se il quadrato speciale dell'eccesso del maggiore sopra il minore? Più ancora: questo $\overline{BH}^{q}$ non è forse identico al quadrato del minore cateto del secondo binomio incrociato? Ora torniamo alla fig. X. tav. I. Ivi possiamo figurare A B C D = 816. Dedotto E C M O = 408, resterà il gnomone = 408. Ma se a 408 aggiungasi 70, e lo dibattiamo da 816, rimarranno 338; i quali ripartiti in due, vi daranno 169. Avremo dunque

A K O E = 169
O M D F = 169
K O F B = 70

Somma 408

Qui dunque abbiamo il gnomone di area uguale all'interno quadrato E O M C. Ma qui io per guarentigia di questa valutazione voglio che la Geometria presti la sua conferma. In conseguenza prego il lettore a fissare l'attenzione sulla fig. X. suddetta. Da essa risultano le seguenti condizioni; cioè:

I. Se dalle due braccia del gnomone vengano detratti i due quadrati spigolari, resta un altro gnomone. Così, per esempio, detratti i quadrati A N e Q D, resta il gnomone Q O N I B H.

II. Se questo gnomone venga immesso nell'interno quadrato E O M C, fatta la detrazione ne dovrà risultare che il quadrato P O sia il doppio di C P.

III. Dovrà pure risultare che, moltiplicati fra di loro estremi e medii, il prodotto dovrà essere uguale, meno o più l'unità. Ora veggiamo se tutto ciò si verifichi.

Il braccio A E O K, come pure il suo corrispondente, furono valutati 169. Ogni spigolare fu valutato 70. Detratto questo da quello, rimangono 99. Dunque avremo questo minor gnomone = 268. Postolo dentro il quadrato E C O M, avremo C P = 70, P E = 99, P M = 99. Somma 268. Ma E M = 408. Detratti adunque 268, avremo N Q = 140. Abbiamo adunque C P = 70, e P O = 140.

Fin qui dunque la prima condizione è soddisfatta.

Ora passando all'altra, troviamo che

(C P) (P O)

$70 \times 140 = 9800$. Parimente

(P E) (P M)

$99 \times 99 = 9801$. Dunque è soddisfatta anche l'altra condizione. Se però vogliamo togliere questa differenza nei prodotti, non abbiamo che a trasportare l'unità dall'uno all'altro, ed allora avremo 98 e 100.

Più sotto si vedrà che questo trasporto è rigorosamente matematico, ed anzi assolutamente comandato dalla stessa Geometria, in conseguenza dell'indole logica delle grandezze che maneggiamo; però che l'inequazione di uno, come quella di qualunque altro nome quadrato, forma anzi il criterio di verità, e somministra il mezzo di stabilire i competenti valori.

Dopo di queste considerazioni amate voi di sapere in questa prima posizione come stia il quadrato dell'eccesso del duplo sul simplo al quadrato stesso del simplo? Esso sta come 70 a 408, come 35 a 204. Dico *in questa prima posizione*, perocchè ciò che noi veggiamo qui non è che un modo ancora compatto.

Seconda maniera.

Torniamo alla fig. XI. tav. I. Poichè mi consta che $\overline{MD}^{q}$ è uguale al quadrato del modio, ne viene la naturale conseguenza, che detratti i due semiquadrati dei cateti, ossia detratto tutto il quadrato inscritto, mi risulterà il valore dei due complementi. Ma detratti questi dal detto inscritto, mi risulterà necessariamente il valore del detto quadrato dell'eccesso. Ora sommato questo col quadrato del simplo, e detratta la somma da quello del duplo, come ho testè praticato, ne sorgerà lo stesso risultato. Così nel caso nostro

$$\overset{-q}{MD} \overset{A}{=} 2378 \mid \frac{\overset{-q}{CD}}{2} \overset{B}{=} 1224 \mid 2378 - 1224 \overset{C}{=} 1154 \mid \frac{1154}{2} \overset{D}{=} 577 \mid$$

$$B - C \overset{E}{=} 70 \mid \underbrace{408 + 70}_{478} \mid 816 - 478 = 338 \mid \frac{338}{2} = 169;$$

e così del resto. Dunque i risultati sono identici.

Terza maniera.

Avuto il valore di $\overset{-q}{MC}$ (fig. XI. tav. I.), divido per metà $\overset{-q}{AM}$ ed $\overset{-q}{MB}$. Unisco $\overset{-q}{MC}$ alla metà di $\overset{-q}{AM}$; detraggo, e fo le altre sopra estese operazioni.

IV.

Del ripartimento dei valori del primo binomio. Costruzione del ripartitore.

Dopo lo stabilimento dei valori primitivi, qual'è l'operazione complessiva cui noi abbiamo praticato? Verificare la differenza totale fra le due grandezze simpla e dupla, in modo da ottenere i termini della estrema e media ragione, ad imitazione dei linearmente commensurabili o razionali. Ora passiamo a stabilire la differenza media ed il conseguente ripartimento, onde passare agli aumenti o decrementi, ec. A quest'uopo fissate lo sguardo sulla fig. IV. della tav. II. Ivi vedete i due quadrati geometrici A E C L ed E B M D. Tirate le rispettive diagonali A C e B D. Questi due quadrati stanno qui in forma di *binomio partito.* Fatti i complementi, e costrutto tutto il quadrato L N M G, pigliate il cateto A E; indi trasportando il compasso in M, e fatto ivi centro, segnate i punti O Q: tirata la linea O Q, questa sarà eguale alla diagonale A C. Congiungete il punto A col punto O, indi tirate la diagonale A B. Dal punto H, nel quale la A O interseca la B D, tirate le due paralelle R S ed H F indefinita. Protraete la diagonale A C fino a che intersechi la H F. Da questo punto tirate la F D. Quali saranno i risultati di questa costruzione?

1.° Avremo un quadrato perfetto geometrico compreso dalle linee A F, F D, D H, H A, le cui diagonali saranno H F e A D. Ma la diagonale A D è uguale al lato di tutto il quadrato L M. Dunque il quadrato F H sarà uguale alla *metà* del quadrato L M.

2.° $\overline{AB}^q = \overline{AE}^q + \overline{EB}^q$. Ma la somma di questi due quadrati costituisce la parte maggiore di tutto il quadrato L M. Dunque siccome $\overline{AH}^q$ è uguale alla metà di L M, ne verrà che $\overline{BH}^q$ rappresenterà la differenza fra la parte maggiore e minore di L M. Questa parte minore in sostanza viene costituita dai due complementi, e però $\overline{BH}^q$ sarà eguale al quadrato dell'eccesso dell'estremo maggiore sul minore.

3.° Posto che A H D F è un quadrato, e posto che il triangolo A H D è uguale alla sua metà, ne verrà che il quadrilungo A R S D sarà uguale a tutto il quadrato F A H D.

4.° La porzione A N M D è composta dal quadrato maggiore E M e dal complemento E N. Dunque da esso detraendosi il quadrilungo A R S D (eguale alla metà del tutto), rimarrà la lista R S M N. Questa lista segnerà la differenza media fra l'estremo L E e l'altro estremo E M.

5.° Questa lista è composta dai due quadrilunghi N H ed H M. Il quadrilungo H M è uguale al quadrilungo H E. Dunque la differenza media fra gli estremi è uguale alla differenza fra la quarta parte del modio e l'estremo maggiore, dedotto però il quadrato spigolare B H.

Ora veggiamo i valori concreti del caso nostro del simplo e duplo. Il quadrato L E = 408; il quadrato E M = 816. Dunque $\overline{AB}^q = 1224$. Il quadrilungo E G = 577; l'altro E N = 577. Dunque sommati sono 1154. Differenza dagli estremi 70. Somma degli estremi e dei medii 2378. Dunque il quadrato A H D F = 1189, $\overline{AH}^q = 1189$, $\overline{AB}^q = 1224$. Ma $\overline{AB}^q - \overline{AH}^q = \overline{BH}^q$. Dunque $\overline{BH}^q = 35$ = alla metà di 70, che era la totale differenza fra gli estremi e i medii. La metà dunque di 35 formerà il quadrato della testa della lista, ossia $\overline{RN}^q = \frac{35}{2}$. Ma nella figura originaria la differenza dell'eccesso del duplo sul simplo era di 70. Dunque nel ripartitore questo riducesi ad $\frac{1}{4}$, e però uguale al quadrato della metà del lato di questo eccesso. Proseguiamo.

Il quadrilungo A M N D = 816 + 577 = 1393. Il quadrilungo A R S D = 1189. Dedotto questo da quello, rimane = 204. Dunque la lista R M N S = 204. Ora se prenderemo quattro di queste liste, come nella fig. V., più quattro metà di 35, ossia 70, avremo 816 + 70 = 886. Se aggiungeremo tutto il quadrato E F H G eguale a quello della fig. IV., cioè 2378, avremo 3264. Ma $\frac{3264}{4} = 816$. Dunque il qua-

drato A B D C è uguale a quattro quadrati dell'estremo maggiore, SENZA AUMENTO, NÈ DIMINUZIONE.

Fate la stessa operazione con qualunque commensurabile, e voi avrete lo stesso risultato.

V.

Analisi e prove della valutazione del secondo binomio.

Dopo di aver esaminata la prima parte della parola, cioè il binomio appartenente alla parte superiore (direttamente predominata dal curvilineo), cioè il binomio prima sommato, e poi *pàrtito* di $\overline{AM}^q + \overline{MB}^q$, fig. XI. tav. I., ragion vuole che esaminiamo l'altro binomio appartenente alla parte inferiore dipendente, e più direttamente spettante al rettilineo. Questo è il binomio *pàrtito* sopra T D. Il primo termine è segnato dalla potenza di T O, che è il quadrato della media proporzionale; il secondo dalla potenza di O D, che è il quadrato del raggio, ossia della metà dell'ipotenusa.

Onde raffigurare le cose nel loro lucido aspetto convien trasportarci alla fig. XIV. della stessa tav. I. Ivi il quadrato *e r t u* deve figurarsi esser quello che viene costrutto sulla T D, fig. XI. Ivi la linea *i h* corrisponde alla T O, fig. XI.; e la linea *h o* corrisponde alla O D, fig. XI. Ciò stante, il quadrato *e i h c* sarà quello della media proporzionale, ed il quadrato *h o t n* sarà quello del raggio, ossia della metà dell'ipotenusa. Qui dunque abbiamo il binomio *pàrtito* dei due mezzi termini della disuguaglianza e della eguaglianza. Questi formano gli estremi. I loro medii o complementi sono i due quadrilunghi *c h o u* ed *i r n h*. Questi quadrilunghi sono fatti sul lato della detta mezza proporzionale e del detto raggio. Che cosa ne risulta? Veggiamolo. Il quadrilungo *i r n h* è formato dal quadrato *f n* uguale a quello della mezza proporzionale, e dalla *i d* eguale ad una delle braccia del gnomone già sopra valutato. Dunque l'area di questo quadrilungo è esattamente uguale a quella del primo triangolo rettangolo inscritto. Dunque gli stessi valori che formarono i medii, ossia i complementi dell'antecedente binomio, formano pur anche i medii, ossia i complementi di questo binomio susseguente. Dunque fra il quadrato della mezza proporzionale e quello del raggio intervengono gli STESSI MEDII proporzionali che intervengono fra i semiquadrati del primo binomio inscritto nel semicircolo.

Ora venendo al caso particolare proposto, ecco le valutazioni che ne sorgono.

1.° Fu detto che il quadrato della media proporzionale è uguale a 544

2.° Che quello del raggio è uguale a 612

Somma 1156 (1)

3.° Che il medio è uguale a 577. Onde i due sono eguali a 1154

Somma totale 2310.

Ma sopra fu veduto che appunto $\overline{TD}^{q}$ (fig. XI.) è uguale a 2310. Dunque abbiamo una conferma dell'esattezza del nostro calcolo.

Ecco quindi la figura aritmetica:

$$\begin{array}{cc} 544 & 577 \\ & \times \\ 577 & 612 \\ \hline 1121 & 1189 \\ \multicolumn{2}{c}{\underbrace{\hspace{3em}}} \\ \multicolumn{2}{c}{2310} \end{array}$$

Se voi moltiplicherete fra loro gli estremi e i medii, voi fra i prodotti non avrete fuorchè la differenza di 1; locchè sopra un numero di sei cifre sarebbe preso dai matematici per un infinitamente piccolo da trascurarsi: ma per la buona logica riesce infinitamente prezioso, non solamente come testimonio di verità nel calcolo monogrammatico delle grandezze elittiche continue, ma eziandio come mezzo conduttore ad altre operazioni.

Stabiliti ed accertati i valori di questa parte, torniamo alla fig. XIV. della tav. I. Abbiamo veduto che il quadrato *e t* corrisponde al quadrato sulla TD della fig. XI. Dunque il quadrato *a k*, fig. XIV., corrisponde a quello di tutto il diametro della fig. XI. Ora la differenza fra l'inchiuso minore e il racchiudente maggiore è visibilmente segnata da tutta la squadra *a e r t k l*. Qui nasce un altro argomento di valutazione coi dati già segnati di sopra. Veggiamo che cosa ne emerga.

1.° Fu detto la lista *a e i g* essere . . . . = 33

2.° Il quadratino *g i f b* essere . . . . = 2

Somma = 35

Ma l'altra parte *b f l s* è pari. Dunque è . . . . . . = 35

Dunque tutta la lista *a l s e* sarà . . . . = 70

---

(1) Nota che 1156 forma il quadrato di 34.

Ma in forza del problema pittagorico fu veduto nella fig. XI. che $\overline{MC}^{q}$ è uguale a questa lista. Fu pure veduto $\overline{MC}^{q} = 70$. Dunque il calcolo è rigorosamente giusto.

VI.

Del primo limite di esclusione del valore del quadrato dell'eccesso della diagonale sul lato, ossia del duplo sul simplo.

Qui cade un' osservazione, la quale devesi sempre aver presente in tutte le valutazioni, perchè è fissata dalla stessa Geometria. Osservando la differenza fra il quadrato del raggio e quello della media, come nella fig. XI. tav. I., si trova che come R O forma la sesta parte di tutto il diametro, così il suo quadrato forma la duodecima del quadrato di A M simplo, e $\frac{1}{24}$ del quadrato di M B duplo; e però $\overline{RO}^{q} = \frac{1}{6}$ della metà di $\overline{MA}^{q}$, ed $\frac{1}{12}$ della metà di $\overline{MB}^{q}$. Questa è una condizione perpetua della stessa costruzione. Ma allorchè sottraete $\overline{AM}^{q}$ da $\overline{MB}^{q}$, ossia la metà dell'uno dalla metà dell' altro, come nella fig. IX., noi troviamo che il quadrato della testa del gnomone, cioè il quadrato G B F I, non è uguale al quadrato del detto sesto, ma bensì è uguale a quello del detto sesto, aggiuntovi il quadrato del minimo. In breve, esso non è quello di M T, fig. XI., ma bensì di M C della stessa figura. Dunque sarà sempre maggiore di $\frac{1}{6}$ della metà di $\overline{AB}^{q}$. In breve, tutta la lista del quadrato scemato, cioè E F Q P, è quella che forma sempre lo spigolare del gnomone differenziale fra il primo ed il secondo termine del binomio geometrico. Quando li valutate intieri, convien pigliare anche l'altra lista che si farebbe di sotto; quando li valutate a metà, come nel modio, voi ne dovete pigliare una sola. Ciò è universale e comune sì ai commensurabili che agl' incommensurabili.

Se dunque avvenisse in un calcolo del simplo e duplo scambievolmente sottratti, che il quadrato spigolare risultasse solamente $= \frac{1}{6}$ del simplo, egli converrebbe conchiudere o che il calcolo è sbagliato, o che avete immesso un quadrato dentro un quadrilungo, e che voi valutate la distanza MINORE fra l'uno e l'altro.

VII.

Valore della terza mole totale del binomio incrociato del simplo e duplo.

Compiamo ora la valutazione della squadra dall'alto al basso nella fig. XIV. Ivi $rnms = 33$, $ntkm = 35$; somma $= 68$. Questo è esattamente il valore del quadrato sopra RO, o sopra MT, fig. XI. Dunque il quadrato della differenza fra quello della media proporzionale e quello del raggio è uguale a quello di tutta la lista di diminuzione del quadrato del diametro, meno il quadratino minimo della testa o altezza di questa lista [1]. Così nel caso nostro $\overline{\mathrm{RO}}^{q} = \mathrm{EFQP} - \overline{\mathrm{EP}}^{q}$: questo si vede intuitivamente, riflettendo che $\overline{\mathrm{MC}}^{q} - \overline{\mathrm{CT}}^{q} = \overline{\mathrm{RO}}^{q}$.

Proseguiamo, e torniamo alla fig. XIV. Il quadrato $ru = 2310$; il quadrato $rl = 2$; la lista $rk = 68$; la lista $ra = 68$. Ecco la figura aritmetica:

$$\begin{array}{cc} 2 & 68 \\ \multicolumn{2}{c}{\times} \\ 68 & 2310 \\ \hline 70 & 2378 \\ \multicolumn{2}{c}{\underbrace{\qquad\qquad}} \\ \multicolumn{2}{c}{2448} \end{array}$$

Moltiplicate estremi e medii: avrete per differenze fra i prodotti il 4, cioè il quadrato del primo estremo. Questa differenza viene ridotta all'unità, dividendo i prodotti; questa differenza essenziale al tetragonismo fa fede dell'esattezza assoluta del calcolo. Gli schemi aritmetici da me presentati non sono indifferenti per gli artificii del calcolo: si vedrà in progresso la loro utilità, come si vedrà pure la necessità dell'analisi prima completa della figura.

---

[1] Io qui parlo alla ragione cogli occhi e colla fantasia, per adattarmi allo stato mentale degli apprendenti. Coloro che sono periti nel calcolo differenziale sapranno sostituirvi il loro linguaggio, e forse vedere uno schiarimento ai primi fondamenti del loro calcolo. Fo solo osservare, che nel progredire a formare le grandezze variabili nella guisa più strettamente graduale io non procedo per liste, ma per *diagonali* di queste liste; talchè il vero *aumento* è formato e tassato dal differenziale *minimo di second'ordine* aggiunto alla grandezza *antecedente*.

VIII.

Della sottrazione in serie coi termini di estreme e medie ragioni.

Compiuta ed accertata la valutazione della prima e della seconda parte della figura, passiamo alla SOTTRAZIONE IN SERIE, ed incominciamo da quella del quadrato della mezza proporzionale. Per intenderne l'artificio portiamo ancora l'attenzione sulla figura XIV. della tav. I. Ivi vedete il quadrato *eh* contornato dalla squadra ora valutata. Per fare la sottrazione in serie io detraggo da ambe le braccia del gnomone il quadrato spigolare *ib*, e quindi immetto questo gnomone sottratto dentro il quadrato *eh*; detraggo questo gnomone dal quadrato, e segno il residuo. Io ripeto quest' operazione fino all' esaurimento, o almeno finchè il braccio del gnomone sia divenuto minore del quadrato spigolare. Questa sottrazione successiva, fatta con isquadre sempre decrescenti, viene per brevità da me appellata SOTTRAZIONE GAMMATA, a motivo che la squadra adoperata è rassomigliante al gamma majuscolo greco.

Nel caso nostro usando dei più ristretti valori possibili, come si è veduto, abbiamo valutato il quadrato della media *ec* a 544, ed il quadrato del raggio *ac* a 612. Abbiamo poi valutato ogni braccio del gnomone a 33, ed il quadrato spigolare a 2. Ora volendo vedere la sottrazione gammata in serie ed i residui decrescenti, portate lo sguardo sulle case LXXIX. e LXXX. della tavola numerica *A*. Nella prima vedete nel residuo 612 il quadrato del raggio, e nella seconda vedete in 544 il quadrato della mezza proporzionale. Attigua a questa vedete la squadra 68 eguale al quadrato della differenza fra l'una e l'altra, e sopra ne vedete il riparto nei numeri 33,33 che segnano il braccio del gnomone, e nel numero 2 che segna il quadrato spigolare. Ora qui vedete 16 sottrazioni che vanno a finire in zero, cioè nell'*eguaglianza* fra il sottraente ed il sottraendo.

In tutti i binomii sommati composti di due quadrati, fra i quali intercede una ragione prossima proporzionale (come sarebbero simplo e duplo, duplo e triplo, triplo e quadruplo, quadruplo e quintuplo, ec.) avviene sempre l'ultima equazione perfetta, della quale parlo qui. La tavola numerica è generale.

Non conviene confondere questa equazione fra i quadrati delle due *ascisse* (cioè della media e del raggio) coi quadrati dei *cateti*. Noi qui parliamo di quelli, e non di questi. Questi sono i principali, quelli i secondarii; questi gli antecedenti, quelli i conseguenti.

I secondarii, per adempiere le funzioni rigorose ed algoritmiche di principali, abbisognano di ulteriori preparazioni, sulle quali non posso estendermi per ora. Considerando adunque la serie dipendente di questi quadrati delle medie in relazione ai quadrati del raggio, importa di osservare che i *nominativi* delle proporzioni si assumono sempre duplicati. Così per la possibilità del calcolo non possiamo dire 8 : 9; ma convien dire 16 : 18, come nel caso nostro. Ciò nasce in conseguenza dei rapporti necessarii del metodo di assimilazione applicato al tetragonismo. Così si vede quali gradi subalterni vengano racchiusi entro il dato grado.

Onde ravvisar meglio questa circostanza esaminate la tavola numerica *B*. Questa incomincia dove l'altra finisce. Ivi vedete alla casa XVI. e XVIII. segnati i quadrati della media e del raggio. Ivi vedete, giusta la già fatta osservazione, formare entrambi uniti il quadrato numerico perfetto di 34, somma dei due esponenti XVI. e XVIII (1). Qui pure vedete che nella fissazione dei valori, mediante il processo di assimilazione, il calcolo estimativo delle due ragioni del simplo e duplo non può essere portato ad altro grado più di sotto.

Qui non finisce la cosa. Un braccio del gnomone circondante il quadrato del raggio è una specie di radice. Qui quello del raggio ha il valore monogrammatico di 35. Il braccio di quello della media ha il valore di 33. La somma dei nominativi delle due proporzioni è 34, intermedio fra 33 e 35. Se poi uniamo le aree ossia i numeri tassativi che stanno di sotto, abbiamo il quadrato di 34. Vi prego a notare questa circostanza, per cogliere i primi dati apparenti dei tre termini inseparabili dell'estimazione dell' esteso continuo.

Ciò tutto appartiene alla serie decrescente subalterna fatta per *sottrazione gammata*. Il frutto che voi potete ricavare da questa operazione egli è quello stesso che si può ritrarre in Chimica dalla *dissoluzione* d'un composto, vale a dire somministrare la cognizione degli elementi per noi discernibili dei corpi. Quest'ufficio si palesa anche qui. Eccone un esempio. Allorchè sopra nel n.° III. di questo paragrafo, considerando le figure IX. e X. tavola I., cercammo di valutare il quadrato dell'eccesso della diagonale sul lato (cioè lo spigolare in conseguenza della più ristretta assimilazione di 8 con 9), questo quadrato ci risultò di 70 in relazione a 408. Ora che cosa ci dice la nostra Chimica espressa nella

---

(1) Credo inutile di avvertire che io distinguo, come sogliono i matematici, l'*esponente* dagli *esponenti*. Qui parlo del primo, e non dei secondi. Al primo io imporrei il nome di *nominativo della ragione o proporzione*, lasciando agli ultimi il nome di *esponenti*.

tavola numerica A? Essa ci dice che questo 70 è un *composto di seconda mano*, il quale comparirà più tardi a fare la sua funzione. Gettate l'occhio sulla casa XCIV. Ivi vedete il residuo 12; attiguo vi vedete il gnomone 5+5+2. Ponetelo tutta in figura; avrete la seguente:

Qui, come vedete, avete il gnomone uguale all'area del residuo interno; qui nel complesso avete il 24, che nella tavola A occupa la seguente casa XCIII., e il di cui braccio di gnomone è 7. Questa corrisponde alla casa terza della tavola B, nella quale vedete i nominativi II. IV., i quali, sommati, danno 6, il quadrato del quale è 36. Qui ricordiamoci essere stato questo il primo quadrato dell'ipotenusa per formare i termini dell'assimilazione; e però operavamo senza saperlo fra le radici 5 e 7.

Proseguiamo. Fatto questo schema primo, voi avete gli elementi per formare un binomio pàrtito. Prendete 12 (A) per primo estremo. Pigliate 24 (C) per secondo estremo. Pigliate A+B per medio da una parte e dall'altra; avrete:

A 12	B 17
B 17	C 24

D 29   41 E

F 70

Eccovi il 70, ossia il nome equivalente ricercato.

IX.

Elementi compotenziali, dai quali risulta il valore dato al quadrato dell'eccesso della diagonale sul lato.

Un'altra osservazione importante cade qui. I due numeri 29 (D) e 41 (E) qui segnano le due parti di tutto il quadrato geometrico del va-

lore di 70 (F). Queste due parti sono realmente i quadrati dei due cateti che costruire si potrebbero sul lato del quadrato F, e i due quadrilunghi rappresentano il loro valore superficiale. Ora 29 (D) e 41 (E) fanno le funzioni di due binomii sommati di quadrati, come abbiamo veduto nel Discorso V. pag. 1327-1328. Considerati come radici lineari, noi troviamo il 29 risultare da 25 + 4, e il 41 risultare da 25 + 16. Considerati poi i loro quadrati ed i loro coefficienti nella tavola posometrica, troviamo la rispettiva loro composizione peregrina. Egli è vero che nel Discorso V. sono considerati come nomi *lineari*, mentre che qui si considerano come nomi *superficiali;* ma egli è vero del pari che anche sotto questo rapporto essi sarebbero sempre due binomii di 25 + 4 e di 25 + 16. Oltre ciò, in forza del processo di assimilazione per tutti i casi simili, mostrato di sopra (ved. § 132), questi coefficienti si possono, anzi si dovranno convertire in lineari, ritenute le condizioni aritmetiche; e però anche il quadrato risultante subirà la relativa *conversione.* Per la teoria delle *quadrature* ciò è indispensabile; ma vien fatto con un processo frazionale preindicato ne' suoi dati, obbligato nel suo maneggio, ed omogeneo nelle sue conclusioni; quindi filosofico e dimostrativo in tutte le sue parti. Esso respinge tanto le radici sorde, quanto le imaginarie; esso non fa uso di minuti *indefiniti* ritagli, nati da suddivisioni e suddivisioni materiali; esso li lascia alla zotica commensurazione fabbrile, la quale, giunta al fine del suo lavoro, trovasi ancora impotente come al suo principio.

§ 137. Dello stato monogrammatico e digrammatico dei continui elittici. Scelta del metodo preindicato.

Prima di proseguire questo primo saggio del calcolo iniziativo degli incommensurabili, applicato specialmente alla serie delle proporzioni continue associate, ragion vuole che io dia ragione di ciò che ho più volte accennato sul trattamento algoritmico di queste proporzioni. Insisto su quella del simplo e duplo. Io ho presa la prima mossa alla maniera consueta, proponendo un problema, e sono saltato al metodo di assimilazione per un'analogia coi razionali. Ora prendiamo la cosa altrimenti. Procediamo con preindicazioni già stabilite, e usiamo del *metodo derivativo.* Ritenuta ogni condizione sì generale che particolare della Geometria come *condizione sine qua non*, scelgo di lasciarmi guidar per mano dalla natura. Questa legge è così indeclinabile, che l'Algebra stessa deve rispettarla assai più di quello che il più ligio vassallo feudale ri-

spettar doveva la fede data al suo signore (1). Ricordiamoci sempre, che noi maneggiamo la quantità *estesa escogitabile*, e che però le condizioni assolute dei nostri giudizii sono di esclusivo dominio della Geometria.

Qui per *condizioni generali* intendo quelle che nascono dai rapporti necessarii dei binomii incrociati; per *condizioni speciali* poi intendo quelle che vengono indicate come *proprie* al binomio del simplo e duplo. Quanto a quest'ultimo, noi abbiamo rilevato quelle che nascono *immettendo* il simplo nel duplo, e abbiamo veduto che col metodo di assimilazione le valutazioni soddisfacevano, benchè noi trattassimo le nostre grandezze a guisa di quadrati aritmetici ed in forma monogrammatica. La sola differenza di un elemento nasceva fra i prodotti degli estremi e dei medii moltiplicati fra di loro. Io ho detto che questa differenza non era che *fattizia*, e però più *nominale* che *reale*. Ma quand'anche fosse stata *reale*, come nelle approssimazioni materiali, si avrebbe avuto almeno una valutazione relativa.

Per la coscienza larga dei Leibniziani, i quali considerando il *comodo*, non si fanno scrupolo di violare il rigore geometrico, questa inequazione sarebbe nulla, specialmente quando i termini della serie sono assai inoltrati (2). Ma siccome questi signori hanno per costume di esigere da altri una coscienza rigida, nell'atto che per sè stessi si prevalgono d'una coscienza lassa, egli è perciò che anche rispetto ad essi sarò tenuto a giustificare la mia teoria.

I.

Esempio della proporzione del simplo e duplo su due ascisse nello stesso circolo. Forma non quadrata dell'eccesso del duplo sul simplo.

Per far ciò in una maniera *preindicata* osservo quanto segue. Nel § 133 ho già fatto osservare, esaminando la fig. XVIII. della tav. I., che la seconda ascissa *aa''*, tirata sino al fondo, è uguale a 14. Alzate lo

---

(1) *Je dis encore une fois, qu'il est très-aisé de se tromper en Algèbre quand on ne raisonne pas avec rigueur, à la façon des anciens géomètres.* Leibnitz, *Opera omnia*, tom. III. pag. 636.

(2) Io propongo il seguente schema, il quale risulta dalla quarta evoluzione del simplo e duplo.

A		C
13860		19601
C	X	B
19601		27720

Moltiplicate A per B: avete 384,199,200. Moltiplicate C per C: avete 384,199,201. Qui la differenza 1, rispetto a trecento ottantaquattro milioni e più, sarebbe o no una quantità sprezzabile, secondo i Leibniziani? Nei calcoli ordinarii di approssimazione è vero o no che, quando siamo solamente a cento millesimi, i matematici si sogliono contentare?

sguardo sulla figura V. Voi vedete questa linea nella *bbb'''*. Ora fingiamo che su questa linea venga costrutto un circolo. Qui compiacetevi di osservare la tavola II., e di portare lo sguardo sulla figura XIV. Sia $AB = 14$; sarà $\overline{AB}^{q} = 196$. La linea A O sarà raggio. Dunque $\overline{AO}^{q} = 49$. Da A O detraete $\frac{2}{7}$: avrete $AE = 2$, ed $EO = 5$. Dunque $\overline{AE}^{q} = 4$; $\overline{EO}^{q} = 25$. Ciò posto, alzate la perpendicolare fino a che tocchi la circonferenza in C; indi tirate la linea C O. Questo non è che lo stesso raggio, il quale vi fa la funzione d'ipotenusa rispetto ad E O e ad E C. Sopra abbiamo veduto che $\overline{CO}^{q} = 49$; ma $\overline{EO}^{q} = 25$: dunque $\overline{EC}^{q} = 24$.

Ora da A O detraete un'unità. Sarà $EF = 4$. Dunque $\overline{EF}^{q} = 16$; dunque $\overline{FO}^{q} = 1$. Se dunque alzate la perpendicolare F D, avremo il suo quadrato $= 48$. Ma $\overline{EC}^{q} = 24$. Dunque $\overline{EC}^{q} : \overline{FD}^{q} :: 1 : 2$. Abbiamo dunque qui, dentro lo stesso quarto di cerchio, le due ascisse C E e D F, tra la cui rispettiva *potenza* passa il rapporto del simplo al duplo. Aggiungasi tanto all'una che all'altra linea la porzione inferiore: avremo $\overline{CG}^{q} = 96$, e $\overline{DH}^{q} = 192$.

Ora portiamo amendue queste linee sullo stesso piano orizzontale, come nella fig. XV., in modo che amendue siano perpendicolari alla stessa linea G I, e ritenuta fra di esse la stessa distanza che avevano dentro al circolo. Avremo C G fig. XV = C G fig. XIV, e D H fig. XV = D H fig. XIV. Più, avremo ognuna delle linee A D, C E, G H fig. XV, eguale ad E F fig. XIV.

Ciò ritenuto, pigliate la distanza *G C*; e fatto centro in H, portate il compasso sopra la linea H D: voi la taglierete in E. Portatela sopra la G I: voi la taglierete in I. Compite la figura: voi avrete due rettangoli, l'uno dentro dell'altro. Il primo sarà E F I H, che per la fatta costruzione sarà un perfetto quadrato; ma quanto all'altro, ossia al maggiore, è cosa da esaminarsi. È indubitato che il quadrato che venisse costrutto sopra D H starebbe al quadrato sopra E H in ragione del duplo al simplo. Ma nella presente costruzione non sappiamo se D E sia eguale a C E, e però se il rettangolo A D E C sia un perfetto quadrato. Ora come potremo noi accertarci del sì o del no? Eccolo.

Se A D E C fosse quadrato perfetto, e quindi i lati C E e D E fossero uguali, noi avremmo non solamente il gnomone uguale in superficie al quadrato interno E I, ma avremmo eziandio questo rettangolo spigo-

lare MAGGIORE almeno di UN SESTO dello stesso quadrato interno (ved. § 119). Ora questa maggioranza si verifica forse qui? Niente affatto. Imperocchè abbiamo veduto che la $CE = 4$, e però $\overline{CE}^{q} = 16$. Abbiamo veduto che $\overline{CG}^{q} = 96$; e però che $EFIH = 96$. Ma $16 : 96$ sta appunto come 1 a 6. Dunque $\overline{CE}^{q}$ qui non supera questo sesto; dunque egli non eguaglia il vero quadrato spigolare del simplo immesso nel duplo in forma monogrammatica. Ma dall'altra parte è certo che DE forma l'eccesso del duplo sul simplo. Dunque DE sarà maggiore di CE. Dunque le due ascisse del simplo e duplo entro lo stesso semicircolo non tengono fra loro una distanza eguale alla differenza della loro rispettiva lunghezza. Dunque la loro forma di esistere entro l'unità assoluta circolare non è *monogrammatica*, ma *digrammatica*. Dunque la forma monogrammatica e perfettamente similare da noi data a queste due grandezze, come nelle figure IX. e X. della tavola I., è del tutto artificiale.

Quale sarà dunque nel caso nostro la conseguenza? La conseguenza sarà, che nella fig. XV. tav. II. dovremo riconoscere che il quadrato del simplo viene inscritto in un rettangolo, un lato del quale è di potenza dupla del primo; e l'altro lato poi è uguale a quello del simplo, più aggiuntavi la potenza di $\frac{1}{6}$. Ciò, lo confesso, sarebbe da un lato poco soddisfacente; ma dall'altro lato otteniamo il luminoso principio risguardante la forma o il modo d'esistere di queste due grandezze rispetto all'unità circolare.

II.

Della forma alternativa quadrata e non quadrata del simplo e duplo.

E qui non posso contenermi dal far osservare che il quadrato aritmetico perfetto è per sè stesso essenzialmente circolare per essere appunto *monogrammatico* in tutto. Aritmeticamente parlando, se il simplo è quadrato, lo potrà forse essere anche il duplo, o viceversa? Non mai. Ora sappiate che la Geometria vi dice esattamente lo stesso. Essa quando vi dà il simplo in forma di quadrato, ossia circolare, vi dà il duplo in forma di quadrilungo, ossia elittico; anzi essa avvicenda perpetuamente queste forme, come io potrei dimostrare con molti e molti esempii. Ciò accade sempre, sia che le due grandezze vengano immesse l'una nell'altra, sia che vengano poste contigue, sia che vengano sommate. Ognuno intende che io parlo di queste grandezze risultanti da RADICI RAZIONALI, le une monogrammaticamente, le altre digrammaticamente. Noi parliamo di *valutazioni aritmetiche*, noi parliamo di *calcolo discretivo*. In que-

sto conviene usare lo stesso *trattamento* tanto pei commensurabili, quanto per gli incommensurabili; senza di che non v'è nè logica, nè filosofia, nè matematica.

§ 138. Della forma razionale degli elittici, ossia dei non quadrati aritmetici. Esempio sul simplo e duplo.

A fine di procedere anche in questa parte con un metodo preindicato, giovami di richiamare alla memoria due cose. La prima, che abbiamo veduto nell'esame della divisione decimale, tav. I. fig. V., risultarci la linea $bb''' = 14$. La seconda, che in forza del movimento fatto nella fig. XVIII. abbiamo suddiviso ogni grado in sette parti; talchè il lato del quadrato intiero viene diviso in 70, e l'ascissa aa' viene suddivisa in 28 parti. Così abbiamo qui $98 = \frac{14 \times 7}{7}$.

Ritenute queste preindicazioni, trasportiamoci ora alla fig. X. tav. II. Ivi sia $CD = 98$, e sia $CA = 100$: con aggiungere $\frac{2}{7}$ del grado decimale intacchiamo bensì la lista della squadra, ma non assorbiamo il margine della figura. Quest'aggiunta era necessaria, posto che abbiamo veduto che il segmento verticale del rettangolo spigolare era più lungo del segmento suo trasversale. In forza di questa costruzione avremo l'area del rettangolo $ABDC = 9800$. Ciò fatto, sul lato AB prendiamo il segmento $AI = 28$, eguale appunto a quello determinato dalla divisione circolare. Parimente sul lato AC prendiamo il segmento $AH = 30$. Tiriamo le linee paralelle IE ed HG. Che cosa ne risulterà? Ricordiamoci che dobbiamo verificare tutte le condizioni imposteci dalla Geometria nella forma monogrammatica, e che furono già esposte nel paragrafo antecedente. Posto ciò, ecco che cosa in primo luogo risulta da questa costruzione.

I. Posto che il lato $AB = 98$, e che da esso fu detratto il segmento $AI = 28$, ne verrà che il segmento IB sarà $= 70$. Parimente, posto che il lato $AC = 100$, e che da esso fu detratto il segmento $AH = 30$, ne verrà che il restante segmento HC sarà eguale a 70. Avremo dunque per la costruzione la linea $IB =$ alla HC, e però le altre tutte paralelle parimente uguali. Avremo dunque FE, ED, DG, GF, tutte quattro eguali, e poste ad angolo retto; e però il quadrato $FGDE$ inscritto nel rettangolo avrà per suo lato 70. Ma $70 \times 70 = 4900$. L'area dunque di questo quadrato inscritto sarà eguale alla metà dell'area del quadrilungo circoscritto. Dunque il gnomone circondante avrà un'area eguale al quadrato inscritto o immesso. Ecco la prima condizione soddisfatta.

II. La seconda condizione precipua si è, che la grandezza spigolare del gnomone risultante dalla immissione del simplo nel duplo sia maggiore del sesto del simplo. Veggiamo se questa condizione sia adempiuta, e come lo sia. La grandezza spigolare, della quale si tratta qui, la veggiamo nel rettangolo AIFH. Due lati di questo rettangolo sono eguali a 28; due altri a 30. Ma $28 \times 30 = 840$. Dunque l'area di questo rettangolo $= 840$. L'area del simplo FGDE $= 4900$. Dunque l'uno all'altro stanno come 6 a 35. Dunque il rettangolo spigolare è maggiore di un sesto della grandezza simpla. Ecco soddisfatta la seconda condizione.

III. La terza condizione era, che moltiplicati i complementi o i medii fra di loro, dessero lo stesso prodotto. Qui pretendendo io che le grandezze stiano sotto la loro forma omogenea e competente, debbono somministrare questa *identità* perfetta, nè più lasciare la differenza di 1. Veggiamo se ciò si verifichi.

I complementi e i medii qui sono formati dai due rettangoli IBGF ed HFEC. Ora due lati del primo sono $= 70$, e gli altri due sono eguali a 30. Dunque l'area del medio IBGF $= 2100$. Parimente due lati del secondo rettangolo sono $= 70$, e due altri a 28. Dunque l'area del rettangolo HFEC $= 1960$. Ora moltiplicate 840 per 4900, e 2100 per 1960, e voi avrete lo stesso prodotto.

IV. La quarta condizione si è, che dalla costruzione competente risulti entro l'area del simplo una grandezza doppia della spigolare del gnomone. Oltre ciò, che il simplo sia diviso in modo d'avere la sua area divisa in estremi e medii, l'uno dei quali sia doppio dell'altro. Ora veggiamo se anche questa condizione si verifichi.

Dal lato FG $= 70$ detratti 30, restano 40; dal lato FE $= 70$ detratti 28, restano 42. Dunque avremo FL e QM $= 40$, ed FQ ed LM $= 42$. Parimente avremo MN e OD $= 30$, MO ed ND $= 28$. Moltiplicate 30 per 28: avrete 840 eguale al rettangolo MNDO. Moltiplicate 40 per 42: avrete 1680 eguale al rettangolo FLMQ. Ma 1680 è doppio di 840. Dunque avrete quello che chiedevate.

V. La quinta condizione era, che dentro la stessa grandezza simpla detratti i due estremi, l'uno doppio dell'altro, ne risultassero i medii, i quali da una parte sommati cogli estremi, pareggiassero la somma dell'intiero complesso; e dall'altra, che venendo moltiplicati fra di loro, dessero un prodotto eguale a quello degli estremi moltiplicati fra di loro. Ora veggiamo se anche questa condizione si verifichi nel caso nostro.

I complementi che dobbiamo contemplare sono quelli del quadrato FDGE immesso. Abbiamo già valutato i due estremi, cioè FLMQ $=$

1680, ed MNDO = 840. I complementi sono dunque costituiti dal rettangolo LGMN e dal rettangolo QMOE. Ora qual è il loro valore? Noi sappiamo già che le linee LG ed MN hanno per misura 30, e che le linee LM e GN l'hanno di 42. Dunque la superficie di questo rettangolo è uguale a 1260. Parimente sappiamo che le linee OE e QM sono eguali a 40, e che le linee MO e QF sono eguali a 28. Dunque quest'altro rettangolo è uguale a 1120. Ora facciamo le somme.

Primo estremo MNDO . . . . . = 840
Secondo estremo FLMQ . . . . = 1,680

Somma dei due estremi . . . . . = 2,520
Primo medio LGNM = 1260
Secondo medio QMOE = 1120

Somma dei due medii . . . . . . = 2,380

Unione degli estremi e dei medii
Somma. 4,900

Qui, come ognun vede, la somma coincide perfettamente col complesso; perocchè il quadrato suddetto, avente per radice 70, racchiude appunto un'area uguale a 4900. Ecco dunque soddisfatto alla prima parte di questa quinta condizione. La seconda parte si era, che moltiplicati fra loro gli estremi, e fra loro i medii, dessero lo stesso prodotto. Anche questa viene soddisfatta, come ognuno può vedere, dallo sperimento fatto da sè.

Fin qui noi abbiamo proceduto in via di *sottrazione:* procediamo ora in via di *addizione*. Amando io di agire in una maniera preindicata, e volendo nello stesso tempo compiere l'analisi delle figure assunte, in quanto ciò servir può al calcolo, io torno alla fig. V. tav. I. Ivi abbiamo veduto che tutto il lato EG è diviso in 15 parti; e che NG, che è lo stesso, meno uno, è uguale a 14. Qui non parliamo per ora di suddivisioni. Debbo osservare che queste misure razionali nascono dalla divisione decimale del diametro, ossia di una unità superficiale rappresentata dal circolo.

Ora fingiamo che tutta la figura sia compiuta, e però trasportiamoci alla subalterna della fig. XIV. tav. I. Supponiamo che tutta la *al* sia divisa in 15 parti: detratta una unità per parte, sia formato il quadrato

interno *ertu*. Questo sarà eguale al quadrato di 14. Il gnomone dunque che lo circonda sarà eguale a 29, come si vede anche nella tavola posometrica. Ora dividiamo il lato di questo quadrato in due parti, l'una delle quali sia 6 e l'altra 8, e fingiamo che queste siano uguali alla *ch* ed alla *hn*. Avremo da una parte i due quadrati di 36 e 64; l'uno su *ei*, e l'altro su *ir*. I due complementi saranno eguali a 6×8, ossia a 48. Ora supponiamo che il maggior estremo sia uguale al quadrato *hnto:* avrò questo quadrato eguale a 64. Ma se a tutto il quadrato di 14 aggiungessi la lista *rskt*, io aggiungerei un'altra radice $= 14$, divisa in modo che la prima parte *rsnm* sarebbe uguale a sei quadratelli elementari, e l'altra parte *nmht* sarebbe uguale ad 8. Ora aggiunta la prima parte $(= 6)$ al primo complemento *irhn* (eguale a 48), ne sorge un rettangolo eguale a 54. Aggiunta poi la seconda parte $= 8$ al sottoposto estremo $(= 64)$, ne sorgerebbe il rettangolo *om* eguale a 72. Ma 72 è eguale al doppio di 36. Dunque qui avremo il simplo quadrato o circolare eguale a 36, e il duplo in forma di quadrilungo $= 72$. Moltiplicate estremi e medii, e tutto è in regola perfetta.

Ma qui la figura complessiva non forma più nè aritmeticamente nè geometricamente un quadrato, ma bensì un quadrilungo avente per lato maggiore 15, e per lato minore 14. Egli è il quadrato di 14 aggiunto alla sua radice. La sua area è $= 210$. Richiamate ora alla memoria il quadrilungo spigolare poco fa esaminato, i di cui lati erano 28 e 30: divideteli per metà, ed avrete le dimensioni di 14 e 15. Dividete la di lui area di 840 in quattro parti, e voi avrete l'area di 210. Dove vedevate prima una superficie uniforme, ora vedete anche qui una preformazione organica.

L'addizione si può fare tanto per radici, quanto per gnomoni. La descrizione della tavola posometrica, fatta nel Discorso quinto, lo dimostra. In questo numero abbiamo contemplato il simplo e il duplo in forma di binomio pàrtito, nel quale poi si effettua il gnomone. Nel numero antecedente per lo contrario abbiamo aggiunto il numero stesso in forma di squadra. Dato il quadrato aritmetico e geometrico, avente per radice 70, era impossibile fare un gnomone *aritmeticamente*, il quale soddisfacesse alle cinque condizioni della Geometria senza attribuire al rettangolo un lato di 98, e un altro lato di 100, come ora si è veduto. Se dunque la giunta di $\frac{2}{7}$ della radice decimale potè allora sembrare improvvisata, ora si scopre essere stata ragionata e necessitata. Proseguiamo l'opera dell'*addizione*.

§ 139. Dell'incremento dei quadrati. Dell'incremento continuo. Esclusione assoluta dell'infinito.

Qui prendiamo la parola *addizione* nel suo più ampio senso; vale a dire per quella operazione, mediante la quale si aumenta una data grandezza. Ma hannovi due principali *maniere* di aumentare: la prima *discreta*, e la seconda *continua*. La prima per radici similari, e quindi per gnomoni o totali o parziali aggiunti; la seconda per ipotenuse, le quali non accrescono che l'*unità* elementare relativa. Alla prima impongo il nome di *addizione discreta;* alla seconda quello di *ampliazione continua*. La prima si può fare in due maniere, le quali somministrano o un quadrato o un quadrilungo discreto, e rispettivamente commensurabile; la seconda far non si può che per diagonali, le quali possono somministrare talvolta lati o quantità commensurabili, ma il più delle volte fanno risultare grandezze veramente incommensurabili.

Prescindendo da questa origine artificiale, e considerando una grandezza continua aumentata anche per una quantità incomparabile, nascono le idee di *dilatazione confusa* ed *uniforme;* come sarebbe quella di una massa d'acqua, alla quale si aggiunga una goccia; o di un cerchio, nel mezzo del quale s'intruda una monade estesa. Ciò rassomiglia all'*intussusceptio* latino, ec. ec.

Nulla di più strettamente continuo e di più universale può esistere nè imaginarsi nella Geometria, di questa maniera. Per vederne la dimostrazione fissate l'attenzione sulla figura XIV. accessoria della tav. I. Qualunque sia il valore dello spigolare $q\,r\,l\,s$, è certo che, dato il valore di questo, e dato il valore del quadrato geometrico $f\,r\,n\,d$, voi avete la *potenza* lineare di $r\,n$ e di $r\,s$. Ora tirata la diagonale dal punto r al punto m, avrete il quadrato della data grandezza, più il quadrato del minimo spigolare. Ora passiamo alla fig. VIII. tav. II. Pongasi il quadrato principale essere C L E d, e la sua giunta essere A B C d. Tirate la diagonale A C. Sarà $\overline{AC}^q = \overline{AB}^q + \overline{BC}^q$. Ora sul lato C d piglisi il segmento C a = C B, ed alzisi la perpendicolare a D paralella alla C L: avremo qui un altro paralellogrammo o lista D L C a eguale alla lista A B C d. Tirata anche qui la diagonale D C, questà sarà eguale all'altra diagonale A C. Più ancora, per un'ovvia e nota dimostrazione geometrica risulterà che l'angolo A C D sarà retto in C. Congiungansi ora i punti D ed A: avremo $\overline{AD}^q = \overline{AC}^q + \overline{CD}^q$. Tirata la D F paralella ed eguale alla A C,

si compisca la figura: avremo un quadrato inscritto in un altro con una tal legge, che posto qualunque impicciolimento di $\overset{-q}{CB}$, ed aumento del quadrato inscritto, questo non pareggerà giammai il circoscritto. Questa non è dunque una proprietà soltanto dei curvilinei, ma anche dei rettilinei, fra i quali avete tutta l'*omogeneità* per le comparazioni (1).

Prolungate pure quanto vi piace da una parte e dall'altra le linee C L, D *a*, B A, C *d;* restringete pure finchè vi piace l'angolo D C L e l'angolo A C *d;* e quindi ingrandite ad arbitrio i due quadrati, ritenuta la stessa larghezza della lista. Che cosa farete voi, altro che far cangiare i *rapporti di proporzione?* ma non distruggerete mai la differenza, perchè non annientate mai l'unità che forma il triangolo. Voi avrete qui un'imagine dell'iperbole che non giunge mai a toccare gli assintoti, perchè si frappone sempre la testa di quella squadra che non si può esaurire giammai.

Io esco di casa, e m'incammino per un viale che può essere figurato lungo a piacere. Finchè sono sulla soglia della porta, non havvi distanza fra il muro e me. Sia nel muro di fuori segnata l'altezza della mia statura. Io movo il primo passo. La strada percorsa allora è uguale, per esempio, ad un quinto della mia statura. Al quinto passo diventa eguale; dappoi nasce la differenza in più della linea percorsa, la quale cresce in ragione che io mi allontano. Che cosa ne risulta, altro che un rapporto proporzionale fra la linea percorsa e la mia statura? Se dal punto segnato nel muro della casa io figuro una linea paralella ad un'altezza eguale alla mia statura, che si prolunghi sempre sopra il mio capo, io non farò mai che l'altra linea, che dalla sommità di quella della mia statura segnata sul muro vien tirata a'miei piedi, tocchi mai il mio capo. Che cosa dunque posso dedurre da ciò? Che ad ogni passo tirata una linea dal punto di sommità del muro a'miei piedi, posso figurare tanti raggi di circoli sempre crescenti, nei quali la linea della mia statura forma una *corda*, la quale se cangia di rapporto, non si distrugge mai. Allorchè io figuro un circolo, e che vado a bel bello restringendo la corda del quadrante, ossia del lato del quadrato inscritto o di qualsiasi altro poligono, io fo la stessa operazione in ordine inverso, com'è per sè evidente. Ecco il mistero del preteso infinito, il quale non riesce tale se non per una

---

(1) Prego i matematici di por mente a questa osservazione. La sua possanza è immensa, ed innumerevoli sono i beneficii che ne derivano per l'arte del calcolo. La teoria delle curve tutte non può avere nè solidità, nè fecondità, nè pieghevolezza, nè sapienza, fuorchè assumendo e bene applicando il principio fondato su di questa osservazione.

vaga ed astratta considerazione, e non serve al calcolo fuorchè *negativamente* e per via di *limite escluso.*

Dico in primo luogo *negativamente*, e non *positivamente;* perocchè posta in *fatto* qualunque grandezza positiva, essa non può esistere fuorchè in una *determinata* maniera. Dunque le altre maniere restano per ciò stesso escluse. Dunque nello stesso tempo nel caso concreto l'unità elementare sosterrà sempre un *determinato* rapporto, sia commensurabile, sia incommensurabile, sia cognito, sia incognito. Il quadrato adunque spigolare sarà sempre *un tanto*, *e non più e non meno.* Dunque l'infinito non entra più se non *negativamente*, perchè la di lui reale esistenza è incompatibile coll'esistenza del *finito*, e di quel tale *finito.* Dico in secondo luogo ch'esso non entra nè entrar può nel calcolo che in via di *limite escluso.* Diffatti considerando che l'*uno* aritmetico sarà sempre *misuratore* degli intieri o dei frazionali; considerando che nel calcolo teoretico gli enti matematici sono posti dall'arbitrio solo dell'uomo; considerando che i rapporti di maggiorità e di minorità non distruggono mai la quantità; ne verrà la necessaria conseguenza, che, oltre la posizione di una data grandezza, se ne potrà sempre figurare un'altra maggiore o minore, la quale se entrar non può nei dati positivi del calcolo, impone però sempre un freno alle nostre speculazioni. Se l'infinito non si può esaurire, non si può nemmeno raggiungere; e se non si può raggiungere, esso è sottratto sempre a qualunque nostra valutazione.

Egli è anzi per questo motivo che noi possiamo ragionare; perocchè l'*infinito* ci sforza a versare su quantità *finite*, fra le quali noi ricaviamo gli elementi *misuratori.* Figuratevi di essere in una camera perfettamente oscura. Sull'opposto muro comparisce uno spettro quadrato, fatto per un giuoco simile a quello della fantasmagoría. Ditemi qui qual paragone potete far voi fra quel quadrato e le immense tenebre che lo circondano? Queste tenebre corrispondono allo spazio infinito escogitabile rispetto ad una data figura geometrica. Dopo quest'apparizione, nella quale l'area quadrata era tutta illuminata, veggo comparire in grembo a lei un quadrato minore tenebroso, il quale non lascia che una cornice illuminata. Qui comincio a pensare alla larghezza di questa lista in rapporto all'area oscura, e all'area oscura inchiusa rapporto al quadro racchiudente. Ma io non esco nè posso uscire dai confini dello spettro. Le tenebre indefinite non entrano in computo.

Qui posso fingere che questo spettro si vada ampliando a modo di fantasmagoría. O il quadro oscuro interno si va ampliando *solo*, o *in compagnia* della cornice luminosa. Nel primo caso la cornice si andrà

attenuando, e nell'attenuarsi cangerà sempre di proporzione col quadrato scuro; ma questa proporzione sarà determinata. Giungerà alla sottigliezza di un capello, ma sarà sempre determinata. Voi fingete che finalmente cessi. Ma qui il salto è immenso, perocchè si salta dalla luce alle tenebre, dall'essere al nulla, dal sì al no. Qui non mi potete trovar ragione perchè siate saltato dalla luce alle tenebre piuttosto prima, che dopo; piuttosto nel momento in cui la cornice appariva come un filo di refe, che nel momento in cui appariva come un capello; piuttosto nel momento che era larga un pollice, che nel momento che era larga una linea. La distanza dall'*essere* al *nulla* è la stessa per tutti questi stati, e però il passaggio dall'*essere* al *nulla* non ha *punto logico*, dal quale si possa determinare essere o non essere lecito questo passaggio. Ecco dunque che siamo sempre obbligati a far paragoni puramente *relativi;* ecco dunque che non havvi nulla di più stolido, di più assurdo, di più stranamente illusorio della supposizione d'un *ultimo punto*, dal quale si possa prendere la mossa, sia per *esaurire*, sia per far *incominciare* la quantità. Nulla di più scipito havvi del concetto di un angolo, che sia tanto maggiore o tanto minore del retto, quanto basti a non renderlo eguale al retto; nulla di più antilogico, quanto la limitazione fino all'esaurimento; nulla di più assurdo senso, quanto il teorema fondamentale degli infinitesimalisti. Le tenebre che circondano la cornice luminosa sono *limiti:* l'uno *definito*, perchè sta dentro un *finito;* l'altro è poi *indefinito*, perchè sta fuori: ma in realtà per l'esercizio del calcolo io non posso valermi fuorchè dei rapporti frazionali del *finito* per valutare lo stesso *indefinito* limitato.

L'altra supposizione poi si è, che mentre il quadro scuro si va ampliando, vadasi ampliando pur anche la cornice luminosa. Ma qui conviene distinguere due casi. O l'ampliazione vien fatta *ritenendo* sempre le primitive proporzioni, come negli spettri fantasmagorici, o no. Nel primo caso non s'introducono nuovi rapporti; le cose rimangono nel primitivo stato. La sola differenza sta in un grande e piccolo di proporzioni *identiche.* O si cangiano le proporzioni, ed allora è un altro conto. Così suppongasi che per un singolare artificio, nel tempo che il quadrato scuro va ampliando, si facesse in modo che la cornice lucida andasse bensì allungandosi proporzionalmente, ma che la sua larghezza rimanesse sempre la medesima: allora è certo che ad ogni incremento i rapporti proporzionali vanno cangiando; ma ad ogni passo sono in sè stessi determinati. Rilasciate pure il freno alla fantasia: voi non solamente non raggiungerete mai l'infinita estensione delle tenebre; ma volendo istituire

qualsiasi quesito sugli stati successivi della quantità, siete forzato a scegliere o l'uno o l'altro *stato positivo*. Ecco dunque che l'*infinito* anche di ampliazione rimane necessariamente escluso dal dominio del calcolo. Eccovi dunque retrospinto entro la sfera d'un *finito* dato.

Quando veggo i calcolatori porre sulla carta i segni dell'*infinito* diviso o moltiplicato per qualche numero, e fare altre operazioni, sembrami di vedere i pretesi maghi, i quali mediante certi segni e certe parole pretendono di evocare i morti o le potenze celesti, terrestri od infernali, per soddisfare ad un dato desiderio, del quale per altro si trovano sempre defraudati.

Se io persisto cotanto a declamare contro questi traviamenti e contro queste assurde illusioni, io no'l fo nè per insultare a' miei contemporanei, nè per esaltare quel poco ch'io posso aver traveduto nelle mie meditazioni. Lo spirito disapprovatore e di jattanza non fu mai di mio gusto, e tutti i miei scritti lo comprovano. Se coll'intima convinzione che la nostra dottrina attuale sta alla buona Matematica, come la Filosofia scolastica del medio evo sta alla sana Filosofia della nostra età, io avessi veduto che la cecità attuale non è che un ritardo naturale ai veri progressi della scienza, io avrei deplorato in segreto la misera nostra condizione, ed avrei commesso al tempo la fiducia di un aspettato progresso; ma fatalmente veggo essere stata innalzata una barriera fatale, o, a dir meglio, essersi fabbricate catene colle quali si tengono avvinchiati gl'ingegni, e si toglie loro la luce intellettuale. E per non divergere dal particolare dico e sostengo, nulla esservi di più mal inteso, quanto un calcolo dirò così *smarginato*, quale sempre usar si suole dai matematici. Egli è lo stesso che volersi giovare delle tenebre immense per *punto di appoggio*, nel mentre che la natura reclama imperiosamente il contrario. Nel calcolo dell'*esteso* occorre sempre avere un *margine definito:* negl' *incommensurabili* per condensare; nei *commensurabili* per ampliare. Se negl'incommensurabili incominciate con *estremità*, la natura vi sospinge violentemente a fabbricar questo margine: senza di lui è assolutamente impossibile ogni algoritmo. Le quantità sussidiarie, chiamate in ajuto anche dagl'intemperanti infinitesimalisti, sono una involontaria ubbidienza a questa legge.

§ 140. Dell'incremento discreto. Cenno su di un incremento arcano.

Sopra ho parlato della successione delle forme del simplo e duplo considerato ne' suoi grandi incrementi. Ciò appartiene appunto all'addizione fatta per gnomoni, coi quali si duplica la prima grandezza assunta.

Eccone un esempio. Mirate la fig. X. tav. II. Ivi vedete il simplo sotto figura d'un quadrato compreso sotto le linee FG, GD, DE, EF. Ivi pure vedete il duplo sotto figura di quadrilungo compreso dalle quattro linee estreme. Il simplo è $= 4900$; il duplo è $= 9800$. Ma il duplo di 9800 è 19600, quadrato di 140. Abbiamo qui dunque un quadrato aritmetico che può essere rappresentato geometricamente. Questo quadrato aritmetico è duplo d'un rettangolo e quadruplo d'un altro quadrato. Ora si domanda quali ne saranno gl'intervalli. Facile è la risposta. La linea $AC = 100$. Dunque aggiunta un'altra linea $= 40$, si avrà una delle distanze dall'un duplo all'altro duplo. Parimente la linea $GD = 98$. Aggiunta dunque una linea $= 42$, si avrà l'altra distanza. Dunque 40 dall'alto al basso, e 42 trasversalmente saranno i gradi di distanza fra l'ultimo rettangolo ed i lati di questo quadrato di 140. Dunque lo spigolare sarà un rettangolo di 1680, eguale al centrale FLMQ. Così fra il duplo ed il quadruplo havvi un gnomone, il quale sarà eguale all'area del quadrilungo duplicante, e le di cui proporzioni intime, siano lineari, siano superficiali, vengono determinate colla maggiore facilità.

All'addizione discreta appartiene questo esempio, e nell'addizione discreta si vede la vicendevole forma di quadrato e di quadrilungo, colla quale le grandezze si succedono. Qui si fabbrica un importante addentellato per le composizioni medie. Ma per porlo in evidenza sono obbligato di esporre prima un'altra operazione, della quale ignoro se esista alcun esempio, ed il relativo modello. Essa è universale per l'algoritmo della duplicazione, e ci rivela un'arcana possanza algoritmica. Essa pare formata per dar vita a chi non l'ha, e a portar giustezza a chi n'era privo. Essa supplisce al metodo di *assimilazione* nella duplicazione, ed anzi lo inchiude nel suo seno, e lo pone in opera senza che noi stessi ce ne avveggiamo.

I.

Costruzione dell'approssimatore di equazione. Legge d'incremento che ne risulta. Differenza dell'unità nei discreti.

Per intendere tutto questo fissate l'attenzione sulla fig. XII. della tav. II. Ivi vedete il quadrilungo $aqnp$. In questo si distinguono due parti: la prima è il quadrato $arkp$, le parti del quale sono segnate con lettere majuscole latine; la seconda si è il quadrilungo $rknq$, le parti del quale sono segnate con lettere majuscole greche. Considerando la prima parte, voi vedete ch'egli vien diviso in modo da contenere nove *quadrati perfetti minori* (e questi sono A, C, E, L, N, P, X, Z, B'), e

quattro *quadrati* pure *perfetti maggiori* (e questi sono G, I, R, T). Oltre a ciò, egli contiene dodici *complementi* (e questi sono B, D, F, H, K, M, O, Q, S, V, Y, A′). Quanto poi alla seconda sua parte, cioè al quadrilungo posto a' piedi, voi vedete esser egli composto di tre *quadrati minori*, di due *quadrati maggiori*, e di cinque *complementi.*

Se voi domandate da quali indicazioni io sia stato condotto a costruire questa figura, io potrei indicarne parecchie tutte cospiranti. Scelgo la più semplice, e la prima che si presenta nella tavola posometrica. Questa è il binomio *pártito* del quadrato di 5. Consultate il § 134, pag. 1359. Ivi vedete il numero 5 formare la prima ipotenusa nella serie dei quadrati ivi contemplati. Fate ora la seguente costruzione:

A 4	C 6
C 6	B 9

10 15

D 25

Che cosa vedete voi qui? Voi in prima vedete che i due estremi danno il binomio diquadrato di 13, il quale co' suoi complementi dà il quadrato numerico 25. Questo binomio sommato 13 sta fra il quadrato di 3 ed il quadrato di 4. Esso non comparisce nella tavola posometrica; ma ciò non ostante non lascia di esistere. Ora raccogliete i numeri superficiali di questo schema: voi avrete il numero delle parti componenti il quadrato della detta fig. XII. Voi avrete: 1.° il 9 consacrato ai quadrati minori; 2.° il 4 consacrato ai quadrati maggiori; 3.° il 6 + 6, cioè 12, consacrato ai complementi.

Raccogliete ora i numeri radicali 2, 3, 5; e voi avrete i numeri delle parti del sottoposto quadrilungo, e così avrete: 1.° il 2 consacrato ai due quadrati maggiori; 2.° il 3 consacrato ai tre quadrati minori; 3.° il 5 consacrato ai complementi.

Sommando adunque le parti di tutto il rettangolo, avete 12 quadrati minori, 6 maggiori, e 17 complementi: in tutto 35 parti in genere. Questa somma divisa in 25 e in 10 (che forma due parti di ragione di 5:2), e indi suddivisa ogni parte come sopra, non offre in ogni suo membro che altrettanti *moltiplicatori* di estremi e di medii, astrazion fatta dal rispettivo valore concreto di questi estremi e di questi medii. Questo modello adunque si può considerare come una FORMOLA FIGURATA.

A primo aspetto questa formola non è che binaria; ma considerandola nel successivo suo sviluppo, non comparisce tale che pei periodi materiali delle operazioni. Essa allora è così binaria come la pila voltiana nella Fisica, o come una spirale in Geometria (1). Ora passo a sperimentarne l'*effetto*, ed a mostrare l'*uso* di questo modello. Incomincio dal tipo stesso di sopra recato, dal quale si può ricavarlo.

Sia in primo luogo preso il grande quadrato $arkp$ segnato colle majuscole latine. Ogni quadrato minore sia valutato 4. Avremo i nove minori . . . . = 36

Ogni quadrato maggiore è valutato 9. Avremo i quadrati maggiori . . . . = 36

Somma dei valori . . . . = 72

I complementi essendo dodici, ed ognuno avendo per valore 6, sarà la somma di tutti . . . . = 72

Somma di tutto il quadrato $arkp$ . . . . $= 144\sqrt{}12$

È manifesto che prendendo le radici lineari $2+3+2+3+2$, avremo 12; il quale, moltiplicato per sè stesso, dà per prodotto 144. Qui, come ognun vede, havvi una perfetta eguaglianza in tutto. La somma dei valori di minori estremi uniti è qui eguale alla somma dei maggiori estremi uniti. La somma poi dei maggiori e minori estremi uniti è uguale alla somma dei dodici complementi.

Procediamo oltre. Nel quadrilungo posto a' piedi, e segnato colle lettere $rqnk$, veggiamo i tre quadrati minori Π Φ Ω di 4. Somma = 12

Veggiamo pure i due maggiori Δ Δ = 9. Somma . . . . . = 18

Somma . . . . = 30

Veggiamo i cinque complementi segnati Γ Θ Ξ Σ Ψ di 6.

Somma . . . . = 30

Totale . . . . = 60

---

(1) Questa formola figurata può avere un'altra origine; e questa può essere tratta dalla fine del primo periodo della tavola posometrica, come ora fu tratta dal principio di questo periodo. La fine di questo periodo è segnata col 50. Ora fate un circolo, il di cui diametro sia diviso in 50 parti, come nella fig. VI. tav. I. Ivi l'ascissa dd' dista dal raggio CO di 7; ciò che fa ch'essa sia di 24. Il binomio che ne nasce è tutto razionale, perchè si ha il primo cateto = 30, il secondo = 40, ec. ec. Ora aumentate da una parte e

Ciò consta anche altrimenti; perchè essendo la linea $rq = 5$, e la linea qn essendo $= 12$, se moltiplichiamo 12 per 5, abbiamo 60.

Ottenuti questi valori, costruite sull'altro lato pk dello stesso quadrato il rettangolo $polk$ eguale al precedente, ed unitevi il quadrato $klmn$ costruito sul lato $kn = 5$: avremo $60 + 60 + 25 = 145$. Ma il primo quadrato $apkr$ era eguale a 144. Dunque tutto il quadrato sarà di 289, radice 17; ma diviso nella maniera la meno disuguale *possibile*, poichè fra le due parti 144 e 145 non v'è che l'unità di differenza nata dalla divisione dispari della radice.

Qui il gnomone che circonda il quadrato lo supera di $\frac{1}{144}$. Veggiamo che cosa nasca in seguito.

II.

Alternazione di questa differenza di unità nei discreti.

Dal braccio $polk$, come pure dall'altro braccio $rknq$ detraggasi il quadrato spigolare $klmn$: avremo $60 - 25 = 35$ per parte, e così 70. A questi aggiungasi 25: avremo 95. Questo gnomone sia immesso nel primo quadrato $apkr$ $(= 144)$: avremo per residuo $49 \sqrt{7}$. Diffatti se da una linea di 12 ne detraete un'altra di 5, ne resterà una di 7.

Ciò fatto, tornate da capo, e fingete il minor quadrato $A = 25$; il maggiore $G = 49$: avrete il complemento $B = 35$, e l'altro complemento $F = 35$. Fate tutte le operazioni come sopra, e voi avrete il quadrato $apkr = 841 \sqrt{29}$. Avrete poi tutto il gnomone $= 840$. Somma $1681 \sqrt{41}$.

Che cosa devesi osservar qui? Eccolo.

1.° Che anche qui le due parti sono avvicinate al massimo segno possibile, talchè, più e meno l'*uno*, abbiamo sempre una perfetta duplicazione.

2.° Che nella prima versione il quadrato essendo di 144, ed il gnomone di 145, questo eccedeva quello di un'unità elementare. Per lo contrario nella seconda versione il quadrato eccede, e il gnomone manca di questa unità.

Da ciò nasce la ricerca, se questa mancanza prosegua, o sia puramente alternativa. Quando non abbiate di mira altro intento, fate la terza

---

dall'altra il diametro di un'unità: lo avrete di 52. Descrivete un circolo concentrico col raggio 26: allora potete fare scorrere l'ascissa dd' verso l'estremità A. Essa si ritirerà tre passi indietro, e lascierà un intervallo di 10 gradi fra il centro O e lei. Verticalmente poi lascierà un intervallo di due gradi. Unite l'altra lista che nasce a' piedi della figura: avrete un quadrilungo, i cui lati minori saranno di 4, ed i maggiori di 10. Detraete il quadrato della testa, e voi avrete allora le stesse dimensioni.

costruzione. In essa avrete i quadrati A, C, E, ognuno di 144, di radice 12; avrete i complementi B, D, ognuno di 204, perocchè saranno il prodotto di 12 moltiplicato per 17. Tutta la linea dunque $ap = 70$; e però il quadrato $apkr = 4900$. Ciò posto, ogni braccio del gnomone essendo $= 29 \times 70$, ed aggiungendovi lo spigolare di 29×29, avremo per risultato 4901; e però il gnomone cresce di una unità. La legge dunque dell'aumento e del decremento dell'unità superficiale è alternativa.

Qui vi prego di far attenzione ai nomi delle radici che si succedono le une alle altre: tali sono quelli di 29, 41, 70, 99, ec. Questi sono nomi *tecnici* che qui sono convertiti in *lineari*, ma che nella teoria della duplicazione giuocano sempre. A questi sono subalterni o particolari il 12, 17, ec.

III.

Azione recondita dell'approssimatore nella duplicazione per condurre il valore imperfetto del quadrato dell'eccesso al suo giusto limite.

Quando il modello della fig. XII., cui appelleremo APPROSSIMATORE DI EQUAZIONE, ha lati commensurabili, egli è suscettibile di tutti i ripartimenti che occorrono; ed io, se ne avessi il campo, ne offrirei uno utilissimo per il calcolo. Ma qui non offro verun trattato particolare matematico, ma solamente esempii del metodo da me proposto. Non posso tacere ciò nonostante un ufficio particolare dell'approssimatore; e questo si è di far crescere il valore del quadrato spigolare nel valutare il simplo immesso nel duplo, come esige la verità, malgrado che noi lo poniamo difettoso. Per intendere tutto questo ci convien ricordare lo sperimento sopra fatto, esaminando le ascisse del quadrato di 14. Ci rammenteremo che noi non conoscevamo fuorchè il valore dei lati trasversali, e non quello dei verticali. Anzi la Geometria ci diceva che questi due lati erano più lunghi, senza dirci di quanto. Dovemmo dunque supplire coll'industria, e giustificare la nostra valutazione. Questa fatica ci viene risparmiata coll'uso dell'approssimatore. Eccone la prova. Fu osservato, esaminando la fig. XIV. tav. II., che il quadrato sopra C G era $= 96$, e che quello sopra D H era $= 192$; che la distanza fra E ed F era di 4, e però il rispettivo quadrato era $= 16$. In conseguenza, considerando la cosa in una guisa monogrammatica, noi avevamo una valutazione difettosa. Da ciò passando alla fig. XV., ne nacque l'osservazione che A C doveva essere maggiore di C E. Vero è che in progresso riducendo le cose a forma *digrammatica*, abbiamo aumentato il valore di tutto il rettangolo A C E D; ma può occorrere il dubbio se questo sia il solo, e se

serva anche pel trattamento *monogrammatico*, benchè non naturale a questa specie di quantità.

Ora l'approssimatore nostro, posto anche il valore difettivo, conduce gradualmente lo spigolare al suo giusto valore, e lo spinge fin dove in ogni evoluzione deve arrivare. Per convincerci di tutto questo riduciamo i detti valori ai minimi loro termini. Noi abbiamo il seguente schema:

$$\begin{array}{cc} A & C \\ 16 & 40 \\ \multicolumn{2}{c}{\times} \\ C\,40 & 96\,B \\ \hline 56 & 136 \\ \multicolumn{2}{c}{\underbrace{\qquad\qquad}} \\ \multicolumn{2}{c}{192} \end{array}$$

Dividiamo fino all' ultimo. Avremo A = 2 : B = 12 : C = 5.

Da 5 detratto 2, avremo C = 3. Immesso il gnomone $\overset{A}{2}+\overset{C}{3}+\overset{C}{3}=8$ in $\overset{B}{12}$, rimarrà il 4. Ora distribuiamo questi valori nell' approssimatore, fig. XII. tav. II. Avremo 9 A, 4 B, 12 C, vale a dire 18, 16, 36: somma = 70. E però mirando la fig. XII. tav. II., avremo in prima il minore quadrato $aehi$, in cui il quadrato $abdc = 2$. Il quadrato $dhfg = 4$. Ogni complemento poi = 3, ed amendue 6. Qui dunque tutto il detto quadrato $aehi$ sarà = 12. E la somma dei due medii sarà eguale alla somma degli estremi, meno uno. Avremo poi tutto il grande quadrato $arkp = 70$.

Ora passando alla parte di sotto $rqnk$, avremo 3 A, 2 B, 5 C; cioè 6, 8, 15: somma 29. Ora duplicandola come sopra, e aggiungendo lo spigolare, avremo B B = 29, A A = 12, e l'altro braccio $krqn = 29$. Somma del gnomone = 70. Qui dunque il gnomone pareggia il quadrato contornato. Ma qui 12 non sta a 70 :: 1 : 6, ma bensì :: 6 : 35. Qui dunque lo spigolare è cresciuto, e si avvicina al suo giusto valore. Anzi debbo dire, che questo rapporto di 6 : 35 forma uno dei limiti di *unificazione* distinto dai limiti di *esclusione*.

12	29
29	70
41	99

$$\underbrace{41 \qquad 99}_{140}$$

Ora fatta questa prima versione, passiamo alla seconda. Dai complementi 29 detratto 12, avremo da ogni parte 17. Fatto il gnomone $= 17 + 17 + 12 = 46$, e detratto da 70, rimarrà 24; ond'ecco lo schema:

Questo schema ci somministrerà gli elementi di una seconda versione. Torniamo alla fig. XII. tav. II. $A = 12$, $G = 24$, $B = 17$, $F = 17$. Dunque $aihe = 70$.

$9\,A = 108$
$4\,G = 96$
Somma $= 204$
$12\,B = 204$
Somma totale 408

Dunque $arkp = 408$. Questo valore è esattamente quello che risultò dal processo di *assimilazione*.

Passiamo al sottoposto quadrilungo $rqnk$.

$3\,A = 36$
$2\,G = 48$
Somma $= 84$
$5\,B = 85$
Somma totale 169

Dunque $rnqk = 169$, quadrato di 13, esattamente come in addietro.

Duplicandolo come abbiamo fatto prima, e aggiunto A A, avremo $169 + 70 + 169 = 408$. Ecco dunque di nuovo duplicato il quadrato esattamente.

Ma in questa versione il 70 a 408 si trova in un rapporto più vicino di quello di 6 : 35, ossia di 12 : 70. Lo spigolare dunque ha ampliato la sua superficie.

Per concepire un'idea positiva del *fatto* di questi incrementi con-

viene riportarsi di nuovo alla fig. XI. tav. I. Ivi concentrando l'attenzione sopra la differenza $RO = \frac{1}{6}$ dell'ipotenusa, convien pensare che prima fu da noi assunto come sta e distribuito sulle braccia dei gnomoni; talchè ci mancò il valore del quadratino superiore TC, e quindi il quadrato MC. Ma colle conversioni da noi fatte fu comunicato ad $\overset{-q}{RO}$ il valore capace a passare dallo stato di $\overset{-q}{MT}$ allo stato di $\overset{-q}{MC}$; ma $\overset{-q}{CT}$, nel più stretto senso, fu sinora veduto essere $= \frac{1}{34}$ di $\overset{-q}{MT}$, ossia di $\overset{-q}{RO}$, e ad $\frac{1}{35}$ di $\overset{-q}{MC}$. Questi sembrano i due ESTREMI DI UNIFICAZIONE del minimo; imperocchè più di $\frac{1}{34}$ non sembra potersi accrescere, ed oltre $\frac{1}{35}$ si passa ad altro stato.

Havvi certamente una gradazione intermedia fra $\frac{1}{34}$ e $\frac{1}{35}$, come ne abbiamo sopra recato un esempio in nota, e però avvi un MEDIO fra questi estremi; ma pare che gli estremi suddetti non si possano sorpassare. La serie alternata ci darà un lume ulteriore. Si noti bene, che qui io parlo del minimo elementare, e non del quadrato delle differenze; perocchè esistono tre grandezze distintissime, le quali concorrono in una sola opera unificata.

Il fin qui detto serva di saggio della virtù arcana dell'approssimatore di equazione nel processo di *duplicazione*, nel quale sta l'alfa e l'omega del calcolo iniziativo. Qui l'industria e l'accorgimento dell'uomo non opera direttamente la giustezza successiva della valutazione, ma essa viene effettuata da una compotenza intrinseca.

Dato dunque qualunque valore al binomio del simplo e duplo primitivo, e data anche l'impossibilità di estrarre allora il minimo spigolare, abbiamo sempre il mezzo posteriore per riuscire. Vengo ora al secondo grado dell'assimilazione, non per dare un trattato matematico, ma per mostrare un esempio di metodo.

§ 141. Del secondo grado di assimilazione.

Fin qui abbiamo versato sulla serie delle proporzioni così dette *continue* o *contigue*, delle quali abbiamo dato un primo ramo nelle tavole A e B. Ora conviene vedere se, oltre a questo primo grado, si possa spingere il calcolo *iniziativo* adatto al primitivo insegnamento. Io parlo sempre degli *irrazionali* e dei *continui*, ai quali credo doversi adattare il metodo di *assimilazione*, onde creare un corpo di Geometria algoritmica. Fu osservato che le figure piane, rettilinee e fondamentali, specialmente ad uso dei solidi regolari, sono il triangolo equilatero, il qua-

drato ed il pentagono. Per valutare analiticamente ed in una maniera connessa specialmente il pentagono, non basta il primo grado suddetto, ma richiedesi anche il secondo. Io mi spiego.

Spiegate la tav. I., e fissate l'attenzione sulla fig. V. Ivi vedete in primo luogo i due cateti Ad, dB, e vedete in secondo luogo gli altri due cateti A c, cB. Si tratta, fra le altre cose, di trovare il valore dell'area dei rispettivi triangoli rettangoli inchiusi fra i cateti e l'ipotenusa, e quindi gli elementi delle operazioni di sopra già fatte.

Incominciamo dal primo.

$Ad' = 4$: dunque $\overline{Ad'}^{q} = 16$. Inoltre $d'B = 6$: dunque $\overline{d'B}^{q} = 36$.
$Ad' \times d'B = 24$: dunque $\overline{dd'}^{q} = 24$.

$$\left.\begin{array}{l} \overline{Ad'}^{q} + \overline{dd'}^{q} = 40 : \text{dunque } \overline{dA}^{q} = 40 \\ \overline{d'B}^{q} + \overline{dd'}^{q} = 60 : \text{dunque } \overline{dB}^{q} = 60 \end{array}\right\}$$

$$\text{Somma } 100 = \overline{AB}^{q}.$$

Dunque $\overline{Ad}^{q} : \overline{dB}^{q} :: 4 : 6 :: 2 : 3$, ossia come la radice di $\overline{Ad'}^{q}$ alla radice di $\overline{Bd'}^{q}$: (1). Abbiamo veduto e sappiamo che $\overline{dd'}^{q} = 24$, e che $\overline{OC}^{q} = 25$. Il quadrato dunque della mezza proporzionale a quello del raggio sta come 24 : 25.

Fingiamo ora una costruzione separata e propria di questa figura, e supponiamola fatta nella figura XI. della stessa tavola. Ivi $\overline{MR}^{q} = 24$, ed $\overline{OC}^{q} = 25$; $\overline{RO}^{q} = 1$. Cumuliamo e quadruplichiamo: $24 + 25 = 49$: $49 \times 4 = 196 \surd 14$. Dunque 196 sarà il valore di $\overline{RO}^{q}$. Ora moltiplicate le due medie per 196 : avremo $\overline{CO}^{q} = 4900 \surd 70$; ed avremo $\overline{MR}^{q} = 4704$. Da 196 detraete 2, e poi dividete: avremo $97 + 97 + 2$. Dunque avremo $\overline{TC}^{q} = 2$, $\overline{MC}^{q} = 198$, e l'area $AMB = 4704 + 97 = 4801$.

Proseguiamo questa valutazione, perchè la proporzione di 2 : 3 è appunto quella del secondo e maggior termine del binomio del simplo e

(1) La proposizione che i quadrati dei cateti stanno fra loro come i segmenti della sottoposta ipotenusa, è una delle più notorie in Geometria. Questa serve per fare tutte le costruzioni isolate delle proporzioni valutabili col metodo di *assimilazione*.

duplo all' ipotenusa, ossia al triplo. Questa entrando nella valutazione complessiva del simplo, duplo e triplo riuniti, obbliga necessariamente a coordinare i valori in una maniera *compotenziale* e comune, e quindi ad elevare i valori delle altre parti, ed a mantenerli ad un dato livello. Indipendentemente dal pregio intrinseco del teorema, io faccio osservare che senza la coordinazione dei valori riesce impossibile la vera e compiuta valutazione dei grandi composti matematici. Colla coordinazione dunque preparasi la possibilità di questa *comune e piena valutazione.* Nella gramatica dunque matematica la coordinazione suddetta co' suoi accessorii tiene luogo della *costruzione della sintassi;* e la successiva *analisi* del composto tien luogo del *discorso.* Se si trattasse del solo metodo di *assimilazione* di secondo grado, avrei ommesso di analizzare la proporzione contigua di 2 : 3, sì perchè ne ho già indicato il metodo, e sì perchè io non ho in mira di mostrare teoremi, ma d' indicare i fondamenti dell' insegnamento primitivo.

Riassumendo il filo della dimostrazione, e volendo esprimere il rapporto del quadrato della mezza proporzionale al quadrato del raggio ripartito con superficie valutate per estrema e media ragione, noi otteniamo lo schema seguente:

2	97
97	4704

99 4801

4900

Ottenuto questo schema, noi abbiamo in mano tutto quello che fa di bisogno per istabilire i valori del binomio incrociato, e passare alle successive operazioni. Per eseguire tutto questo torniamo alla fig. XI. tav. I. Moltiplicando tutto per 196, avremo:

$$\overline{AM}^q = 7840$$

$$\overline{MB}^q = 11760.$$

Somma $\overline{19600} = \overline{AB}^q = 140 \times 140.$

Qui tantosto osserviamo, che se prima avevamo diviso ogni grado decimale della figura V. o VI. o XVIII. in sette minuti, ora viene suddiviso in 14, che si potrebbero chiamare *minuti secondi.*

Proseguiamo. $\overline{RO}^{q} = 196 \surd 14$; $\overline{MT}^{q} = 196$; $\overline{CT}^{q} = 2$. Dunque $\overline{MC}^{q} = 198 = 99 \times 2$. $\overline{CD}^{q} = 19600$, perchè uguale ad $\overline{AB}^{q}$. Detratto dunque $\overline{MC}^{q} = 198$, ne seguirà che $\overline{MD}^{q}$ sarà $= 19402$. Ma se da $\overline{MD}^{q}$ venga detratto $\overline{MT}^{q} = 196$, ne verrà che $\overline{TD}^{q}$ sarà eguale a 19206.

Passiamo ora a far sortire i tre termini massimi.

$\overline{AM}^{q} = 3920$; $\overline{MB}^{q} = 5880$. Somma dei due membri $= 9800$.

$\underset{2}{\underline{\qquad}}$ $\underset{2}{\underline{\qquad}}$

$AMB = 4801$. Duplicandolo $= 9602$.

$$\begin{array}{cc} A & C \\ 3920 & 4801 \\ C & \times \quad B \\ 4801 & 5880 \\ \hline 8721 & 10{,}681 \\ \multicolumn{2}{c}{\underbrace{\qquad\qquad\qquad}} \\ \multicolumn{2}{c}{19402} \end{array}$$

Or ecco i tre massimi:

I.° $19600 = \overline{CD}^{q}$

Differenza 198

II.° $19402 = \overline{MD}^{q}$

Differenza 196

III.° $19206 = \overline{TD}^{q}$

Somma 394

I.

Valutazione preliminare della ragione di quattro a sei, ossia del duplo al triplo.

Fissati i tre termini, prendiamo quel di mezzo, per valutare l'eccesso del triplo sul duplo. Per ottenere questa valutazione prevaliamoci della sottrazione. Qui si piglia il primo membro (A), più la lista differenziale già valutata. In conseguenza avremo $3920 + 198 = 4118$. Sottraendo questa somma dal triplo $= 5880$ (B), rimarranno 1762. Dividendo questo residuo per metà, avremo 881. Fingendo adunque che il quadrato del duplo sia stato immesso in quello del triplo (come nella

fig. IX. tav. I.), avremo il quadrato del duplo EIHC = 3920. Il quadrato GBFI dell'eccesso = 198. E finalmente ogni complemento = 881.

Sommando ora 3920 con 881, avremo 4801 eguale appunto all'area del triangolo rettangolo inscritto.

Ora moltiplicate estremi e medii: avrete la stessa somma, più 1. Passiamo ora alla sottrazione gammata: avrete in fine

198	89
89	40

Fate la seconda: avrete in ultimo

A C
40 49
C X B
49 60
89 109
198
D

Che cosa vi dice questo risultato?

I. Che 40 (A) e 60 (B) sono appunto i primi termini medii della proporzione posta, e tali e quali appariscono senza verun apparecchio nella fig. V. tav. I.

II. Che questi due termini posti in forma di binomio pàrtito co' suoi complementi vanno a costituire il minor membro del binomio incrociato, come sarebbe nella fig. XI. tav. I. il quadrato della linea MC, nell'atto pure che tutto il diametro AB fu reso di 140 gradi.

III. Dunque duplicando il diametro AB, fig. V., = 70, si ottiene l'equazione del duplo e triplo, o di 4 : 6.

IV. Che moltiplicando gli estremi e medii monogrammati, se abbiamo fra i prodotti la differenza 1, noi possiamo toglierla senza perder nulla; e fatto 49 — 1 = 48, 49 + 1 = 50, possiamo indi passare alla *costruzione razionale* digrammatica secondo il seguente schema:

C 50	A 40	$\sqrt{5}$	$\sqrt{11}$
B 60	D 48	$\sqrt{6}$	L
$\sqrt{10}$	$\sqrt{8}$		
I	H		
S	18		

V. Che nel quadrato dell'eccesso del triplo sul duplo sta la *preformazione organica*, anzi il germe compiuto delle due proporzioni già valutate in grande, poichè A : B : : 2 : 3. Più si offre il binomio pàrtito di queste due ragioni in forma di estremi e medii. Ma supponendo che la valutazione non fosse stata giusta, sarebbe mai stato possibile che in ultimo ne risultasse il residuo *similare* qui ottenuto? Questo residuo similare non ci svela forse la legge arcana di quella *compotenza* che investe un *tutto* unificato? Non è forse questo un aspetto di quell'*implicito*, del quale ho ragionato nel Discorso terzo? Quest' implicito non forma forse il verbo essenziale, i dettami del quale costituiscono la sapienza matematica? L' ultima sentenza di questo verbo (il quale nel differenziale, ossia nel quadrato dell'eccesso d'una proporzione sull'altra, ci svela i *rapporti complessivi* identici del gran *tutto* prima impostato) non rende forse una nuova testimonianza, la quale conferma la giustizia delle nostre operazioni, e sanziona ripetutamente il nostro algoritmo?

VI. Ottenuti questi germi organici, ognuno vede ch'essi divengono altrettanti *moduli* per ordire una seconda forma di Geometria (che dir si potrebbe *di estratto* o *derivata*), la sola adatta per interpretare le opere della natura e giovare a quelle delle arti. Questi moduli formano propriamente altrettanti *luoghi geometrici* nella scienza della quantità estesa escogitabile; e la teoria sfumata delle coordinate viene rimpiazzata da grandezze compotenziali che passarono pel crociuolo. Di questa seconda Geometria dirò qualche cosa più sotto. Qui passar mi conviene a mostrare alcuni esempii di un' assimilazione di *secondo grado*, dopo che ho esaminato quello del *primo*, e più vicino a lui. Dopo l'*unità radicale* conviene studiare la *pluralità*.

II.

Esempio d'una valutazione di secondo grado nella valutazione della proporzione di tre a sette.

Ritorno alla tav. I. fig. V. Abbiamo già fatto notare i due cateti Ac e cD. Secondo la costruzione della figura, il diametro AB viene diviso in modo che $Ac' = 3$, ed il segmento $c'B = 7$. Dunque $\overline{Ac}^{q} : \overline{cB}^{q} ::$ $3 : 7$. Oltre a ciò, $3 \times 7 = 21$. Dunque $cc' = 21$.

Ma $\overline{ac'}^{q} = 9$. Dunque $\overline{Ac}^{q}$ . . . . $= 30$

Parimente $\overline{cB}^{q} = 49$. Dunque $\overline{cB}^{q}$ . . . . . . $= 70$

Somma $= 100 = \overline{AB}^{q}$.

Ma $30 : 70 :: 3 : 7$. Dunque si conferma la già notata proporzione. Inoltre è per sè evidente che $\overline{c'O}^{q} = 4$, perchè $\overline{c'O}^{l} = 2$.

Ora passiamo alle valutazioni seconde, previa l'assimilazione dei due mezzi termini, e formiamo i due binomii incrociati. Trasportiamoci alla fig. XI. $\overline{MR}^{q} = 21$; $\overline{OC}^{q} = 25$. Somma $= 46$; $46 \times 4 = 184$. Moltiplichiamo: avremo $21 \times 184 = \overset{A}{3864} = \overline{MR}^{q}$; avremo $25 \times 184 = \overset{B}{4600}$. Detratto A da B, resterà $\overset{c}{736} = \overline{RO}^{q}$. Questo è appunto eguale a 46×4, come deve essere.

Ora conviene fissare il valore del minimo $\overline{TC}^{q}$. Come procediamo noi? — Pigliate il primo valore nativo di $\overline{RO}^{q}$. Esso è di 4. Moltiplicatelo per sè stesso: avrete 16. Duplicate questo prodotto: avrete 32, quinta potenza di 2. Dico che questa quinta potenza sarà eguale a $\overline{CT}^{q}$; e però che $\overline{MC}^{q}$ sarà $= 768$. Diffatti $\overline{MT}^{q} = 736$; $\overline{CT}^{q} = 32$.

Prova: $736 - 32 = 704 \mid \frac{704}{2} = 352$. Dunque, poste le parti in isquadra, avremo

$$\begin{array}{cc} A & C \\ 32 & 352 \\ C & B \\ 352 & 3864 \\ \hline 384 & 4216 \\ \multicolumn{2}{c}{\underbrace{\qquad\qquad}} \\ \multicolumn{2}{c}{4600} \end{array}$$

Moltiplicate estremi e medii, e considerate la differenza fra i prodotti. Se voi avrete per differenza il quadrato della metà del minore estremo, e così nel caso nostro avrete 256, quadrato di 16, eguale alla metà di A, la legge sarà soddisfatta. In caso contrario il calcolo non è giusto. Ma ciò appunto avviene nel caso nostro. Dunque la regola non è fallace.

III.

Osservazione sulla prova per moltiplica di estremi e medii.
Essa è di confronto, ma non di stato.

E qui conviene ricordare, che nel calcolo fra i quadrati delle due medie proporzionali, fatto col metodo di assimilazione entro i suoi limiti rigorosi compatti, la differenza che nasce fra i prodotti della moltiplicazione degli estremi e medii deve somministrare il quadrato della metà del minimo spigolare costituente appunto il primo estremo. Mirate nella fig. XIV. tav. I. il quadrato *q l r s*, e ritenete per regola generale che la metà del valore nominale di questo quadratino deve formare la *radice aritmetica* di quel quadrato perfetto che risulterà fra i prodotti di questo spigolare, moltiplicato coll'interno quadrato *f r n d*, e delle braccia dei gnomoni fra di loro. Così allorchè trattammo il simplo e duplo, avendo ottenuto lo spigolare minimo = 2, la suddetta differenza risultò di 1, e durò in perpetuo.

A questa occasione, anche prescindendo dalla considerazione che qui trattiamo *circolarmente* vere quantità *elittiche* solo per *comodo* nostro, fo osservare che, parlando aritmeticamente, la prova della *moltiplica* per estremi e medii non è che *prova di confronto*, ma non PROVA DI STATO. La prova di stato è quella che risulta dalla identità della SOMMA dei valori secondi colla somma dei valori primi impostati; e questa prova sta per noi, come si è dimostrato, colla duplicazione della radice dell'estremo maggiore fatta col soccorso del ripartitore. Diffatti la differenza fra i prodotti della moltiplicazione degli estremi e dei medii altro non offre che il quadrato della DISTANZA MEDIA dall'eguaglianza. Ecco un esempio. Sia 28 diviso prima in due parti eguali, ed indi in due parti disuguali, colla differenza di due (dalla quale non possiamo prescindere, ponendo i termini in un circolo): avremo $\begin{matrix} 13 & & 14 \\ & \times & \\ 14 & & 15 \end{matrix}$. Moltiplicate estremi e medii fra di loro. Da una parte avrete 195, e dall'altra 196, differenza 1, la quale è il quadrato della media distanza suddetta.

IV.

Dei valori dei due binomii incrociati nella detta proporzione di 3 : 7.

Premessi questi schiarimenti, torniamo al nostro esempio.

In conseguenza dei valori sopra stabiliti presentiamo il prospetto valutato dei due binomii incrociati. Incomincio dal primo.

$$\overline{AM}^q (= 30) \times 184 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad = 5520$$

$$\overline{MB}^q (= 70) \times 184 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad = 12880$$

$$\text{Somma} = 18400 = \overline{AB}^q.$$

Passiamo al secondo binomio.

$\overline{CD}^q = 18400$. Detratto $\overline{MC}^q = 768$, resteranno $17632 = \overline{MD}^q$. Ma siccome $\overline{MT}^q = 736$; dunque detratto da $\overline{MD}^q$, resterà $\overline{TD}^q = 16896$.

Veggiamo ora quale sia il valore dell' area del triangolo rettangolo AMB. Da $\overline{RO}^q = 736$ detratti 32, rimangono 704. Diviso questo residuo per metà, abbiamo 352. Aggiungiamo questa metà ad $\overline{MR}^q = 3864$: avremo $AMB = 4216$. Questa costituirà il valore dell'area di detto triangolo, e quindi quello dei medii maggiori. Ciò fatto, formiamo il medio binomio. $\frac{\overline{AM}^q}{2} = 2760$. $\frac{\overline{MB}^q}{2} = 6440$

$$\begin{array}{cc} 2760 & 4216 \\ & \times \\ 4216 & 6440 \\ \hline 6976 & 10656 \\ \multicolumn{2}{c}{\underbrace{\qquad\qquad}} \\ \multicolumn{2}{c}{17632} \end{array}$$

Ora presentiamo le tre moli stabilite.

$$\begin{array}{lll} \text{Prima o impostata} \; . \; . \; . & = 18400 & \\ & & \text{Diff.} = 768 \\ \text{Seconda o media} \; . \; . \; . \; . & = 17632 & \\ & & \text{Diff.} = 736 \\ \text{Terza o minore} \; . \; . \; . & = 16896 & \\ \hline & & \text{Somma} = 1504 \end{array}$$

Prendiamo il medio, e facciamo sortire il gnomone delle due proporzioni 30 e 70. $\overset{A}{2760} + 768 = 3528$. Detratto da $\overset{B}{6440}$, rimangono

2912. Diviso questo residuo per metà, abbiamo 1456. Dunque trasportandoci alla fig. IX. tav. I., avremo $EIHC = 2760$, $GBFI = 768$. Finalmente ogni complemento $= 1456$.

Io tralascio di procedere alle ulteriori sottrazioni in serie del primo grado, perocchè la similarità germinale dell'unità compotenziale non può qui appartenere alla pluralità. Invece io fo osservare, che la differenza fra i prodotti degli estremi e dei medii ristretti ai più angusti termini

$$\begin{matrix} 96 & & 182 \\ & \times & \\ 182 & & 345 \end{matrix}$$

risultar deve in questo secondo grado di 4, per la stessa ragione che nel primo risultò di 1. Ma debbo nello stesso tempo far osservare, che i prodotti stessi si possono suddividere e ridurre alla differenza 1; oltre a ciò, che questa differenza 4 non osta nè punto nè poco nè alla composizione unificata, nè alla riduzione alla forma digrammatica razionale, ma conduce ad essa.

In generale in questo genere di calcolo antiquato e naturale, quando nella moltiplicazione degli estremi e dei medii già costituiti col metodo di assimilazione si ha per differenza un *quadrato perfetto aritmetico*, si ottiene ciò che desiderar si poteva per le composizioni unificate e per le quadrature naturali. Qui poi fo avvertire, che si apre il varco ad una *aritmetica differenziale*, la quale a guisa di corrente fra due masse compatte, ossia fra due moli geometriche proporzionali, può essere generata progressivamente, ed esibire in via di differenza tutta la serie progressiva dei quadrati naturali. L'ottener questo risultato è opera di lungo, squisito e profondo lavoro, del quale qui non mi debbo occupare.

V.

Secondo esempio della valutazione di secondo grado: trovare il quadrato dell'eccesso del quintuplo sul simplo, onde poi servire alla valutazione del pentagono.

Invece per togliere il sospetto che l'assimilazione di *secondo grado*, della quale ho dato qui l'esempio, non sia che *particolare* al già esposto caso, ne produrrò altri due. Il primo deve aprire la strada alle valutazioni risguardanti il *pentagono;* il secondo ad altre combinazioni di più alta indagine.

Trovare il quadrato dell'*eccesso* del *quintuplo* sul *simplo.* Ecco un problema, nel quale occorre l'assimilazione di secondo grado. — Onde giugnere alla soluzione di questo problema conviene fare una costruzione, nella quale il simplo e il quintuplo siano distinti e posti fuori l'uno dell'altro, per poter poi immettere il minore nel maggiore, e indi dedurre ciò che domandiamo. Questo modo è universale per tutti i casi nei

quali in via d'improvvisa ricerca viene proposto di determinare il quadrato di questi eccessi. Ciò posto, ci avveggiamo incontanente che volendo agire con valori i più ristretti possibili, dobbiamo porre le due grandezze continue monogrammatiche in via di due quadrati di cateti, l'uno di potenza quintupla dell'altro. In conseguenza il diametro del circolo dovrà essere diviso in sei parti; e però la stessa divisione che dapprima ci servì per il simplo e duplo (al quale è naturalmente associato l'ottagono), questa divisione, dissi, serve per la valutazione del simplo e quintuplo, dalla quale dipende quella del pentagono e del decagono.

Mirate la fig. XIII. della tav. I. Supponiamo che il diametro AB sia diviso in sei parti. La prima sia $AQ = 1$, e l'altra $QB = 5$. Moltiplicando 5 per 1, avremo $\overline{QL}^q = 5$. Ma siccome $\overline{AQ}^q = 1$: dunque $\overline{AL}^q = 6$.

Fu detto che $QB = 5$: dunque $\overline{QB}^q = 25$. Ma $\overline{QL}^q = 5$: dunque $\overline{LB}^q = 30$. Così se $\overline{AL}^q = 6$, e se $\overline{LB}^q = 30$, avremo la somma di 36 $= \overline{AB}^q$. Diffatti $6 \times 6 = 36$: dunque $\overline{OC}^q = 9$ e $\overline{QO}^q = 4$.

Fu detto che $\overline{QL}^q = 5$, e che $\overline{OC}^q = 9$. Unendo questi due nomi, formano 14. Quadruplicandolo, avremo 56. Con questo moltiplicando $\overline{QL}^q$ ed $\overline{OC}^q$, sarà $\overline{QL}^q = 280$, e $\overline{CO}^q = 504$. La differenza fra entrambi è di 224, pari appunto a 56×4. Posti questi valori, convien distribuire gnomonicamente il valore di $\overline{QO}^q$. Per far ciò io dico: $QO = 2$. Dunque $\overline{QO}^q = 4$. Ora $4 \times 4 = 16$; e $16 \times 2 = 32$. Detratti 32 da 224, rimangono 192. Questi divisi in due parti danno 96. Dunque avremo $\overline{LP}^q = 224$; $\overline{PC}^q = 32$; $\overline{LC}^q = 256$. Ogni braccio del gnomone $= 96$.

Or ecco lo schema:

32	96
96	280
128	376

504

Ridotti i valori ai loro minini termini, e moltiplicati gli estremi e i medii, avremo la differenza di 4, come nell'altro caso, la quale colla di-

visione dei prodotti suddetti può essere ridotta all'unità. Trasportata poi la detta differenza, ci conduce a dare alle moli la loro forma razionale competente.

Ottenuti e verificati questi valori, passiamo a valutare il rimanente, e ritorniamo alla predetta fig. XIII. tav. I. $\overline{AL}^{q} = 6 \times 56 = 336$. $\overline{LB}^{q} = 30 \times 56 = 1680$. Dunque $\overline{AB}^{q} = 2016$, eguale appunto a 36×56. Dunque $\overline{CD}^{q} = 2016$. Ma $\overline{LC}^{q} = 256$. Detraendolo adunque da $\overline{CD}$, resterà $\overline{LD}^{q} = 1760$. Ma dall'altra parte $\overline{LP}^{q} = 224$. Detratto dunque da $\overline{LD}^{q}$, resterà $\overline{PD}^{q} = 1536$.

Valutato così il binomio incrociato, immettiamo il simplo nel quintuplo, come al solito. Per far ciò io dico: $\frac{\overline{AL}^{q}}{2} = 168$, $\frac{\overline{LB}^{q}}{2} = 840$, $168 + 256 = 424$. Detratti da 840, avremo 416. Ma $\frac{416}{2} = 208$. Dunque avremo $\begin{matrix} 256 & & 208 \\ & \times & \\ 208 & & 166 \end{matrix}$. Dunque l'eccesso del quintuplo sul simplo starà infine in questo grado compatto al simplo stesso, come $32 : 21$. I medii poi staranno $:: 26 : 32$ e $:: 26 : 21$. Date la prova colla moltiplicazione, e voi vi accerterete della verità.

Ecco dunque un altro caso, nel quale praticando l'assimilazione di secondo grado, e spingendo il quadrato del minimo, ossia della differenza di secondo grado, alla potenza quinta, si ottiene l'oggetto desiderato.

Con questa valutazione e colle altre simili si preparano i mezzi termini, coi quali si veggono ad un solo tratto tanto le proporzioni principali, quanto le associate, e soprattutto i quadrati degli eccessi cogli esempii allegati. Oltre il triangolo equilatero e il quadrato, potrete valutare anche il pentagono con tutti i suoi annessi e conseguenti.

A questo proposito mi resta di avvertire, che fra le costruzioni geometriche del pentagono, la più semplice, la più facile, la più luminosa, la più feconda, e la più conducente alla valutazione, si è quella di Tolomeo astronomo alessandrino, riportata da Clavio (1). Essa vi dà ad un solo tratto il lato del pentagono e del decagono da inscriversi nello stesso circolo, e v'indica nel medesimo tempo la strada della valutazione finita di lui e de' suoi accessorii. Soggiungendo poi la dimostrazione di Cam-

---

(1) *Euclidis posteriores*, Lib. IX. Lib. XIII. *Theor.* 9. *Proposit.* 9. *Scholium*, pag. 713. Romae, apud Bartholomaeum Grassium, 1589.

pano, riportata dallo stesso Clavio al Teor. XXII. Proposiz. XXXII. pag. 174, colla quale si comprova che gli angoli della stella a cinque punte, fatta dalla prolungazione dei lati del pentagono, riescono eguali a due angoli retti, si può colla costruzione di un gran circolo, fatto col lato intiero, costruire un decagono avente per lato quello del pentagono inscritto nel circolo minore, nell' atto stesso che colla costruzione di Tolomeo si ottengono i lati del decagono nella maniera sopra riportata.

VI.

Terzo esempio di valutazione di secondo grado. Valutazione della proporzione di 13 : 17. Analogia mirabile degli ultimi risultati di sottrazione colla valutazione di primo grado. Ricomparsa del primo termine del binomio impostato come nella proporzione di 2 : 3.

Scelgo ora l' altro esempio. Credo che questo verrà assai apprezzato dai buoni coltivatori della Matematica antica. Sia il diametro A B (fig. XI. tav. I.) diviso in 30 parti. Di questo sieno prese 13 parti, e questa sia il segmento A R. L' altro segmento R B sarà necessariamente di 17 parti. Avremo dunque $\overline{AR}^{q} = 169$, $\overline{RB}^{q} = 289$, $\overline{RM}^{q} = 221$, $\overline{RO}^{q} = 4$. Dunque $\overline{AM}^{q} = 390$, $\overline{MB}^{q} = 510$, $\overline{OC}^{q} = 225$.

Ora passiamo a valutare l' altro binomio incrociato, vale a dire $\overline{CM}^{q}$ ed $\overline{MD}^{q}$. Qui la potenza della media proporzionale M R non disegna un quadrato aritmetico. Convien dunque ricorrere all' assimilazione. Fu detto che $\overline{MR}^{q} = 221$. Aggiungendolo a $\overline{CO}^{q} = 225$, avremo 446. Ma $446 \times 4 = 1784$. Dunque $\overline{RO}^{q} = 7136$. Per la regola fissata il primitivo valore del minimo deve portarsi a 32. Dunque aggiungendolo al valore di estimazione di 7136, avremo 7168. Dunque per le fatte dimostrazioni $\overline{MC}^{q} = 7168$. Questo sarà pure il valore della lista E F Q P. Ora si coordinino, se si vuole, tutte le valutazioni.

Ma qui possiamo abbassare l' espressione, ed ecco in qual modo. Abbiamo detto che $\overline{RO}^{q} = 7136$. Detratto il minimo 32, si divida il residuo in due parti eguali. Avremo 3552, ognuna delle quali segnerà il valore superficiale del rispettivo braccio della squadra che circonda il quadrato della media proporzionale M R. Ora si divida fino al quarto: avremo il valore = 888. Si faccia lo stesso col quadrato spigolare: avremo 8.

Ecco lo schema:

A 8	C 888
C 888	B 98566

D 896   99454 E (1)

F 100,350

Riportandoci quindi alla suddetta fig. XI. tav. I., avremo $\overline{CO}^{q} = 100{,}350$; $\overline{AB}^{q} = 401{,}400$; $\overline{AM}^{q} = 173{,}940$; $\overline{MB}^{q} = 227{,}460$; $\overline{MR}^{q} = 98{,}566$; $\overline{RO}^{q} = 1784$. Avremo pure per l'altro binomio $\overline{MC}^{q} = 1792$; $\overline{MD}^{q} = 399{,}608$; $\overline{TD}^{q} = 397{,}824$.

Premessi questi valori, passiamo ad immettere il minor termine del primo binomio nel maggiore. $\frac{\overline{AM}^{q}}{2} = 86970$, $\frac{\overline{MB}^{q}}{2} = 113730$. Sommata la metà di $\overline{AM}^{q}$ con $\overline{MC}^{q}$, avremo 88,762. Detraendo questa somma dalla detta metà di $\overline{MB}^{q}$, avremo per residuo 24,968. Diviso questo residuo per metà, avremo 12,484. Ecco quindi lo schema:

---

(1) Stendete la tavola dei puri quadrati dispari colla massima della tavola posometrica annessa al Discorso III. (vedi la tav. C): i gnomoni saranno *geminati*, e il quadratino spigolare sarà sempre 4, perchè havvi fra un termine e l'altro la distanza di due. Distribuite le parti di questa serie in tanti rami paralelli, contenente ognuno dodici termini, più il 13 appartenente al quinario, e disposti collo stesso ordine serpeggiante e continuo della tavola posometrica. S'incontrerà nel quadro retto dall'anello 225 $\sqrt{15}$ il primo ramo contenente il quadrato di 221. Questa radice è uguale al nome superficiale primo della mezza proporzionale sopra segnata. Ora la superficie tutta del gnomone geminato, che contorna 48841, quadrato di 221, è appunto 888, che nello schema non occupa che un solo braccio del gnomone. Ma se al quadrato suddetto aggiungete due radici superficiali, avrete un rettangolo di $49283 = 221 \times 223$. Questo sarà esattamente uguale alla metà del quadrato B dello schema. Voi potrete in conseguenza trasformare il quadrato B in complemento del binomio, i due termini del quale siano le radici 221, 223, e viceversa fare la costruzione dello schema.

Oltre a ciò, il quadrato $\sqrt{221}$ ed il quadrato $\sqrt{60}$ formano l'altro quadrato $\sqrt{229}$; talchè qui esiste un nodo massimo, la soluzione del quale guida ad ulteriori preziosissimi risultati.

1792	12484
12484	86970

Ora formiamo il binomio pàrtito, e assoggettiamolo al ripartimento della fig. IV. tav. II.

Il quadrato L A E C sarà . . . . = 86,970

Il quadrato E B M D sarà . . . . = 113,730

Somma $\overset{-q}{\text{A B}}$ . . . . = 200,700

Il complemento C E D G = 99,454; così pure il complemento A N B E = 99,454. Unendo questi due numeri all'antecedente somma, avremo il quadrato L N M G = 399,608, appunto eguale al quadrato del maggior cateto del minor binomio incrociato.

Il quadrato A F D H è uguale alla metà di tutto il grande quadrato suddetto, e però viene valutato a 199,804. Detratto adunque dal quadrato sulla A B = 200,700, rimarranno per residuo 896 = $\overset{-q}{\text{B H}}$. Dunque la di lui metà, ossia il quadrato sulla R N, sarà eguale a 448.

La porzione A N M D è uguale al maggior termine del binomio, più il complemento. Dunque questa porzione sarà 213,184. Detratta dunque la porzione A R S D uguale alla metà di tutto il grande quadrato, rimarrà la lista R N M S = 13,380. La sua metà dunque sarà = 6690. Ma se da questa metà vengano detratti 448, eguale al quadrato della testa della lista, rimangono 6242. Dunque la lista accollata al minor quadrato del binomio sarà = 6242.

Ottenuto questo valore, formiamo un gnomone, nel quale il primo braccio sia = 6242, e dibattiamo dallo stesso il 448. Avremo 5794. Duplichiamolo, ed aggiungiamo il 448. Avremo in tutto 12,036. Dibattiamo questa squadra dal quadrato L A E C, e segniamone il residuo. Di nuovo spingiamo l'operazione fin dove può giungere. Che cosa otterremo?

I. Dopo dodici sottrazioni abbiamo per residuo 390. Ma questo 390 era appunto il nome del quadrato del minor cateto del binomio maggiore anteriore all'assimilazione. Dunque abbiamo qui per via di successiva sottrazione gammata il termine primo del binomio restituito come prima.

II. Questo nome porta per suo estremo di confronto 448, e per complementi due nomi identici di 418. Quanto al 448, sappiamo essere

il quadrato dell' eccesso del termine maggiore sul minore; e quanto al 418, nome d'ogni complemento, si dimostra essere egli appunto il binomio pârtito e completato della ragione del simplo e triplo essenzialmente legato al triangolo equilatero, cui gli antichi ponevano come simbolo della Divinità.

III. Se da 418 dibattete 390, rimangono 28. Ripetete il 28, unitelo a 390: avrete 446. Dibatteteli da 448: rimarranno 2.

Ecco lo schema:

2	28
——	——
28	390
30	418

448

Pieno d'infinito senso e di somma importanza si è questo schema; perocchè dall' impero della *pluralità* si passa sotto quello della *singolarità*, e però si accenna un importante passaggio teoretico, che vedesi appartenere allo sviluppo delle ragioni di 13 a 17, la somma delle quali è il 30.

IV. Preso il binomio pârtito del simplo e triplo co' suoi complementi, espresso dal numero 418, e fatto esso stesso servire di complemento alle altre due grandezze monogrammatiche corrispondenti di 448 e 390, ne nasce il seguente schema:

Questi numeri sono suscettibili di divisione senza frazioni. Quindi dividendo tutto per metà, abbiamo:

$$\begin{array}{cc} 195 & 209 \\ \multicolumn{2}{c}{\times} \\ 209 & 224 \\ \hline 404 & 433 \\ \multicolumn{2}{c}{\underbrace{\qquad\qquad}} \\ \multicolumn{2}{c}{837} \end{array}$$

Moltiplicate estremi e medii: voi avrete per differenza 1 fra i prodotti, benchè fra 195 e 224 siavi la differenza di 29.

V. Il quadrato avente per radice $14 = 196$, scemato di un' unità $= 195$. Così pure il quadrato di $15 = 225$, scemato di un' unità $= 224$. Dall'altra parte poi $195 = 13 \times 15$, e $224 = 14 \times 16$. Parimente $209 = 19 \times 11$. Prendete la figura intiera: avrete 30×13, 32×14, 22×19, ovvero 38×11.

VI. Ma ciò che importa sopra tutto di rilevare si è l'*unificazione*, ossia meglio il *germe* della unificazione particolare che otteniamo da tutto questo processo, il quale nelle altre nostre costruzioni non era possibile di ottenere colla *eterogeneità* dell' unità e della pluralità.

§ 142. Osservazioni algoritmiche incidenti. Prima osservazione. Il valore del minimo di primo grado è uguale a due. Quello del secondo e dei conseguenti è uguale alla quarta potenza duplicata della differenza primitiva fra il quadrato della media proporzionale e quello del raggio. Seconda osservazione sul passaggio dal superficiale al lineare.

Le disquisizioni antecedenti cadono sui due primi casi, nei quali si può luminosamente praticare il metodo di assimilazione, e ricavare il *minimo relativo* che forma la luce iniziativa di tutta la valutazione. Il primo caso è quello, nel quale adoperando i più ristretti valori, il quadrato della media differisce da quello del raggio del quadrato UNO. Ivi la proporzione fra i due termini del primo binomio è continua, come per esempio $1:2$, $2:3$, $3:4$, ec. Il secondo caso poi è quello, nel quale sì i quadrati dei mezzi termini, che quelli del binomio impostati, differiscono dal quadrato QUATTRO che immediatamente sussegue quello dell' UNO. Nel primo caso abbiamo trovato che, fatta l' assimilazione, il minimo riesce uguale a 2 superficiale. Nel secondo caso poi riesce sempre uguale a 32; locchè costituisce la quinta potenza di 2 lineare. Questa valutazione proporzionale fu trovata anche comune agli altri gradi, elevando cioè il no-

me lineare primitivo, che forma la distanza fra il raggio e la media, alla quarta potenza duplicata (1).

Ora qui cade un'osservazione subalterna. Assumendo ogni quadrato perfetto del raggio, si può dal superficiale passare al lineare, e costruire quadrati d'ipotenuse e di cateti tutti commensurabili; locchè apre l'adito ad una nuova specie di calcolo, dirò così, di suddivisione, ed a procedere dall'*esteriore* all'*interiore* Geometria, e dalla valutazione delle grandezze *impostate* alla valutazione delle grandezze *dipendenti* o *associate* per logica compotenza, ec. ec.

Noi abbiamo mostrato il metodo di *primo grado* nel § 132 col sottrarre l'*uno* quadrato da una parte, e coll'aggiungerlo all'altra, e col duplicare la radice del dato numero quadrato. Abbiamo quindi segnata la serie di questi cateti e di queste ipotenuse tutte commensurabili, formanti lo stesso corpo di figura. Ma questo magistero ristretto all'*uno* relativo e alla duplicazione della radice del quadrato assunto, era appunto correlativo al *primo grado* solamente. Ora soggiungo, che anche usando del 4 si ottiene la serie della triplice commensurabilità; e, quel ch'è più, ch'essa può essere derivata dalla stessa fonte materiale geometrica. Per intendere questa particolarità conviene rammentarsi che lo stesso diametro diviso in sei parti ci ha somministrato le prime valutazioni per il *sim-*

---

(1) Qui ricorre alla mente una doppia *analogia* fra il lineare ed il superficiale. Abbiamo veduto nella costruzione tricommensurabile, fatta coi quadrati che appellammo *peregrini*, che da tutte le fissate ipotenuse maggiori del 50 detraendo questo numero = 10 quintuplicato, si ricavano gli altri due cateti razionali. La maggiore o minore lunghezza non contrappone ostacolo. Così nel caso nostro, oltre l'unità metrica dividente il diametro, quando la media sia linearmente incommensurabile (fatta l'assimilazione come sopra), detraendo la quarta potenza duplicata del numero lineare intercetto fra il raggio e la media, si ottiene il ripartimento dell'area del quadrato di questa intercetta.

Più ancora abbiamo veduto (pag. 1336) che il nome medio e quasi reggitore delle compotenze si è il 169, la cui radice è 13. Qui se osserviamo la serie lineare seconda, che daremo più sotto, si trova che il numero delle parti della prima ipotenusa è 13, e quindi il suo quadrato è 169. Se poi osserviamo nella valutazione fatta sì dall'approssimatore, che altrimenti, quale sia il medio fra il simplo e il duplo paragonati in primo grado, troviamo pure lo stesso 169.

70 X 169
169 X 408
——— ———
239 577
816

Sembra dunque che come il 5 o il 10 è costituito primo reggitore dell'*unità*, il 13 lo sia della *pluralità*. L'uno e l'altro però sostengono fra loro la relazione di estremi: talchè se ognuno nel proprio zodiaco regge le rispettive serie, havvi fra loro un altro medio che può associarli e reggerli ad un solo tratto. Quanto al lineare, ne veggiamo la traccia; perocchè nella fig. XVIII. tav. I. la linea A C′ è uguale a 5, e la stessa prolungata in D F′ è uguale a 13, ovvero $\overset{-l}{\text{AL}} = 10$, e $\overset{-l}{\text{DF}'} = 13$.

plo e *duplo*, come ce le ha somministrate per il *simplo* e il *quintuplo*. Perlochè il quadrato del raggio eguale a 9 è riuscito in entrambe il primo termine costante di confronto e di consociazione, e quindi elemento di assimilazione. Ora volendo convertire il superficiale in lineare ad oggetto di tessere una serie indefinita, nella quale si abbia la triplice simultanea commensurabilità dell' ipotenusa e dei cateti anche colla sottrazione ed addizione del 4, come l'avemmo coll' 1, questo stesso 9 serve al medesimo scopo. Eccone la prima sorgente.

Grado I.

$9-1=8$	$8\times 8=64$
$3\times 2=6$	$6\times 6=\underline{36}$
$9+1=10$	$10\times 10=100$

Grado II.

$9-4=5$	$5\times 5=25$
$3\times 4=12$	$12\times 12=\underline{144}$
$9+4=13$	$13\times 13=169$

Mirate ora l'esempio II., prodotto in nota alla pag. 1360, e voi vedrete che nel primo grado si può tentare l' esperimento sul quadrato anteriore di 2, cioè 4. Ma l'esperimento comune non può essere eseguito che in quello della radice 3, cioè 9 (1). Se voi proseguirete gli esperimenti sui quadrati successivi delle radici 4, 5, 6, 7 ec., voi troverete tanto fra le *ipotenuse* quanto fra i *cateti* ottenuti per la sottrazione costante di 4 la progressiva *differenza* di 7, 9, 11, 13 ec.; e fra i cateti fatti per la moltiplicazione della radice col moltiplicatore costante 4 voi troverete la differenza di 4.

Paragonando poi le due serie di primo e di secondo grado fra di loro, voi troverete che si può passare da una all' altra, aggiungendo alle ipotenuse di primo grado la serie intermedia di 0, 2, 4, 6, 8, 10, ec. Con quest'aggiunta ogni ipotenusa di primo grado diventa cateto di detrazione di secondo grado. Duplicando poi l' aggiunta suddetta, e facendo 8, 10, 12, 14, 16 ec., ed aggiungendoli alle rispettive ipotenuse della prima serie, voi pareggiate le ipotenuse della seconda. Per vedere tutto questo si faccia attenzione alle seguenti due serie, esprimenti misure lineari. La prima appartiene al primo grado, del quale abbiamo già parlato nel Discorso quinto; la seconda appartiene al secondo grado, del quale ora parliamo.

(1) Io prego di ricordar qui il problema così detto *postumo* di Leibnitz, inscritto nel tomo III. delle sue *Opere minori*, pag. 493.

Prima	O,	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.
Cateti	4,	*A* 6,	8,	10,	12,	14,	16,	18,	20,	22,	24,	26,	28
	3,	*B* 8,	15,	24,	35,	48,	63,	80,	99,	120,	143,	168,	195
Ipotenuse	5,	*C* 10,	17.	26,	37,	50,	65,	82,	101,	122,	145,	170,	197
Differenze	0,	2,	4,	6,	8,	10,	12,	14,	16,	18,	20,	22,	24
Seconda													
Cateti	5,	*a* 12,	21,	*d* 32,	45,	60,	77,	96,	117,	140,	165,	192,	221
	12,	*b* 16,	20,	*e* 24,	28,	32,	36,	40,	44,	48,	52,	56,	60
Ipotenuse	13,	*c* 20,	29,	*f* 40,	53,	68,	85,	104,	125,	148,	173,	200,	229

I.

Delle serie di diversi gradi di commensurazione lineare.

Dalla ispezione di questa tavola si rilevano fra le altre le seguenti particolarità; cioè:

I. Che dalla casa O della serie superiore si passa senz'altro all'inferiore, perocchè l'ipotenusa 5 forma il minore cateto della composizione inferiore.

II. Passando poi alla seconda casa segnata col numero romano I, si può procedere alla seguente composizione. Prendete l'A della prima serie e l'*a* della seconda: formerete due linee, l'una doppia dell'altra. La prima sarà di 6, e la seconda di 12. Fatene una sola: avrete una linea di 18. Parimente prendete il B della prima serie, ed il *b* della seconda: avrete le altre linee 8 e 16, l'una doppia dell'altra, le quali unite daranno una linea di 24. Prendete finalmente il C della prima, ed il *c* della seconda: avrete 10 e 20, i quali uniti fanno 30. Fate i quadrati; fate le costruzioni geometriche: che cosa avrete? Ora qui non abbiamo forse accoppiate le ragioni compotenziali delle due serie dell'unità e del numero, dell'indiviso e del diviso? Questa radice 30 quale funzione ha subito poco fa?

Questo è ancor poco. Dividendo un diametro in 50 parti, il cateto 30 forma il termine primo del binomio naturale lineare, il 18 forma il segmento dell'ipotenusa, ed il 24 la media proporzionale. L'altro segmento dell'ipotenusa risulta $=32$, la media rimane 24, ed il secondo

cateto è 40. Ora rimirate la quarta casa della seconda serie che avete sott'occhio. Voi vedete $d = 32$, $e = 24$, $f = 40$. Fate la costruzione geometrica sul modello di quelle descritte nelle nostre tavole, determinate le misure ch'esse avranno, e confrontate il tutto con le serie ora esposte; e voi vi accorgerete che il lineare 50 forma il primo punto di riposo e di compotenza nel calcolo della triplice commensurabilità suddetta.

III. Ciò che segue non è suscettibile di questa spontanea consociazione, ma abbisogna di un artificio studiato; però niuna meraviglia che nelle serie delle radici dei quadrati peregrini questo numero affetti un'indipendenza, e apparisca avere una sfera propria quasi dissociata dalle altre che vengono dopo, e voler far casa da sè. Ecco di nuovo un fenomeno di quell'*implicito*, del quale ho ragionato nel principio del Discorso III. Osservando poi, che nelle radici delle ipotenuse superiori, fatta la detrazione, si scoprono i cateti, si trova che se egli non esercita ulteriormente un impero *unificativo*, esercita però un impero *discretivo* o *algoritmico*, perocchè egli serve di mezzo a ritrovare i cateti suddetti.

IV. Salendo poi a considerazioni più generali, e supponendo che facciate le costruzioni figurate e le altre operazioni poco fa indicate, voi avrete un esempio che vi proverà quanto sia naturalmente inseparabile il concorso del *senso compositivo geometrico* per *concepire*, quanto l'*analisi discretiva aritmetica* per *discernere*, e quanto la *completa costruzione delle figure* per *connettere*, e passare, giusta la legge delle affinità e della compotenza, ad *unificare*.

II.

Saggio d'una tavola di quadrati dispari fatta a specchio.

E qui a sussidio del primitivo insegnamento, e per agevolare il passaggio avvicendato dal diviso all'unito e dal superficiale al lineare, dalla scorza al midollo e dall'albero al germe, e viceversa, soggiungo ora un saggio della tavola posometrica dei quadrati dispari, la quale necessariamente inchiude gnomoni geminati. Qui si sono dati i soli primi cinque quadri, i quali possono essere proseguiti. L'analisi del 18, presa come medio, somministra da sè sola quasi sette di questi quadri. Esaminiamone la costruzione.

I. In questi cinque quadri le serie sono ripiegate *a bostorphedom*, e i termini sono posti *a specchio* mediante il paralellismo che loro fu dato.

II. Anche qui vedete che le ultime cifre dei nomi raffrontati si ripetono come nella tavola posometrica annessa al terzo Discorso. Qui però nel terzo quadro occorre su di questo proposito una particolarità, la quale non veggiamo nè prima, nè dopo; e questa si è la ripetizione delle tre ultime cifre dei nomi quadrati componenti questo quadro, nell'atto pure che sì nella tavola posometrica, che negli altri quadri antecedenti e conseguenti, non ne vengono ripetute che due sole.

III. Il primo quadro ha per anello reggitore il quadrato di radice 25; il secondo quello di 75; il terzo quello di 125; il quarto di 175; il quinto di 225, il quale in sè stesso è un nome quadrato di radice 15. Così la radice del primo e del quinto anello reggitore sono due nomi quadrati che stanno fra loro come 1 : 9, e si passa dall'una all'altra colle proporzioni di 1, 3, 5, 7, 9, ec.

IV. La serie delle rispettive differenze tra le due file componenti ogni quadro differisce dalla serie del quadro vicino. Così nella prima si procede per 200, 400, 600, ec.; nella seconda per 600, 1200, 1800, ec.; nella terza per 1000, 2000, 3000, ec.; nella quarta per 1400, 2800, 4200, ec.; nella quinta finalmente per 1800, 3600, 5400. Così fra l'una e l'altra passa la differenza quaternaria.

V. Nella prima e nella quinta di queste serie di differenze *a specchio* noi incontriamo due nomi quadrati posti sotto lo stesso paralello. Quanto alla prima, questi nomi sono 400 $\sqrt{}$ 20, e 1600 $\sqrt{}$ 40; quanto poi alla quinta, sono 3600 $\sqrt{}$ 60, e 14,400 $\sqrt{}$ 120. Nel secondo quadro non incontriamo che 3600; nel terzo, che il 10,000 $\sqrt{}$ 100; e nel quarto, nessuno. Fra tutti questi il maggiore è quello del terzo, che occupa il posto di mezzo, e che forma parte del secondo membro di un binomio avente per ipotenusa il quintuplo di 29, cioè 145.

VI. Se però paragoniamo i nomi a triplice commensurabilità lineare di questa tavola coi nomi delle due serie sopra riportate, noi ci avveggiamo che la tavola non segna che termini dispari ed assai lontani, dovechè la serie segua tanto i pari quanto i dispari, e senza alcuna interruzione.

VII. E qui appunto la duodecima casa della seconda serie coincidendo coi numeri lineari 221 e 229 del quinto quadro della tavola, e però entro i suoi estremi racchiudendo 223, 225, 227, apre l'adito ad una bellissima costruzione, e quindi ad una luminosa analisi feconda di interiori ed esteriori rapporti compotenziali.

Qui non mi è permesso di estendermi a dare queste costruzioni coi loro accessorii. Bastar mi deve di aver somministrato alcuni sussidii al

calcolo *iniziativo*, il quale formar deve oggetto dello studio primitivo delle Matematiche. Debbo però avvertire, che dopo le prime costruzioni giova assai più procedere dalle maggiori dimensioni alle minori, che dalle minori o dallo zero di differenza alle maggiori.

III.

Prospetto unito delle serie delle ipotenuse e dei cateti tutti commensurabili.

A compimento necessario dei primi sussidii del calcolo *iniziativo* è cosa indispensabile di ravvisare il *prospetto unito* delle serie delle ipotenuse e dei cateti tutti *commensurabili*, seguendo l'ordine della tavola posometrica. Qui mi ristringo ai soli primi nove termini componenti la tavola pitagorica, avvertendo che questo prospetto abbisogna d'essere ampliato per compiere almeno il primo stadio. La tavola *D* annessa al presente Discorso offre questo prospetto.

I. Tre *direzioni* conviene rilevare nei termini che compongono il prospetto. La prima è quella dal basso all'alto, che appelleremo *verticale;* la seconda da sinistra a diritta, che appelleremo *orizzontale;* la terza dalla punta sinistra della base al vertice, che appelleremo *trasversale* od *obbliqua*. Colla prima e coll'ultima si passa pei successivi gradi del prospetto; colla seconda si percorrono i termini successivi dello stesso grado. Il *grado* è costituito dall'*identità* del quadrato, che sempre si sottrae dai successivi. Così nel primo grado si sottrae sempre il quadrato 1, nel secondo il 4, nel terzo il 9, nel quarto il 16, nel quinto il 25, ec. ec.

II. Nella direzione verticale salendo dal basso all'alto, e segnando la differenza fra le ipotenuse dei diversi gradi, si trova sempre la progressione di 3, 5, 7, 9, ec. (1). Nella direzione orizzontale la differenza procede colla stessa progressione; ma il primo termine in ogni grado non incomincia sempre collo stesso termine come nella verticale, ma o col secondo, o col terzo, o col quarto, ec., a norma che il grado è più o meno rimoto dal primo segnato col 5. Quanto alla trasversale, le diffe-

(1)

	0			
				41
	0			7
			25	34
	0		5	5
	0	13	20	29
		3	3	3
Esempio	5	10	17	26
		5	7	9

renze procedono colla progressione di 8, 12, 16, 20, 24, ec. ec., come vedesi appunto al § 126, pag. 1324.

III. E qui cade un'importante osservazione. La serie espressa alla pagina suddetta segna le radici sulle quali cadono i gnomoni di nome *quadrato* della tavola posometrica annessa al Discorso III. Ora confrontando il prospetto D, si vede che questa serie è appunto la *trasversale* sopra notata. Ma in questa trasversale si colgono soltanto i *capi primi* di ogni grado successivo, e non si percorre mai il grado stesso. Dunque la serie dei nomi, sui quali cadono i gnomoni aritmeticamente quadrati, contiene i *capolista* d'ogni grado successivo.

Questi *capolista lineari*, come vedesi alla detta pag. 1324, sono formati in una maniera, dirò così, concatenata, perchè vengono formati unendo il secondo membro del nome antecedente col primo del susseguente. Si può dire adunque che la trasversale, la quale va a finire nella punta della piramide, rassomigli ad un ramo della catena omerica dell'algoritmo primitivo. Rammentiamo qui, che con questo stesso magistero procede appunto la tavola *B* annessa al precedente Discorso. In essa viene esposta la serie delle proporzioni continue, in modo che il membro maggiore del quadrato antecedente forma appunto la prima parte del susseguente, come nella serie razionale ora prodotta il nome quadrato antecedente forma la prima parte della radice susseguente.

IV. La sola metà del *primo stadio* di questa serie *trasversale* fu segnata nella tavola *D;* perocchè dev'essere spinta fino al grado 20, importante il nome lineare di $\overset{\sqrt{29}}{841}$, formante la somma di $\overset{\sqrt{20}}{400}$ e $\overset{\sqrt{21}}{441}$; e però l'ultima differenza fra un'ipotenusa e l'altra dev'essere di 90. Questo grado è il *primo punto di riposo*, un gran centro ed un gran nodo pieno di luce algoritmica.

V. E qui non posso contenermi dal far osservare, che fatto il diametro di 58 e i cateti di 40 e 42 cotanto vicini all'eguaglianza, e che rappresentano una specie di equatore algoritmico, si fa nascere una spuria *incommensurabilità* fra i segmenti dell'ipotenusa ed altri, per togliere la quale convien convertire i nomi superficiali in lineari, e giungere appunto alla dimensione suddetta di 841 del raggio. Così per una legge comune il grado 20 compatto, formato dai quadrati 400 e 441, che forma il primo termine di riposo posometrico, da *superficiale* si converte in *lineare*.

VI. Quanto alle serie *orizzontali* conviene rammentar qui le cose dette nell'antecedente Discorso dalla pag. 1328 alla 1340. Due cose di-

stiute debbonsi ivi rilevare. La prima si è la serie propria, a cui sta in mezzo il 169, quadrato di 13; e l'altra la serie distinta ed appiccicata anteriore, che finisce col 50. Mirate il quadro inserito alla pag. 1332. Ivi vedete le cinque prime case, che dal 26 vanno al 50; e poi vedete le altre otto, che dal 61 procedono avanti. Le prime cinque appartengono ad un grado, il cui capolista è 26; le altre ad un altro, il cui capolista è 61. Il prospetto *D* vi segna il luogo competente. Per vedere anche questo innesto esaminate il quinto grado del prospetto *D*. Ivi vedete in capolista i due cateti 11 e 60, e l'ipotenusa 61. Il nome del cateto minore, cioè 11, è identico col quarto termine progressivo della differenza 5, 7, 9, 11. Volendo voi procedere dal 61 in ordine retrogrado, colla progressione suddetta farete $61 - 11 = 50 \mid 50 - 9 = 41 \mid 41 - 7 = 34 \mid 34 - 5 = 29 \mid 29 - 3 = 26$. Ora mirate il prospetto *D*, e voi vedrete che dal piano del primo scalino del grado quinto si passa ad una linea imaginaria di 50, duplo di 25, che vedete in fronte di sotto. Indi si scende immediatamente al primo scalino del grado quarto, e si tocca l'ipotenusa 41. Qui si cala giù a piombo, ossia per la verticale, e s'incontrano appunto il 34, il 29 e il 26.

La progressione continuata salendo, qui vien fatta nella seguente maniera:

Grado I. verticale.	26	
		3
II.	29	
		5
III.	34	
		7
IV.	41	

Qui dal nome dell'ipotenusa 41 si passa al quadrato assunto 25, e si duplica; così si fa il numero 50, il quale dista di 9 da 41, e di 11 da 61.

VII. Il grado al quale come capolista appartiene il 61 è il grado QUINTO di questo primo prospetto. Nel prospetto non veggiamo che il ramo destro di questo grado; il ramo sinistro è soppresso. Esso per altro vedesi esposto alle pag. 1334, 1335, 1336, nelle quali abbiamo insistito sull'analisi dei termini, dell'economia e della competenza propria di questo grado. Importava assaissimo per l'algoritmo il ponderare a preferenza i rapporti di questo grado medio, perocchè da lui si spande una luce d'una vastissima possanza.

VIII. Se voi vi arrestate ad esaminare la posizione materiale di questo grado, voi lo vedete chiuso di sopra e di sotto da due serie, le quali fanno, dirò così, causa con lui, e le quali costituiscono i due ESTREMI paralelli, fra i quali egli sta nel mezzo.

Tutto il prospetto pertanto si può figurare ripartito in tre grandi zone contigue, ognuna composta di tre gradi. La prima contiene i gradi più compatti; la seconda i medii più vitali e compotenziali; la terza i più dettagliati. La più influente e la più ricca di lumi riesce la media, perocchè in essa confluiscono i rapporti compotenziali di tutto questo primo prospetto.

IX. E qui incominciando ad esaminare l'ultimo termine segnato

$\sqrt{13}$

dall'ipotenusa 169, che forma il centro di questo grado, voi trovate nel grado superiore e nell'inferiore le rispettive ipotenuse coi loro cateti star fra di loro colle ragioni di 3, 4, 5, come stanno naturalmente sempre nella ragione della divisione *quinaria* del diametro, per rendere al grado 50 tutte le linee del binomio incrociato commensurabili. Nello stesso tempo le misure dei cateti rispettivi dell'ipotenusa 169 vengono fissate coi rapporti della più vicina eguaglianza, cioè in 120 e 119.

Se esaminate la tavola posometrica, voi al grado 26 del paragone avete i cateti di costruzione peregrina eguali a 10 e 24, e l'ipotenusa eguale a 26. Togliete l'incommensurabilità spuria, e voi ridurrete il raggio a 169, un'ordinata a 119, e l'ascissa a 120. Così in questo prospetto avete naturalmente l'ultima liquidazione della triplice commensurabilità, come l'aveste negli altri gradi. Quando i termini si avvicinano così all'eguaglianza come qui, e nell'equatore del grado 29, si possono infine alternare le linee, e costruire i lati superficiali. Allora la Geometria è al suo colmo.

X. Il magistero algoritmico che presiede alla formazione di questo prospetto è unico ed invariabile. In qualunque grado dal quadrato aritmetico assunto come capo di lista si sottrae il più vicino minore. Il residuo forma la misura del primo cateto, e per conseguenza la prima radice od il primo termine del binomio. Colla doppia radice del quadrato sottratto si moltiplica la radice del quadrato assunto, e col prodotto si costituisce la misura del secondo cateto e il secondo termine del binomio. Finalmente al quadrato assunto si aggiunge il quadrato di sottrazione, e colla somma risultante si costituisce la misura dell'ipotenusa, ossia la radice del terzo quadrato complessivo.

Il modello del binomio algebrico usuale, quale fu da noi offerto alla pag. 1351, non appartiene che al *binomio partito*, e non serve punto al

BINOMIO SOMMATO RAZIONALE come questo. Parmi cotesta una lacuna che doveva essere supplita nei primi elementi.

XI. Usando di questo magistero, nei due primi gradi nasce una perplessità, la quale non viene tolta che al terzo. Nel primo grado l'espressione delle due radici, che serve di moltiplicatore, eccede nominalmente il quadrato sottratto di 1, ed anzi lo duplica per intero; nel secondo grado la doppia radice del quadrato 4 sottratto lo pareggia: e però havvi una coincidenza di nomi, la quale lascia ambiguità se si debba per *moltiplicatore* assumere il quadrato sottratto, oppure la doppia radice sola. Quest'ambiguità vien tolta al terzo grado, e viene dissipata per sempre nei successivi, ne' quali si vede che la doppia radice del quadrato sottratto forma il vero ed unico moltiplicatore della radice del quadrato assunto, onde costituire il secondo cateto, che direi *di moltiplicazione*, come il primo è *di sottrazione*.

Così anche in questo caso si palesa l'indole logica fondamentale della *relazione ternaria;* e si conferma che se il 2 segna *distinzione*, non somministra un *completo giudizio.* Per lo contrario col ternario si sviluppa il discernimento, e si conclude il giudizio. Ciò è conforme ai principii logici e geometrici di già esposti nel § 26 ed altrove. Così dir si può che il primo numero *logico* e veramente *razionale* è il 3, come il primo puramente *discretivo* è il 2. Il primo *complessivo* è il 5; il primo *associante* poi è il 7. Nelle perfette costruzioni algoritmiche conviene por mente a queste proprietà, stantechè quelle che noi chiamiamo *proprietà dei numeri* altro realmente non sono che *leggi necessarie logiche* della mente umana nel pensare alla quantità. Per la qual cosa dopo la notizia generica delle proporzioni tassate conviene assumere divisioni, e stabilire valori d'una piena *virtù* e di una completa *compotenza.*

XII. Fu già da noi osservato col Leibnitz, che il principio *sintetico* di tutte le figure geometriche rettilinee si riduce al *triangolo*. Se applichiamo questa considerazione alla Geometria *sistematica*, noi troviamo che il partito di studiare il *quadrato*, e quindi il *triangolo rettangolo*, è una *strada di mezzo* fra le graduate situazioni che presentar può lo stesso triangolo. Diffatti, consultando il Clavio nell'ultimo suo Teorema accessorio al Teorema 38., corrispondente alla famosa Proposizione 47. di Euclide, col quale in una guisa più generale di quella di Pappo dimostra l'eguaglianza rispettiva dei paralellogrammi costituiti sopra i lati di un triangolo qualunque [1], noi ci accorgiamo che un angolo del trian-

---

[1] *Euclidis Elementorum* Lib. XV. Lib. I. p. 241. Romae, apud Bartholomaeum Grassium.

golo gradualmente avvicinandosi al retto, la proposizione pittagorica forma un solo *grado* di una più generale teoria.

XIII. Più ancora, per passare alle curve geometriche fingete per primo esempio il seguente. Da un piano orizzontale alzate due perpendicolari paralelle l'una all'altra indefinitamente. La lista che ne nasce venga divisa per metà da un'altra simile paralella perpendicolare indefinita. Sulla base orizzontale potete alzare tanti successivi triangoli, i quali abbiano tutti una base comune, ed i vertici dei quali cadano tutti sulla paralella di mezzo. Così successivamente l'angolo verticale di ognuno susseguente diverrà sempre più acuto del precedente, che sta di sotto. Qui potete variare le distanze di questi vertici. Fingiamo che fra l'uno e l'altro vertice passino le distanze potenziali degli eccessi del duplo, triplo, quadruplo, quintuplo ec. superficiali.

Fatta questa costruzione, dividete in due parti questa lista, e ponete ad angolo retto le due parti, in modo che ogni semitriangolo abbia l'origine delle sue ipotenuse in un solo punto. Voi farete una squadra, colla quale alzando e congiungendo le rispettive paralelle, disegnerete i punti pei quali passa un'iperbole. Questa iperbole congiungerà i punti angolari dei rettangoli appartenenti alle diverse proporzioni continue sopra figurate. Il lato esteriore delle due liste rappresenterà gli assintoti dell'iperbole. Ciò sia detto come esempio delle *costruzioni sistematiche* risguardanti i rapporti compotenziali geometrici, i quali sembrano fra loro eterogenei.

§ 143. Riflessioni relative al metodo sovra esposto.

Arrestiamo per un momento i nostri passi, e riflettiamo un poco su quello che abbiamo fatto, e sui mezzi tanto materiali quanto intellettuali che abbiamo impiegati. Pensiamo che abbiamo un sommo bisogno d'ingerire una *coscienza matematica*, e che qui non si tratta di dimostrar teoremi o di sciogliere problemi, ma di accennare soltanto alcuni tratti principali del *metodo* del più facile e del più naturale primitivo insegnamento. In conseguenza di ciò discendo alle seguenti riflessioni.

I.

Dei modelli di proposta e di funzione. Osservazione sull'uso del modio.

L'esposizione dei primi passi dell'algoritmo dei continui elittici fatta sin qui sembrerà lunga, perchè fu analitica, e perchè si trattò di esporre un nuovo, o, a dir meglio, un dimenticato artificio. Ma la loro esecuzione

pratica è rapida, semplice, evidente, e quasi intuitiva. Essa è resa visibile dai *modelli* sensibili di *proposta* e di *funzione*, che furono da noi impiegati (ved. § 116). Quanto ai modelli di *proposta*, noi abbiamo usato due *binomii incrociati*, dei quali abbiamo già giustificata la necessità, l'importanza e la fecondità logica (ved. § 129).

Quanto poi ai modelli di *funzione*, noi ne abbiamo impiegati sei, a norma delle operazioni algoritmiche occorrenti alla valutazione. Questi sei modelli sono i seguenti; cioè:

I. Il MODIO, che voi vedete nella fig. I. della tav. II.

II. La SQUADRA, che risulta dalla immissione di un quadrato minore dentro un maggiore, come nelle figure IX. e XIV. Parte II. tav. I.

III. Il BINOMIO PARTITO delle grandezze principali, come per esempio nella fig. XII. tav. I. Ivi il quadrato A E I G forma la prima grandezza, e il quadrato I H D F forma la seconda.

IV. Il RIPARTITORE, quale voi vedete nella fig. IV. tav. II.

V. L'ASSOCIANTE PROGRESSIVO, quale sta descritto nelle figure VI. VII. e VIII. della tav. II.

VI. Finalmente l'APPROSSIMATORE DI EQUAZIONE, quale sta esposto nella fig. XII. della stessa tav. II.

Questi sei modelli sensibili sono perpetui e di un uso universale. Rispetto al MODIO però occorre una osservazione, ed è: ch'egli non è universale se non nel caso delle composizioni *dimezzate*, le quali servono a fissare la mole *media* allorchè ci restringiamo a contemplare e ad agire entro l'*unità* circolare. Del rimanente, allorquando si voglia passare a modelli *composti* e *complessivi*, dei quali non fu ancora parlato, conviene adoperare tutto intiero il rettangolo o quadrilungo interno. Io mi spiego.

Mirate le figure XV. e XVI. della tav. I. Voi ivi vedete il quadrilungo, del quale parlo. Questo deve assumersi tanto nelle composizioni seconde, quanto nei ripartimenti, allorchè il minor membro del secondo binomio non è suscettibile di quadruplice divisione senza frazione. Così il quadrato della differenza ci è risultato di 35; quindi quello della testa della lista si dovette dividere in 17. $\frac{1}{2}$. Questo inconveniente non sarebbe accaduto, se avessimo prese le due principali grandezze nella loro totalità. E però la regola vuole allora che si duplichi il valore del minor termine del binomio incrociato; e invece di prendere la sola area del triangolo rettangolo per complemento, si deve prendere tutto il quadrilungo inscritto, come lo veggiamo nelle figure XV. e XVI. sotto le lettere A E B H.

Proseguiamo. Voi vedete la maniera *continua*, ma *equivalente*, colla quale vengono trasformati i razionali non racchiusi nel circolo. Voi costruendo sopra E A il rispettivo quadrato, e compiendo in croce la figura, passate ad una composizione di *pluralità* unificata algoritmicamente, colla quale vi avvicinate alle costruzioni sì architettoniche che naturali.

II.

Aumento dei complementi degli elittici nel passare dalla forma monogrammatica irrazionale alla digrammatica razionale.

E qui cade un'osservazione importante per tutta la teoria. Quando abbiamo mostrato la trasformazione del complemento, che nella fig. V. tav. I. viene segnato sotto le lettere A B P N, ed il complemento della fig. XV. segnato colle lettere A E B H, noi non abbiamo notato altro che una trasformazione di *lati*, perocchè ambe le *superficie* rimangono eguali. I lati soli maggiori primitivi s'accorciano, i minori s'allungano, e così divengono rispettivamente incommensurabili; ma non avviene ampliazione o restrizione veruna superficiale, nè si cambiano le proporzioni. Nell'altro esempio per lo contrario, nel quale abbiamo ridotto il simplo e duplo in forma *razionale*, cioè sotto lati rispettivamente commensurabili, ma amendue con forma digrammatica, come nella fig. XII. tav. I., e nella fig. X. tav. II., i complementi dovettero ampliarsi. Qui dunque se gli estremi elittici furono convertiti in forma digrammatica razionale, salva la loro prima dimensione, si eseguì riguardo ad essi una mera *trasformazione;* ma quanto ai complementi avvenne un *aumento*, e però avvenne una positiva *trapodestazione*. Potè in vero il binomio pàrtito digrammaticamente essere compreso ed espresso dal quadrato perfetto di 70, come nella fig. XII. tav. I.; ma coll'area di questi complementi ampliati non può esistere sotto forma monogrammatica e continua entro il circolo, sia che prendiamo per minimo interno $\frac{1}{35}$, sia che prendiamo $\frac{1}{34}$. Dunque convien fare una doppia detrazione, e così stabilire tre stati di potenza, e fissare i tre limiti segnati dall'approssimatore di equazione. Se voi dallo stato digrammatico razionale procedete verso il continuo monogrammatico circolare, dovete nel caso nostro dalla somma dei due complementi, che è di 2380, detrarre quattro unità. Il residuo sarà 2376, che diviso per metà vi darà 1188. Aggiunto questo residuo ai due estremi 840 e 1680, che rimangono intatti, avrete 4896. Ristrette così le grandezze, avrete i limiti primi ed ultimi di unificazione compotenziale *monogrammatica*, nell'atto che avrete pure il margine col quadrato perfetto razionale, nel quale le due grandezze stanno sotto forma razionale. Amate

voi di avere un più largo campo? Prendete nella tavola posometrica il quadrato di 71 = 5041. Detraete l'unità; indi da questo residuo detraete $\frac{1}{35}$ superficiale, e fate le dovute operazioni. Potrassi costituire così una specie d'iride matematica utilissima per l'algoritmo dell'associazione del simplo e duplo.

Da questo esempio noi incominciamo a scoprire con qual legge le grandezze *elittiche* dalla forma digrammatica e discreta passando alla monogrammatica, e quindi da una parte restringendo la loro superficie, e dall'altra ritenendo tuttavia sotto la forma dell'*eguaglianza dei medii* la loro indole elittica, differiscono dalla legge dei circolari, i quali passano dal *discreto* al *continuo*, ritenendo la stessa superficie. Questa scoperta e questo paragone, nell'atto che appagano la filosofia, aprono la strada ad un nuovo magistero matematico (1).

III.

Punti capitali del nuovo algoritmo. Valutazione del minimo. Formazione delle tre moli. Legge di coincidenza. Ambiguità della dualità.

Io non m'estenderò qui a far osservare minutamente quali operazioni aritmetiche siano intervenute nel primo saggio ora offerto. Ognuno le vede da sè. Non mi estenderò nemmeno a giustificare il calcolo *superficiale* costantemente da me praticato, perocchè dovrò parlarne più sotto (§ 147). Invece stimo necessario di chiamare tutta l'attenzione su due punti capitali dell'algoritmo. Il primo si è la valutazione del quadrato elementare della testa della lista differenziale; e così, per esempio, nella fig. XI. tav. I., del quadratello sopra E P: il secondo si è la formazione delle *tre moli*, fra le quali giace quella destinata alle operazioni algoritmiche sull'esteso escogitabile. Quanto alla valutazione del detto quadrato, osservo che da questo punto dipende la possibilità e l'esattezza di tutte quante le operazioni primarie e secondarie antecedenti e susseguenti di tutto il calcolo. Restringendomi agli incommensurabili, e ricordando il primo esempio proposto, nel quale abbiamo usato del metodo di *assimilazione* nel caso della differenza fra le grandezze 8 e 9, abbiamo valutato questo minimo, e lo abbiamo tassato in $\frac{2}{544}$ della grandezza 8. Ma se fra il quadrato della mezza proporzionale e quello del raggio passasse un'altra

---

(1) Questo magistero viene da me esteso al primitivo insegnamento. Chi amasse di vedere l'immenso vantaggio di questo metodo si può soddisfare combinando le vedute *finali* esposte dal più volte ricordato Leibnitz nella sua lettera del 27 Agosto 1676, da comunicarsi a Newton. (*Opera omnia*. Tom. III. pag. 48 e seg.)

più rimota proporzione, si domanda quale sarebbe il metodo onde tassare questo MINIMO CAPITALE.

A questa domanda convien rispondere con distinzione. O supponete che fra i quadrati dei cateti componenti il primo binomio sommato, posto come fondamento di costruzione, passi una graduale ed immediata proporzione, o no. Nel primo caso vale la regola data della valutazione del minimo suddetto, e questo minimo va tassato sempre per 2. Nell'altro caso poi si prende la quarta potenza duplicata del numero primitivo della differenza, ossia si fa il quadrato del quadrato, si duplica, e si fa servire di minimo. Fate la prova su raggi divisi in parti pari o dispari, e voi avrete sempre il risultato finale inteso.

E qui di nuovo osservo la coincidenza di proporzioni nata dalla *dualità*, e l'equivoca espressione che ne nasce. Quest'equivoco non vien tolto fuorchè incominciando col ternario, e la decisione viene confermata per sempre dai successivi. Al secondo grado il minimo relativo riesce uguale alla quinta potenza di due, perchè duplicando la quarta si forma la quinta.

I.	II.	III.	IV.	V.
$2 \times 2 = 4$	$4 \times 2 = 8$	$8 \times 2 = 16$	$16 \times 2 = 32$.	

Ma negli altri gradi non è così. Diffatti

I.	II.	III.	IV.	V.
$3 \times 3 = 9$	$9 \times 3 = 27$	$27 \times 3 = 81$	$81 \times 3 = 243$	

Ma 243 non è il minimo ricercato, ma è il $162 = 81 \times 2$. Ora 162 non è quinta potenza di 3, ma solamente la quarta duplicata. Questa quarta duplicata è la sola competente per la conversione del monogrammatico irrazionale nel digrammatico razionale.

Avverto qui, che volendo nel simplo e duplo valutare il quadrato fra le due medie a 35, voi potete far riuscire il minimo eguale ad 1; ma moltiplicati gli estremi e i medii, avete fra i prodotti la differenza 9, la quale allude ad una occulta radice di 3, e ad una distanza di 6. Voi potete seguire questa indicazione con una serie retrograda; e dall'altra parte, dividendo, avere l'unità per differenza.

Quanto all'argomento delle *tre moli*, qui io mi limito per ora all'osservazione materiale, che queste vengono sempre alla luce nel metodo da me praticato. La prima consiste nel quadrato del diametro prima posto; e questa è la maggiore di tutte. La seconda è quella che risulta dal semidiametro del circolo unito alla mezza proporzionale. Il che

tutto costituisce il maggiore segmento del secondo binomio incrociato, come per esempio la T D nella fig. XI. tav. I. Il suo quadrato è la *mole minore*. La terza è finalmente quella che in ultima analisi nasce dalla detrazione del minor termine del minor binomio, e che somministra il quadrato del maggior cateto del binomio medesimo. Tal è il quadrato sulla M D della stessa figura. Questa terza è *media* fra le due sopra notate. Così nel solo minor binomio si ha l'iniziativa di tutte tre le moli. Senza la triplice concorrenza di queste tre grandezze, le quali fanno sempre sentire la loro influenza, io credo essere impossibile ogni valutazione completa e feconda.

Ciò basterà all'insegnamento primitivo per fondare il buon calcolo differenziale. Potrebbe da principio forse bastare la regola per le proporzioni continuamente crescenti; imperocchè il fine di questo calcolo è il seguente: *invenire summas serierum quae cum ex terminis constent* continue seu elementariter crescentibus *nihil aliud sunt*, *quam quadraturae sive areae figurarum*.

In tutti i binomii sommati di due proporzioni continue, comunque espresse con numeri alti, voi avete sempre le divisioni del diametro, che stanno linearmente fra di loro come i quadrati dei cateti. Questa è una proposizione nota in Geometria, sulla quale stimo inutile d'insistere. Ciò stante, ne viene che il quadrato minimo principale risulta sempre lo stesso. Egli assomiglia al quadrato che sta al vertice d'un'iperbole equilatera, dove si congiungono ad angolo retto gli assintoti. La grandezza di lui può bensì variare di proporzione all'infinito, ma la sua dimensione rimane sempre in sè stessa qual'è.

Debbo però notare, che l'espressione 2 non è che generica, e può significare $\frac{2}{54}$ o $\frac{2}{55}$ ec. del quadrato della differenza fra il quadrato del raggio e quello della media proporzionale. Più ancora, che questo nome non serve che a ragioni di *estremi* che possono concorrere a formare un tutto logicamente complesso. Imperocchè hannovi *intermedii*, i quali non si possono assoggettare a questa espressione finita di 2; come ne veggiamo un esempio negli intermedii fra la ragione di XXXIII. e XXXVI., recati in nota nel § 136, pag. 1379.

IV.

Come debba essere considerata la valutazione finita dei così detti *irrazionali* o *continui elittici*. Giudizio filosofico sulla valutazione del minimo. Delle parti del processo di valutazione finita. Della divisione mascherata onde ottenere un comune misuratore. Limiti e leggi compotenziali di lei. Indicazione di altre grandi operazioni ommesse.

Io sono ben lontano dal pretendere di tassare definitivamente il *continuo esteso*. Io altro non pretendo, che di darne le valutazioni *relative* dopo che il corpo della figura è stato determinato e circoscritto entro certi limiti anch' essi relativi, e dopo che in conseguenza della divisione il comune *misuratore* compotenziale fu tassato. Dico *compotenziale*, e non *materiale*, per indicare che questo comune misuratore non viene assoggettato nè al compasso, nè alla pertica, ma solamente alla *unificazione logica aritmetica*. Io riguardo adunque il nome del *minimo* spigolare più come *segnale* di ragione, di proporzione e di relazione ad un dato genere di figura fondamentale, di quello che come formale e sensibile *estimatore* della superficie alla quale egli dà il suo nome numerico.

E qui debbo notare, che nel *complesso* dei mezzi costituenti il criterio di verità la esistenza di questo *minimo* compotenziale forma il precipuo argomento della *giustezza* della valutazione attribuita. Ed affinchè non venga preso abbaglio, nè venga introdotto arbitrio alcuno, conviene notare quanto segue. Ogni processo matematico di valutazione consta di due grandi parti: l'una *geometrica*, e l'altra *aritmetica*. La geometrica precede l'aritmetica: essa impone le condizioni assolute alle quali l'aritmetica deve sempre soddisfare, e determina pure i limiti più ristretti della prima estimazione numerica. La parte aritmetica poi anch' essa si suddivide in due altre parti. Nella prima si tratta di segnare valori finiti numerici in conseguenza delle condizioni geometriche; nella seconda si tratta d' usare di questi valori.

La prima funzione, quando s' incontra l' inciampo della incommensurabilità, si suddivide in due operazioni. La prima consiste nella *posizione prima* dei valori aritmetici giusta i limiti ed i rapporti risultanti dalla costruzione geometrica; la seconda operazione poi consiste nella *trasformazione* di questi valori in quello che viene indotto dall' associazione dei nomi delle due medie proporzionali. Amendue queste operazioni costituiscono la prima parte del processo aritmetico, alla quale impongo il nome di STABILIMENTO DEI VALORI.

Quanto alla prima operazione di questa parte non ispenderò altre parole dopo gli esempii sovra riportati; ma quanto alla seconda, debbo far osservare il suo dettaglio. Esso consiste:

I. Nel sommare il valore superficiale dei due nomi potenziali del raggio e della mezza proporzionale allorchè essi non siano scambievolmente commensurabili, e nel costituirne un nome misto, ossia comune. Allorchè poi i cateti sono fra loro commensurabili, ma che accada nelle divisioni interiori la spuria incommensurabilità, i loro nomi superficiali, aritmeticamente quadrati, si convertono in lineari. In conseguenza di ciò moltiplicando le radici dei due nomi fra di loro, si ha la radice della media proporzionale (vedi l'esempio al § 132).

II. Restringendoci agli incommensurabili, il secondo atto per stabilire i valori consiste nel quadruplicare il nome misto formato dai due nomi suddetti, e nel costituirne così una unità metrica fondamentale.

III. Il terzo atto consiste nel moltiplicare i numeri attribuiti alle parti nella posizione prima dei valori pel numero suddetto fondamentale.

IV. Il quarto atto consiste nel determinare il valore del minimo rappresentato dalla testa della lista. Allorchè la differenza fra i mezzi termini è di primo grado, non si estrae che il 2. Allorchè poi è di due o più gradi, si estrae la quarta potenza del numero lineare primitivo di questa differenza, e si duplica. Il prodotto rappresenta il quadrato di questa testa di lista.

Se voi ponderate l'indole essenziale delle tre operazioni di formare il nome misto, di quadruplicarlo, e di moltiplicare con esso i valori primitivi, voi vi accorgerete di eseguire veramente una DIVISIONE determinata dei rapporti compotenziali del dato problema. Egli è lo stesso come se divideste il corpo del quadrato della differenza in tante liste superficiali, quante sono le unità sommate dei due quadrati della media proporzionale e del raggio. Voi quindi suddividete queste liste in quattro altre ancora; e fatto ciò, passate a dividere tutto il corpo e tutte le parti della figura proposta in tante particelle. Voi poi dividete l'*uno* metrico primitivo assunto in tante liste, quante sono le unità comprese nel suddetto moltiplicatore.

Ma a proporzione che la ragione differenziale fra il quadrato della media e quello del raggio diventa minore, questi quadrati si accostano tanto più all'eguaglianza. Così, per esempio, 80 : 81 sono fra loro molto più vicini che 3 a 4. Dunque l'uno misuratore diviene proporzionatamente più piccolo. Così $\frac{1}{80}$ è rispettivamente una tanto minore porzione di un *tutto*, di quello che lo sia $\frac{1}{3}$ o $\frac{1}{4}$. Ma dall'altra parte i nomi aritmetici di 80 e 81, sia divisi, sia sommati, sono tanto maggiori di 3 o 4. Dunque la frazionale quantità riesce rispettivamente tanto più minuta. A proporzione adunque dell'avvicinamento dei due quadrati geometrici

della media e del raggio (la differenza dei quali appunto è costituita dalla lista posta in testa al quadrato), ed a proporzione che si usano nomi maggiori, e che si uniscono e quadruplicano questi nomi, e per essi si moltiplicano ossia si dividono i primi valori, si suddivide indefinitamente l'unità. Ma questa suddivisione si fa sempre con *limiti* e con *leggi compotenziali*, e in un modo relativo. Esaminate ora la teoria del calcolo differenziale.

Questo sia detto di passaggio. Ritornando al mio assunto, io osservo che l'ottenere il minimo relativo forma il primo oggetto del metodo. Ottenutolo, si può dire d'aver trovata la chiave della sapienza, e la pietra filosofale dell'algoritmo particolare. Allora si può passare all'uso dei valori stabiliti. Io non mi diffonderò qui a far osservare le diverse funzioni che si possono eseguire in conseguenza dello stabilimento dei valori. Io ho dato un saggio di queste diverse funzioni. Noi abbiamo veduta la *composizione* delle tre moli, maggiore, minore e media. Noi abbiamo veduto il *paragone immediato* delle due grandezze principali, immettendo la minore nella maggiore, e configurando le parti in forma di estremi e medii. Noi abbiamo veduto il *ripartimento* del binomio pàrtito. Noi finalmente abbiamo veduto la *riduzione* in serie decrescente, sempre in formà di estreme e medie ragioni; e gli ultimi risultati, sia di eguaglianza, sia di ritorno alla forma semplice primitiva, ec. ec. La *composizione* ha qualche analogia coll'*addizione;* il *paragone immediato* colla *sottrazione;* il *ripartimento* colla *divisione*. L'aumento e il decremento in serie richiama in uno tutte le operazioni.

Qui mancano ancora le cose *massime*. Quanto alla Geometria, manca l'*aggregazione* di grandi corpi, come per esempio l'*unione* di più moli indipendenti, associate fra di loro come le parti del corpo umano, ed unite per un processo preindicato. Qui mancano le costruzioni a gnomoni, o a squadre *geminate;* le *riduzioni* a germi, e quindi le *projezioni* conseguenti; le successive costruzioni di *sviluppo*, sia per via di ritorno, sia per via di trasformazione ec., onde avvicinarci ad un'analogia coi corpi della natura, e somministrare composizioni architettoniche, e sopra tutto ricavare una bene nutrita teoria di coordinate. Quanto poi all'ARITMETICA, manca la costruzione e l'esame delle *serie* di termini sì contigui che concatenati, sì di omologhi che di alternanti, tanto di quadrati quanto di non quadrati, tanto di commensurabili che di non commensurabili, ec. Ma nella cognizione delle particolarità *compositive*, *discretive* e *sinottiche* di queste serie consistendo la vera pienezza e solidità dell'aritmetica dottrina, ne viene ch'essa manca ancora. Ma non

esponendo io qui un Trattato di Matematica, ma puri esempii primitivi di *metodo*, io mi sono dovuto limitare alle primordiali e più semplici costruzioni sopra recate. Io do *impulsi*, e non *dottrine*.

V.

Delle quadrature. Come si debba assumere lo stato delle grandezze geometriche rettilinee.

L' intento *precipuo* nel valutare i continui elittici in forma monogrammatica non deve essere mai perduto di vista. Questo consiste nel preparare il vero ed unico mezzo per passare a dar loro la forma *razionale* richiesta dall' indole loro. La teoria delle quadrature è sempre *razionale* per ciò stesso che è *aritmetica* e *discretiva*. L' uomo può bensì impiegare il suo discernimento sulle cose, ma non può cangiarne le logiche essenze. I suoi artificii dunque se possono agevolargli la via a conoscere queste essenze, non lo porranno mai in grado di violentar la natura, e di far cangiare le affezioni loro essenziali. Chi ha detto ai matematici che tutte le forme debbano essere *quadrate*, e che in conseguenza non debbasi tener per vero che l'algoritmo dei quadrati? Se trattando una ragione essenzialmente elittica in forma circolare nasce una rispettiva incommensurabilità, questa non è che un'opera vostra, e non della natura delle cose. Voi avete fatta una *trasformazione* artificiale, come quella delle figure XV. e XVI. della tav. I. Ma che per ciò? Se i lati di due parallelogrammi sono resi incommensurabili, ne viene forse la conseguenza che la stessa area non si possa ridurre a lati razionali? Ora la riduzione a questo stato forma appunto l' oggetto delle così dette *quadrature*. Trovare il mezzo certo e sicuro di ottenere queste forme costituisce appunto l' intento dell'algoritmo *discretivo singolare*.

Dico del *singolare*, perocchè nelle composizioni *complessive* si cangia di oggetto. In queste stesse l'algoritmo suddetto trionfa sovranamente. La commensurazione fabbrile sarebbe senza oggetto, perchè si tratta di seguir le leggi di una potenza unificante simile alle forze vitali della natura e dell'arte. Prego i pochissimi pensatori, ai quali per caso cadesse in mano questo libro, di meditare su di questa distinzione. Qui mi contento di notare, che lo spirito degli esempii recati si riferisce principalmente a questo punto.

VI.

Della Geometria di valutazione e de' suoi gradi. Necessità dell'intervento della Filosofia per creare la doppia Geometria indicata.

Ho parlato più volte della Geometria di valutazione, ed ho spiegato in che consista. Ma per prepararla convien camminare per una strada non battuta, ed usare di un algoritmo dimenticato.

Prima di tutto distinguo la Geometria derivata, connessa, plenaria, dalla Geometria sgranata, affastellata, saltuaria e sfumata. In secondo luogo nella giusta Geometria io distinguo due *gradi* massimi: il primo si può dire *di apparecchio;* il secondo *di composizione.* Nel primo si propone lo studio della pianta geometrica, quale dapprima ci può essere presentata nel suolo matematico; nel secondo si propone lo studio dell'*economia*, e soprattutto della *germinazione*, per creare *con cognizione di causa* la pianta medesima studiata nell'apparecchio. Nell'apparecchio incominciamo col ben raffigurare il *fenomeno;* nella composizione coll'imitarlo. Nell'apparecchio ci occupiamo della contemplazione del fatto e delle sue leggi; nella composizione ci occupiamo dell'opera *con cognizione di causa;* lo che costituisce propriamente l'*arte.*

Ma quest'arte non rassomiglia alle *meccaniche*, ma piuttosto alle *vegetali* ed *animali.* Io voglio dire, che i di lei procedimenti debbono consistere più nel seminare, allevare, e in fine tornare alle sementi, di quello che ammassare o congegnare pezzi morti e senza propria energia. Finchè ci arrestiamo alle figure di PRIMA COSTRUZIONE; finchè non giungiamo ad estrarre gli *elementi similari* al gran *tutto;* finchè non riduciamo la grande figura prima proposta ad essere *puro limite di projezione*, e non concentriamo in un germe centrale la compotenza e la virtù del gran *tutto;* finchè in seguito non ci serviamo del germe suddetto come di *vero pieno* LUOGO GEOMETRICO (per servirmi di una denominazione usitata), onde procedere alla costruzione primitiva; finchè, dico, non opereremo queste ed altre funzioni accessorie, dite francamente che non possediamo ancora la vera, la piena e la proficua Geometria. *Scorza* e non *midollo* di scienza è quella che risulta dalle prime costruzioni geometriche. Scienza *esteriore*, scienza *imperfetta*, scienza *infeconda* riescir deve quella che si trae dalle sole prime costruzioni. Vuoi tu studiare le opere della natura? vuoi tu giovare ai grandi lavori delle arti? Senza questa duplice Geometria tu non farai mai nulla di quel buono e di quel perfetto cui è permesso di aspirare su questa terra.

Non basta dunque richiamare in vita l'algoritmo primitivo e naturale, ma conviene eziandio costruire un *corpo primitivo* di Geometria, il quale racchiuda eminentemente il germe di tutte le successive costruzioni della quantità estesa escogitabile, che servir deve a studiar la natura e ad animare le arti. Come in ogni parte non si può istituire indagine e ragionar con frutto fino a che non si colgono i rapporti della compotenza propria di una data forma; così pure in tutto l'orbe matematico non si potrà mai e poi mai formare un buon corpo di dottrina, finchè non si esprimano le tracce della eminente *compotenza* che lega ed anima tutte le parti della scienza. L'algoritmo non crea nulla; ma computa le misure del creato, ed agisce sul creato. Ma dall'altra parte la quantità estesa escogitabile è un ente di *ragione artificiale*, e però conviene artificialmente creare l'uovo, dirò così, *primordiale* del mondo matematico per seguirne lo sviluppamento naturale e continuo.

Dopo tanti secoli, dopo tante costruzioni, dopo tanti calcoli, pare che noi siamo in diritto di esigere questa creazione. Il di lei prodotto deve costituire il tema dell'insegnamento primitivo. Ma sinchè la Filosofia non s'impossessi del mondo matematico; sinchè non rechi la sua face nei seni reconditi di lui; sinchè interrogando ora le cose poste fuori di noi, ora il senso intimo dominante in noi, non ne trarrà forme archetipe ed eminenti, vi può forse essere speranza di questa specie di creazione? La Filosofia, la sola buona, vera e piena Filosofia è e può essere la Venere mitologica, la quale dia ordine, splendore e bellezza alla materia destinata a formare il mondo matematico, ed a congegnare finalmente in uno gli sparsi e troppo infecondi elementi dell'attuale nostra dottrina. Eccomi alla parte seconda di questo Discorso.

PARTE II.

Osservazioni sull'Opera del sig. Wronski, e Note.

§ 144. Oggetto proprio di questa Parte.

L' imagine del Tempo che guida per mano la Verità, e ne stabilisce l'impero, forma, a mio avviso, il più bello ed il più significante simbolo cui la pittura e la poesia configurar potessero per rappresentare la legge universale con cui tutte le dottrine entro il mondo delle nazioni nascono, crescono, si propagano e si consolidano. Se l'uomo non è gratuitamente inventivo, non è nemmeno gratuitamente portato all'errore. Se la verità è una sola in tutti i secoli, non è però una sola la maniera di ravvisarla, nè la forma di annunziarla. Grezze, corpulenti, e ravvolte in nube, sono le forme della prima età; smembrate, fantastiche, e quindi ad un solo tratto materiali e sfumate, sono quelle della seconda; più nette, ma sconnesse, troncate, e ancor troppo speculative, sono quelle della terza; piene, lucide, connesse, e naturalmente generate, sono finalmente quelle della quarta età. Qui è finalmente dove, gettate le spoglie straniere sotto le quali dalle antecedenti generazioni fu travisata la verità, essa si mostra allo sguardo nostro colle forme sue genuine. Allora ella apparisce piena, luminosa e trionfante; allora collo scoprirci la sua naturale generazione ella assicura eziandio la sua possanza. Ecco in breve le diverse forme e le vicende dello scibile umano. Noi saremmo tentati di pronunziare che in tutto questo corso si effettua veramente una serie di metamorfosi, nelle quali lo spirito umano, sospinto dagli stimoli, rattenuto dall'inerzia, e guidato dall'analogia, tende per una legge unica e graduale a soddisfare alla sua tendenza. Si può dunque figurare una vita dello scibile delle società, come si può figurare una vita politica delle medesime. Sì l'una che l'altra hanno una legge certa. Ma questa legge si effettua e si modifica collo stato di fatto geografico, economico, morale e politico delle società medesime.

Qual è il segno al quale si trova oggidì la razionale Filosofia? Ecco la mia risposta. A me pare ch'essa non abbia ancor fatto que' progressi i quali si possono attendere da lei; anzi parmi che ad essa manchi ancora la migliore e la massima sua parte: e questa si è la vera *storia naturale*

e *filosofica*, colla quale nelle diverse età delle società si generano le cognizioni e si modificano le passioni. Ma dall'altra parte come nel mondo esteriore non popoliamo più il cielo e la terra di persone viventi fantastiche, e come non facciamo più muovere l'universo nè con genii, nè con epicicli, nè con semplici vortici; così pure nemmeno nel mondo interiore non facciamo più distaccare dalla superficie dei corpi imaginette volanti, le quali a guisa di mosche vengano a posarsi sulla nostra anima. Noi prima di nascere non ingravidiamo più le anime nostre colle idee innate, nè le prepariamo come un orologio che fino alla morte eseguisca i movimenti preordinati dell'armonia prestabilita. Sapendo che ogni vera scienza deve riposare sui *fatti*, noi portiamo nel mondo interiore lo stesso spirito di ricerca e d'induzione che impieghiamo sul mondo esteriore.

Con questo mezzo noi abbiamo ben distrutto ed incominciato a ben fabbricare. Con questo mezzo poi respingiamo le stentate e tenebrose elaborazioni di un' alchimia fantastica, e riguardiamo le idee generali come altrettanti monogrammi delle poche cognizioni di *fatto* che possiamo ottenere in questo mondo, senza voler trascendere le barriere che la natura oppose alla nostra curiosità. Per la qual cosa, lungi di arrogarci la pretesa di possedere la scienza universale, noi confessiamo d'ignorare non solamente ciò di cui non abbiamo ancora le prove di *fatto*, ma eziandio fino a qual segno possano essere innoltrate le nostre scoperte. *Provvisorio* adunque viene da noi riguardato lo stato dello scibile umano, e stolida la pretesa di chiunque ci proclama un *non plus ultra*.

Parlando poi in particolare della razionale filosofia, noi afferriamo il gran principio, che se l'uomo col pensiero s'innalzi fino al cielo, o scenda fino negli abissi, egli non esce mai da sè medesimo. L'universo adunque non è veramente, quanto a noi, che un *fenomeno ideale* prodotto dall'azione sconosciuta di qualche cosa che è fuori di noi, e dalla reazione dell'essere nostro senziente in conseguenza di quest'azione. Noi dunque non riguardiamo nemmeno le prime sensazioni nè come *atti passivi*, nè come rappresentanti lo *stato reale* delle cose poste fuori di noi; ma come vere *funzioni attive* del nostro *essere* senziente, e quindi come puri modi di essere del medesimo, determinati dai rapporti reali che passano fra lui, e gli oggetti esterni che agiscono su di lui. Fra questi oggetti quello che primariamente richiama le nostre meditazioni si è il nostro corpo, le affezioni del quale in ultima analisi determinano in noi le particolarità della comparsa mentale del mondo esteriore.

Questo modo di vedere noi stessi e la natura esteriore era troppo naturale, perchè non fosse ammesso da quegli uomini di solido giudizio

e di fino discernimento, i quali amano le verità di *fatto*, e che considerano la razionale filosofia come l'espressione eminente e fedele d'una pura storia. Essi invocano dalla fortuna che sorgano ancora pensatori, i quali, dopo essersi internati nei recessi dell'*essere* pensante per iscoprirne le leggi naturali, e dopo aver dato, con una fina e seguíta analisi, la *teoria* di fatto della *generazione* delle nostre idee, dei nostri sentimenti, delle nostre passioni, passino a studiare l'uomo nella *storia sociale*, e traggano quindi dal tempo le grandi lezioni della piena filosofia della specie umana. Passò omai il tempo nel quale col sussidio di generalità sfumate, e col gergo di astrazioni imperfette e contorte fabbricandosi fantastiche teorie, si usurpava il nome di *filosofo*. Dalla luce penetrante dell'analisi *generativa* (la quale è dono degli spiriti dotati di un senso acuto e riposato) ripeter dobbiamo gli ulteriori nostri progressi. Invano pertanto il signor Wronski ci va enfaticamente esaltando il *trascendentalismo* di Kant come una nuova rivelazione, e come il *non plus ultra* della ragione umana (1). Noi non siamo dolenti che nel mezzodì dell'Europa non sia stata accettata questa merce, ed anzi ringraziamo il cielo che sia stata rifiutata. Gli scheletri gelati del Baltico, coperti colle divise d'una spuria profondità, e proclamati con uno storpiato gergo metafisico, non soddisfanno nè punto nè poco al nostro gusto. Noi poi abbiamo la compiacenza di sentire che il tempo ha fatto giustizia alla nostra ritrosía. Rare ogni giorno più nella stessa Germania si fanno le file di coloro ch'eransi radunati sotto le bandiere del Kantismo; e le numerose diserzioni dei primi proseliti ed il rifiuto dei nuovi uomini hanno defraudato le magnifiche speranze del signor Wronski.

Ma che cosa dir dobbiamo della sua spedizione kantistica nel paese delle Matematiche? Dir si deve, che quanto alla filosofia egli non ha aggiunto nulla, ma che ha tentato anzi di pervertirla. Quanto poi al rimanente, dir si deve aver egli abusato della sua possanza calcolatrice. In

---

(1) « Le temps est venu enfin, où la philo- » sophie, assise sur une base *inébranlable*, » peut remplir, avec *infaillibilité*, l'une de » ses plus nobles fonctions, LA LÉGISLATION » DES SCIENCES. »

« La découverte de la philosophie trascen- » dentale, sur laquelle repose cette philoso- » phie des Mathématiques, est une époque » *incomparable* dans les progrès de l'esprit » humain. »

« Un *tribunal* législateur, établi par cette » philosophie *absolue*, par la raison, range, » au nombre des dernières, la science pro- » fonde du géomètre: suivant l'arrêt de cet » *infaillible* tribunal les Mathématiques ras- » semblent à un bel édifice qui serait presque » achevé, et qui n'aurait pas encore de FON- » DEMENS. — Ce sont ces FONDEMENS, que nous » nous sommes efforcés de glisser sous l'édi- » fice des Mathématiques. » (*Introduction à la philosophie des Mathématiques*, pag. 263-264.)

fatto di filosofia egli incomincia collo snaturare i caratteri delle buone scuole moderne con nomi del tutto improprii. Egli non vide che la nostra filosofia sta lontana egualmente dal puro idealismo di un Berklei (in ultima analisi identico coll' intellettualismo leibniziano), e dal vero sensualismo epicureo configurato da una volgare analogia. Col dire che tutte le nostre idee derivano dai sensi, niuno si sognò mai di affermare nè che tutte le nostre idee siano *sensibili*, nè che tutte siano coniate dai sensi. Tutte le idee astratte e generali furono sempre risguardate come altrettante manifatture mentali da noi elaborate col soccorso della parola; e con ciò si escluse tanto un chimerico intellettualismo, quanto il gretto sensualismo. Pietro si nutrisce di pane, di carni, di frutta e di vino: io dunque potrò dire con verità che il suo nutrimento deriva dal pane, dalle carni, dalle frutta e dal vino.

Ma dirò io forse per questo che il sangue, la linfa, il fluido nerveo ec. siano pane, carne, frutta e vino? Altro è indicare la *derivazione* d'una cosa da un'altra, ed altro è asserire che la sua *natura* sia identica con quella della cosa da cui fu derivata. Gli estratti dei farmacisti e gli altri elementi e composti dei chimici derivano certamente dalle materie analizzate; ma eglino si possono forse più disegnare col nome delle materie medesime? Niun uomo di buon senso, e meno poi Locke e gli altri che lo seguirono, confusero la forma primitiva delle sensazioni colla forma ultima che le idee acquistano col magistero dell' attenzione, e col nesso che loro vien dato dalla interiore nostra attività. Niuno nemmeno confuse i sentimenti interiori, che nascono in conseguenza di questi impulsi esteriori, cogli impulsi medesimi. Malgrado ciò io trovo nell'Opera di Wronski la seguente nota. « Les ouvrages qui prétendaient au titre » de *Métaphysique des Mathématiques*, tels que la *langue des calculs* » de Condillac, la *métaphysique de la science des quantités* de Limmer, et autres productions pareilles, sont, de l'aveu de tous les géomètres, d'une nullité mathématique absolue; et quant à leur mérite » philosophique, c'est tout simplement de la métaphysique dogmatique, » ou, comme on dit en France, de la métaphysique systématique; les » uns, tels que l'ouvrage de Condillac, dérivent du système de *sensualisme* de Locke; les autres, tels que l'ouvrage de Limmer, dérivent du » système d'*intellectualisme* de Leibnitz: et sous ce point de vue, nous » pouvons assurer aujourd'hui que les auteurs de ces productions n'ont » même pas eu l'idée de la métaphysique des Mathématiques » [1].

---

(1) *Introduction à la philosophie des Mathématiques*, pag. 260, in nota.

Con qual ragione o con qual buona fede ha potuto mai il signor Wronski porre addosso a Condillac, ed al rimanente dei filosofi della scuola di Locke, la divisa di *sensualismo*, nel mentre pure che Condillac è quel desso che ha annunziato come fondamento essere l'universo un fenomeno *ideale*, nel senso sopra spiegato, e nel mentre che Condillac ha arricchito la filosofia della bella e fondamentale teoria della formazione delle idee *astratte* e della loro associazione, mediante le quali veniamo sottratti dalla schiavitù dei sensi, i quali ci assoggettavano al solo corso fortuito delle esterne impressioni? Io prescindo dai titoli di benemerenza che Condillac si è acquistato applicando la sua teoria all'arte di pensare e di scrivere; cosa che niun trascendentalista assoluto potrà fare giammai. Dirò solamente, che se la lingua del calcolo non piacque come *opera matematica* al sig. Wronski, ciò nulla detrae al merito di Condillac, il quale non si propose di trattare della filosofia della Matematica, ma solamente volle offrire un'illustrazione della sua teoria in fatto di *linguaggio*, e nulla più. Leggasi il solo frontispizio dell'Opera, e si rileverà la prova di quel che dico. Eccolo come sta nell'edizione di Parigi di Carlo Houel, dell'anno sesto repubblicano.

« La langue des calculs, ouvrage posthume et élémentaire, imprimé
» sur les manuscrits autographes de l'auteur, dans le quel des observa-
» tions faites sur les commencemens et les progrès de cette langue, dé-
» montrent les vices des langues vulgaires, et font voir comment on
» pourroit, dans toutes les sciences, réduire l'art de raisonner à une lan-
» gue bien faite. »

Leggasi l'Opera, e si troverà un limpidissimo dizionario filosofico delle primitive nozioni algoritmiche, la lettura del quale non saprebbesi mai raccomandare abbastanza agli apprendenti per calcolare con una *esplicita coscienza*, lontana del pari dal cieco meccanismo degli empiristi, che dalle sfumate elaborazioni dei trascendentalisti.

La difesa delle dottrine di Condillac è inseparabile da quella dei progressi della *coscienza* filosofica anche in Matematica. Così pure l'esame dell'Opera del sig. Wronski da me vien fatto soltanto colla mira di porre in evidenza i principii e le regole della matematica filosofia, in quanto specialmente concerne l'insegnamento primitivo. Una critica fatta di proposito della sua Opera esigerebbe ben altro lavoro. Io mi conterò dunque di trascegliere solamente quei tratti i quali riguardano direttamente l'oggetto di questi miei Discorsi.

L'Opera del sig. Wronski, alla quale egli diede il pomposo titolo d'*Introduzione alla filosofia delle Matematiche*, altro veramente non è

che un *saggio di metafisica aritmetica*. Io non voglio entrare ad esaminare gli algoritmi dell' autore, sì perchè qui non esibisco verun Trattato di Matematica, e sì perchè non amo di eccedere la sfera del primitivo insegnamento. Mi restringerò dunque a sfiorare quegli aspetti i quali convengono all' assunto di questi Discorsi. Le mie censure versano sulle opinioni. Io rispetto assai la persona del sig. Wronski, e nulla detraggo alla possanza de' suoi calcoli. Io anzi godo di vedere che lo spirito eminente e filosofico delle sue teorie (comunque espresse con un gergo per noi strano) collima collo spirito fondamentale della vera arte matematica.

§ 145. Di alcune nozioni preliminari del sig. Wronski.

Le prime cinque pagine del libro del sig. Wronski sono consacrate ad indicare l'*oggetto universale* delle Matematiche, ed a segnarne i *grandi rami*, per concentrarsi indi sulla parte teorica dell'algoritmo numerico. Quanto all'oggetto esteriore ed interiore delle Matematiche, egli ripete meramente le idee di Kant; quanto poi alla partizione loro, egli ripete la solita divisione della Matematica in *pura* ed *applicata*. Egli suddivide la pura in due rami, l' uno dei quali egli ascrive alla *Geometria* e l'altro alla *scienza numerica astratta*, ch'egli chiama *Algoritmia*. In ognuna di esse distingue la parte *dimostrativa* dalla parte *precettiva*. Alla prima dà il nome di *teoria*, alla seconda di *tecnica*. I *teoremi* appartengono alla prima; i *canoni* o le *regole* alla seconda. Ciò tutto era notorio.

Il sig. Wronski premette tutte queste nozioni alla sua *Introduzione alla filosofia delle Matematiche*. Noi dunque avevamo diritto di aspettarci qualche cosa di *filosofico* in questo ingresso. Noi tanto più potevamo pretenderlo, quanto più è certo ch' egli, dopo un breve esordio sul complesso della disciplina, concentrò il suo lavoro sulla parte *numerica astratta*. Ora che cosa ha egli fatto? Le nozioni preliminari, ripetute colla scorta di Kant, parte sono *false*, e parte *nulle*. Eccone le prove. Se voi domandate al signor Wronski *che cosa sia la Matematica*, egli non vi risponde con una categorica definizione; ma vi dice solamente, che *la forme, la manière d'être de la nature ou du monde physique est l'objet général des Mathématiques*. Gli scolastici distinguevano la *sostanza* dalla *forma*, come si distingue la *materia* dalla *figura*; ma nello stesso tempo i più giudiziosi confessavano che la forma non è che *un modo di essere della sostanza*, di maniera che la forma non può sussistere per sè stessa, come la figura d'un corpo non può esistere senza di lui. Con ciò la cosa si risolveva nel dire, che in realtà la forma al-

tro non era che *la stessa sostanza così esistente*, e che la distinzione dell'una dall'altra non era che puramente *mentale*. Fin qui non àvvi nulla che ripugni alla ragione.

Ma queste idee impastate dal trascendentalismo assoluto somministrano recipienti, nei quali si fa vedere *forma* e *contenuto*. « Le monde » physique présente, dans la causalité non intelligente, dans la nature, » deux objets distincts: l'un, qui est la *forme*, la manière d'être; l'autre, » qui est le *contenu*, l'essence même de l'action physique. »

Con queste parole s'intuona quest'*Introduzione alla filosofia delle Matematiche*. Analizziamo questo passo. Quali sono i primi nominativi di questa sentenza? Il *mondo fisico*, una *causalità non intelligente nella natura*. Ma parlando filosoficamente, che cosa è e può essere rispetto a noi questo *mondo fisico*, fuorchè un *fenomeno ideale* in noi eccitato dall'azione e reazione fra qualche cosa d'*incognito* che crediamo esistere fuori di noi, e l'*essere* nostro pensante? Questa è una verità rigorosa, la quale emana dal fatto, che l'uomo pensante non esce mai da sè stesso, e non può nè vedere nè render conto se non di ciò ch'egli vede e sente in sè stesso. Ciò posto, il mondo fisico si risolve realmente nel complesso delle idee da noi attribuite ad oggetti esterni, e nulla più. Fissata questa nozione, la sola filosofica possibile, io distinguo nel mondo esteriore tante particolarità, quante ne distinguo nelle idee da me attribuite ad oggetti esterni, i quali essendo tutti *individuali*, altro concetto non mi somministrano, che quello di cose semplici o complesse, le quali in diversa guisa affettano i miei sensi, o, a dir meglio, suscitano in me idee e sentimenti che io classifico secondo i mezzi pei quali mi figuro che vengano in me suscitati.

Io quindi non conosco nè posso conoscere *cause prime*; ma altro non conosco, che *effetti secondarii* e di *puro rapporto*. Questi effetti non sono che idee mie, le quali io debbo risguardare come *segni reali di effettiva corrispondenza*, e nulla più. Ma non conoscendo le cose esterne nella loro realtà, ma veggendole per *speculum et in enigmate*, lungi che io possa ragionare di *causalità intelligente o non intelligente*, e peggio poi dell'*essenza stessa dell'azione fisica* (come pretende il sig. Wronski), io mi veggo costretto a limitarmi al puro fatto delle *apparenze*, e delle apparenze che accadono nel mio essere senziente.

L'*essenza dell'azione fisica*, secondo il sig. Wronski, forma il *contenuto*. Io so che il cibo è contenuto in un ventre, come so che un liquido è contenuto in un vaso; ma confesso di non saper comprendere come l'*essenza* dell'azione fisica possa divenire *contenuto* di qualche

cosa. *Agire* è lo stesso che *produrre* un certo effetto. L'*azione* non è che l'*esercizio* di una forza, ossia una *funzione* di un ESSERE ATTIVO. L'ente reale, l'ente esistente, è la sola cosa di *fatto* esistente in natura. L'*essenza logica* di un'azione consiste nei *caratteri* che la contraddistinguono da qualunque altra cosa. Come applicare a tutte queste idee il carattere di *contenuto?* Per *contenuto* intende forse l'ente esistente? In tal caso egli contiene sè stesso, ossia esiste com'è, e nulla più: *continente* e *contenuto* è tutt'uno. La *causalità non intelligente della natura* forma il *recipiente*, e questo *recipiente* presenta appunto *forma* e *contenuto.* Ma che cosa è questa *causalità non intelligente?* È forse la *materia?* è forse la *chimera scolastica?* Che diavolo è mai essa? Dobbiamo forse apprendere la trascendentale filosofia per mezzo di sibilloni e di strambotti? Gli *equipondialiter* e gli *archigingive* di alcuni scolastici del medio evo erano modi eleganti in confronto di questo.

Forma e *maniera di essere* sono tutt'uno pel signor Wronski. La *forma* sin qui fu riguardata come una delle *qualità* essenziali dei corpi; ma ogni maniera di essere dei corpi non fu mai ridotta alla sola forma. Le *maniere di essere* risultano da *tutto il complesso* delle qualità essenziali, e non da una sola di queste qualità. Quando il sig. Wronski ami di dir cose ragionevoli, o parli diversamente, o si degni almeno di darci il suo dizionario.

« La déduction de cette *dualité* de la *nature* (prosegue il signor » Wronski) appartient à la Philosophie: nous nous contenterons ici d'en » indiquer l'origine *transcendantale*. Elle consiste dans la *dualité des lois* » de nôtre savoir, et nommément dans la diversité qui se trouve entre » le lois transcendantales de la sensibilité (de la réceptivité de nôtre sa- » voir), et des lois transcendantales de l'entendement (de la spontanéité » ou de l'activité de nôtre savoir). C'est, en effet, dans la diversité qui » résulte de l'application de ces lois aux phénomènes donnés *a posterio-* » *ri*, que consiste la dualité de l'aspect sous lequel se présente la natu- » re; dualité que nous rangeons, conduits de nouveau par des lois tran- » scendantales, sous les conceptions de *forme* et de *contenu* du monde » physique. »

« Or la *forme*, la *manière d'être* de la nature, ou du monde physi- » que, est l'objet général des MATHÉMATIQUES; et son *contenu*, son es- » sence même est l'objet général de la PHYSIQUE. Mais laissons cette der- » nière, pour ne nous occuper ici que des Mathématiques. »

Che cosa veggiamo in questo passo? Che l'autore pretende di ghermire le ESSENZE STESSE componenti il mondo fisico. Con queste pretese

non siamo forse gettati nelle plebee illusioni, le quali precedettero la nascita della Filosofia? Come? l'*essenza stessa* del mondo fisico forma l'oggetto generale delle scienze fisiche? Tutti gli uomini di senso comune dichiarano con De Buffon, che noi non solamente non conosciamo essenza alcuna, ma che tutte le nostre fisiche teorie consistono nello spiegare un *effetto* meno cognito e particolare mediante un *effetto* più cognito e generale. Effetti e puri effetti (e mai cause prime, e peggio poi essenze) noi conosciamo, e possiamo solo conoscere.

Volendo tradurre in un senso ragionevole le cose dette dal signor Wronski, pare che ne esca il seguente senso. La natura si presenta a noi sotto un *doppio* aspetto, il quale nasce dalla nostra maniera di vedere le cose. Per questa maniera noi distinguiamo la *sostanza* e la *forma*. Alla prima appartengono gli attributi essenziali; alla seconda le diverse maniere di esistere in conseguenza di questi attributi e della loro azione. Posto questo senso, la *dualità* da lui asserita riesce puramente *mentale*. Essa consiste nella distinzione da noi fatta fra l'idea dell'*essere*, e quella dei *diversi modi* coi quali egli può esistere. Ma col dirci tutto questo che cosa c'insegna egli? Passando all'uomo interiore, la facoltà di *sentire* viene del pari logicamente distinta da quella di *ragionare*. La distinzione del *senso* dalla *ragione* è tanto antica, quanto è la Filosofia. Abbisognavano forse le Matematiche d'incominciare dall'esordio dell'ideologia, e da un esordio così vago, per mostrare la loro generazione filosofica?

Proseguiamo. « La *forme* du monde physique, qui résulte de l'ap-
» plication des lois transcendantales de la sensibilité aux phénomènes
» donnés *a posteriori*, est le *temps* pour tous les objets physiques en
» général, et l'*espace* pour les objets physiques extérieurs. » *Spazio* e *tempo* costituiscono, secondo il sig. Wronski, la *forma* del mondo fisico. La spazio è una forma; il tempo è una forma. Ma lo spazio e il tempo quale forma fisica possono essi avere? Più ancora: l'aggregato dei corpi, considerato *intrinsecamente*, sarà dunque zero? Volendo parlare contro senso, non v'ha nulla di meglio. L'ombra è tutto, e il solido è nulla.

« Ce sont donc les lois du temps et de l'espace, *en considérant ces*
» *derniers comme appartenant au monde physique* donné *a posteriori*,
» qui font le *véritable objet* des Mathématiques. »

« En appliquant au *temps*, considéré objectivement comme apparte-
» nant aux phénomènes physiques donnés *a posteriori*, les lois transcen-
» dantales du savoir, et nommément la première des lois de l'entende-
» ment, la quantité prise dans toute sa généralité, il en résulte la con-

» ception de la *succession des instans*, et dans la plus grande abstra-
» ction la conception ou plutôt le schéma du *nombre*. De plus, en ap-
» pliquant la même loi transcendantale à l'intuition de l'espace, ce der-
» nièr étant de même considéré objectivement comme appartenant aux
» phénomènes physiques donnés *a posteriori*, il en résulte la conception
» de la *conjonction* des *points*, et dans la plus grande abstraction la con-
» ception ou plutôt le schéma de l'*étendue*. Ces deux déterminations
» particulières de l'objet général des Mathématiques donnent naissance
» à deux branches des Mathématiques pures. La prémière a pour objet
» les *nombres:* nous l'appellerons ALGORITHMIE. La seconde a pour ob-
» jet l'*étendue :* c'est la GÉOMÉTRIE. »

§ 146. Esame delle nozioni preliminari suddette.

Eccoci finalmente entrati in argomento. Qui domando se la Filosofia possa ricevere le nozioni somministrateci dall'autore.

1.° Egli, senza definirci che cosa sia *quantità*, ci annunzia in un tuono assoluto, ch' essa forma la *prima legge* dell' umano sapere. Fin qui si è sempre pensato che la *quantità* consistesse in un *attributo* o in uno *stato* pel quale una cosa è suscettibile di *aumento* o *decremento*, e però niuno al mondo sognò mai ch' essa fosse una legge dell' umano sapere.

2.° Egli pretende con Kant, che l' idea del *numero* nasca dall' idea del *tempo*. Ma il senso comune respinge questa sentenza, come un travolgimento della naturale generazione della idea del *numero*. Ho già dimostrato nel Discorso primo, che il concetto del *numero* è concetto *individuo e complessivo*. Quest' idea è inchiusa nelle definizioni del *numero* dateci dai matematici da Euclide in qua. Ciò essenzialmente importa, che gli elementi *omogenei* siano *compresenti* al nostro pensiero, e compresi sotto di un solo concetto; così che, tolta questa *simultaneità* e *consociazione*, cessa l' idea propria di *numero*, e sottentra quella di *unità sgranate e disperse*. Ma il carattere precipuo dell' idea del *tempo* consiste nell' idea di SUCCESSIONE. Se coll'ajuto della memoria e della fantasia noi non ci formassimo l' idea *complessa* ed *unica* d'una *serie* d'istanti o di esistenze, mai giungeremmo a creare l' idea *individua* del tempo, e vestirla con un concetto *proprio;* ma saremmo affetti passivamente da un' attualità staccata d' istanti, senza poter distinguere nè passato, nè presente, nè futuro. Lungi adunque che la successione *effettiva* (che costituisce il tempo *reale*) somministrare ci possa l' idea del *numero*, essa per lo contrario ce ne priverebbe perpetuamente. Ma la fantasia presentandoci i *successivi* a guisa dei *simultanei* col giudizio della loro succes-

sione, noi investiamo la *successione* col concetto individuo del *numero*, il quale, così conformato, presenta la *nozione* del *tempo*. Diffatti il passato ed il futuro realmente non *coesistono* col presente. L'istante presente soltanto esiste; ma l'istante presente non può somministrar mai l'idea di *numero*, ma quella sola di *unità*. L'idea di *numero* essenzialmente importa quella d'una *pluralità compresa* in un solo concetto. L'idea dunque del *tempo* non è idea *matrice*, ma idea *filiale* del *numero*. Essa non può essere conformata e intesa da noi se non in conseguenza del concetto d'una *pluralità* d'istanti compresi sotto di una sola nozione; locchè appunto involge l'idea di *numero*. In questo senso il concetto del *tempo* altro non è che quello di un *numero trasformato*, ossia meglio altro non è che l'idea di *numero* associata a quella di *successione*. Le unità di questo numero sono gli istanti. Chi all'opposto dicesse che il *numero* altro non è che il *tempo trasformato*, non travolgerebbe forse ogni senso comune? Eppure questa è la nozione sublime e trascendentale che ci viene somministrata da Kant, e ripetuta dal signor Wronski.

Veniamo ora alla generazione dell'idea di *estensione*. Assegnarle come origine la *congiunzione dei punti* è un vero controsenso. Figurate voi questi punti *inestesi?* Allora accoppiate un assurdo. Figurate voi punti *estesi?* Allora l'estensione si presenta da sè stessa come un'idea primitiva, nè abbisogna d'essere altrimenti generata. Così la successione degli istanti per creare il *numero*, e la congiunzione dei punti per creare l'*esteso*, attestano che razza di filosofia sia quella che ci fu regalata dal sig. Wronski.

Questo non è ancor tutto. Il sig. Wronski pretende che l'estensione presentataci dal *mondo fisico* sia identica all'idea di *estensione* maneggiata in Matematica. Con questa sentenza egli ci prova che il vero senso trascendentale non è stato da lui raggiunto, come non fu raggiunto nel pensare al *numero;* imperocchè, tutto considerato, si trova che l'idea di *estensione*, quale viene assunta e maneggiata in Geometria, non è propriamente quella che la ragione può ammettere nel mondo fisico, ma è bensì un'idea fattizia, derivata dalla vista uniforme e indistinta delle superficie. Dico che l'estensione, quale viene assunta in Geometria, non può filosoficamente essere attribuita alla natura esteriore; e ciò non solamente per essere astratta, ma eziandio perchè la *continuità* assoluta, che le prestiamo, ripugna alla pluralità di estesi discontinui. Figurate monadi, atomi, od altri elementi sensibili. Le loro *aggregazioni* respingono l'idea d'una rigorosa *continuità*, com'essa è respinta da un muc-

chio di sabbia, al quale imprestiamo un *individuo concetto superficiale.* Fra l'idea intriseca di *estensione geometrica* attribuita alla monade, considerata come *unità elementare*, e quella di cui rivestiamo l'area di una grande figura, non v' ha differenza alcuna. Se questa differenza esistesse, l'identità di *specie*, che forma la condizione prima e fondamentale della commensurazione, mancherebbe, nè sarebbe possibile nè valutazione, nè algoritmo alcuno. Secondaria dunque ed artificiale risulta l'idea dell'*estensione*, della quale ci serviamo nella Matematica pura. Essa è esattamente quella dell'*uno* continuo e indiviso. Essa per questo concetto forma appunto il *mezzo termine* comune delle valutazioni. Da ciò ne segue, che la quantità fisica *escogitabile* non è una copia *materiale* della fisica reale della natura, ma un *emblema enigmatico* di quella dell'esteriore natura. Questa *quantità* fisica escogitabile, io lo ripeto, non può essere sensibile, ma puramente *logica*. Essa è un *impasto formato* da noi per valutare l' esteso in generale. Mercè questo impasto noi vestiamo gli aggregati colle spoglie dell' unità; e viceversa, a grandezze continue associamo l' idea di valori numerici. Per la qual cosa la Matematica, a parlar rigorosamente, non fa uso nè della quantità *discreta*, quale esiste in natura; nè della *continua*, quale può e dev' essere concepita; ma veramente assume la sola quantità *continua parteggiata*.

L'unità dell' *io* pensante, che *apprende* e *distingue* ad un solo tratto, crea per una natural legge questo ente fattizio, e ne fa uso senza nemmeno avvedersi della sua indole e del suo vero valore. Noi siamo forzati a valerci di questi concetti; perocchè per questi soli *simboli* ci è permesso di ragionare sulle cose esteriori. Logica dunque e non fisica riguardar si deve l'*estensione* della quale facciamo uso nella Matematica pura. E però allorchè dall' escogitabile passiamo al reale, deve intervenire una traduzione di concetti.

§ 147. Prima conseguenza pratica. Calcolo superficiale.

In forza di questo concetto dell' esteso ne segue non poter noi frapporre differenza fra il *commensurabile* e l'*incommensurabile*, se non a riguardo della potenza del nostro *senso discretivo*. Una corda per dare i tuoni maggiori ben distinti dev'essere divisa a dati intervalli. Ecco il *commensurabile lineare*. I gradi intermedii escogitabili occupano il campo tra l' uno e l' altro limite commensurabile. Ma sì nell'uno che nell'altro caso per paragonare l'esteso debbo computare le superficie, e quindi assumere le linee o le divisioni come EQUINOTANTI, e non come *equivalenti a superficie*. Tanto la *linea*, quanto qualunque altro indice aritme-

tico debbonsi assumere come *segni*, e non come il reale oggetto valutato. Se si fa corrispondere numero a numero, non conviene sostituire il concetto del *segno* al concetto della *cosa*. L'assumer linee o parti di esse non si deve considerare che come un'indicazione indiretta, e come un segno corrispondente di commensurazione superficiale. La computazione lineare è utile quando usar si può; ma essa riguardar si deve sempre come un mezzo *parziale*, e non mai come *esclusivo*, nè padroneggiante tutto l'algoritmo. Impiegatelo dunque, ma senza dimenticare ch'*egli non significa qualche cosa* se non coll'*associazione* dei concetti superficiali. La buona Matematica non ripugnò mai a questo metodo anche quando fu dominata dalla manía delle quadrature, e fu illusa dalle viziose dicotomie. « Mos obtinuit (disse Newton), ut genesis seu descriptio super- » ficiei per lineam super aliam lineam ad rectos angulos moventem, di- » catur multiplicatio istarum linearum. Nam quamvis linea multiplicata » *non possit* evadere superficies, ideoque haec superficiei e lineis gene- » ratio *longe alia sit* a multiplicatione; in hoc tamen conveniunt, quod » numerus unitatum in alterutra linea, multiplicatus per numerum uni- » tatum in altera producat abstractum numerum unitatum in superficie » lineis istis comprehensa, si modo unitas *superficialis* definiatur ut so- » let quadratum, cujus latera sunt unitates superficiales. » (*Arithmetica universalis*, § 9.)

Il sig. La Croix ne' suoi *Elementi di Geometria* (1) osservò che « mesurer des grandeurs n'étant autre chose que comparer entre elles » celles de *même espèce*, il est évident que la mesure des *aires* doit » avoir pour but de savoir combien une aire quelconque en contient » une autre prise *arbitrairement* pour servir de terme de comparaison. » Usando egli di questo principio dimostrò la proposizione, che due rettangoli qualunque stanno fra di loro come i prodotti della loro base per la loro altezza, o come i prodotti dei due lati contigui. Dopo di aver data la dimostrazione, soggiunge in nota: « Je me suis servi ci-dessus de la » multiplication par ordre comme du moyen plus simple pour parvenir » au résultat cherché: mais il pourrait arriver que l'on éprouvât quel- » que *difficulté* à concevoir ce changement dans le quel il semble qu'il » faut multiplier des *aires* entre elles. Cette difficulté cessera si l'on im- » magine que ces aires pour être comparées entre elles sont rapportées » à une certaine aire prise pour *mesure commune* ou pour unité. » La

(1) *Elemens de Géomètrie*. Huitième édition. Part. I. n.° 167-168. Paris, chez Courcier, an. 1810.

difficoltà temuta dall'autore non può cadere che nelle teste stravolte, o in quelle che non avvertono che nella commensurazione geometrica non si fa uso propriamente che di *aree* anche quando si assumono sole linee: non v'ha che l'esteso che possa misurar l'esteso. Colla linea astratta non si fissano fuorchè *rapporti* di *confini* e di *direzioni;* ma non si può creare uno stromento vero misuratore e di geometrica *valutazione.* I più valenti geometri c'insegnano che le *superficie astratte* si debbono considerare come *puri limiti dei corpi,* e le *linee astratte* come *estremità* di queste *superficie;* e finalmente i *punti* come *limiti* di queste *linee.* Tutto questo non segna che *logíe* nostre, e non il carattere costitutivo delle grandezze reali estese. Anzi queste logíe si fondano tutte e si appoggiano così al concetto *intuitivo* ed *intero* dell'esteso, che senza di ciò nè esistere potrebbero, nè servire ai nostri raziocinii. Ombre senza corpo, segni senza significato riuscirebbero essi senza la realità dell'esteso primitivo. Newton disse, che la moltiplicazione « non tantum fit per » abstractos numeros, sed etiam per *concretas quantitates*, ut per li- » neas SUPERFICIES motum localem pondera etc., quatenus hae ad ali- » quam sui generis notam quantitatem tamquam *unitatem* relatae ra- » tiones numerorum exprimere possunt et *vices* supplere. » (*Arithmetica universalis*, § 8.) Il numero *per sè* non indica alcuna *specie determinata* di cose, come ognun sa. Dunque egli non altera i caratteri delle cose, ma si associa con tutti. Dunque nelle valutazioni il numero serve a questi caratteri. Dunque, parlando dell'esteso, lascia al punto ed alla linea geometrica la loro *natura;* e però nell'atto che ne connota le parti non attribuisce loro altra virtù dimensiva, che quella ch'essi hanno naturalmente. Ma l'essenza di questi enti di ragione esclude in essi le qualità proprie dell'esteso reale, e lascia loro soltanto la virtù di *segni associati,* e nulla più. Dunque nelle valutazioni superficiali l'uffizio delle linee sarà solamente EQUINOTANTE, e non propriamente *valutante* o *dimensivo* dell'esteso.

Tutto questo è d'una verità così rigorosa, che non può essere impugnato senza distruggere il principio stesso di contraddizione, perocchè nasce dal concetto stesso essenziale del *punto*, della *linea* e dell'*esteso.* Io dunque non escludo l'uso delle espressioni numeriche lineari, come non escludo l'espressione numerica dei *luoghi,* dei *gradi,* delle *combinazioni*, e di qualunque altra logía ripetuta; ma avverto nello stesso tempo non essere permesso di sovvertire le leggi di ragione, facendo che la *linea* usurpi il posto della *superficie,* o che la *superficie* si converta in *linea.* Viceversa poi dico e sostengo, essere principio essen-

ziale di ragione, che la valutazione geometrica, sì *continua* che *discontinua*, sia essenzialmente *superficiale*, e che l'algoritmo lineare sia essenzialmente *sussidiario*, associato e subordinato al superficiale.

La natura stessa della mente umana si fa, dirò così, giustizia da sè stessa. Ella, a dispetto dei matematici non bene avvisati, i quali vogliono sottoporre il superficiale al lineare, si emancipa da questa tirannia; imperocchè trattandosi di valutar superficie, ella sostituisce anche a nostra insaputa il numero superficiale al lineare. Diffatti un vittorioso istinto ci fa sentire essere impossibile valutazione alcuna delle aree, se non si assumessero altre aree *elementari*. Distinguasi dunque la *posizione* del numero lineare dall'*uso* di questo numero. Se l'uso intrinsecamente non fosse quale io l'annunzio, i risultati della valutazione superficiale o sarebbero assurdi, o sarebbero nulli. Coll'inesteso non si misura l'esteso. Ponendo a paragone l'esteso coll'inesteso, non solo non paragoniamo quantità della stessa specie, ma ragguagliamo cose fra loro RIPUGNANTI. La Geometria riposa perpetuamente sulla base della commensurazione superficiale tutte le volte ch'essa paragona l'estensione rispettiva di due grandezze. Così la famosa proposizione pitagorica viene dimostrata confrontando superficie con superficie.

Sarebbe ben cosa strana che una forma, una legge, un fatto, un mezzo che si dimostra e che si usa pei *generali* usar non si potesse anche pei *particolari*; o viceversa, che ciò che ripugna ai *particolari* convenir dovesse ai *generali*. Riteniamo dunque, che le unità e i numeri lineari non sono *elementi*, ma *equinotanti degli elementi* superficiali. Questi poi sono i soli competenti alla valutazione degli estesi; e però ci gioviamo dei concetti lineari come di sussidii o di segnali *equinotanti*, ma non *equivalenti*. Ecco un canone fondamentale per valutare gli estesi. In forza di queste considerazioni non solamente rimane giustificato il calcolo superficiale geometrico come primo, precipuo ed unico; ma la *natura*, gli *uffizii*, la *competenza*, i *limiti* del *lineare sussidiario* vengono filosoficamente determinati. Allora si vede che col subordinare il *superficiale* al *lineare*, o col voler generare la scienza col *lineare*, egli è lo stesso che far dipendere il corpo dall'ombra, e coll'ombra generare il corpo. Rovinoso, distruttivo, antilogico sarebbe dunque l'insegnamento primo della Geometria per mezzo di due od anche di tre coordinate, come alcuni pretendono. Questo mezzo tutt'al più sarebbe buono per richiamare in ultimo un profilo delle leggi algoritmiche risguardanti la Geometria. Allora con una mente nutrita delle cognizioni della naturale generazione degli enti geometrici ed aritmetici si possono fabbricare

alcuni simboli, ai quali associandosi le mille idee sottaciute (le quali dal processo nudo delle coordinate non possono essere presentate), esprimono le *leggi generali geometriche*, come coll'Algebra si segnano le *leggi generali numeriche*. L'ultimo eccesso, o a dir meglio l'assassinio massimo dell'istruzione, sarebbe il sostituire l'insegnamento per coordinate a quello della primitiva arte di osservare.

Concludo ponendo per primo canone pratico il valutare con elementi superficiali le quantità estese presentate e computate nel primitivo insegnamento.

§ 148. Da quanta cecità la Matematica vigente sia dominata, secondo il sig. Wronski.

Ritorno al sig. Wronski. Dalle prime pagine del libro mi convien saltare alle ultime, perocchè in queste a lui è piaciuto di concentrare i motivi reali del suo lavoro. Egli fa la seguente domanda: « Quel était » l'état des Mathématiques, et sur tout de l'Algorithmie, avant cette phi- » losophie des Mathématiques? » A questa domanda così ampia egli risponde restringendosi soltanto a ciò che spetta al puro algoritmo; perocchè dello stato della Geometria non fa cenno, e solamente si contenta di darne in fine i rami attuali in forma di albero, all'uso di quelli degli scolastici del medio evo (1). Ristretto quindi l'esame allo stato dell'algoritmo, dice in primo luogo che i primi principii, ossia i metafisici, risguardanti l'arte di computare, non avevano prima di lui fuorchè una *certezza problematica*. Resta a vedere se dopo di lui abbiano acquistata una *certezza* soddisfacente. Sarà vero per altro che presso la comune non avevano *certezza* veruna, perocchè una *certezza problematica* non è nè punto nè poco *certezza*. Il carattere essenziale della *certezza* consiste nell'escludere qualunque dubbio del contrario. Niuna meraviglia può nascere sulla controversa natura della metafisica del calcolo, dopo che si conosce ch'essa da una parte riposa sulla piena cognizione dei rapporti compotenziali della quantità, e dall'altra sulla coscienza e sull'applicazione delle leggi inviolabili dell'umana intelligenza. Gli effetti sono proporzionali alle loro cause. La mancanza di filosofia non poteva partorire che frutti difettosi.

---

(1) In prova di ciò veggasi l'Opera di Scoto, stampata a Venezia nel 1591, *apud Franciscum Franciscium Senensem*, alla quale sta annessa un'Appendice intorno le così dette *seconde intenzioni* di Fra Costanzo Sarnano, Minor Conventuale, fatto Cardinale, ossia *sopra le idee relative o le logíe*. Ivi alla pag. 30 havvi l'albero dei predicamenti dell'*Ens rationis*, il quale rassomiglia a quello delle Matematiche del sig. Wronski.

« Parmi les différentes lois fondamentales de l'Algorithmie, une seu-
» le, le binome de Newton, était connue » qui soggiunge il sig. Wronski.
Quando ciò sia vero, dir si deve che un solo *artificio aritmetico* era conosciuto; e questo era quello di elevare una radice a diverse potenze, e di passare indi per via di successive moltiplicazioni, fatte ad ogni grado con due termini originali, dalla *radice* al rispettivo *quadrato aritmetico.* In questo magistero consiste il binomio newtoniano. Se a questo si restringeva tutto il solido dell'algoritmo, si conosceva dunque appena il vestibolo della disciplina.

Proseguiamo tenendo dietro solamente ai *fatti positivi*, e lasciando da parte il torto imaginario da lui apposto ai matematici di non essere trascendentalisti assoluti. « Le principe prémièr (prosegue) de la *gra-
» duation*, la vraie signification des nombres dits *irrationnels*, et le
» principe de la *pluralité* des racines, n'étaient pas connus, du moins
» avec une conscience logique suffisante; bien plus, la nature des quan-
» tités *idéales*, dittes *imaginaires*, était entièrement méconnue. »

Non impugnando il fatto, e tributando omaggio al discernimento del sig. Wronski, si domanda se anch'egli abbia conosciuto il principio risguardante queste quantità imaginarie. Se lo avesse veramente conosciuto, come pretende, non si sarebbe prevalso dell'epiteto di *ideali*, ma avrebbe usato quello di *snaturate*, e snaturate per via d'un INCOMPETENTE ARTIFICIO (1). So ch' egli ha preteso di giustificare la sua sentenza; ma il mezzo da lui impiegato è una *viziosa petizione di principio.* Per confermare poi filosoficamente il suo assunto ha avuto il coraggio di regalarci un tenebroso paradosso kantistico dopo una più tenebrosa dimostrazione coll'infinito. « Quant à l'espèce de contradiction que ces
» nombres paraissent impliquer, et dont nous avons donné la déduction,
» on voit maintenant que ce n'est point une contradiction *logique* qui
» les rendrait absurdes, mais bien une contradiction *transcendantale*,
» une véritable *antinomie* dans l'intelligence humaine, provenant de
» l'opposition des lois de l'entendement avec les lois de la raison. »
(Pag. 167.)

---

(1) Il celebre Leibnitz chiamava queste radici imaginarie col nome di *mostri amfibii posti fra l'essere e il nulla.* Opera omnia. Tom. III. pag. 378.

§ 149. Esame della sentenza del signor Wronski intorno le radici imaginarie.

In questo passo la sana ragione rileva tre cose. La prima una *mostruosità assoluta morale;* la seconda un *controsenso matematico;* la terza una *stravagante applicazione* di questa mostruosità, onde giustificare questo controsenso. Queste tre qualificazioni debbono essere provate per esteso, perocchè qui si tratta di una legge fondamentale della natura umana, la quale oggidì non solamente è poco conosciuta dalla comune dei filosofi, ma, quel che è peggio, fu presa in senso *contrario* a quello che viene indicato nella suprema economia della natura.

I.

È cosa nota che l'uomo non è predominato da un ristretto, uniforme e materiale istinto, come i bruti; ma è governato da una forza e con leggi tali, per le quali nei diversi secoli e nei diversi paesi egli non solamente varia le sue maniere di pensare e di agire, ma in certi luoghi egli va migliorando il suo modo di vivere; vale a dire, equilibra ognora più i mezzi di potenza cogli stimoli dei bisogni. Le rondini ed i castori del dì d'oggi fabbricano i loro nidi e le loro case come al tempo di Adamo; ma gli Europei del dì d'oggi non errano più nei boschi per pascersi di ghiande, non si rifugiano più negli antri, nè abitano più semplici capanne, costrutte con rami strappati, e coperti di fango (1). Le campagne coltivate, le paludi asciugate, le città innalzate, le vie appianate, i ponti costrutti, l'oceano tutto navigato, il fulmine condotto, le invenzioni tutte diffuse, ec. ec., sono tanti fatti visibili e palpabili, i quali attestano in faccia al sole la possanza morale della quale la natura dotò la specie umana. Per essa gli uomini si perfezionano cogli anni, e le nazioni coi secoli.

Posto questo testo indubitato, luminoso, solenne, quali sono le osservazioni prime di *fatto* che si presentano? Una è la specie umana, e identica fu sempre la sua costituzione ed il tenore fondamentale della di lei economia. Ma dall'altra parte la storia tutta ci fa fede che la possanza morale umana dovette talvolta sormontare sì ardue difficoltà e vincere sì gravi ostacoli, che gigantesche ci appajono le di lei imprese. Talvolta poi

(1) Di quest'ultimo modo di abitare non veggiamo esempii fuorchè o in paesi oppressi da un assorbente inveterato feudalismo, come sarebbe l'Irlanda, le Ebridi, e le montagne della Scozia, o nei paesi posti sotto al circolo polare.

ella cammina così moderata e così tenue, che a guisa di persona adagiata su d'una barca sembra abbandonarsi a grado del vento della fortuna. Qual'è la conseguenza prima di questi altri fatti? Esistere nella costituzione dell'essere umano un *principio motore*, l'energia del quale, comunque finita, misurar non possiamo. Dunque niun uomo preveder può fin dove giunger possa la sfera di questo motore segreto, nè quali fenomeni ulteriori apparir possano nel mondo delle nazioni. Così nel mondo fisico veggendo i turbini e gli oragani che sconvolgono il mare e la terra, e i zefiri ed i favonii che accarezzano i fiori e fecondano le piante, noi non possiamo tassativamente prefinire la forza assoluta dell'atmosfera, benchè asserir dobbiamo esser ella finita.

Ma come nell'atmosfera lo zefiro e l'oragano sono effetti della stessa *forza* e della stessa *legge*, cioè della tendenza a ristabilire l'alterato equilibrio; così pure nella specie umana i contrarii effetti intellettuali, morali, economici, politici, sono effetti della stessa forza, e conseguenza della stessa legge. Quella molla che in un orologio ben compaginato e ben equilibrato vi segna esattamente il corso del tempo, quella stessa molla lo segna male o arresta la macchina, quando le condizioni del buon meccanismo sono alterate. Anzi questa *contrarietà* di effetti fa fede dell'UNITÀ del principio energico, perchè sarebbe logicamente assurdo che, variate le condizioni degli impulsi e delle resistenze, ne dovesse ciò non ostante seguire lo stesso effetto.

Qui facciamo punto. È vero, o no, che la contrarietà degli effetti deriva in ultima analisi dalla contrarietà del meccanismo, e non da contrarie qualità della molla centrale? Essa si suppone sempre la stessa: la sua forma, la sua dimensione, la sua energia elastica, per la quale tende a svolgersi, non è punto cangiata. È dunque più che manifesto, che se per ispiegare la contrarietà dei fenomeni io affermassi o che la molla cangiò di natura, o che racchiude in sè stessa qualità e leggi contraddittorie, io pronunzierei un'assoluta bestialità. Ecco il caso dell'*antinomia* morale del trascendentalismo di Kant, ripetuto qui dal sig. Wronski.

. E per far sentire che la parità corre perfettamente, io prego il lettore a seguirmi con attenzione. In altra mia Opera ho detto che se, prescindendo da particolari circostanze, si volesse assegnare una grande legge generale, dir si dovrebbe che il cuore umano ama di spaziare in un *infinito libero*, e lo spirito ama di riposare su di un *finito certo*. Tutto questo nasce dalla *indefinita capacità* di bramare tutto ciò che può appagare i suoi desiderii. Questa capacità deriva in sostanza dalla facoltà di *sentire* e di *volere*, NON LIMITATA da verun particolare *istin-*

to (1). Gli effetti di questa indefinita capacità sono appunto la creazione, i periodi e le vicende del mondo delle nazioni, delle quali parlai nel detto libro (2); e quindi la maturità rispettiva, da cui deriva l'*opportunità*, la quale altro non è che la necessità pratica della natura risguardante la specie umana (3).

Questa gran legge universale fu ricevuta *a controsenso* dai vecchi moralisti e politici. I moralisti divisero l'uomo in due parti fra loro contrastanti; e distinsero un uomo *inferiore*, al quale attribuirono cecità di mente ed intemperanza di cuore ; ed un uomo *superiore*, al quale attribuirono lumi intellettuali e temperanza di affetti. Nelle transazioni poi delle diverse età delle umane aggregazioni riguardarono i successivi progressi dell'incivilimento come aberrazioni della specie umana, e come un'antinomia delle leggi fondamentali di lei. Così fu fatto insulto a quella divina economia, nella quale se si pone l'uomo fatto ad imagine di Dio, è cosa assurda ed empia lo stabilire un manicheismo, pel quale o conviene ammettere non esservi più speranza di migliorare la vita umana, o che la Causa prima non voglia far trionfare, per quanto può, la sua bontà e la sua provvidenza (4). Questa sconcia dottrina fu coniata perchè l'ordine morale fu da loro configurato colle massime claustrali, e la bontà della sua economia fu misurata giusta i dettami di un amor proprio individuale.

L'umano intendimento non era ancora stato espressamente invaso da questo manicheismo; ma Kant tentò di assoggettarvelo, e il signor Wronski di aggiungervi la conquista del paese delle Matematiche.

La teoria dei progressi dello spirito umano respingeva queste sentenze, e le aveva rigettate nell'ammasso delle rugginose ed ammuffite produzioni del medio evo; ma ecco che si tornano a porre in commercio sotto forme più oscure e con un aspetto più elaborato.

Qualunque però siano queste forme, qualunque sia il linguaggio col quale si vogliano presentare, non lasciano d'essere assolute mostruosità. E prima di tutto osservo, che s'incomincia a scindere la mente umana in due parti: l'una denominata *intendimento*, che è la facoltà di assumere, concepire ed intendere; l'altra denominata *ragione*, la quale è la facoltà di avvertire, distinguere e giudicare. Ma è più che notorio che queste due facoltà non si possono distinguere fuorchè per una mentale

---

(1) *Assunto primo della scienza del Diritto naturale*, § XIII.

(2) Dal § IX. fino al XII. e nel XV.

(3) § XXXVI.

(4) Vedi la mia *Introduzione allo studio del Diritto pubblico universale*, § 402.

astrazione. Una è l'*anima*, uno è l'*io* pensante. Quando si considera quest'*io* pensante *in fatto*, senza badare se pensi giusto o no, gli diamo il nome generico di *intendimento*; quando poi lo consideriamo occupato a sottoporre a sindacato i suoi pensieri, e a pronunziar sentenze a norma di una verità o reale o presunta, allora gli diamo il nome di *ragione*. Così distinguesi il *fatto* dal *diritto*. Ma il *diritto* è sempre un *fatto*, ed un *certo fatto*, vale a dire è un *fatto regolato*; dovechè il *fatto nudo* può essere *sregolato*. Così pure la *forza* in genere può essere una forza regolata o sregolata; ma è sempre *forza*.

In che dunque si risolve la distinzione fra l'*intendimento* e la *ragione*? Nella sola distinzione dell'*esercizio* delle sue funzioni, o, a dir meglio, della *direzione* di questo esercizio. La *ragione* altro non è nè può essere che lo stesso *intendimento*, in quanto è occupato a pronunziare i giudizii aventi per iscopo la verità. La *mira* a questo scopo forma la tendenza che caratterizza la *ragione*. Il complesso dei mezzi creduti valevoli ad ottener questo scopo forma l'*ordine* o reale o presunto di *ragione*. Questi mezzi trascelti, purgati, confermati e proposti come modelli perpetui, formano le regole di *ragione*. Ma questa *ragione* non è che lo stesso *intendimento* in funzione, ed occupato in un certo ordine di funzioni. La sua tendenza, anche quando sbaglia, è sempre una e sempre la stessa, vale a dire la cognizione del vero. So che vi sono uomini che scientemente impugnano la verità conosciuta, e si servono della conosciuta menzogna. Ma so del pari che la *simulazione* e la *menzogna* non possono alterare la interiore *coscienza* del *vero*. La legge dell'*intendimento* è così necessaria, quanto è necessaria la visione colla luce.

Ma ommessa la simulazione e la menzogna, e concentrandoci nell'intima coscienza dell'animo, ognuno sa che, posta qualunque nostra indagine, si possono frapporre due ostacoli all'intento di acquistare la piena e certa cognizione d'una data cosa. Il primo di questi ostacoli è l'*errore*, e il secondo è la *mancanza* dei dati competenti. Questa mancanza è vincibile o invincibile. È vincibile allorchè l'oggetto è compreso entro la sfera dello scibile umano; è poi invincibile allorchè l'oggetto è fuori di questa sfera. Così la cognizione delle essenze, quella delle cause prime, dei fenomeni, quella della fabbrica totale del mondo, quella del futuro, ec. ec., oltrepassano la sfera dello scibile umano. Vane adunque sono le ricerche, insolubili i problemi, interminabili le quistioni che si possono agitare.

Prima che la Filosofia abbia dimostrato i confini insormontabili dell'umano sapere, l'umana curiosità tenta di penetrare, e si lusinga di

poter giungere alla cognizione di quel che brama. In questa posizione o ella si persuade dell'impossibilità della soluzione della quistione, o no. Se si persuade di questa impossibilità, ecco pronunziata una sentenza giusta. In caso contrario possono presentarsi due partiti. Il primo si è quello di astenersi da qualunque giudizio definitivo di fatto, ma pure di lusingarsi della possibilità della soluzione. Il secondo si è quello di supplire con ipotesi, con analogie, con induzioni imperfette, e farle valere come dati pieni, certi e concludenti. Nel primo caso si commette un errore di *presunzione;* nel secondo o un errore di *fatto positivo*, od un *giudizio temerario.*

Ma in tutto questo processo la mente umana agisce come in tutti gli altri casi, e niuno potrà trovare nè antinomie, nè contrasto fra le leggi dell'intendimento e quelle della ragione. Sia pur vero che la *curiosità*, ossia il desiderio di sapere, porti l'uomo a ricerche eccedenti la sua possanza: e che per ciò? La *curiosità* è un *bisogno*, e non una *legge di ragione;* la *curiosità* è la madre del *sapere;* la *curiosità* è lo *stimolo* che porta a ricercare e a domandare. Tocca alla *ragione* e tocca sempre alla *ragione* il pronunziar la sentenza sulle domande della *curiosità;* la *ragione* e la *ragione* sola fu, è, e sarà il giudice.

Forse che per trovare *antinomie* si farà valere l'umana *fallibilità?* Che razza di *antinomia* sarebbe questa mai? Essa è la conseguenza dell'inseparabile *limitazione* umana; essa non richiede un manicheismo logico, ma solamente l'abuso nel giudicare. Colla stessa *ragione* si giudica bene e male, come colla stessa *forza* si fa bene e male. A questa fallibilità poi viene o presto o tardi rimediato colla revisione delle sentenze pronunciate, e colla riforma delle erronee. Questa revisione rare volte vien fatta dai primi giudici, e spesso un secolo posteriore riforma i giudizii degli anteriori. La cassazione versar può su tre punti; vale a dire la *falsità*, l'*incompetenza* e la *temerità.*

Orsù dunque, dove sta l'*antinomia* trascendentale asserita? Forse nella *curiosità*, ossia nel desiderio di sapere ciò che alla nostra possanza non è dato di scoprire? Ma, prima di conoscere i confini dello scibile, qual è l'oracolo che mi dica che io tento una ricerca frustranea? Più ancora: senza di questa indefinita *curiosità* potrebbe mai la specie umana giungere alla cognizione delle verità competenti? Chi è che coraggiosamente apre il cammino in regioni sconosciute prima, fuorchè l'illimitata *curiosità?* Chi è che rovescia i sistemi chimerici, o compie gli imperfetti, fuorchè l'illimitata *curiosità?* Chi è che, ricercando cose impossibili, ha arricchito il mondo di scoperte utili, fuorchè l'illimitata

curiosità? Chi è che apre la strada ad utili rivelazioni, fuorchè l'illimitata *curiosità?* Chi è infine che fa progredire i lumi, eliminare i pregiudizii, purgare gli errori, ampliare le dottrine, migliorare le invenzioni, ec. ec., fuorchè l'illimitata *curiosità?*

Un osservatore si reca in una bigattiera per vedere il nascimento ed i progressi del baco da seta. Egli vede schiudersi l'uovo, escirne il bruco; indi lo vede cangiare la sua pelle, chiudersi nel bozzolo, e trasformarsi in farfalla. Volendo filosofare, ecco il suo argomento. Un bruco, come bruco, per la legge generale dei viventi tende a conservarsi nel suo stato di bruco. Egli diffatti mangia, cresce, riposa come bruco. Ma io veggo che getta via le pelli, e si cangia in farfalla. Dunque esistono in lui due *leggi*, due *poteri*, due *economie*, e quindi due *facoltà fisiche* trascendentali opposte, l'una delle quali vincendo l'altra, ne nasce la metamorfosi. Che cosa direste voi di questa filosofia? Il corso dell'umano incivilimento è una serie continua di metamorfosi. Il principio impellente sono i *bisogni fisici* e la *curiosità*. A niun mortale è dato di prevedere quale possa essere l'ultimo termine delle acquisizioni dell'umana potenza sospinta da questi stimoli. Stolido è dunque il contrasto figurato fra l'uomo guidato dalla spinta dei secoli e l'uomo della presente età. Se la natura non ci condannò ad un'eterna infanzia, deve dunque essere accusata di *antinomia?*

Eleviamoci a considerazioni eminenti. Negli oggetti individuali della natura noi dobbiamo collocare un'energia sovrabbondante, della quale non conosciamo i limiti. Dalla coesistenza, dal congegno, dall'azione e reazione scambievole degli esseri attivi nasce l'energia vitale, per la quale si effettuano i temperati sistemi e l'armonia universale. Fino a che a guisa di lumache non ci occuperemo che del nostro guscio, fino a che penosamente non ci trascineremo che da particolare a particolare, fino a che non abbraccieremo la catena conoscibile della natura e dei secoli, noi calunnieremo sempre la Provvidenza.

Ripigliamo. Nelle ricerche dell'*essere* pensante la *curiosità*, avvivata anche da estranei interessi, interviene per istimolare; ma l'*intelligenza* sola interviene per vedere e per giudicare. In questa *intelligenza* non racchiudesi che *una sola forza*, *un solo principio*, *una sola essenza*, *una sola tendenza*. Coglie l'uomo la verità? questa tendenza è soddisfatta. Coglie egli l'errore? questa tendenza è realmente frustrata: ma di fatto è appagata, perchè si crede d'avere abbracciata la verità. In tal caso il giudizio di aver colpito il vero tien luogo del giudizio vero, e apporta la stessa soddisfazione.

Che se poi parliamo di una curiosità che non può venire soddisfatta perchè l'oggetto sorpassa la sfera dello scibile umano, lungi dal vedere alcuna opposizione fra l'*intendimento* e la *ragione*, noi altro non veggiamo che una impotenza ed una limitazione di mezzi a scoprire un *vero* nascosto. Una potenza anche angustiata non è una potenza gladiatoria, ma una potenza contenuta entro certi confini, e nulla più.

Fingere dunque nell'*io* pensante potenze contrarie, e personificare la *ragione* come diversa dall'*intendimento*, e che lo fa ubbidire suo malgrado, è una mostruosità la quale non può venire partorita fuorchè da quei cervelli che veggono gli uomini come alberi ambulanti, e dipingono gli oggetti colle gambe in su.

Stringiamo l'argomento. Distinguendo anche a modo vostro l'*intendimento* dalla *ragione*, a quale dei due attribuite voi la funzione di *giudicare?* O l'attribuite alla *ragione* sola, o la rendete comune all'*intendimento*. Nel primo caso non esistendo che un solo potere *giudicante*, non esiste più un altro potere *discordante*, il quale possa suo malgrado essere costretto a cedere al potere della *ragione*. Uno sarà sempre il giudizio, sia vero, sia falso, ed uno l'assenso dello spirito umano. Dunque chimerica, mostruosa e contraddittoria riesce allora l'*antinomia* e l'*opposizione delle leggi* asserita da Kant e da Wronski. O volete porre due *poteri* giudicanti con *tendenze* e *leggi* diverse nell'*io* stesso pensante; ed allora non solamente voi stabilite una duplicità ed una opposizione di potenze senza prove, ma introducete una mostruosità, un assurdo nell'economia dell'essere umano e di tutto l'universo. Il senso comune non ammette *fatti* senza *prove*, e senza prove chiare, tassative e concludenti. Il fatto di questa duplicità intellettuale non solo non è provato da verun sentimento nostro interno, ma è fisicamente assurdo in vista della triplice unità sopra dimostrata. Dunque risulta che questa duplicità è un'assoluta mostruosità morale.

Le funzioni contraddittorie delle opinioni vere e delle false, delle adottate e delle ritrattate, delle mature e delle precipitate, delle competenti e delle eccedenti, non sono FISICAMENTE, ma solo MORALMENTE contraddittorie; e sono tutti fenomeni d'una stessa potenza, e conseguenza d'una stessa legge.

Dico in primo luogo che non sono fisicamente contraddittorie. Qui la parola *fisicamente* non viene da me assunta nel senso materiale o corporale, ma solamente nel senso di cosa appartenente alla realità di una sostanza o d'una potenza effettiva. Posto questo senso, io vi domando se l'imagine dello stesso oggetto presentata da diversi specchi, l'uno

perfettamente piano, l'altro ondulato, l'altro cilindrico, ec. ec., siano forse funzioni fisicamente contraddittorie, e che palesino una opposizione nelle *leggi della riflessione della luce.* Tutti vi dicono quello che vi debbono dire, ed in tutti la legge della riflessione viene modificata senza violare la sua unità. Invano voi mi opponete che uno vi presenta una faccia storta, un altro una testa lunga che non avete. Voi scambiate con questa opposizione la quistione di *fatto* colla quistione di *diritto*, senza controvertere il principio dell'*unità fisica* da me asserita. Quando contrapponete la vostra faccia dritta e corta, voi uscite dallo stato di *fatto* dei fenomeni, e ricorrete ad un modello esterno che fate servir di *regola.* Allora voi fate contrastare *fatti veri*, *reali* e *costanti* di natura con un altro *fatto ipotetico* preso da voi come *archetipo.* Ma per verificare questo *fatto archetipo* voi dovete porre in fatto altre circostanze reali; e voi otterrete il *fatto archetipo* e *regolare* in forza della stessa *potenza* e della stessa *legge* generale, per la quale otteneste i *fatti non regolari.* Tal'è appunto la costruzione dello specchio perfettamente piano, e tale la riflessione conseguente della luce.

L'opposizione dunque da voi imaginata non è *fisica*, ma è puramente *morale* ed *ipotetica;* vale a dire, che assumendo per norma un dato stato non esistente, voi lo trovate non conforme all'esistente. Ma che perciò? Ne vien forse la conseguenza, esistere nella *potenza* e nelle *leggi* reali della natura un'originaria contrarietà?

Molti uomini insigni sono caduti in questo scambio. Essi assumendo il diritto astratto ed ipotetico come norma dei fatti fisici della natura, hanno figurato aberrazioni ed opposizioni *fisiche* nell'atto ch'esse non erano che puramente *specolative*, cioè nate dalla considerazione dei fatti, i quali *fisicamente* essendo ciò che debbono essere, non sono quali *moralmente* dovrebbero essere. Ma questa *moralità* nascendo dal solo paragone con un ordine finale concepito dalla nostra ragione, non ne segue altra conseguenza, che cangiando le esterne circostanze che fanno nascere il *fatto moralmente discordante*, e introducendo quelle circostanze che possono produrre il *concordante*, si fa allora coincidere il *fisico* col *morale*, e si fa coincidere in forza di quella stessa *potenza* e di quelle stesse *leggi* fondamentali, le quali produssero i fatti moralmente discordanti.

Ecco il vero punto di vista della reale economia della natura risguardante le nostre azioni ed i nostri pensieri.

II.

La seconda qualificazione da noi data alla sentenza del sig. Wronski è quella di contenere un controsenso matematico. È vero ch'egli dogmaticamente afferma di aver dimostrata la legittimità delle radici imaginarie; ma, esaminando i mezzi da lui adoperati, si scopre l'illusione e la fallacia del suo tentativo. Egli, maneggiando le cifre dell'INFINITO ASSOLUTO, reca una dimostrazione la più tenebrosa possibile, ed anzi la più antilogica di tutte. Quando Leibnitz pretese di giustificare il calcolo infinitesimale, egli tentò di coprirne il difetto colle radici imaginarie. Viceversa il sig. Wronski per legittimare le radici imaginarie ricorre all'infinito assoluto, e con ciò ne dice che esse « emanent *en toute pureté* » de la faculté même qui donne des lois à l'intelligence humaine. » Così un artificio inventato pochi secoli fa per sottoporre tutto ad un *trattamento unico razionale o discreto*, dal sig. Wronski viene convertito in una legge di sapienza purissima sovrana; e ciò vien da lui fatto colle cifre dell' *infinito*. Provare una cosa tenebrosa ed assurda per un'altra egualmente tenebrosa e non accettabile, ecco, secondo il sig. Wronski, le leggi altissime che con tutta purità emanano dalla legislatrice ragione; ecco i mezzi coi quali egli pretende che venga soggiogato suo malgrado l'umano intendimento. « Telle est la déduction méthaphysique de » ces nombres vraiment extraordinaires, qui forment un des phénomè» nes intellectuels les plus remarquables, et qui donnent une preuve » non équivoque de l'influence qui exerce dans le savoir de l'homme la » *faculté législative* de la raison, dont ces nombres sont un produit en » quelque sorte MALGRÉ l'*entendement*. »

Ma chi ha detto al sig. Wronski che queste radici imaginarie siano una produzione di questa ragione sovrana legislatrice? Forse la sua dimostrazione per *infiniti* assoluti? no certamente. Forse la buona filosofia? nemmeno. Forse la storia? nemmeno. Anzi la storia e la filosofia attestano lo strano travolgimento che partorì questi mostri. Se il signor Wronski avesse consultata l'Opera veramente classica del sommo matematico Cossali, risguardante la storia dell'Algebra (1), sarebbe stato largamente istruito dell'origine di questi mostri di ragione (2), e del torto

(1) *Origine, trasporto in Italia, primi progressi in essa dell'Algebra. Storia critica.* Dalla reale tipografia parmense, 1797.

(2) « Itaque elegans et mirabile effugium » reperit in illo Analyseos *miraculo idealis* » *mundi* pene inter ens et non ens *amphibio*, » quod *radicem imaginariam* appellamus, » dice Leibnitz, *Opera omnia*, tom. III. pagina 378. Qui Leibnitz manifesta d'aver sentito l'urto dell'aspetto di questi mostri, ma

che hanno i matematici di farne uso. Egli avrebbe veduto ch'essi furono partoriti dalla manía della commensurazione fabbrile, e dalla tirannica pretesa di prender sempre come prevalente il razionale volgare. « Sono » qui dunque (dice il lodato Cossali, pag. 243-244) le parti delle *radici* » *imaginarie*, laddove nell'antico metodo da Fra Luca esposto a pagi- » na 126 risultavano *reali.* E d'onde cotanta differenza? Dal tenersi » nell'antico metodo all'inviolabil legge di prendere per rappresentante » della somma dei quadrati delle due parti della radice cercata il *termi-* » *ne del proposto binomio più potente*, *ancorchè irrazionale;* e dal » prendersi nel moderno metodo, con legge diversa, a rappresentante di » essa somma dei quadrati delle due parti della cercata radice il *termine* » *razionale*, *ancorchè meno potente*. E quale di queste due leggi è la » GIUSTA, la conforme alla natura? La prima senza dubbio. » E qui l'autore entra con un chiarissimo calcolo a dimostrare la sua sentenza. Indi prosegue: « E che? È egli dunque *vizioso* il metodo moderno? Non si » può a meno di non riconoscerlo *illegittimamente generalizzato*, od » esteso dal suo al non suo caso. »

Da questa fonte illegittima escono appunto le *radici imaginarie;* e però in qualità di mostri, e di mostri inutili, vanno bandite dal paese delle Matematiche.

Se il signor Wronski nella sua riforma dell'algoritmo algebrico ha ignorato tutto questo, ed anzi è trascorso all'eccesso sopra notato, noi dobbiamo confessare che, malgrado la da lui proclamata propria superiorità di aver veduto o insegnato in Algebra ciò che verun mortale non ha nè veduto nè insegnato fin qui, e malgrado il *non plus ultra* da lui intimatoci, egli è dominato ancora da tutti i pregiudizii volgari della presente età. Una doppia prova l'abbiamo nel vederlo buonamente manipolare l'*infinito* in molti casi, e specialmente per avvalorare il nefando paradosso sovra piantato; locchè accusa non solo la mancanza di quella filosofia della quale si vanta, ma eziandio la privazione di quello stromento algoritmico, il quale da uno studio profondo e conforme alle leggi della natura viene somministrato ad una mente sagace.

---

non di averne conosciuta l'origine. In generale la mente di Leibnitz aveva delle grandi inspirazioni; ma esse furono da lui lasciate quasi sempre compatte ed indigeste. Così il vero merito dell'uomo di genio manca a' suoi scritti. Fino a tanto che non si padroneggiano le idee travedute, e non si dà ragione a sè stessi e ad altri del loro tenore, della loro connessione e della loro verità, non si può dire che un pensatore abbia adempiuto il suo ufficio. Ma per far questo conviene essere dotati di quello spirito analitico, il quale non è dato che ad uomini cui un cielo benigno fece sorgere ed educò.

§ 150. Delle lacune algoritmiche ulteriori accusate dal sig. Wronski.

Il sig. Wronski prosegue. « La théorie générale de la NUMÉRATION,
» dont le schéma est marqué (22), et qui embrasse les séries (VIII.) et
» les fractions continues (IX.), n'était point connue dans ses principes.
» En effet, la forme générale (22) de l'algorithme de la numération
» n'était pas encore déduite; et la loi fondamentale de cette théorie, qui
» en embrasse toute l'étendue, n'est pas non plus connue encore: nous
» la donnerons dans la seconde partie de cet ouvrage. Quant à l'algo-
» rithme des numérales (24), formant un cas particulier de la théorie
» de la numération, on ne le distinguait pas encore. »

« La théorie générale des FACULTÉS n'était connue que par indu-
» ction. Le principe premier de cette théorie, marqué (31), et sa loi
» fondamentale que nous donnerons également dans la seconde partie
» de cet ouvrage, n'étaient point connus. Quant à l'algorithme des fa-
» ctorielles (25), il n'est qu'un cas particulier de la théorie des facultés. »

« La loi fondamentale de la théorie des LOGARITHMES, marquées (40)
» et (41), ou dans sa plus grande généralité (43), n'était encore déduite
» que de la théorie de sinus. De plus, la loi fondamentale et la plus sim-
» ple de cette théorie, marquée (35), n'était point reconnue encore pour
» le principe même de la théorie des logarithmes: on ne la considérait
» que comme une expression instrumentale, propre à donner les déve-
» loppemens de ces fonctions. Quant au principe architectonique de
» cette théorie, la transition de la numération aux facultés, on n'en avait
» pas l'idée. »

« La loi fondamentale de la théorie des SINUS, marquée (47), et les
» expressions (48) qui en proviennent, n'étaient point connues. Bien
» plus, cette théorie, en la considérant même dans le premier ordre de
» son état transcendant, n'était encore donnée que par la Géométrie.
» Pour ce qui concerne les ordres supérieurs de la théorie des sinus,
» auxquels correspondent les expressions (54), (55) et (59), ils étaient
» entièrement inconnus. »

« La loi fondamentale de la théorie générale des DIFFÉRENCES, mar-
» quée (c) et (c)', n'était pas connue. Nous savons bien que Condorcet
» était parvenu, par induction, à l'expression marquée (h), qui est le cas
» le plus particulier de cette loi; mais nous ne savons pas qu'on ait dé-
» duit l'expression générale (c), et surtout qu'on l'ait reconnue pour la
» loi fondamentale de toute la théorie des différences et des différentiel-

» les, directes et inverses. Nous savons au contraire que, pour ce qui
» concerne en particulier le calcul différentiel, on a fini par en mécon-
» naître entièrement la nature, en lui donnant, pour principe, le pré-
» tendu théorème de Taylor, ou d'autres expressions techniques pa-
» reilles. »

« La théorie des GRADES et des GRADUELES n'était point connue; on
» n'en soupçonnait même pas l'existence. »

« La loi fondamentale de la théorie des NOMBRES, marquée (D), qui
» est le principe de la possibilité des congruences, était inconnue. Il en
» était de même du principe architectonique de cette théorie. »

« Les principes téléologiques de la théorie générale des ÉQUIVALEN-
» CES n'étaient point connus; et quant aux lois fondamentales de cette
» théorie, la loi principale, marquée (pp), n'était pas connue non plus:
» on ne connaissait que la loi marquée (hh), qui est visiblement d'une
» moindre importance philosophique. »

« La résolution théorique des ÉQUATIONS D'ÉQUIVALENCE était deve-
» nue tout-à-fait problématique. On ne connaissait que la résolution des
» équations des quatres premiers dégrés, et on n'avait nulle idée de la
» nature et de la forme des racines des équations des dégrés supérieurs.
» C'est cette nature et cette forme qui donne la loi générale de la réso-
» lution des équations d'équivalence, exposée dans l'article concernant
» ces équations, et derivée de la loi fondamentale (pp) de la théorie des
» équivalences. »

« La résolution théorique des ÉQUATIONS DE DIFFÉRENCES ET DE DIF-
» FÉRENTIELLES était encore plus imparfaite. Les procédés qu'on a pour
» la résolution de quelques cas particuliers de ces équations, sont indi-
» rects et artificiels: ils ne sont pas même encore ramenés à la loi gé-
» nérale de la résolution de ces équations; à la loi qui est exposée dans
» l'article concernant les équations des différences, et dérivée de la loi
» fondamentale (c) de la théorie générale de ces fonctions. »

« La résolution théorique des ÉQUATIONS DES GRADES ET DES GRA-
» DUELES n'était pas encore en question. »

« Enfin, la résolution théorique des ÉQUATIONS DE CONGRUENCE se
» trouvait dans le même état d'imperfection que la résolution des équa-
» tions de différences et de différentielles. »

« Pour ce qui concerne la TECHNIE DE L'ALGORITHMIE, on n'en avait
» encore nulle idée; et en effet, la dénomination inexacte de *méthodes*
» *d'approximation* qu'on avait donnée à quelques procédés techniques
» isolés, aux quels on s'était trouvé forcé de recourrir, prouve, avec évi-

» dence, toute l'absence de l'idée de cette partie intégrante de l'algo-
» rithmie. On ne se doutait nullement que les différens procédés techni-
» ques, qu'on nommait *méthodes d'approximation*, formassent des sy-
» stèmes particuliers et dépendans d'un principe unique. Même dans ces
» méthodes isolées on ne connaissait encore que les cas les plus parti-
» culiers; par exemple, dans les méthodes dites *d'approximation*, qui
» fournissaient les séries, on connaissait seulement quelques méthodes
» dépendantes du prétendu théorème de Taylor: la loi de la forme plus
» générale (X) des séries, et encore moins la loi de la forme la plus gé-
» nérale (VIII) des ces fonctions techniques, et par conséquent les mé-
» thodes fondées sur ces lois, n'étaient nullement connues. Quant à la
» LOI TECHNIQUE OU ALGORITHMIQUE ABSOLUE (XXXII), et aux méthodes
» qui en dépendent, on ne s'en doutait même pas. »

« Voilà quel était l'état de l'Algorithmie avant cette philosophie des
» Mathématiques. Pour ce qui concerne la Métaphysique même de l'Al-
» gorithmie, il est superflu d'en parler, parce que, suivant nous, on n'en
» avait pas encore entrevu l'idée (1). »

A questa umiliante Iliade che cosa sanno rispondere i matematici? Basterebbe la metà per far sentire il bisogno d'una ristaurazione generale di questa disciplina, e prima di tutto dell'Aritmetica.

§ 151. Se nel supposto dell'insufficienza degli attuali algoritmi il sig. Wronski abbia almeno cominciato a provvedere come doveva.

Alla quistione proposta in questo paragrafo fu antecedentemente risposto nei paragrafi 110. 111. 112. Poco nocivo sarebbe il cattivo esempio del signor Wronski, perocchè il suo libro porta il suo correttivo con sè. Ciò di cui dobbiamo dolerci si è il costume invalso di trattare una disciplina pratica come le Matematiche con formole algebriche astratte anche quando si deve esporre un nuovo argomento di dottrina interessante. Questa è una positiva sovversione degli ufficii della Matematica, ed un vero insulto ai comuni bisogni. Io mi presento ad un uomo di Stato e filosofo, e lo prego di darmi il progetto d'un buon Codice civile. Che fa egli? Scrive la seguente formola = Pareggiare fra i privati l'utilità mediante l'inviolato esercizio della comune libertà. = Ecco, egli mi dice, in che consiste tutto un Codice civile. Sia pur vero che questo sia lo scopo di un Codice; sia pur vero che tutte le sue disposizioni si debbano poter ridurre a questa formola: ma egli è vero del pari, che con

---

(1) Wronski, *Introduction à la philosophie des Mathématiques*, pag. 257 alla 260.

questa sola formola i giudici, i magistrati e i privati rimarranno privi di una direzione pratica negli usi della vita. Svolgete dunque ed applicate questa formola; traducetela ai casi più frequenti risguardanti lo stato delle persone, le contrattazioni e le successioni ereditarie; e voi soddisferete alla mia domanda. Questa mia risposta sarebbe essa ragionevole? Eppure i grandi calcolatori non la vogliono ammettere. Con poche cifre algebriche si cavano d'impaccio; e quando siamo per applicare le loro formole convien tessere una specie di trattato, prima di poterci accostare all'applicazione. Questa peste ha invaso anche l'insegnamento; e però nell'atto che si soddisfa alla pigrizia dei precettori, si proclama metodicamente la boria, l'ignoranza e l'oscurantismo.

Quanto al signor Wronski, io m'appello a tutti quelli che l'hanno letto, se non sia necessaria un'improba fatica per intenderlo, ed un'assai più improba fatica per guidare le sue formole a qualche pratica applicazione. Eppure egli si vanta di aver dato a tutto l'edificio delle Matematiche i FONDAMENTI dei quali egli mancava. Notate bene: *i fondamenti*, ed i fondamenti non conosciuti di tutta la Matematica. Col proclamare, col ripetere, coll'inculcare i suoi *non plus ultra fondamentali* ogni uomo crederebbe averci egli rivelata la *scienza fondamentale, distinta e complessa dell'esteso escogitabile e delle leggi numeriche.* Per la qual cosa dovevamo presumere aver egli dato alla teoria delle curve geometriche una genesi concentrata, connessa ed unificata, di cui ora mancano, e della quale sono pure suscettibili (come venne già effettuato da un valente nostro matematico in un lavoro ancora privato). Da questo lavoro, accompagnato da un armonico tessuto rettilineo, la prima Geometria può ripetere quell'ORDINAMENTO IN UNO da tanti secoli aspettato. Ma nulla di tutto questo fu operato, tentato, e nemmeno sospettato dal signor Wronski, il quale pretese dare alla Matematica i *fondamenti* di cui mancava. Ma abbandonata la Geometria, egli si è concentrato intieramente entro la sfera algoritmica, quasi che in questa fosse possibile vedere ed agire senza il soccorso della Geometria, ad oggetto specialmente di conseguire il *vero intento* ultimo delle Matematiche.

Ma anche seguendo i suoi passi in questa regione tenebrosa, e volendo pur conoscere se egli abbiaci somministrato non quintessenze sfumate, ma i veri e solidi *fondamenti* dell'algoritmo, noi troviamo che egli ha praticato precisamente l'opposto di quello che pretendeva. Col darci le ultime astrazioni delle leggi più universali algoritmiche non dà i fondamenti della piramide scientifica, ma l'ultimo vertice della medesima. I veri e solidi *fondamenti* dovevano consistere nella cognizione

ben dedotta da fatti accertati delle *proprietà* e delle *leggi primordiali* delle *quantità numeriche*, sia quadrate, sia non quadrate, risguardate particolarmente in *serie;* e nel farci rilevare la *fonte* da cui emanano, i *luoghi* che le uniscono, i *periodi* ai quali vanno soggette, e le *leggi* compotenziali alle quali ubbidiscono. Così avrebbe fondata la vera teoria dell' algoritmo, e l' avrebbe atteggiata a norma delle esigenze perpetue dello spirito umano.

Ma nulla di tutto questo fu praticato dal sig. Wronski. Con qual titolo dunque pretende egli di averci dato questi *fondamenti?*

L' Opera del sig. Wronski dev' essere riguardata come un' *ultima esaltazione* dei cattivi metodi regnanti. Essa al più è un volo fatto con ali più robuste degli altri; ma un volo fatto nella regione del caos e della notte. Que' pochi frammenti che ci furono trasmessi dai nostri antichi progenitori giacciono ancora nello stato di rottami staccati, i quali furono dissotterrati dalle ruine del tempo e della barbarie. Noi gli abbiamo fin qui descritti a modo degli antiquarii; ma non mai gli abbiamo studiati col genio di un Bramante, di un Michelangelo e di un Palladio. V' è ancor di peggio. Noi gli abbiamo confinati in un magazzino; e di là estraendone alcuni pochi, presumiamo di ordire la tela della dottrina con fili di ragno, e di affrontare così lo studio della natura, e di soccorrere le arti.

E fino a quando dureranno questi traviamenti? E fino a quando ci risolveremo noi a ricalcar le orme tracciate dalla natura? E fino a quando ci persuaderemo che l' oscurità, la secchezza e la difficoltà non sono gli attributi della buona scienza, ma l' appannaggio del cattivo metodo e della imperfetta o snaturata dottrina?

Io m' accorgo di predicare oggidì al deserto, e di seminare nell' arena. Di ciò sono tanto più convinto, quanto più il metodo da me proposto è totalmente contrario al praticato. Ma so che la verità è la più forte delle cose, e che la voce della ragione, il bisogno dell' istruzione si fa sentire nell' atto che la secchezza e l' oscurità disgustano ed annojano. Per la qual cosa se non potremo raccoglier nulla nell'adulta vivente generazione, a bel bello la verità si farà strada presso un' incorrotta posterità.

Nota al Discorso VI.

Sulla serie delle proporzioni fatta per sottrazione ripetuta.

« Pour moi en particulier j'aurois souhaité de voir votre méthode d'estimer » les grandeurs par la recherche de la commune mesure (ou d'une série de quo- » tiens, lorsque cette mesure ne se sauroit trouver) poussée plus avant. Vous » vous souvendriez, peut-être, que j'avois coutume d'exprimer votre série des » quotiens par une telle équation:

$$\frac{a}{b} = l + \cfrac{1}{m + \cfrac{1}{n + \cfrac{1}{p + \cfrac{1}{q} + \text{etc.}}}}$$

» ou l, m, n, q etc. sont des quotiens, lesquels sont égaux lorsque la ligne est » coupée en moyenne et extrême raison. Mais ce qui me fait répéter cela ci, est » que j'ai remarqué depuis dans l'Arithmétique des Infinis de M.r Wallis, que » milord Brounker (qui a été Président de la Société Royale) avoit exprimé la » grandeur du cercle par une formule approchante, mais qui ne donne pas cette » série des quotiens, comme je l'aurois souhaité. Voici cette expression. »

« Le quarré du diamètre est au cercle,

» comme $1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{4}{2 + \cfrac{9}{2 + \cfrac{16}{2 + \cfrac{25}{2 + \cfrac{36}{2 + \text{etc.}}}}}}}$ est à l'unité. »

« Cette expression est en quelque façon un renversement de la votre, énon- » cée à ma manière; car au lieu que dans votre expression il y a toujours l'uni- » té, il y a dans celle-ci, 1, 4, 9, 16 etc., qui sont les quarrés tous de suite; et » au lieu de vos quotiens variables, il y a ici 2, 2, 2, etc. Je ne sai si cela vous » pourroit, peut-être, servir pour exprimer la grandeur du cercle par une série » de vos quotiens, ce qui seroit fort considérable. »

Autre extrait du 6 Novembre 1705.

« Je souhaiterois, monsieur, que vous fussiez de loisir et d'humeur de pour- » suivre vos belles pensées sur les proportions, en les cherchant par la voie de

» l'inquisition *maximae communis mensurae*, ou par une soustraction répétée
» du residu. Il est remarquable, que par cette voie non seulement la recherche
» se termine quand les grandeurs sont commensurables, mais aussi quand l'in-
» commensurabilité est du premier dégré; c'est à dire, quand l'équation est du
» second, la proportion infinie des quotiens est périodique. »

A queste osservazioni di Leibnitz dobbiamo soggiungere:

1.° Che la serie, sia col comune denominatore o quoto, o coi quozienti variabili, può esser fatta anche per via di addizione, dopo che i due termini del binomio furono assoggettati al ripartimento, del quale esibimmo il metodo nel sesto Discorso.

2.° Che questo metodo segna il passaggio costante, sia nei razionali che negli irrazionali, col quale il minor membro del binomio viene convertito nel maggiore, dopo che per altro egli pareggiò la quarta parte di tutta la figura, nella quale egli esiste in forma di binomio ripartito.

3.° In conseguenza si può in ogni proporzione costituire una serie intrascendente, sia aumentando, sia detraendo. Aumentando, si procede all'infinito; detraendo, si giunge al primo germe fondamentale e compotenziale della data figura.

4.° Senza il metodo da noi indicato non solo era impossibile tessere queste serie sempre conformate e assoggettate alle estreme e medie ragioni, ma era altresì impossibile d'internarsi e di scoprire i reconditi ed essenziali caratteri proprii delle diverse proporzioni.

Tav. *A.*

Serie decrescente

con sottrazione gammata delle due proporzioni 48 e 49, dipendente dal binomio sommato delle due proporzioni di 3 a 4, ossia del triplo e quadruplo del triangolo equilatero.

NB. Qui si dà la serie con sottrazione gammata, vale a dire coll'espressione delle estreme e medie ragioni sì compositive che differenziali. Qui egualmente si dà la serie per esteso. In altra Tavola si dà la serie ripiegata a Bostorphedom per indicare i periodi naturali algoritmici della serie medesima.

2	193
193	18624
195 + 18817	
19012	

$-\frac{193}{2}$ $+\frac{191 \; 191}{2}$	I	189+189+2	II	187+187+2	III	185+185—2	IV	183+183+2	V	181+181+2	VI	179+179+2	VII	177+177+2	VIII
384	18624 — 384 = 18240	380	17860	376	17484	372	17112	368	16744	364	16,380	360	16,020	356	15664
175+175+2	IX	173+173+2	X	171+171+2	XI	169+169+2	XII	167+167+2	XIII	165+165+2	XIV	163+163+2	XV	161+161+2	XVI
352	15312	348	14964	344	14620	340	14280	336	13944	332	13612	328	13284	324	12960
159+159+2	XVII	157+157+2	XVIII	155+155+2	XIX	153+153+2	XX	151+151+2	XXI	149+149+2	XXII	147+147+2	XXIII	145+145+2	XXIV
320	12640	316	12324	312	12012	308	11704	304	11400	300	11100	296	10804	292	10512
143+143+2	XXV	141+141+2	XXVI	139+139+2	XXVII	137+137+2	XXVIII	135+135+2	XXIX	133+133+2	XXX	131+131+2	XXXI	129+129+2	XXXII
288	10224	284	9940	280	9660	276	9384	272	9112	268	8844	264	8580	260	8320
127+127+2	XXXIII	125+125+2	XXXIV	123+123+2	XXXV	121+121+2	XXXVI	119+119+2	XXXVII	117+117+2	XXXVIII	115+115+2	XXXIX	113+113+2	XL
256	8064	252	7812	248	7564	244	7320	240	7080	236	6844	232	6612	228	6384
111+111+2	XLI	109+109+2	XLII	107+107+2	XLIII	105+105+2	XLIV	103+103+2	XLV	101+101+2	XLVI	99+99+2	XLVII	97+97+2	XLVIII
224	6160	220	5940	216	5724	212	5512	208	5304	204	5100	200	4900	196	4704
95+95+2	XLIX	93+93+2	L	91+91+2	LI	89+89+2	LII	87+87+2	LIII	85+85+2	LIV	83+83+2	LV	81+81+2	LVI
192	4512	188	4324	184	4140	180	3960	176	3784	172	3612	168	3444	164	3280
79+79+2	LVII	77+77+2	LVIII	75+75+2	LIX	73+73+2	LX	71+71+2	LXI	69+69+2	LXII	67+67+2	LXIII	65+65+2	LXIV
160	3120	156	2964	152	2812	148	2664	144	2520	140	2380	136	2244	132	2112
63+63+2	LXV	61+61+2	LXVI	59+59+2	LXVII	57+57+2	LXVIII	55+55+2	LXIX	53+53+2	LXX	51+51+2	LXXI	49+49+2	LXXII
128	1984	124	1860	120	1740	116	1624	112	1512	108	1404	104	1300	100	1200
47+47+2	LXXIII	45+45+2	LXXIV	43+43+2	LXXV	41+41+2	LXXVI	39+39+2	LXXVII	37+37+2	LXXVIII	35+35+2	LXXIX	33+33+2	LXXX
96	1104	92	1012	88	924	84	840	80	760	76	684	72	612	68	544
31+31+2	LXXXI	29+29+2	LXXXII	27+27+2	LXXXIII	25+25+2	LXXXIV	23+23+2	LXXXV	21+21+2	LXXXVI	19+19+2	LXXXVII	17+17+2	LXXXVIII
64	480	60	420	56	364	52	312	48	264	44	220	40	180	36	144
15+15+2	LXXXIX	13+13+2	XC	11+11+2	XCI	9+9+	XCII	7+7+2	XCIII	5+5+2	XCIV	3+3+2	XCV	1+1+2	
32	112	28	84	24	60	2	40	16	24	12	12	8	4	4	00

Serie decrescente della Tavola *A*

disposta in serie ripiegata a Bostorphedom, indicante tanto i periodi naturali delle parti della serie medesima, quanto le proporzioni continue con cui stanno i termini di questa serie. Essa è trascendentale ed infinita, ma sempre però puramente dipendente.

o : o 4 : 4	XV : XVII 480 : 544	XVI : XVIII 544 : 612	XXXI : XXXIII 1,984 : 2,112	XXXII : XXXIV 2,112 : 2,244	XLVII : XLIX 4,512 : 4,704	XLVIII : L 4,704 : 4,900	LXIII : LXV 8,064 : 8,320	LXIV : LXVI 8,320 : 8,580	LXXIX : LXXXI 12,640 : 12,960	LXXX : LXXXII 12,960 : 13,284	XCV : XCVII 18,240 : 18,624	2 | 193 18,624
I : III 4 : 12	XIV : XVI 420 : 480	XVII : XIX 612 : 684	XXX : XXXII 1,860 : 1,984	XXXIII : XXXV 2,244 : 2,380	XLVI : XLVIII 4,324 : 4,512	XLIX : LI 4,900 : 5,100	LXII : LXIV 7,812 : 8,064	LXV : LXVII 8,580 : 8,844	LXXVIII : LXXX 12,324 : 12,640	LXXXI : LXXXIII 13,284 : 13,612	XCIV : XCVI 17,860 : 18,240	193
II : IV 12 : 24	XIII : XV 364 : 420	XVIII : XX 684 : 760	XXIX : XXXI 1,740 : 1,860	XXXIV : XXXVI 2,380 : 2,520	XLV : XLVII 4,140 : 4,324	L : LII 5,100 : 5,304	LXI : LXIII 7,564 : 7,812	LXVI : LXVIII 8,844 : 9,112	LXXVII : LXXIX 12,012 : 12,324	LXXXII : LXXXIV 13,612 : 13,944	XCIII : XCV 17,484 : 17,860	195 18,817 19,012
III : V 24 : 40	XII : XIV 312 : 364	XIX : XXI 760 : 840	XXVIII : XXX 1,624 : 1,740	XXXV : XXXVII 2,520 : 2,664	XLIV : XLVI 3,960 : 4,140	LI : LIII 5,304 : 5,512	LX : LXII 7,320 : 7,564	LXVII : LXIX 9,112 : 9,384	LXXVI : LXXVIII 11,704 : 12,012	LXXXIII : LXXXV 13,944 : 14,280	XCII : XCIV 17,112 : 17,484	
IV . VI 40 : 60	XI : XIII 264 : 312	XX : XXII 840 : 924	XXVII : XXIX 1,512 : 1,624	XXXVI : XXXVIII 2,664 : 2,812	XLIII : XLV 3,784 : 3,960	LII : LIV 5,512 : 5,724	LIX : LXI 7,080 : 7,320	LXVIII : LXX 9,384 : 9,660	LXXV : LXXVII 11,400 : 11,704	LXXXIV : LXXXVI 14,280 : 14,620	XCI : XCIII 16,744 : 17,112	
V : VII 60 : 84	X : XII 220 : 264	XXI : XXIII 924 : 1,012	XXVI : XXVIII 1,404 : 1,512	XXXVII : XXXIX 2,812 : 2,964	XLII : XLIV 3,612 : 3,784	LIII : LV 5,724 : 5,940	LVIII : LX 6,844 : 7,080	LXIX : LXXI 9,660 : 9,940	LXXIV : LXXVI 11,100 : 11,400	LXXXV : LXXXVII 14,620 : 14,964	XC : XCII 16,380 : 16,744	
VI : VIII 84 : 112	IX : XI 180 : 220	XXII : XXIV 1,012 : 1,104	XXV : XXVII 1,300 : 1,404	XXXVIII : XL 2,964 : 3,120	XLI : XLIII 3,444 : 3,612	LIV : LVI 5,940 : 6,160	LVII : LIX 6,612 : 6,844	LXX : LXXII 9,940 : 10,224	LXXIII : LXXV 10,804 : 11,100	LXXXVI : LXXXVIII 14,964 : 15,312	LXXXIX : XCI 16,020 : 16,380	
VII : IX 112 : 144	VIII : X 144 : 180	XXIII : XXV 1,104 : 1,200	XXIV : XXVI 1,200 : 1,300	XXXIX : XLI 3,120 : 3,280	XL : XLII 3,280 : 3,444	LV : LVII 6,160 : 6,384	LVI : LVIII 6,384 : 6,612	LXXI : LXXIII 10,224 : 10,512	LXXII : LXXIV 10,512 : 10,804	LXXXVII : LXXXIX 15,312 : 15,664	LXXXVIII : XC 15,664 : 16,020	

Tav. C.

Serie dei quadrati dispari

COLLE LORO DIFFERENZE A SPECCHIO.

QUADRO PRIMO

Radici	Quadrati	Differenze	Quadrati	Radici
1	1	2400	2401	49
3	9	2200	2209	47
5	25	2000	2025	45
7	49	1800	1849	43
9	81	1600	1681	41
11	121	1400	1521	39
13	169	1200	1369	37
15	225	1000	1225	35
17	289	800	1089	33
19	361	600	961	31
21	441	400	841	29
23	529	200	729	27

$\sqrt{24} = 625$

QUADRO SECONDO

Radici	Quadrati	Differenze	Quadrati	Radici
51	260	7200	9801	99
53	2809	6600	9409	97
55	3025	6000	9025	95
57	3249	5400	8649	93
59	3481	4800	8281	91
61	3721	4200	7921	89
63	3969	3600	7569	87
65	4225	3000	7225	85
67	4489	2400	6889	83
69	4761	1800	6561	81
71	5041	1200	6241	79
73	5329	600	5929	77

$\sqrt{75} = 5625$

QUADRO TERZO

Radici	Quadrati	Differenze	Quadrati	Radici
101	10201	12000	22201	149
103	10609	11000	21609	147
105	11025	10000	21025	145
107	11449	9000	20499	143
109	11881	8000	19881	141
111	12321	7000	19321	139
113	12769	6000	18769	137
115	13225	5000	18225	135
117	13689	4000	17689	133
119	14161	3000	17161	131
121	14641	2000	16641	129
123	15129	1000	16129	127

$\sqrt{125} = 15625$

QUADRO QUARTO

Radici	Quadrati	Differenze	Quadrati	Radici
151	22801	16800	39601	199
153	23409	15400	38809	197
155	24025	14000	38025	195
157	24649	12600	37249	193
159	25281	11200	36481	191
161	25921	9800	35721	189
163	26569	8400	34969	187
165	27225	7000	34225	185
167	27889	5600	33489	183
169	28561	4200	32761	181
171	29241	2800	32041	179
173	29929	1400	31329	177

$\sqrt{175} = 30625$

QUADRO QUINTO

Radici	Quadrati	Differenze	Quadrati	Radici
201	40401	21600	62001	249
203	41209	19800	61009	247
205	42025	18000	60025	245
207	42849	16200	59049	243
209	43681	14400	58081	241
211	44521	12600	57121	239
213	45369	10800	56169	237
215	46225	9000	55225	235
217	47089	7200	54289	233
219	47961	5400	53361	231
221	48841	3600	52441	229
223	49729	1800	51529	227

$\sqrt{225} = 50625$

Prospetto unito

Tav. *D.*

Della prima serie delle ipotenuse e dei cateti tutti commensurabili seguendo la Tavola posometrica.

									100—81= 19 10×18=180 100+81=181	121—81= 40 11×18=198 121+81=202	144—81= 63 12×18=216 144+81=225
								81—64= 17 9×16=144 81+64=145	100—64= 36 10×16=160 100+64=164	121—64= 57 11×16=176 121+64=185	144—64= 80 12×16=192 144+64=208
							64—49= 15 8×14=112 65+49=113	81—49= 32 9×14=126 81+49=130	100—49= 51 10×14=140 100+49=149	121—49= 72 11×14=154 121+49=170	144—49= 95 12×14=168 144+49=193
						49—36= 13 7×12= 84 49+36= 85	64—36= 28 8×12= 96 64+36=100	81—36= 45 9×12=108 81+36=117	100—36= 64 10×12=120 100+36=136	121—36= 85 11×12=132 121+36=157	144—36=108 12×12=144 144+36=180
					36—25= 11 6×10= 60 36+25= 61	49—25= 24 7×10= 70 49+25= 74	64—25= 39 8×10= 80 64+25= 89	81—25= 56 9×10= 90 81+25=106	100—25= 75 10×10=100 100+25=125	121—25= 96 11×10=110 121+25=146	144—25=119 12×10=120 144+25=169
				25—16= 9 5×8= 40 25+16= 41	36—16= 20 6×8= 48 36+16= 52	49—16= 33 7×8= 56 49+16= 65	64—16= 48 8×8= 64 64+16= 80	81—16= 65 9×8= 72 81+16= 97	100—16= 84 10×8= 80 100+16=116	121—16=105 11×8= 88 121+16=137	144—16=128 12×8= 96 144+16=160
			16—9= 7 4×6= 25 16+9= 25	25—9= 16 5×6= 30 25+9= 34	36—9= 27 6×6= 36 36+9= 45	49—9= 40 7×6= 42 49+9= 58	64—9= 55 8×6= 48 64+9= 73	81—9= 72 9×6= 54 81+9= 90	100—9= 91 10×6= 60 100+9=109	121—9=112 11×6= 66 121+9=130	144—9=135 12×6= 72 144+9=153
		9—4= 5 3×4= 12 9+4= 13	16—4= 12 4×4= 16 16+4= 20	25—4= 21 5×4= 20 25+4= 29	36—4= 32 6×4= 24 36+4= 40	49—4= 45 7×4= 28 49+4= 45	64—4= 60 8×4= 32 64+4= 68	81—4= 77 9×4= 36 81+4= 85	100—4= 96 10×4= 40 100+4=104	121—4=117 11×4= 44 121+4=125	144—4=140 12×4= 48 144+4=148
Cateto con — Cateto con × Ipotenuse con +	4—1= 3 2×2= 4 4+1= 5	9—1= 8 3×2= 6 9+1= 10	16—1= 15 4×2= 8 16+1= 17	25—1= 24 5×2= 10 25+1= 26	36—1= 35 6×2= 12 36+1= 37	49—1= 48 7×2= 14 49+1= 50	64—1= 63 8×2= 16 64+1= 65	81—1= 80 9×2= 18 81+1= 82	100—1= 99 10×2= 20 100+1=101	121—1=120 11×2= 22 121+1=122	144—1=143 12×2= 24 144+1=145
	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	

TAV. I.
Fig. I.
Fig. II.
Fig. III.
Fig. IV
Fig. V.
Fig. VI
Fig. VII.
Fig. VIII.
Fig. IX.
Fig. X.
Fig. XI.
Fig. XII
Fig. XIII.
Fig. XIV.
Fig. XV.
Fig. XVI.
Fig. XVII.
Fig. XVIII
Fig. XIX.

TAV. II.

Fig. I.

Fig. II.

Fig. III

Fig. IV.

Fig. V.

Fig. VI.

Fig. VII.

Fig. VIII.

Fig. IX.

Fig. X.

Fig. XI.

Fig. XII.

Fig. XIII.

Fig. XIV.

Fig. XV.

SAGGIO
FILOSOFICO
SULL'ALGEBRA ELEMENTARE

CONSIDERAZIONI ED ESEMPII

RISGUARDANTI L'INSEGNAMENTO PRIMITIVO DI ESSA

DI

ALESSANDRO DE GIORGI

DOTTORE IN FILOSOFIA E IN LEGGI

PER SERVIRE DI APPENDICE E SCHIARIMENTO ALL'INSEGNAMENTO

PRIMITIVO DELLE MATEMATICHE

DI

G. D. ROMAGNOSI

AVVERTIMENTO

Ho creduto conveniente aggiungere all'Opera del Romagnosi sull'insegnamento primitivo delle Matematiche questo mio breve Saggio, pensato già molti anni prima che mi fosse nota, sembrandomi che possa servire ad essa di opportuno schiarimento, perchè si accorda in molte idee fondamentali con quelle dell'Autore, e ad un tempo s'acconcia meglio al linguaggio adottato da tutti i cultori delle scienze esatte. Ciò che mi proposi in questo opuscolo il Lettore lo rileverà dalla Prefazione che vi premetto.

ADG.

PREFAZIONE

Questo Saggio, come indica il suo titolo, non è un Trattato di Algebra, ma soltanto la sposizione di alcune dottrine filosofiche che mi sembra possano condurre a formarsi una giusta idea dell'indole della Matematica, ad apprezzare l'importanza dell'insegnamento primitivo di questa scienza in vista dello scopo suo, e quindi a stabilire quale sia il miglior metodo d'impartirlo.

Io non mi proposi però di dare tutto lo sviluppo che si potrebbe ai principii che accenno; ho cercato soltanto di toccare le idee capitali, come esigeva la natura di questo breve scritto, limitando pure le mie considerazioni all'Algebra sola; e procurai di rendere evidente col mezzo degli esempii alcuno tra i canoni che indicai rapporto al metodo.

Se avessi voluto far vedere tutte le applicazioni delle dottrine da me esposte, avrei dovuto stendere un compiuto Trattato di Algebra; ciò che era fuori del mio assunto. Mi sono quindi accontentato di dare il piano di un Corso d'Algebra elementare, accennando le materie che mi sembrano da trattarsi, e i limiti entro i quali dovrebbe essere ristretto l'insegnamento; e quanto agli esempii, scelsi la dimostrazione della formula newtoniana del binomio per l'esponente intero positivo, e il metodo per l'estrazione delle radici quadrata e cubica dai polinomii e dai numeri.

Della prima mi cadde in acconcio parlare trattando brevemente la quistione importantissima del valore della induzione scientifica nelle Matematiche; l'altro lo esposi

estesamente, onde rendere manifesto in qual modo io vorrei associare l'insegnamento dell'Algebra e dell'Aritmetica.

In questo metodo quanto all'estrazione delle radici dalle quantità numeriche, ch'era ciò su che più mi premeva d'insistere, io parto dal principio, che le potenze dei numeri si possono e debbono considerare come potenze di polinomii; e fin qui io ripeto ciò che fu detto da altri. Ma, per ridurre il metodo alla maggiore evidenza, stabilisco che la scomposizione delle radici numeriche non debba essere arbitraria, ma quella di tre cifre si debba avere come un trinomio, quella di quattro come un quadrinomio ec., secondo il loro ordine, cioè unità, decine, centinaja ec. In questo credo essermi scostato dalla comune maniera di considerare le radici numeriche, e quindi le loro potenze.

Se pur qualche cosa d'interessante v'è in questo scritto, mi pare debba essere la dimostrazione della formula newtoniana del binomio per l'esponente positivo intero, tentata assai volte, nè mai ottenuta coi mezzi elementari. Io spero d'esservi riuscito, e di averla ridotta al principio d'identità; senza che non potrebbe appellarsi *dimostrazione*. Io la deduco dal seguente assioma: *dati identici fattori, si debbono avere identici prodotti.*

Del resto, io pubblico questo mio lavoro più filosofico che matematico senza alcun'ombra di pretensione. Il mio scopo è soltanto quello di pormi in grado di sentire il giudizio altrui sulle nuove dottrine che per avventura fossero in questo Saggio, onde rettificarle se errate, o averne la conferma se saranno trovate giuste. Lungi adunque che la critica mi sia per ispiacere, io anzi crederò di avere conseguito il vero fine che mi proposi nello scrivere questo opuscolo, se arriverò ad ottenerla.

CAPO I.

Dell' indole del calcolo.

Essendo essenziale alla mente umana il procedere sempre dai particolari alle generalità, la *classificazione*, come modo indispensabile alla formazione appunto dei concetti generali, è assolutamente necessaria per avere delle nozioni distinte degli oggetti. La limitazione delle sue facoltà costringe l'uomo a ridurre tutti gli oggetti a certe classi, onde rappresentarseli distintamente, e non ismarrire nella immensità degli individui. Da questi principii, che la Filosofia ci somministra, ne viene che uno dei primi bisogni dell'uomo sia quello di *calcolare.*

Il *calcolo* infatti non è che *la maniera di classificare gli enti contingenti rapporto alla loro quantità.* La *qualità* e la *quantità* sono il fondamento di qualunque *classificazione.* I *numeri* non sono altro che *generi* e *specie;* ma generi e specie che, essendo formati mediante l'astrazione di una proprietà comune a tutti gli individui, quali che siano per altra parte le loro qualità, abbracciano tutto quanto esiste o può esistere, quando sia capace di aumento e diminuzione, ossia quando abbia *quantità* (1).

Ho detto che *calcolare* non è altro che *classificare.* Infatti nel calcolo non si fa altro infine che *numerare* e *denumerare* (2), ossia riunire molte unità omogenee, onde formarne un aggregato che si chiama *numero;* o quando si abbia l'aggregato, scomporlo ne' suoi elementi.

Nè ciò è vero soltanto per la *quantità discreta*, alla quale appartiene il *calcolare* propriamente detto; ma anche per la *quantità continua*, alla quale spetta il *misurare.* Misurare non è possibile senza un regolo, un elemento; ciò che dicesi *unità di misura.* Dunque tutta la differenza che altri potesse vedere fra il calcolo della *quantità discreta* e la misura

---

(1) L' Ente supremo essendo essenzialmente *uno*, non ha *quantità;* quindi non è soggetto a calcolo. Tutto ciò che ha rapporto all'ordine morale riferendosi alla *qualità*, non può essere soggetto a calcolo. L'anima non è soggetta a calcolo che per la *quantità discreta* (molte essendo le anime), non mai per la *quantità continua*, mancando di *estensione.* — (2) Mi si perdoni un vocabolo che non sarà forse in nessun Dizionario, ma che però è indispensabile per rendere esatta la nozione di *sottra;* vocabolo che non significa niente, o almeno non significa quel che con esso si vorrebbe significare.

della *quantità continua* non è che apparente; ma in sostanza in tutta la Matematica non si tratta di far altro che *comporre* o *scomporre; numerare* cioè, o *denumerare.*

Si dice, con molta esattezza, che la Matematica è la scienza dei rapporti della *quantità.* Ora un *rapporto* non è altro che l'eguaglianza o la differenza di date quantità, e l'eguaglianza o la differenza non si possono determinare che mediante il confronto tra una quantità e l'altra; l'unità di misura nelle quantità eguali, quando non si riferiscano ad una comune misura, è l'una o l'altra di esse quantità: l'unità di misura nella *differenza* è la minore delle date quantità, ovvero una terza quantità determinata per convenzione.

Dunque quando si cerca il rapporto fra due quantità continue, o si prendano a vicenda per unità se si consideri la loro eguaglianza, o si prenda per unità la minore se si tratti della differenza, oppure si confrontino ad una terza quantità, sempre trattasi di *numerare* o *denumerare* anche nella quantità continua: perchè nel primo caso si considera la quantità continua come unità; nel secondo si prende per unità la minore, e la maggiore è il composto risultante dalla *numerazione;* e finalmente nel terzo si considerano tanto le quantità eguali, che le differenti, come il risultamento della composizione formata colla terza quantità presa come unità.

Ho detto che i rapporti delle quantità sono soltanto l'*eguaglianza* e la *differenza*, nè credo che su ciò possa cader dubbio; giacchè anche quando si riferiscono le quantità le une alle altre per averne o confrontarne i quozienti (come nelle proporzioni malamente appellate *geometriche*) non si fa che *dividere*, ossia compendiosamente *sottrarre*, che io appello *denumerare.*

La verità di questa proposizione, che anche nella misura delle quantità continue non si fa che *numerare* e *denumerare*, mi sembra assai evidente, per quelli almeno che hanno riflettuto più all'indole delle Matematiche, che alla loro forma. Può darsi però che ad alcuno apparisca strana, attesochè non si trovano simili considerazioni in veruno scrittore di cose matematiche. Ma ciò non importa alla verità del principio, che tutto in Matematica si riduce a *numerare* e *denumerare*, a *comporre* e *scomporre;* in una parola, alla *sintesi* e all'*analisi.* Il solo Condillac, ch'io mi sappia, ne intravide la verità; ma lo ha limitato soltanto alla quantità discreta, cadendo in una manifesta contraddizione coll'altro suo principio, che l'Algebra è la lingua in cui sono scritte le Matematiche [1].

---

(1) Lingua dei calcoli.

Se la scienza delle *quantità* di qualunque specie non d'altro può occuparsi che nel determinare i loro rapporti; se i rapporti delle quantità non sono che *eguaglianza* e *differenza;* se l'*eguaglianza* e la *differenza* non si determinano che colle frasi dell'Algebra: il calcolo dunque si applica tanto alla quantità discreta che alla quantità continua; o piuttosto il misurare la quantità non è altro che *calcolare*, cioè *numerare* e *denumerare*.

Non insisto di più su questo punto, perchè essendomi proposto di ragionare in questo Saggio dell'indole dell'Algebra, ossia della parte delle Matematiche che si occupa del calcolo della *quantità discreta*, il fermarmi più a lungo su ciò che spetta alla Geometria mi farebbe uscire del mio soggetto.

L'Algebra dunque non è altro che *il mezzo indispensabile onde classificare gli enti contingenti rapporto alla loro quantità.*

Sotto il nome di *Algebra* io non comprendo soltanto il calcolo delle quantità espresse con segni generali, come sono le lettere dell'alfabeto, ma altresì il calcolo delle quantità espresse con cifre.

La sola differenza fra il calcolo colle cifre e quello colle lettere è dal *meno* al *più*, dal *generale* all'*universale.* Un numero è una *generalità* di quantità; una lettera esprimente qualunque generalità è l'*universalità* della quantità. Ogni lettera può esprimervi qualunque numero, e perciò non ne indica alcuno. Supponete di avere una formula ossia una frase della lingua algebra, che vi esprima qualche relazione tra quantità espresse con lettere: voi potrete dare a queste lettere qualunque valore, ossia potrete adoperarle per esprimere qualunque numero, purchè conserviate i rapporti.

La quantità *universale* è necessariamente meno determinata della *particolare*, ma fa vedere con maggior precisione i rapporti.

E d'onde nasce questa precisione? Siccome le parole sono indispensabili per fissare nella mente ed esprimere agli altri i concetti particolari, generali ed universali formati colle qualità degli enti, così sono necessarie le parole per fissare i concetti esprimenti la loro quantità.

Le lingue comuni o volgari servono anch'esse ad esprimere i concetti della *quantità*, e in questo modo di esprimerli non hanno i concetti della *quantità* nessun vantaggio su quelli delle *qualità* per rapporto alla precisione. Ma l'indole della *quantità* permettendo di adoperare una lingua tutta propria di lei, ammette un'esattezza che d'ordinario non si riscontra nelle altre scienze, perchè le lingue adoperate per apprenderle e per esporle non hanno i caratteri distintivi della lingua della *quantità.*

Espressioni costanti, brevi e chiare, rispondenti sempre esattamente ad un oggetto ben determinato; procedimento da un'espressione all'altra, conservando la più rigorosa identità: ecco ciò che rende l'Algebra una scienza tanto esatta.

Dissi l'*identità*, non l'*analogia*, come malamente il Condillac nell'Opera sopraccitata. L'*analogia* non è che *rassomiglianza*, e l'una dall'altra sono immensamente distanti.

Egli definisce l'*analogia* « una relazione di somiglianza; ond'è che » una cosa esprimere si può in molte maniere, non essendovene alcuna » che ad altre molte non rassomigli (1). » Ma se le molte maniere devono egualmente esprimere una data cosa, esse sono fra loro *identiche*, non soltanto *rassomiglianti*. Se per avventura egli avesse confuso l'*analogia* colla *identità*, noi avremmo una buona ragione per ritenere che il tuono di superiorità anche ributtante non può far le veci del buon senso, e molto meno dell'ingegno o del genio.

L'*identità*, che è il principale motivo dell'esattezza della scienza o lingua che diciamo *Algebra*, non riscontrasi soltanto nelle espressioni o frasi sue, ma innanzi tutto nel suo oggetto, che è la *quantità*. Senza ciò non sarebbe possibile la perfetta identità neppure nelle espressioni.

La *quantità* infatti, considerata come attributo dell'ente, è sempre costante ed identica in tutti gli enti. Se voi prendete un individuo, egli è identico per la *quantità* con qualunque altro, di qualsiasi altra specie, per quanto differente nelle *qualità*: nelle *qualità* vi possono essere delle differenze nel grado di loro perfezione, nella *quantità* non mai.

Quantità è la proprietà dell'ente, in quanto si considera capace di aumento o diminuzione; o, come la definisce il Romagnosi, « quel modo » di essere, in virtù del quale una cosa si rende capace di aumento o di » decremento » (2). L'intelletto non ha quantità: non si accresce o diminuisce l'intelligenza; ma si sviluppa, si perfeziona.

L'*unità* è l'ente puro: al vero ente appartiene propriamente l'unità; quindi a Dio solo.

Degli enti contingenti è proprio il *numero* o la *pluralità*; e però l'unità dell'ente contingente non si può considerare che come elemento di più composte pluralità, che diciamo *numeri*. L'unità non è numero; ma si considera come numero, in quanto esprime l'elemento del numero.

Il *calcolo* è la classificazione degli enti rapporto alla loro quantità: l'Algebra, compresa l'Aritmetica, è il mezzo per questa classificazione; e

---

(1) Lingua dei calcoli. Introduzione. — (2) Nell'*Assunto primo del Diritto nat.*, § XXII.

l'Algebra non è altro che la lingua in cui sono scritte le Matematiche, come la Geometria è la lingua in cui è scritto il gran libro dell' Universo.

Premessi questi cenni sull' indole del *calcolo*, vediamo quale sia lo scopo del *primitivo insegnamento delle Matematiche*, e quali le regole fondamentali per impartirlo in modo conveniente allo stesso scopo.

CAPO II.

Due classi di matematici. — A che debba tendere l' insegnamento primitivo delle Matematiche. — Difetti di alcuni metodi.

Un geometra uscendo dal teatro dopo avere assistito ad una tragedia del famoso Racine, indispettito dagli applausi dei quali era stato testimonio, chiedeva: che cosa ella prova?

Ecco il difetto troppo comune ai matematici, di non trovare cioè niente d' interessante nè di provato, fuori delle loro lucubrazioni. Certo che gli applausi dati dal pubblico ad un capolavoro dell'arte non provano che i tre angoli di un triangolo sieno eguali a due retti; ma provano il buon senso e la coltura di una nazione.

È inutile ch' io avverta (il lettore lo pensa da sè), che accennando qui i vizii dei matematici, non intendo parlare di tutti i cultori delle scienze esatte, fra i quali furono e sono uomini pensatori. I matematici si possono dividere in due classi: matematici ragionatori, e matematici calcolatori.

Se ad alcun matematico sembra strana questa distinzione, tenga pure per provato ch' egli appartiene alla seconda classe.

L' insegnamento primitivo delle Matematiche è forse diretto a preparare soltanto dei matematici calcolatori? Se ciò fosse, Galileo avrebbe avuto gran torto quando interrogato a che serva lo studio della Geometria, rispose: *a misurare i goffi*. Egli avrebbe dovuto dire invece, che *serve a formarli*. Altro dunque dev' essere lo scopo dell' insegnamento primitivo delle scienze esatte.

Questo scopo è doppio: per una parte si tratta di preparare alle più sublimi dottrine della scienza della *quantità* quelli che vi si destinano di preferenza; per l' altra parte di esercitare la mente anche di quelli che d' altre scienze vorranno occuparsi, mediante la ginnastica intellettuale, ch' è frutto delle scienze esatte studiate a dovere.

Somministrare le nozioni fondamentali per poter procedere nello studio delle Matematiche, preparare la mente allo studio di qualunque scienza; ecco il doppio scopo dell'insegnamento primitivo di cui parliamo. Ma il secondo è il più importante; poichè se manchi, non si è fatto quanto è necessario a preparare gli allievi neppure allo studio delle alte dottrine matematiche.

Quindi mi sembra che il peccato capitale dell'istruzione primitiva su questo punto (generalmente parlando) stia nel trascurare lo scopo principale, per guardare soltanto al secondario.

Di qui nasce, che quelli i quali si dedicano allo studio esclusivo delle Matematiche riescano calcolatori, anzichè veri matematici ragionatori; e quelli che si danno ad altre scienze non vi riescano, meno poche eccezioni, come sarebbe a desiderare.

Di qui ancora trae origine il disprezzo col quale per ordinario si guardano dai matematici le scienze morali, quasichè quella ragione che è buona a dire la verità in Matematica non servisse più nelle altre scienze, come se il fondamento della verità e della certezza fosse diverso.

Io potrei citare dei rispettabili matematici che non hanno rossore di dire che la Geometria è una scienza sperimentale, e ridono quando si parli di verità dimostrate *a priori;* e questi, per quanto sieno estese le loro cognizioni matematiche, sono calcolatori, non ragionatori.

Dalla trascuranza dello scopo principale dell'insegnamento primitivo delle Matematiche; che sta, come dissi, nel preparare forti e giusti pensatori; deriva un altro disordine, che è poi anche una delle cagioni dei vizii de'matematici che testè accennava. Tale disordine consiste nell'estendere di troppo questo insegnamento primitivo.

Il tempo accordato per impartirlo è di un anno scolastico, e questo basta per preparare le menti dei giovani alle discipline superiori. Ma guai se l'istitutore voglia in un periodo così breve esaurire tutte le teorie elementari che servono di fondamento alle sublimi ricerche della Matematica! Egli è allora costretto a percorrere di passaggio un enorme ammasso di dottrine che ingombrano la mente degli allievi di mal digerite nozioni; egli dà una lunga serie di calcoli, senza farne vedere le intime ragioni; e in luogo di preparare alle scienze delle menti esercitate alla riflessione e al ragionare esattamente, forma invece delle teste imbarazzate, e fors'anche disgustate di uno studio che è pure della più alta importanza.

Forse il difetto, di cui parlo, è una conseguenza della estensione che ricevettero le Matematiche, ch'è veramente maravigliosa nella parte speculativa, non so poi se altrettanto nella pratica. Io su questo non voglio

proferire giudizio; ma se è vero che gli antichi erano assai più indietro di noi in fatto di cognizioni matematiche, chi non deve rimanere sorpreso confrontando l'immenso cumulo di teorie, che ingombra tante menti da qualche secolo, colla potenza esecutrice degli antichi? Ponendo a paragone ciò che hanno fatto gli uomini di trenta secoli fa, col *non plus ultra* che ci consentono le tante applicazioni delle nuove dottrine matematiche, siamo portati a stabilire, almeno per certe cose, la nuova legge, *che quanto più procede la teoria, tanto la pratica resti indietro*. Per quanto strana possa parere questa conchiusione, inviterei quegli che non l'ammettesse a veder modo, con tutti i nostri progressi, di costruire una piramide come quelle dell'Egitto, di tagliare da una cava un monolite come l'obelisco del Vaticano, e d'incendiare una flotta con degli specchi, come ha fatto Archimede.

I frutti delle nostre cognizioni saranno più vantaggiosi, sebbene meno giganteschi, ne convengo; e ciò vuol dire, che noi le dirigiamo ad una meta più ragionevole: ma sembrami fuor di dubbio che, prescindendo dall'uso che ne facevano, la potenza degli antichi sia immensamente superiore a tutto ciò che il vantato nostro progresso ci permette di eseguire.

Forse io sono un tratto uscito dal seminato: ciò che dissi valga, se non altro, a renderci meno orgogliosi del nostro sapere. Ritorniamo all'argomento, e limitiamo le nostre considerazioni all'Algebra, come esige l'indole di questo scritto.

CAPO III.

Condizioni cui deve soddisfare l'insegnamento primitivo delle Matematiche.

Le condizioni cui deve soddisfare l'insegnamento primitivo delle Matematiche sono determinate dal suo scopo, indicato nel precedente Capo.

1.° Sviluppare l'intelletto di quelli che si dedicano allo studio di qualunque scienza.

2.° Offerire le nozioni fondamentali, onde procedere nello studio delle più elevate teorie di questa scienza, per ottenere non dei calcolatori, ma dei veri matematici.

Ecco le due condizioni essenziali cui deve soddisfare l'insegnamento primitivo delle Matematiche, e che segnano anche le norme al giusto metodo d'impartirlo.

I canoni principali di questo metodo mi sembrano i seguenti.

1.° Osservare la maggior brevità, ossia limitare l'insegnamento alle sole nozioni strettamente elementari, onde rimanga tempo di mostrare agli allievi il fondamento, la ragione dei metodi insegnati, e lasciar qualche cosa da fare anche ad essi.

2.° Non far precedere un esteso Trattato di Aritmetica all'Algebra, ma insegnare congiuntamente l'una e l'altra.

3.° Esporre almeno i rudimenti e alcune capitali dottrine dell'Algebra, prima di procedere molto innanzi nell'insegnamento della Geometria.

Del primo canone ho detto nel Capo precedente quanto mi consentivano i limiti che mi sono proposto in questo scritto.

Il secondo potrebbe forse non essere così facilmente ammesso, giacchè ho veduto a questi ultimi anni qualche scrittore di cose matematiche esporre assai estesamente l'Aritmetica senza cercare alcun soccorso dall'Algebra (1). Io stesso un tempo non aveva avvertito alla sconvenienza di questo procedimento, e prima che mi cadesse tra mani l'Opera di cui intendo parlare aveva tentato dimostrare la legittimità di alcuni metodi usati nell'Aritmetica senza il soccorso dell'Algebra, a cagion d'esempio quello per l'estrazione delle radici dai numeri. Ho dovuto però convincermi che ciò riusciva inutile, ed anche dannoso. A che pro infatti battere una strada lunga e piena di difficoltà, per arrivare a risultati che si potrebbero ottenere con semplicissime osservazioni? A che pro impiegare delle frasi oscure e inesatte, in luogo delle brevi e chiare dell'Algebra; e invece di approfittare dell'immenso soccorso di questa lingua, perdersi nel labirinto delle lingue comuni?

Un Trattato di Aritmetica scritto a questo modo è inutile affatto allo studioso dell'Algebra, che cammina per vie più brevi e più facili; ed è inutile e dannoso a chi vuole apprendere estesamente la scienza dei numeri, perchè esige un dispendio di tempo e una fatica enorme per acquistare delle cognizioni che si possono ottenere in brevissimo tempo, e con molto minore fatica.

Del terzo canone poi niente si avrebbe a dire, ammesso l'incontrastabile principio esposto nel Capo I., che l'Algebra è la lingua in cui sono scritte le Matematiche, perchè è impossibile imparare una scienza quando

(1) Intendo dire dall'Algebra propriamente detta, poichè è impossibile trattare scientificamente l'Aritmetica senza l'ajuto di una qualche specie di Algebra. Che i ragionamenti sieno espressi con parole o con segni convenzionali, per la sostanza della cosa è tutt'uno; non però così per la facilità, chiarezza e brevità.

s'ignori la lingua in cui è scritta. Però siccome in apparenza io mi discosto su questo punto dall' opinione di sommi matematici, che vollero la Geometria insegnata prima dell'Algebra; così gioverà aggiungere ancora un cenno sopra ciò, onde mostrare che queste due opinioni, in apparenza opposte, si conciliano benissimo tra di loro.

È indubitato che l'Algebra trasse origine dal seno della Geometria; ma è altresì indubitato che la necessità del sussidio di questa scienza fu la cagione che determinò, per così esprimermi, la Geometria a procrearla. « Fu la Geometria una madre che partorì nell'Algebra una figlia preci-» puamente a suo vantaggio (1). »

Se adunque l'Algebra è di grandissimo sussidio alla Geometria (ed io aggiungo, appunto perchè l'Algebra è la lingua della Geometria e di tutta la Matematica pura ed applicata), non si potrà negare che sia necessario insegnarla prima della Geometria, per la gran ragione che i mezzi devono precedere lo scopo che con essi si vuole conseguire.

Io però non ho detto che si debba del tutto lasciare dall' un dei lati la Geometria, finchè non sia esaurita la trattazione elementare dell'Algebra: ho detto soltanto, che non si proceda troppo innanzi nella Geometria, prima di avere insegnato le capitali dottrine dell'Algebra.

Mi si potrebbe opporre, che l'Algebra essendo nata dalla Geometria, per insegnarla convenientemente bisognerebbe procedere dall' originante al derivato, dalla causa all' effetto, dal principio alla conseguenza, dalla madre alla figlia. A ciò rispondo, che altro è il metodo dello scopritore, altro quello dell'institutore. Guai se per insegnare le scienze si avesse a camminare per la strada lunga e spinosa che calcarono quelli i quali all'attuale loro ingrandimento le condussero! Noi abbiamo nell'Algebra un sussidio potente per lo studio delle Matematiche: ebbene, facciamo nostro pro di esso, e lasciamo alla storia della scienza il mostrarci che strada abbiano tenuto per rinvenirlo i primi che ne la arricchirono.

Io prego il lettore, che prendesse qualche interesse in questo importante argomento, a meditare il Capo VIII. del tomo II. della celebre Opera del Cossali, che ho citato di sopra, nel quale sebbene non sia espresso il principio che io annunciava come terzo canone risguardante il metodo dell' insegnamento primitivo delle Matematiche, e dell'Algebra in particolare; tuttavolta si trovano delle riflessioni e delle applicazioni a molti casi, le quali giustificano pienamente questa mia proposizione.

---

(1) Cossali, *Origine, trasporto in Italia, primi progressi in essa dell'Algebra, ec.* Volume II. Cap. VIII. pag. 417 e seg. Edizione della Reale Tipografia di Parma, 1799, in 4.°

Non insisto maggiormente sulle cose dette in questi tre Capitoli, perchè mi sembrano bastare ad un semplice Saggio. Serviranno di maggiore schiarimento a questi brevi cenni gli esempii che darò dopo avere esposto il piano di un Corso di Algebra puramente elementare che mi sembrerebbe da adottarsi, avuto riguardo allo scopo dell'insegnamento primitivo delle Matematiche, e segnatamente dell'Algebra, che è la lingua in cui è scritta tutta la scienza delle *quantità*.

CAPO IV.

Piano di un Corso d'Algebra elementare.

Premessi, a modo d'introduzione, brevi cenni sull'indole delle Matematiche, sui diversi rami in che si dividono, sull'origine dell'Aritmetica e dell'Algebra, io dividerei tutto il Corso di questa scienza in sei Sezioni, delle quali ecco il prospetto.

SEZIONE I.

DEL CALCOLO DELLE QUANTITÀ INTERE.

In questa Sezione, cominciando dalle prime operazioni sulle quantità espresse colle cifre arabiche, si dovrebbe giungere alla ricerca dei divisori. Essa potrebbe essere divisa in tre Capi suddivisi in paragrafi nel modo seguente.

Capo I. *Delle operazioni che si fanno sulle quantità espresse colle cifre numeriche.*

§ 1. *Della somma o addizione.* — § 2. *Della sottrazione.* — § 3. *Della moltiplicazione.* — § 4. *Della divisione.*

Capo II. *Delle operazioni principali che si fanno sulle quantità espresse colle lettere.*

§ 1. *Della riduzione.* — § 2. *Della sottrazione.* — § 3. *Della moltiplicazione.* — § 4. *Della divisione.*

In questo Capo, oltre le osservazioni essenziali sul coefficiente, sull'esponente, sull'uso dei segni, e sulle quantità negative, conviene por molta cura nel fare avvertire la essenziale differenza tra queste operazioni fatte sulle quantità espresse colle lettere, e le stesse operazioni eseguite sulle quantità espresse colle cifre numeriche. Se ogni matematico anche il più superficiale sa che passa una gran differenza fra la sottra aritmetica e l'algebrica, è pur vero che nell'insegnamento molte volte si passa leg-

germente sopra cose che sembrano piccole, ma alle quali è legato il frutto dell'insegnamento elementare delle Matematiche. Io forse m'ingannerò: me ne dorrebbe molto, perchè di quanto scrivo ho acquistato il convincimento dopo avervi meditato sopra assai, dopo averne fatto l'esperienza nelle lezioni che privatamente ebbi occasione di dare, e dopo avere adempiuto oltre misura al precetto oraziano: *nonum prematur in annum*. Io vorrei però bene che mi si dicesse come si fa ad avvezzare l'apprendente a riflettere alle cose grandi, se non si comincia a fargli osservare le piccole.

Ho sostituito alla parola *somma* l'altra di *riduzione*, relativamente alle quantità espresse colle lettere, seguendo l'esempio di altri. Se avessi saputo trovare nuove parole per esprimere con più giustezza anche le altre operazioni algebriche, lo avrei fatto. Le definizioni e gli schiarimenti debbono nel Trattato supplire al difetto di migliori espressioni.

Capo III. *Di alcune operazioni secondarie sulle quantità espresse colle cifre e colle lettere.*

§ 1. *Del raccoglimento dei fattori.* — § 2. *Della ricerca dei divisori.* — § 3. *Dei numeri primi*, ec.

SEZIONE II.

DEL CALCOLO DELLE QUANTITÀ ESPRESSE IN FORMA DI FRAZIONI.

Intitolo così questa Sezione, per abbracciare tanto il calcolo delle frazioni veramente tali che appartengono all'Aritmetica, così proprie come improprie, quanto anche le espressioni algebriche che non hanno altro di frazionario che la forma; essendo ben noto che in Algebra non vi sono propriamente frazioni, ma divisioni indicate.

Questa Sezione si divide in cinque Capi come segue.

Capo IV. *Idea delle frazioni, e modo di calcolarle.*

§ 1. *Idea delle frazioni, e principii fondamentali.* — § 2. *Della ricerca del massimo comune divisore di due o più quantità.* — § 3. *Somma delle frazioni.* — § 4. *Sottra delle frazioni.* — § 5. *Moltiplica delle frazioni.* — § 6. *Divisione delle frazioni.*

Capo V. *Delle frazioni letterali od algebriche.*

Capo VI. *Delle frazioni decimali.*

§ 1. *Somma dei decimali.* — § 2. *Sottra dei decimali.* — § 3. *Moltiplica dei decimali.* — § 4. *Divisione dei decimali.* — § 5. *Utilità dei decimali.* — § 6. *Trasformazione delle frazioni ordinarie in decimali, e viceversa.*

Capo VII. *Delle serie.*

Capo VIII. *Delle frazioni continue.*

SEZIONE III.

DELLE POTENZE E DELLE RADICI.

Capo IX. *Delle potenze dei monomii.*

Capo X. *Delle radici dei monomii.*

Capo XI. *Delle operazioni che si fanno sui radicali.*

§ 1. *Della riduzione dei radicali eterogenei.* — § 2. *Semplificazione dei radicali.* — § 3. *Somma dei radicali.* — § 4. *Sottra dei radicali.* — § 5. *Moltiplica dei radicali.* — § 6. *Divisione dei radicali.* — § 7. *Elevazione dei radicali a potenza.* — § 8. *Estrazione di radice dai radicali.*

Capo XII. *Delle quantità imaginarie.*

§ 1. *Somma e sottra delle quantità imaginarie.* — § 2. *Moltiplica delle quantità imaginarie.* — § 3. *Divisione delle quantità imaginarie.*

Capo XIII. *Delle potenze dei polinomii, e in particolare del binomio.*

§ 1. *Formula del binomio per l'esponente positivo intero.* — § 2. *Delle potenze dei polinomii.*

Capo XIV. *Delle radici dei polinomii.*

§ 1. *Dell'estrazione della radice quadrata dei polinomii.* — § 2. *Dell'estrazione della radice quadrata dai numeri.* — § 3. *Dell' estrazione della radice cubica dai polinomii.* — § 4. *Dell'estrazione della radice cubica dai numeri.*

Le materie che formano l'oggetto di questo Capo le esporrò in fine dello scritto presente.

SEZIONE IV.

DELLE EQUAZIONI E DELLA SOLUZIONE DEI PROBLEMI.

Capo XV. *Delle equazioni in generale.*

Capo XVI. *Delle equazioni e dei problemi determinati di primo grado.*

§ 1. *Problemi di primo grado ad una incognita.* — § 2. *Problemi di primo grado a più incognite.* — § 3. *Riflessioni sui problemi di primo grado.* — § 4. *Cenno sui problemi indeterminati di primo grado.*

Capo XVII. *Delle equazioni e dei problemi determinati di secondo grado.*

§ 1. *Equazioni e problemi determinati di secondo grado ad una incognita.* — § 2. *Breve cenno sulle equazioni e sui problemi determinati di secondo grado a due incognite.*

Capo XVIII. *Delle equazioni di terzo grado.*

SEZIONE V.

DELLE RELAZIONI DELLE QUANTITÀ.

Capo XIX. *Delle proporzioni di equidifferenza.*
Capo XX. *Delle progressioni di equidifferenza.*
Capo XXI. *Delle proporzioni di equiquoziente.*
Capo XXII. *Delle progressioni di equiquoziente.*

Sostituirei queste denominazioni a quelle ordinarie di *aritmetiche* e *geometriche*, facendone però osservare la corrispondenza, perchè mi sembrano risponder meglio a ciò che si vuole significare.

SEZIONE VI.

DEI LOGARITMI.

Capo XXIII. *Teoria dei logaritmi.*
Capo XXIV. *Usi delle tavole dei logaritmi.*

Anche questa Sezione dovrebb' essere ristretta alle sole nozioni puramente elementari, come per verità si pratica, a differenza d'altre teorie dell'Algebra, in quasi tutti i Trattati elementari.

Da questo prospetto delle materie, che mi sembra doversi esporre in un Corso di Algebra destinato all' insegnamento primitivo, altre più diffusamente ed altre per cenni, e dal confronto di esso con molti, e direi anzi quasi tutti, i Trattati elementari di questa scienza, si vede quante cose io vorrei omesse in un libro destinato all' istruzione primitiva in questo ramo dello scibile umano.

CAPO V.

Della induzione considerata ne' suoi rapporti colle Matematiche.

Una questione importantissima, che interessa la Filosofia insieme e la Matematica, la quale finora non fu, a quanto io so, trattata come esige la sua importanza, è quella del valore della induzione scientifica applicata alle Matematiche.

In tre sensi, a mio avviso, si può prendere sotto questo rapporto la *induzione*.

1.° Nel senso il più vicino al comune significato di questa parola applicata alle altre scienze, come argomentazione dai particolari alla generalità sul fondamento dell'analogia.

A cagion d'esempio, se dopo aver misurato con diligenza e coll'ajuto di mezzi meccanici il quadrato dell'ipotenusa e quelli dei due cateti in un gran numero di triangoli rettangoli, conchiudessi che in ogni triangolo rettangolo il quadrato dell'ipotenusa è uguale alla somma dei quadrati dei due cateti, argomenterei per induzione.

2.° Qualora da un fatto matematico, verificatosi per alcune quantità espresse particolarmente, si deducesse la generalità della legge per ogni quantità; come p. e. dall'ordine secondo il quale sono formati i termini degli sviluppi delle potenze seconda, terza, quarta, od altra particolare del binomio, si conchiudesse che qualunque potenza di un binomio è formata allo stesso modo; anche qui siccome si argomenterebbe dai particolari alla generalità sull'appoggio dell'analogia, avrebbe luogo la induzione.

3.° Quando dalla legge che seguono alcuni termini di una serie qualunque si argomenta che tutti gli altri termini della serie saranno formati secondo la stessa legge, si argomenta pure per induzione, perchè si deduce dal particolare il generale sull'appoggio ancora dell'analogia.

L'induzione presa nel primo senso, tutti convengono non essere fonte di cognizioni matematiche, perchè allora si confonderebbero le scienze empiriche colle razionali, si porrebbero le manuali operazioni in luogo dei ragionamenti.

Le altre due specie di induzione sono quelle che danno luogo ad importanti ricerche, che io m'ingegnerò di esporre brevemente in questo Capitolo, ragionando sopra degli esempii, per servire meglio alla chiarezza. Prendiamo adunque in considerazione l'accennato caso del binomio $(a+b)^2$ ec.

È noto che se si abbia il binomio $\pm a \pm b$ da elevare successivamente a diverse potenze, si ottengono i seguenti sviluppi, formati secondo alcune leggi che osserveremo di poi.

Supponendo positivi tutti due i termini, si ha:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2\,ab + b^2$$
$$(a+b)^3 = a^3 + 3\,a^2b + 3\,ab^2 + b^3$$
$$(a+b)^4 = a^4 + 4\,a^3b + 6\,a^2b^2 + 4\,ab^3 + b^4$$
$$(a+b)^5 = a^5 + 5\,a^4b + 10\,a^3b^2 + 10\,a^2b^3 + 5\,ab^4 + b^5.$$

Supponendo ora tutti due i termini negativi, avremo invece:

$$(-a-b)^2 = a^2 + 2\,ab + b^2$$
$$(-a-b)^3 = -a^3 - 3\,a^2b - 3\,ab^2 - b^3$$

$$(-a-b)^4 = a^4 + 4\,a^3b + 6\,a^2b^2 + 4\,ab^3 + b^4$$
$$(-a-b)^5 = -a^5 - 5\,a^4b - 10\,a^3b^2 - 10\,a^2b^3 - 5\,ab^4 - b^5.$$

Supponendo finalmente che un termine sia positivo, e l'altro negativo, si ha:

$$(a-b)^2 = a^2 - 2\,ab + b^2$$
$$(a-b)^3 = a^3 - 3\,a^2b + 3\,ab^2 - b^3$$
$$(a-b)^4 = a^4 - 4\,a^3b + 6\,a^2b^2 - 4\,ab^3 + b^4$$
$$(a-b)^5 = a^5 - 5\,a^4b + 10\,a^3b^2 - 10\,a^2b^3 + 5\,ab^4 - b^5.$$

Esaminando attentamente i risultati ottenuti dalla successiva moltiplicazione di $a+b$, $-a-b$, $a-b$ per sè stessa una, due, tre, quattro volte, si vede che i termini di questi sviluppi formansi colle seguenti leggi.

I. Gli esponenti del primo termine a vanno sempre decrescendo secondo l'ordine dei numeri naturali: di modo che il primo è il grado della potenza cui si eleva il binomio, e l'ultimo è zero, che rende uguale ad 1 il primo termine del binomio nell'ultimo dello sviluppo. Gli esponenti del secondo termine b invece vanno sempre crescendo secondo lo stesso ordine; in guisa che il primo è zero, e l'ultimo è il grado della potenza.

II. Il coefficiente del primo ed ultimo termine dello sviluppo è 1; quello del secondo termine è uguale al grado della potenza cui si eleva il binomio. Quello poi degli altri termini è uguale al coefficiente del termine precedente, moltiplicato per l'esponente del primo termine del binomio ch'è nel termine precedente, e tutto diviso pel numero dei termini antecedenti: per esempio, nel termine $10\,a^3b^2$ il coefficiente 10 è $= \frac{5 \times 4}{2} = \frac{20}{2}$.

III. Il numero dei termini dello sviluppo è espresso dall'esponente cui si eleva il binomio, aggiuntovi 1; cosicchè la seconda potenza ha tre termini, la terza quattro, la quarta cinque, ec.

IV. Nello sviluppo di ciascuna potenza v'è un coefficiente massimo, dopo il quale ritornano i coefficienti precedenti con ordine inverso. La ragione di ciò si rende manifesta solo che si osservi, che si sarebbero ottenuti gli stessi termini con ordine inverso, se invece di sviluppare il binomio $a+b$ si avesse preso l'altro $b+a$; in guisa che il primo termine sarebbe stato l'ultimo, ed il secondo il penultimo, ec. Tale massimo coefficiente è quello del termine medio per le potenze pari, e per le dispari il primo dei medii. Questa legge risguarda il valore dei coefficienti; non la loro forma, la quale resta sempre quella indicata nella legge II.

V. I termini dello sviluppo sono tutti positivi tanto nelle potenze pari che nelle dispari, se quelli del binomio sono pure tutti positivi; e per

le potenze pari anche se sono tutti negativi: sono invece tutti negativi nelle potenze dispari, se quelli del binomio sono tutti pur negativi. Finalmente se un solo termine del binomio è negativo, sono negativi tutti quei termini dello sviluppo, in cui entra come fattore il termine negativo del binomio con esponente dispari.

Queste leggi, secondo le quali sono formati gli sviluppi delle potenze del binomio, noi le abbiamo dedotte dai casi speciali di queste cinque potenze. Possiamo noi ora conchiudere che si verificheranno per ogni altra potenza? Ecco il secondo caso d'induzione applicata alle Matematiche, che accennammo poco sopra.

L'espressione $a+b$ è tutta algebrica, e perciò noi possiamo stabilire che, qualunque siano i valori di a e di b, si verificherà la legge sino alla quinta potenza. Ma l'esponente fin qui assunto è numerico, e perciò, quanto alle potenze, non indica che casi speciali: dunque noi non possiamo conchiudere l'universalità di quelle leggi, se prima non dimostriamo che si verifichino per un esponente qualunque m. Noi dobbiamo dunque ritenere, dietro tale semplicissima osservazione, che questa specie di induzione non può essere sufficiente fondamento per istabilire l'universalità delle esposte leggi. Ma giova cercare se vi sia modo di dimostrare la verità della formula newtoniana coi mezzi elementari almeno per l'esponente m positivo intero, perchè avremo occasione di fare delle riflessioni più diffuse sull'importante argomento del quale ci occupiamo.

Questa dimostrazione elementare fu tentata da altri matematici, e valentissimi; ma io credo ch'essi non sieno stati mai persuasi pienamente della giustezza dei metodi coi quali cercarono giungere al loro intento, giacchè la dimostrazione che generalmente fu adottata involge sempre una petizione di principio. Se noi infatti cominciamo a dire che se le leggi sovraesposte si verificano, a cagion d'esempio, fino alla quinta potenza, si avrà la formula generale

$$(a+b)^m = a^m + m\,a^{m-1}b + m\frac{(m-1)}{2}a^{m-2}b^2 + \text{ec.};$$

e se sulla base di questa formula si dimostri ch'esse si verificano anche per l'esponente $m+1$, noi abbiamo già posto ciò che si deve appunto provare, cioè la verità del canone newtoniano per l'esponente generale m; abbiamo conchiuso dal particolare al generale senza aver reso legittimo questo nostro passaggio.

Abbandoniamo adunque questa via già battuta con esito infelice, e tentiamone un'altra.

Se in buona Logica noi non possiamo argomentare dai particolari alle generalità in quelle scienze ove si esige la certezza assoluta, come sono appunto le Matematiche, niente c'impedisce di passare da una forma particolare ad una generale, dacchè l'indole della scienza, di cui trattiamo, ce lo consente, onde poter osservare i rapporti delle quantità che calcoliamo. Mi spiego.

Noi non siamo autorizzati a dire che la potenza m del binomio $a+b$ sarà formata secondo le leggi newtoniane, perchè lo sono le potenze seconda, terza, ec.; ma possiamo ben dire che se si supponga $5=n$, lo sviluppo ottenuto per $(a+b)^5$ sarà identico collo sviluppo di $(a+b)^n$; ed avremo in questa trasformazione il vantaggio di poter osservare meglio le relazioni che sono nei termini di esso sviluppo.

Dietro ciò, posto n in luogo di 5, avremo:

$$(a+b)^n = a^n + n\,a^{n-1}b + n\frac{(n-1)}{2}a^{n-2}b^2 + n\frac{(n-1)(n-2)}{2\,.\,3}a^{n-3}b^3$$
$$+ n\frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{2\,.\,3\,.\,4}a^{n-4}b^4$$
$$+ n\frac{(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{2\,.\,3\,.\,4\,.\,5}a^{n-5}b^5.$$

Espresso a questo modo lo sviluppo della quinta potenza di $a+b$, moltiplichiamolo per $a+b$, onde avere la potenza successiva, cioè la sesta.

Disponendo ed eseguendo l'operazione al modo solito della moltiplica, avremo:

$$a^n + n\,a^{n-1}b + n\frac{(n-1)}{2}a^{n-2}b^2 + n\frac{(n-1)(n-2)}{2\,.\,3}a^{n-3}b^3$$
$$+ n\frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{2\,.\,3\,.\,4}a^{n-4}b^4$$
$$+ n\frac{(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{2\,.\,3\,.\,4\,.\,5}a^{n-5}b^5$$
$$a+b$$

$$a^{n+1} + n\,a^n b + n\frac{(n-1)}{2}a^{n-1}b^2 + n\frac{(n-1)(n-2)}{2\,.\,3}a^{n-2}b^3$$
$$+ n\frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{2\,.\,3\,.\,4}a^{n-3}b^4$$
$$+ n\frac{(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{2\,.\,3\,.\,4\,.\,5}a^{n-4}b^5$$

$$+ a^n b + n a^{n-1} b^2 + n \frac{(n-1)}{2} a^{n-2} b^3 + n \frac{(n-1)(n-2)}{2 \cdot 3} a^{n-3} b^4$$

$$+ n \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{2 \cdot 3 \cdot 4} a^{n-4} b^5$$

$$+ n \frac{(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} a^{n-5} b^6$$

$$a^{n+1}$$

$$(n+1) a^n b$$

$$n \left(1 + \frac{n-1}{2}\right) a^{n-1} b^2$$

$$n \frac{(n-1)}{2} \left(1 + \frac{n-2}{3}\right) a^{n-2} b^3$$

$$n \frac{(n-1)(n-2)}{2 \cdot 3} \left(1 + \frac{n-3}{4}\right) a^{n-3} b^4$$

$$n \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{2 \cdot 3 \cdot 4} \left(1 + \frac{n-4}{5}\right) a^{n-4} b^5$$

$$n \frac{(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} a^{n-5} b^6$$

Osservando il modo con cui sono formati i termini di questo prodotto, si scorge a prima giunta che il coefficiente di ciascuno consta di due coefficienti consecutivi della serie presa a moltiplicare, in guisa che fuori della parentesi si hanno successivamente i coefficienti dei termini di questo sviluppo, e dentro la parentesi

$$1 + \frac{n-1}{2}, \quad 1 + \frac{n-2}{3}, \quad 1 + \frac{n-3}{4} \text{ ec.,}$$

cioè

$$\frac{n+1}{2}, \quad \frac{n+1}{3}, \quad \frac{n+1}{4} \text{ ec.}$$

Quanto agli esponenti, essi evidentemente seguono nello sviluppo la stessa legge che nel moltiplicando. Quanto al numero dei termini, essi nel prodotto sono uno di più che nel moltiplicando. Quanto all'ultimo termine del prodotto, egli è identico coll'ultimo del moltiplicando; in guisa che essendo il coefficiente di questo eguale all'unità, è uguale all'unità anche il coefficiente di quello.

Dei segni non parlo, giacchè è troppo chiaro che se b, a cagion d'esempio, fosse negativa, sarebbero negativi e nel moltiplicando e nel prodotto tutti i termini ove b fosse elevata a potenza dispari.

Tutto ciò dipende dalla natura della moltiplicazione algebrica, e non abbisogna di alcuna spiegazione.

Facendo ora $n+1=r$, il prodotto trovato acquisterà la seguente forma:

$$(a+b)^r = a^r + r a^{r-1} b + r \frac{(r-1)}{2} a^{r-2} b^2 + r \frac{(r-1)(r-2)}{2 \,.\, 3} a^{r-3} b^3$$

$$+ r \frac{(r-1)(r-2)(r-3)}{2 \,.\, 3 \,.\, 4} a^{r-4} b^4$$

$$+ r \frac{(r-1)(r-2)(r-3)(r-4)}{2 \,.\, 3 \,.\, 4 \,.\, 5} a^{r-5} b^5$$

$$+ r \frac{(r-1)(r-2)(r-3)(r-4)(r-5)}{2 \,.\, 3 \,.\, 4 \,.\, 5 \,.\, 6} a^{r-6} b^6$$

Per ridurre l'ultimo termine alla forma degli altri non ho fatto altro che moltiplicarlo per $\frac{r}{6}$, cioè per 1. L'identità di questa formula con quella dello sviluppo di $(a+b)^n$ non abbisogna d'essere avvertita.

Se noi ora moltiplicassimo questo sviluppo di $(a+b)^r$ per $a+b$, onde averne la potenza $r+1$, cioè settima, potremmo ripetere le stesse considerazioni che abbiamo fatte, e così in seguito. Onde resta dimostrato, che per qualunque potenza intera e positiva del binomio si ottiene uno sviluppo dell'identica forma, cioè formato secondo le esposte leggi.

Ma come avviene che quella conseguenza, la quale non ci credevamo autorizzati a dedurre quando i coefficienti erano numerici, pensiamo poterla trarre ora che hanno la forma algebrica? Ossia perchè allora l'induzione non ci bastava, e adesso la troviamo sufficiente fondamento alla dimostrazione?

Perchè il principio induttivo lo abbiamo ridotto a principio tutto razionale; o, a meglio dire, perchè all'analogia, fondamento dell'induzione, abbiamo sostituito l'identità, che è il solo fondamento proporzionato della dimostrazione.

La conseguenza infatti che noi deducemmo dalle considerazioni sul prodotto ottenuto dalla moltiplica dello sviluppo di $(a+b)^n$ per $a+b$, non è altro che l'applicazione di questo assioma: *Dati identici fattori, debbono aversi identici prodotti.*

Dobbiamo dunque conchiudere, che l'*induzione scientifica* non è fonte di cognizioni matematiche neppure presa nel secondo senso accennato in principio di questo Capo.

Veniamo al terzo caso d'induzione, che, come dicemmo, è quando dalla legge che seguono alcuni termini di una serie deduciamo che tutti gli altri termini di essa saranno formati allo stesso modo.

Abbiasi da sviluppare in serie la espressione frazionaria $\frac{a}{1-x}$. Disponendo ed eseguendo l'operazione al modo solito della divisione, avremo:

$$\begin{array}{l|l} a & 1-x \\ \underline{-a+ax} & \overline{a+ax+ax^2+ax^3+\text{ cc.}} \\ \quad * +ax & \\ \quad\ \underline{-ax+ax^2} & \\ \qquad * +ax^2 & \\ \qquad\ \underline{-ax^2+ax^3} & \\ \qquad\quad * +ax^3 & \end{array}$$

Osservando i termini ottenuti per quoziente, noi diciamo che, proseguendo quanto si voglia nella divisione, ogni termine del quoto sarà eguale al suo antecedente moltiplicato per x.

Ma non v'ha bisogno di molte parole per rendere palese che anche in questo caso noi argomentiamo sull'appoggio del principio dell'identità, perchè restano sempre identici il dividendo, il divisore, e l'indole della operazione colla quale si ottengono i successivi residui.

Siamo dunque condotti a conchiudere questo Capo collo stabilire in tesi generale, che = l'induzione scientifica, fondata sull'analogia, non può mai essere fonte per dedurre verità matematiche; e che se in qualche caso sembra che a ciò l'induzione ci serva, l'intervento suo non è che apparente, poichè sempre ove vi è verità dimostrata non altro può essere il fondamento che il principio della *identità*. =

CAPO VI.

Della estrazione delle radici dai polinomii e dai numeri.

Io accennava nel Capo III. come uno dei canoni del metodo, che l'insegnamento dell'Aritmetica e dell'Algebra sia impartito congiuntamente. Molti esempii dovrei addurre per mostrare le diverse applicazioni di tale principio; ma i limiti che mi sono proposto in questo Saggio non consentendomi maggior diffusione, scelsi esporre la teoria della estrazione delle

radici dai polinomii e dai numeri, riserbate ad altro scritto, se le circostanze me lo consentiranno, applicazioni più estese.

Osservando come si formino le potenze dei binomii, trinomii ec., ci è facile rinvenire il metodo per l'estrazione della radice dai polinomii.

Abbiasi ad estrarre la radice seconda del polinomio $a^2 + 2ax + x^2$. La prima osservazione da farsi è, se il dato polinomio sia una potenza perfetta del grado indicato dalla radice (nel nostro caso del secondo grado). Per accertarsi di ciò basta esaminare se il dato polinomio sia conforme a tutte le leggi, dietro cui vedemmo formarsi le potenze dei polinomii. Chi fosse esercitato abbastanza per fare in ogni caso una tale osservazione, potrebbe estrarre a colpo d'occhio la radice di qualunque polinomio che fosse potenza perfetta, o risparmiare, nel caso contrario, una operazione talvolta lunga, per accertarsi che il polinomio dato non è una perfetta potenza del grado indicato.

Facilmente nell'addotto polinomio si scopre ch'egli è potenza seconda perfetta di un binomio $a + x$, perchè è composto di tre termini, del quadrato di a, di quello di x, e del doppio prodotto di $a \times x$, tutto positivo. Ma non sempre è possibile, specialmente ai principianti, lo scorgere così a colpo d'occhio la radice delle potenze dei gradi superiori, od anche delle seconde dei polinomii di molti termini. Però conoscendo che il primo termine di un polinomio elevato ad una potenza qualunque segue nel suo sviluppo l'ordine decrescente dei numeri naturali dal grado della potenza fino all'1, e conoscendo con quali leggi sieno formati i termini di una potenza qualunque, ci è facile ottenere la radice dei polinomii con un metodo un poco più lungo, ma sicuro. Converrà dunque primieramente *ordinare* il polinomio dato per rapporto ad una lettera, precisamente come nella divisione dei polinomii per polinomii.

§ 1. *Estrazione della radice quadrata dai polinomii.*

Abbiasi dunque ad estrarre la radice seconda dal trinomio $m^2 + f^2 + 2mf$.

Ordinato questo trinomio per rapporto ad m, si ha:

$$\begin{array}{lll} \text{quadrato} & m^2 + 2mf + f^2 & \text{radice} \quad \underline{|\pm m \pm f} \\ & -m^2 & \qquad\qquad 2m \\ \hline \text{residuo} & * \; + 2mf + f^2 & \\ & \quad -2mf - f^2 & \\ \hline & \quad\; * \qquad * & \end{array}$$

Siccome il primo termine della potenza contiene il primo termine della radice elevato (nel caso nostro) a seconda potenza, così il primo termine della radice sarà $\pm m$. Faccio il quadrato di m, lo sottro, ed ho il residuo $2mf+f^2$. Ora il secondo termine è e dev' essere un prodotto, in cui entra come fattore il primo termine della radice moltiplicato per 2; pongo sotto la radice questo fattore $2m$, e dividendo il termine $2mf$ per esso, trovo l'altro fattore f ch'è necessariamente il secondo termine della radice. Moltiplico $2m \times f$, e faccio il quadrato di f. Sottro; e vedendo che non ho alcun residuo, conchiudo che $\pm m \pm f$ è la radice quadrata del dato trinomio: radice che si è ottenuta facendo precisamente le operazioni inverse di quelle con cui si eleva alla seconda potenza un binomio. Il doppio segno si pone per la stessa ragione che nei monomii.

Se invece di un trinomio fosse dato un polinomio, si opererebbe in sostanza allo stesso modo; poichè nella formazione delle potenze dei polinomii non vi sono che delle differenze accidentali, e non essenziali. Sia, per esempio, da estrarre la radice seconda del polinomio

$$a^4 - 2a^2b^2 + b^4 - 2a^2c^3 + 2b^2c^3 + c^6 \text{ (1); avremo}$$

$$\begin{array}{llll}
 & -a^4 & & \\
\hline
 & * & & \\
1.^\circ \text{ residuo} & -2a^2b^2 + b^4 - 2a^2c^3 + 2b^2c^3 + c^6 & \text{radice} & a^2 - b^2 - c^3 \\
 & +2a^2b^2 - b^4 & & 1.^\circ\text{divis. } 2a^2 \\
\hline
2.^\circ \text{ residuo} & * \quad * \quad -2a^2c^3 + 2b^2c^3 + c^6 & & 2.^\circ\text{divis. } 2a^2 - 2b^2 \\
 & +2a^2c^3 - 2b^2c^3 - c^6 & & \\
\hline
 & * \quad * \quad * & &
\end{array}$$

Nel secondo divisore abbiamo raddoppiato i due primi termini della radice $a^2 - b^2$, onde avere i doppii prodotti che sono nel quadrato. Del resto non si fece altro che distruggere ciò si era fatto innalzando alla seconda potenza il trinomio $a^2 - b^2 - c^3$; con che si ebbero appunto i tre quadrati a^4, b^4, c^6, e i tre doppii prodotti $2a^2b^2$, $2a^2c^3$, $2b^2c^3$. Sembra che in questo caso non si conservi la regola degli esponenti; ma una tale eccezione è solo apparente, e deriva dall'essere i termini della radice essi pure affetti da esponente.

(1) Essendo il termine $2a^2c^3$ dopo il termine b^4, sembra che il polinomio non sia ordinato per rapporto ad a, perchè dopo due termini che contengono a ne viene uno che non la contiene. Ma in questo caso è inutile il trasportare il termine $2a^2c^3$, poichè l'esponente di a è ancora 2, come nel termine $2a^2b^2$.

§ 2. *Estrazione della radice quadrata dai numeri.*

Ogni numero si può considerare composto di tante parti, quante sono le cifre delle quali è formato. Per esempio, 26 si può considerare composto di due parti, cioè di $20 + 6$; 359 di tre, cioè $300 + 50 + 9$, ossia tre centinaja, cinque decine, nove unità; ed il quadrato che si ottiene moltiplicando il numero 359 per sè stesso, sarà il risultato dei varii termini che si otterrebbero sviluppando la espressione $300 + 50 + 9$ nel modo con cui si opera per innalzare al quadrato l'espressione algebrica $a + c + d$. Ciò è evidente solo che si consideri la generalità della formula $a^2 + 2ac + 2ad + c^2 + 2cd + d^2$, che è la potenza seconda del trinomio $a + c + d$.

Sarà dunque $359^2 = (300 + 50 + 9)^2$

$$= 300^2 + 2.300.50 + 2.300.9 + 50^2 + 2.50.9 + 9^2$$
$$= 90000 + 30000 + 5400 + 2500 + 900 + 81 = 128881.$$

Volendo ora rimontare da questo numero alla sua radice, il metodo algebrico vuol essere alquanto modificato, perchè le varie parti componenti il quadrato non più si scorgono dopo la loro unione in un termine solo, essendo la loro somma eseguita, mentre nell'Algebra è soltanto indicata; ma però siamo sicuri che in esso si contengono tutte quelle parti che costituiscono la seconda potenza di un trinomio. Vediamo adunque in qual modo si venga a scoprire la radice di un numero.

Per comprendere chiaramente il metodo che siamo per dare, premettiamo alcune osservazioni sulla natura dei quadrati dei numeri.

I. I numeri semplici non hanno nel loro quadrato più di due cifre, giacchè il quadrato del minimo numero composto, cioè di 10, è 100, minimo numero di tre cifre. I quadrati dei numeri semplici sono:

numeri 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

quadrati 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81

II. Il quadrato di un numero terminato con degli zeri è uguale al quadrato delle cifre significative coll'aggiunta di un numero doppio di zeri. Il quadrato di 10 p. e. è 100, quadrato di 1 coll'aggiunta di due zeri; il quadrato di 100 è 10000 ec.: giacchè tali quadrati dipendono affatto dal sistema della nostra numerazione per decine. Così il quadrato di 40 è 1600, giacchè 40×40 non è altro che quaranta volte quattro decine, cioè $40 \times 4 \times 10 = 160 \times 10 = 1600$.

III. Un quadrato non può avere più cifre, che il doppio di quelle della sua radice. Per esempio, il quadrato d'un numero di due cifre non

avrà più di quattro cifre, perchè 100, primo numero di tre cifre, ha per quadrato 10000, primo numero di cinque cifre. In tal caso il quadrato ha un numero pari di cifre, poichè il doppio di qualunque numero è pari.

IV. Un quadrato non può avere meno cifre, che il doppio di quelle della sua radice, meno una. Il quadrato di 100, per esempio, minimo numero di tre cifre, è 10000, che è il minimo numero di cinque cifre. Qualunque altro numero adunque di tre cifre, che è necessariamente maggiore di 100, non potrà avere nel suo quadrato meno di cinque cifre. In questo caso il quadrato ha un numero dispari di cifre.

V. Dalle cose anzidette rilevasi, che dividendo il proposto quadrato in membri di due cifre, si avranno tanti membri, quante sono le cifre della radice. L' ultimo poi di tali membri potrà essere anche di una cifra sola (nel caso del n.° IV). Tale divisione in membri si farà da destra a sinistra, poichè così vengonsi a riportare ai loro luoghi gli eccessi delle somme delle cifre dei varii ordini, come si rileverà più chiaramente da quanto diremo in appresso.

Fatte queste osservazioni, disponiamo l'operazione nel modo seguente:

	quadrato proposto	radice
termini eliminati	12,88,81	359
300^2	—9	1.° divisore 6,5
1.° dividendo	38,8	2.° divisore 70,9
$2 . 300 . 50 + 50^2$	—32 5	
2.° dividendo	638,1	
$2 . 300 . 9 + 2 . 50 . 9 + 9^2$	—638 1	
	0	

Ripartito adunque il proposto quadrato in membri di due cifre da destra a sinistra, come dicemmo, osserviamo primieramente: che la radice del massimo quadrato contenuto nel primo membro 12 è la prima cifra della radice ricercata, e non può nascere mai il caso che dalla somma dei doppii prodotti e quadrati si riporti tanto, che confonda il quadrato della cifra dell' ordine massimo della vera radice con quello di un' altra cifra. Se, per esempio, la cifra prima di una data radice di tre cifre sia 1, non si potrà mai riportare 3 di eccessi; con che si avrebbe nel primo membro il quadrato di 2 invece di quello di 1, e non si saprebbe determinare per conseguenza se tal prima cifra della radice fosse 1, oppure 2. La ra-

gione di ciò si è, che siccome la data radice non arriva a 200, così il suo quadrato sarà minore di quello di 200, che è 40000. Ma essendo essa radice di tre cifre, il suo quadrato deve avere almeno cinque cifre (pel n.º IV); ed un numero di cinque cifre minore di 40000 non può avere 4 per cifra massima, come è evidente. Dunque è certo che non potrassi mai cogli eccessi, che si riportano, confondere il vero quadrato della cifra massima con un altro, valendo un simile ragionamento per ogni caso possibile.

Ciò posto, dal massimo quadrato contenuto in 12, ch' è 9, estratta la radice 3, poniamola al suo luogo; facciamone il quadrato, e sottriamolo da 12. Abbiamo il residuo 3: onde intendiamo essersi riportate tre decine di migliaja dalla somma delle varie parti del quadrato.

Conosciuta così la prima cifra della radice, che è 3, esprimente centinaja (dovendo la radice avere tre cifre pel n.º V.), ed eliminato dal proposto numero il primo termine di quelli ond' è composto, cioè il quadrato appunto delle centinaja 300^2, abbassiamo accanto al residuo 3 la prima cifra del secondo membro 8, alla quale deve certo arrivare il doppio prodotto delle centinaja nelle decine, perchè egli arriva almeno alle migliaja; cosicchè dividendo 38 pel doppio delle tre centinaja scoperte, cioè per 6, il quoto che otterremo sarà la seconda cifra della radice, esprimente le decine. Il quadrato di queste, che è almeno di centinaja, deve arrivare all' altra cifra del secondo membro, che appunto esprime centinaja. Abbassiamo adunque anche questa seconda cifra, e separiamola con una virgola, indicando di non tenerne conto nella divisione che siamo per fare del 38 : 6.

Diviso 38 per 6, abbiamo 6 di quoto. Prima però di scriverlo alla radice conviene esaminare se 6 divisore moltiplicato per 6 quoto, più il quadrato di 6, si possa sottrarre da 388, giacchè questo prodotto e questo quadrato devono essere contenuti, come dicemmo, in 388. A tale effetto posto il quoto accanto al divisore, così, 66, ed eseguita la moltiplicazione per 6, abbiamo ad un tratto il quadrato ed il prodotto, che danno 396. Ora essendo $396 > 388$, dobbiamo conchiudere che 6 è una cifra troppo grande, e che conviene diminuirla di 1 (e, se occorresse, di 2, di 3, riducendola anche allo zero, come nella divisione). Fatte le stesse operazioni col 5, avendo per risultato $325 < 388$, poniamo 5 al luogo della radice, e sottriamo 325 da 388. Ci resta 63. Noi abbiamo con questa seconda operazione eliminati altri due termini, cioè $2.300.50$, e 50^2.

Accanto al 63, che rappresenta gli eccessi riportati dall'altre parti del quadrato, abbassiamo l' ultimo membro 81. Nel 6381 si deve contenere

il doppio prodotto delle centinaja nelle unità, quello delle decine nelle unità, ed il quadrato delle unità. Nessuno dei due prodotti può appartenere all'ultima cifra che rappresenta unità: essi sono adunque compresi nelle cifre 638. Ora i doppii prodotti contenuti in queste cifre hanno due fattori comuni, cioè il 2 e la cifra che esprimerà le unità; gli altri due sono tre centinaja e cinque decine. Se si divida adunque 638 pel doppio di tre centinaja, più cinque decine, cioè per 70, noi troveremo ad un tratto l'altro fattore esprimente le unità. Separata dunque dal 6381 l'ultima cifra 1, ed eseguita la divisione di 638 : 70, abbiamo per quoto 9. Posto il 9 accanto al divisore 70, ed eseguita la moltiplicazione di 709×9, abbiamo ad un tratto il doppio prodotto delle unità nelle centinaja, e delle unità nelle decine, ed il quadrato delle unità $= 6381$, che sottriamo; e non avendo residuo alcuno, conchiudiamo essere il 9 la terza cifra della radice, e quindi esattamente $\sqrt{128881} = 359$. Con questa terza operazione abbiamo eliminato i tre termini $2 . 300 . 9$, $2 . 50 . 9$, 9^2.

Se di maggiori cifre fosse composto un dato numero, di cui si volesse la radice quadrata, è evidente che si opererebbe in un modo affatto simile a quello testè esposto, vale a dire distruggendo ciò che si fa coll'innalzamento a potenza. Se poi il dato numero non fosse potenza perfetta, si avrebbe un residuo.

Rapporto all'estrazione della radice quadrata dei decimali, essa si fa come negli intieri. Soltanto è da avvertire, che siccome nel formare la seconda potenza di un decimale si separano tante cifre nel prodotto, quante sono quelle del moltiplicando, più quelle del moltiplicatore; così nella radice, che si troverà, dovrà separarsi la metà di cifre contenute nella potenza. Le quali se saranno in numero dispari, si avrà l'avvertenza di aggiungere uno zero, che già non altera il valore, onde sia possibile separare nella radice le cifre che dicemmo. Così, per esempio, $\sqrt{51,7} = \sqrt{51 70} = 7,1$ circa; ed aggiungendo altri due zeri al quadrato; $\sqrt{517000} = 7,19$ più prossimamente. Lo stesso vale, com'è chiaro, anche qualora non vi siano intieri, ma soltanto decimali; ed altresì pel caso che un dato numero non sia potenza perfetta, onde levata la radice del massimo quadrato in esso contenuto, rimanga un avanzo; poichè aggiuntivi due, quattro, sei zeri, o più se occorra, si troverà la radice approssimata espressa in decimi, centesimi, millesimi, ec.

Osservazione.

Nel caso che un numero non sia quadrato perfetto, potrebbe nascere il dubbio se la radice trovata sia quella del quadrato massimo contenuto

nel numero proposto, o se un quadrato maggiore in numeri interi vi si contenga. Per uscire d'incertezza si esamini se il doppio della radice, aggiuntavi l'unità, superi il residuo. Se ciò avvenga, il quadrato della radice trovata è il massimo che si contenga nel numero dato. Infatti chiamando a questo numero, b la radice trovata, il resto è espresso da $a - b^2$, e la radice prossimamente superiore a quella che si rinvenne sarà $b + 1$, il cui quadrato è $b^2 + 2b + 1$. Se dunque sarà $2b + 1 > a - b^2$, sarà anche $2b + 1 + b^2 > a$ (aggiungendo da ambe le parti b^2). Ora $b^2 + 2b + 1$ non è altro che il quadrato di $b + 1$: dunque il quadrato di $b + 1$ è maggiore di a. Dunque il massimo quadrato, in numeri interi, contenuto in a è b.

§ 3. *Estrazione della radice cubica dai polinomii.*

Abbiasi ad estrarre $\sqrt[3]{(a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3)}$. Essendo già ordinato questo polinomio per rapporto ad a, disponiamo l'operazione nel modo usato di sopra per l'estrazione della radice seconda.

$$\begin{array}{llll} & a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 & \text{radice} & \underline{|a + b} \\ & -a^3 & & 3a^2 \\ \hline & * & & \\ \text{residuo} & 3a^2b + 3ab^2 + b^3 & & \\ & -3a^2b - 3ab^2 - b^3 & & \\ \hline & * \quad * \quad * & & \end{array}$$

Caviamo la radice terza dal primo termine, sapendo ch'esso contiene il solo primo termine della radice elevato nel caso nostro alla terza potenza: con ciò otteniamo il primo termine a della radice cercata, che si pone al suo luogo. Fatto ora il cubo di a, e sottrattolo, abbiamo il residuo $3a^2b + 3ab^2 + b^3$. Siccome il secondo termine della potenza è il triplo del quadrato del primo termine della radice moltiplicato per l'altro termine della stessa; così fatto il triplo del quadrato di a, che è $3a^2$, ed assuntolo per divisore, noi potremo scoprire l'altro termine della radice. Dalla divisione otteniamo il quoto b; ma siccome nella potenza data, oltre del termine $3a^2b$, vi deve essere anche il triplo del quadrato di b moltiplicato per a; così, per accertarci che b sia veramente un altro termine della radice, esaminiamo se il termine $3b^2a$ corrisponda ad un termine che si trovi nella data potenza. Vedendo che ciò si verifica, fatto anche il cubo di b, sottriamo dalla potenza i tre termini $3a^2b$, $3ab^2$, b^3; e non avendo più alcun residuo, conchiudiamo che $a + b$ è la radice cubica del dato polinomio. Basta dare un'occhiata a queste operazioni per con-

vincersi che non sono altro che le inverse di quelle con cui si ottiene la terza potenza di un binomio.

Alquanto più complicata riesce la estrazione della radice cubica dai polinomii che hanno una radice trinomia, quadrinomia ec., ma però sempre dipendente dal modo con che si formano le potenze.

Debbasi estrarre, a cagion d'esempio,

$$\sqrt[3]{(a^3+3a^2c+3a^2d+3ac^2+6acd+c^3+3ad^2+3c^2d+3cd^2+d^3)}.$$

Disponendo l'operazione al modo solito, avremo

$$\begin{array}{r|l} \text{radice} & a+c+d \\ \hline \end{array}$$

$$\text{1.}^\circ \text{ divisore } 3a^2$$

$$\text{2.}^\circ \text{ divisore } 3a^2+6ac+3c^2$$

$$\begin{array}{l}
\quad a^3+3a^2c+3a^2d+3ac^2+6acd+c^3+3ad^2+3c^2d+3cd^2+d^3 \\
-a^3 \\
\hline
\quad * \\
\text{1.}^\circ \text{ res.}^\circ +3a^2c+3a^2d+3ac^2+6acd+c^3+3ad^2+3c^2d+3cd^2+d^3 \\
\qquad -3a^2c \qquad\quad -3ac^2 \qquad\quad -c^3 \\
\hline
\text{2.}^\circ \text{ residuo } \; * \; +3a^2d \; * \; +6acd \; * \; +3ad^2+3c^2d+3cd^2+d^3 \\
\qquad\qquad -3a^2d \qquad -6acd \qquad -3ad^2-3c^2d-3cd^2-d^3 \\
\hline
\qquad\qquad\quad * \qquad\quad * \qquad\quad * \quad * \quad * \quad *
\end{array}$$

Essendo il polinomio già ordinato per rapporto ad a, cominciamo ad operare come nel caso precedente. Estratta la radice cubica dal primo termine, abbiamo a; fattone il cubo, e sottrattolo al solito, abbiamo il primo residuo. Preso ora come divisore il triplo del quadrato di a, cioè $3a^2$, abbiamo il secondo termine della radice $+c$. Fatti i due prodotti $3a^2c$, $3c^2a$, ed il cubo c^3, li sottriamo, ed otteniamo il secondo residuo. Assunto adesso per secondo divisore il triplo del quadrato di $a+c$, abbiamo alla radice $+d$. Fatti i soliti prodotti, cioè $(3a^2+6ac+3c^2)d$, $3d^2(a+c)$, ed il cubo d^3, li sottriamo; ed osservando che non si ha verun residuo, conchiudiamo che $a+c+d$ è la radice cubica del dato polinomio; la quale noi abbiamo evidentemente ottenuta eseguendo le operazioni inverse di quelle che si fanno per innalzare un trinomio alla terza potenza.

Osservazione.

Sarebbe facile stabilire dei metodi per estrarre la radice dei gradi superiori al terzo da qualunque polinomio che fosse potenza perfetta del grado dato; e ciò dietro la semplice avvertenza, che per estrarre la radice basta eseguire le operazioni inverse di quelle colle quali si ottiene l'innalzamento a potenza, le leggi del quale sono già note. Questi metodi non hanno altra difficoltà che la lunghezza dei calcoli, e in pratica non sono quasi di nessun uso. Però, senza cercare oltre, si possono estrarre alcune radici di gradi superiori nel modo che abbiamo usato finora. Così per estrarre la $\sqrt[4]{}$ basta estrarre due volte la radice seconda dal dato polinomio, giacchè p. e. $(a+b)^4 = (a+b)^2 \times (a+b)^2$, ed $(a+b)^2 = (a+b)\,(a+b)$. Per estrarre la $\sqrt[6]{}$ basta estrarre la radice quadrata, e poi la cubica, giacchè p. e. $(a+b)^6 = (a+b)^3 \times (a+b)^3$; ed $(a+b)^3 = (a+b)\,(a+b)\,(a+b)$; e così dei casi consimili.

Finalmente avvertiremo, che nessuna variazione soffrono le regole esposte, se si applicano all'estrazione delle radici dalle quantità espresse in forma frazionaria; poichè siccome le potenze delle frazioni si ottengono dalla moltiplicazione del numeratore per sè stesso, e del denominatore pure per sè stesso, così basterà estrarre la radice dal numeratore e dal denominatore separatamente.

§ 4. *Estrazione della radice cubica dai numeri.*

Come dall'osservare il modo con cui si forma il quadrato si rinvenne la maniera di scoprirne la radice, così osservando il modo con cui si forma il cubo potremo trovare un metodo con cui risalire alla sua radice.

Abbiasi pertanto il numero 234, che si può considerare composto di tre parti, $200 + 30 + 4$; il suo cubo, applicando al caso speciale la formula algebrica $a^3 + 3a^2c + 3a^2d + 3ac^2 + 6acd + 3ad^2 + c^3 + 3c^2d + 3cd^2 + d^3$, che esprime la terza potenza del trinomio $a + c + d$, sarà:

$$\begin{aligned}(200 + 30 + 4)^3 = {} & 200^3 + 3 \,.\, 200^2 \,.\, 30 + 3 \,.\, 200^2 \,.\, 4 + 3 \,.\, 200 \,.\, 30^2 \\ & + 6 \,.\, 200 \,.\, 30 \,.\, 4 + 3 \,.\, 200 \,.\, 4^2 + 30^3 + 3 \,.\, 30^2 \,.\, 4 \\ & + 3 \,.\, 30 \,.\, 4^2 + 4^3 \\ = {} & 8000000 + 3600000 + 480000 + 540000 + 144000 \\ & + 9600 + 27000 + 10800 + 1440 + 64 = 12812904.\end{aligned}$$

Vediamo come si possa risalire dal cubo 12812904 alla sua radice, e prima facciamo alcune osservazioni sulla natura dei cubi dei numeri.

I. I numeri semplici non hanno nel loro cubo più di tre cifre. Infatti 10, che è il primo numero composto, ha per cubo 1000, primo numero di quattro cifre. Tali cubi sono:

numeri	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9
	1,	8,	27,	64,	125,	216,	343,	512,	729

II. Il cubo di un numero terminato con degli zeri è uguale al cubo delle cifre significative, coll'aggiunta di un numero triplo di zeri; poichè anche questi cubi, come i quadrati, dipendono dal sistema della nostra numerazione.

III. Un cubo non può avere più cifre, che il triplo di quelle della sua radice. Il cubo, a cagion d'esempio, d'un numero di due cifre non avrà più di sei cifre; poichè il cubo di 100, minimo numero di tre cifre, è 1000000, primo numero di sette cifre.

IV. Un cubo non può avere meno cifre, che il triplo di quelle della sua radice, meno due. Così il cubo d'un numero di due cifre ne avrà almeno quattro, perchè $10^3 = 1000$; ed una radice qualunque di due cifre essendo maggiore di 10, deve avere un cubo maggiore di 1000.

V. Da tutto questo si rileva, che dividendo il dato numero in membri di tre cifre ciascuno, si avranno tanti membri, quante sono le cifre della radice. L'ultimo di essi potrà essere di tre, di due, ed anche di una sola cifra.

Disponiamo adunque l'operazione come nell'estrazione della radice quadrata, e ripartiamo il dato numero in membri di tre cifre da destra a sinistra, per la ragione che abbiamo addotto parlando della estrazione della radice seconda.

termini eliminati	cubo proposto	radice
	12,812,904	234
200^3	— 8	1.° divisore 12
1.° dividendo	4,8	2.° divisore 1587
$3 . 200^2 . 30$	— 3 6	
	12,1	
$3 . 200 . 30^2$	— 5 4	
	67,2	
30^3	— 2 7	
2.° dividendo	645,9	
$3 . 200^2 . 4 + 3 . 30^2 . 4 + 6 . 200 . 30 . 4$.	— 634 8	
	111,0	
$3 . 200 . 4^2 + 3 . 30 . 4^2$	— 110 4	
	6,4	
4^3	— 6 4	
	0	

Estraendo la radice cubica dal massimo cubo contenuto nel primo membro a sinistra, 12, è certo ch'essa sarà la prima cifra della radice. Infatti se la radice sia, a cagion d'esempio, di tre cifre, ed 1 sia quella esprimente centinaja, non si potrà riportar 7 di eccessi delle altre parti del cubo; ciocchè farebbe credere la prima cifra della radice esser 2 in cambio di 1, poichè il dato numero deve avere nel suo cubo almeno sette cifre (vedi num. IV.), ed inoltre essere minore del cubo di 200, che è 8000000, numero che ha pur 7 cifre, e la cui cifra massima è 8; onde non potrà avvenire che il cubo di un numero di tre cifre minore di 200 abbia per cifra massima 8.

Posto dunque al luogo della radice il 2, che è la radice terza di 8, massimo cubo contenuto in 12, e sottratto dal 12, 2^3, cioè 8, abbiamo eliminato dal numero dato il termine 200^3, ed ottenuto il residuo 4, ch'esprime gli eccessi riportati dalle varie parti del cubo nel sommarle.

Trovata così la cifra esprimente le centinaja della radice (giacchè deve avere tre cifre), abbassiamo la prima cifra 8 del secondo membro,

alla quale almeno deve arrivare il prodotto indicato dal secondo termine $3 . 200^2 . 30$, che è almeno di cento migliaja. Di questo prodotto noi conosciamo il fattore 3 costante, e la cifra delle centinaja che testè abbiamo trovata. Dunque se noi divideremo 48 pel triplo del quadrato di questa cifra di centinaja, cioè per 12, noi troveremo la cifra che ci esprimerà le decine della radice. Il quoto di 48 : 12 è 4. Osserviamo adesso, che alla seconda cifra 1 del secondo membro deve arrivare il prodotto indicato dal termine $3 . 200 . 30^2$, ch'è almeno di dieci migliaja, e che alla terza cifra 2 arriva il cubo delle decine, che dà almeno migliaja. Perciò prima di porre il quoto 4 in radice, esaminiamo se dopo aver sottratto da 48 il prodotto di 4 . 12, si possa dall'altra cifra (unita al resto, se vi fosse) sottrarre il prodotto $3 . 2 . 4^2$, e se dalla terza cifra unita all'altro residuo sia possibile levare il cubo 4^3. Non essendo ciò possibile nel nostro caso, conchiudiamo che 4 è troppo grande. Dobbiamo adunque diminuirlo di 1 (di 2, di 3 ec., se occorresse), e cercare se il 3 soddisfi alle condizioni necessarie, perchè succeda la eliminazione dei termini che sono entrati nella formazione del cubo proposto. Da 48 sottriamo 3 . 12, cioè $3 . 2^2 . 3$: abbiamo 12 di resto. Abbassiamo l'altra cifra 1, e da 121 sottriamo $3 . 2 . 3^2 = 54$, ed abbiamo 67 di residuo. Abbassata finalmente la terza cifra 2, e da 672 sottratto $3^3 = 27$, abbiamo 645 di residuo.

Ci sono adunque note due cifre della radice, col mezzo delle quali potremo facilmente scoprire anche la terza. Se osserviamo infatti i tre termini dello sviluppo $3 . 200^2 . 4 + 3 . 30^2 . 4 + 6 . 200 . 30 . 4$, che possono ridursi alla seguente espressione mediante il raccoglimento dei fattori comuni:

$$3 . 4 (200^2 + 30^2 + 2 . 200 . 30) = 3 . 4 (200 + 30)^2,$$

noi vediamo che abbassando la prima cifra 9 del terzo membro, che esprime centinaja, e dividendo 6459 per $3 (200 + 30)^2$, numero che ha cifre significative anche dell'ordine delle centinaja a cagione del quadrato di decine che contiene, verremo certamente a scoprire la terza cifra della radice. Assunto dunque per secondo divisore il triplo del quadrato delle due prime cifre della radice 23, cioè $23 \times 23 . 3 = 1587$, abbiamo 4 di quoto. Facendo ora il prodotto di 1587×4, noi veniamo ad avere in un solo termine i tre or ora accennati, cioè il triplo del quadrato delle decine moltiplicato per le unità, il triplo del quadrato delle centinaja moltiplicato per le unità, e il prodotto delle unità, decine e centinaja moltiplicato per 6; e sottraendo da 6459 questo prodotto, 1587×4, abbiamo 111 di resto, nel quale, unitamente alla penultima cifra 0,

che abbassiamo, devono comprendersi i termini $3.30.4^2 + 3.200.4^2$, cioè il triplo del quadrato delle unità nelle decine, ed il triplo del quadrato delle unità nelle centinaja. Per fare brevemente i prodotti necessarii moltiplichiamo le due prime cifre della radice pel quadrato della terza cifra trovata, e per 3, ed abbiamo $3.4^2.23 = 69 \times 16 = 1104$, che sottratto da 1110 ci dà 6 di resto. Abbassata finalmente l'ultima cifra 4, e fatto il cubo di quella che esprime le unità della radice, lo sottriamo da 64; e non avendo alcun residuo, conchiudiamo che 234 è la radice terza esatta del numero proposto. Egli è inutile avvertire nuovamente, che anche in questo procedimento non abbiamo fatto altro che distruggere ciò che si era fatto coll'innalzamento del trinomio alla terza potenza. Lo abbiamo ripetuto varie volte, ed è cosa chiarissima.

Quanto all'estrazione della radice cubica dai decimali, conviene avvertire che prima di estrarla è mestieri ridurre il dato numero ad avere 3, 6, 9 ec. cifre col mezzo degli zeri; indi estratta la radice, separare a destra un numero di cifre che sia il terzo di quelle della potenza. Ciò si osserva naturalmente anche quando trovata la radice del massimo cubo contenuto in un numero, si voglia continuare ad estrarre la radice dal resto, per approssimazione. Dico per approssimazione, non potendo la radice di qualsiasi grado di un numero intiero essere nè una frazione, nè un numero misto d'intiero e frazione, poichè la moltiplicazione di tali quantità per sè stesse dà sempre un prodotto o frazionario o misto.

Osservazione.

Se un dato numero non è cubo perfetto, e si voglia conoscere se la radice terza trovata sia quella del massimo cubo intiero contenuto nel numero proposto, si vegga se il residuo finale sia minore del triplo del quadrato della radice, più il triplo della radice, più l'unità. Se ciò si verifica, conchiudasi che la radice trovata è quella del massimo cubo intiero contenuto nel numero proposto. Diffatti si chiami a il numero dato, b la radice trovata; il residuo sarà $a - b^3$. La radice immediatamente superiore a b è $b + 1$, il cubo della quale è $b^3 + 3b^2 + 3b + 1$. Onde se sia $3b^2 + 3b + 1 > a - b^3$, sarà altresì $3b^2 + 3b + 1 + b^3 > a$ (aggiungendo da ambe le parti b^3), cioè il cubo di $b + 1$ maggiore di a. Dunque il massimo cubo, in numeri interi, contenuto in a è b.

OPUSCOLI
FILOSOFICI
INEDITI

DI

G. D. ROMAGNOSI

AVVERTIMENTO

Questi Opuscoli inediti, coi quali si compie il presente Volume, avrebbero dovuto andare uniti agli altri che si leggono dalla pagina 469 alla 724, se al momento della stampa di questi ne avessi avuto notizia, ed agio di procurarmeli. Il lettore, che sa quanto sia difficile cosa raccogliere ed ordinare scritti inediti, tollererà questo lieve sconcio. I paragrafi sono però numerati in seguito all'ultimo degli Opuscoli editi.

ADG.

PIANO RAGIONATO DI UN'OPERA

CHE DEVE PORTARE IL TITOLO

DELLE LEGGI DELL'UMANA PERFETTIBILITÀ

PER

SERVIRE AI PROGRESSI DELLE SCIENZE E DELLE ARTI

§ 601. Sotto alla denominazione di *leggi dell'umana perfettibilità* io comprendo tanto le leggi di *fatto*, quanto quelle di *dovere*.

§ 602. Per leggi di *fatto* io intendo il modo comune e naturale col quale gli uomini in generale, ossia meglio le nazioni procedono nello sviluppo del loro spirito relativamente alle scienze, alle arti ed ai costumi; ossia il costume dalle nazioni tenuto, o che pur anche terrebbero e terranno sempre tanto nelle invenzioni, quanto nell'addottrinamento e nella civilizzazione.

§ 603. Per leggi di *dovere* io intendo generalmente tutto quello che le nazioni far dovrebbero, non tanto per iscoprire il vero, sia speculativo, sia interessante, ed evitare l'errore; quanto per ottenere di farlo nel modo più breve e più facile, e col maggior frutto e durata possibile.

§ 604. Ogni legge di *fatto*, qualunque siasi, altro essere non può che un risultato dei rapporti che legano le cose fra di loro. Questo risultato, che, a parlar propriamente, non è che un *effetto*, non potrà mai essere conosciuto a dovere, se non si conosceranno convenientemente i rapporti e le forze delle cagioni che lo producono. È dunque d'uopo il conoscere le forze ed i rapporti dello spirito umano, tanto per assegnare la ragione di quello che fa, quanto in parte per additare la regola di quello che far deve e dovrebbe rispettivamente alle scienze ed alle arti. Come infatti potreste voi esattamente assegnare le leggi di *fatto* colle quali scorre un fiume, e quelle colle quali l'arte lo potrebbe dirigere, se prima non conosceste le leggi fondamentali e le forze della gravitazione e dell'equilibrio dell'acqua tanto in istato di quiete, quanto in istato di moto?

§ 605. Da qui adunque nasce la necessità di ricercare e di fissare, per quanto si può, quello che può fare l'uomo tanto in astratto, quanto in concreto, per rapporto alle scienze ed alle arti.

§ 606. Ma per determinare questa potenza conviene conoscerne l'indole, i rapporti, l'estensione. Tutto questo non si può ottenere con verità che dall'esame dei fatti reali primitivi, e senza commentarii. Questi fatti, quali qui li contempliamo, costituiscono lo stato fondamentale dell'uomo cogli oggetti tutti dello scibile. È dunque mestieri spingere le nostre ricerche fino a questo punto estremo; o, a dir meglio, è cosa indispensabile incominciare da questo punto, per procedere a determinare le leggi di *fatto*, di *potenza* e di *dovere* dell'umana perfettibilità.

§ 607. Muniti così dei lumi fondamentali, e chiamando ad esame tutta intiera la storia cognita del genere umano, noi potremo assegnare e ridurre a certe determinate leggi generali e costanti di *fatto* il costume naturale intellettuale delle nazioni nei loro processi rapporto alle scienze ed alle arti; o, a dir meglio, potremo scoprire queste leggi di *fatto*, se esistono. A vicenda poi da quello ch'è avvenuto costantemente in circostanze simili potremo trarre la conferma delle cagioni che ne addurremo, e della teoria che ne risulterà.

§ 608. Così si vedranno le cagioni delle verità e degli errori, del ritardo e dell'acceleramento della coltura, dell'aumento e della decadenza di essa, e si giungerà ad un risultato forse non mai osservato fino a qui; qual è, che tanto gli errori tutti umani, ossia le false opinioni, quanto il mal gusto e la depravazione delle arti, hanno leggi così reali e costanti, come le verità ossia come i giudizii veri, e come il bello e buon gusto; e che gli uni e gli altri, e piuttosto tali che tali altri, sono frutti di stagione.

§ 609. Dal fin qui detto pertanto si può indovinare che tre sono le grandi parti di quest'Opera, oltre la parte preliminare sui fondamenti delle scienze e delle arti.

§ 610. Nella prima tracciar si deve la storia filosofica dello sviluppo della perfettibilità delle nazioni, per iscoprirne le leggi naturali indeclinabili e generali di *fatto* in tutti i periodi del di lei sviluppo.

§ 611. Nella seconda è mestieri assegnare quello che le nazioni possono fare, a norma delle forze e delle leggi con cui agisce necessariamente lo spirito umano, per procedere oltre nelle scienze e nelle arti.

§ 612. Nella terza poi, che è il vero scopo dell'Opera, si dovranno prescrivere le leggi normali per le nazioni e per gl'individui, onde ottenere i progressi delle scienze e delle arti nel modo più facile e più breve, e col maggior frutto possibile.

§ 613. Giova per altro aver presente, che siccome quello che l'uomo fa e deve fare non può eccedere quello ch'egli può fare; e quello ch'egli può fare in atto pratico non è sempre quello che fare potrebbe assolutamente: così questa parte, concernente la potenza dello spirito umano, è suscettibile di diverse trattazioni, ed entra necessariamente come un ingrediente attivo nelle altre due parti. Nella prima, per dar ragione dei fenomeni dello spirito umano nei diversi periodi della perfettibilità sviluppantesi; nella terza, per determinare il modo ed i confini dei doveri intellettuali sotto la direzione del buon metodo tanto nell'invenzione, quanto nell'istruzione.

§ 614. Ciò non pertanto non vengono così assorbite le considerazioni risguardanti la potenza dello spirito umano nelle mentovate due parti, che non rimanga ancora tutto intiero l'oggetto a trattare separatamente. Imperocchè là dove viene in acconcio per determinare il fatto dei fenomeni e delle vicende dello spirito umano, se ne osservano piuttosto gli effetti in ragione composta di certe determinate circostanze, che l'intrinseca assoluta estensione ed energia della potenza medesima. Là poi dove essa si considera rapporto al dovere, viene piuttosto fatta un'applicazione ed un uso pratico di essa, anzichè il ritratto, dirò così, della di lei personale e propria entità, e della sfera assoluta della di lei energia.

§ 615. Ciò premesso, si fa omai luogo ad esporre e ad intendere tutta l'orditura dell'Opera ch'io progetto, o, a dir meglio, che ho progettato; avvegnachè mi sarebbe stato impossibile formare il piano di un'Opera nuova come questa, se dapprima non avessi almeno all'ingrosso scoperte le parti che deve contenere, e il nesso che queste parti debbono avere, e le ragioni della loro esistenza e delle loro connessioni.

Piano ragionato della parte preliminare, ossia del *Trattato dei fondamenti*.

§ 616. Prima di tutto deve precedere, come ho già accennato, la esposizione dello stato naturale e reale dell'uomo cogli oggetti dello scibile, cui anche ho definito. Quante cose deve comprendere questa trattazione preliminare! con quanta antiveggenza ne debbono essere raccolti i pezzi! con quale economia trascelti e trattati! con quanta solidità assicurati! con quanta chiarezza ed ordine esposti!

§ 617. Questi pezzi quali sono? È chiaro ch'essi debbono essere tali, che dopo averli ottenuti non debbasi più ricercare la dimostrazione della loro verità. Quindi o che eglino debbano inchiudere in loro medesimi la certezza, oppure che debbano essere dedotti in guisa, che con irresistibile evidenza si senta o che non ne può essere addotta dimostrazione alcuna, o ch'essi s'appoggiano davvicino ad una base che esclude ogni ulteriore inchiesta.

§ 618. Dunque o ch'eglino debbano involgere nella loro enunciazione il seguente concetto; cioè *io sento*, *e sento in questa maniera;* ossia meglio: *ogni uomo sente in questa maniera*, senza abbisognare di altra deduzione. Oppure che da questo fatto primitivo, e non suscettibile di raziocinio, ma solo di esperienza, debbano procedere tutte le vicine conchiusioni d'una necessaria ignoranza o d'una irresistibile certezza. Dunque questo Trattato preliminare sullo stato naturale dell'uomo cogli oggetti dello scibile non deve racchiudere se non che o mere esperienze sentimentali notorie ed incontroverse, oppure conchiusioni evidentemente dedotte e dimostrate dai puri rapporti di queste stesse esperienze. E però tali conchiusioni non debbono inchiudere nei loro elementi o involgere nei loro supposti relazione alcuna a veruno stato particolare di *fatto* o reale o ipotetico delle nazioni.

§ 619. Non credo ciò non ostante che sia mestieri il fare una storia completa dell'*intimo senso*, la quale rassomiglierebbe assaissimo ad una Psicologia sperimentale; come dall'altra parte non credo nemmeno di dover sorpassare totalmente certi oggetti che sono di quella sfera, e passare di salto a trattare direttamente l'argomento dell'Opera. Quindi io avviso essere necessario fra questi due estremi lo scegliere certi punti che hanno un'influenza universale in tutto il progresso dell'Opera; e ciò vieppiù perchè fino al dì d'oggi, per quanto è a me noto, alcuni non sono stati nè con bastante accuratezza snocciolati, nè colla dovuta forza comprovati, ed altri non furono per anche scoperti.

§ 620. Questo partito, nell'atto che ci fornirà preventivamente di certi lumi necessarii a guidarci e ad assicurarci della certezza di quello che dovremo in progresso osservare, ci farà eziandio evitare nel corso dell'Opera lunghi episodii, i quali se da una parte si rendessero necessarii a dimostrare la verità di certi risultati che resterebbero privi di certezza, dall'altra parte però colà situati riescirebbero d'imbarazzo al corso spedito e strettamente collegato delle deduzioni. Questo inconveniente sarebbe certamente effetto di mancanza di quell'ordine, mercè il quale convien porre le cose al loro luogo.

§ 621. Le altre osservazioni di esperienza sentimentale poi, le quali in questi preliminari non prendiamo in considerazione, forse cadranno in acconcio nel progresso dell'Opera, e sarà allora opportuno far presente il tenore ora delle une ora delle altre, appunto perchè se ne sentirà il bisogno; ma ciò far si potrà senza disordine, perchè oltre l'evitare vane e sconcie ripetizioni, si produrrà assai meglio la persuasione mercè il ravvicinamento delle cagioni ai loro effetti, dei principii alle loro conseguenze, senza che ciò ne possa costringere ad inopportune digressioni per provare i principii medesimi, essendo essi di quelli, cui basta d'essere rammentati per essere dimostrati.

§ 622. Dal fin qui detto adunque risulta, che in questo Trattato dei fondamenti:

1.° Non debbono essere esposti quei dati primitivi, concernenti lo stato naturale e reale dell'uomo cogli oggetti dello scibile, i quali siano d'un'assoluta notorietà, o, come si suol dire, per sè evidenti, essendo più acconcio di farli presenti nelle parti interiori dell'Opera, quando l'uopo lo richiederà; ma solamente occupar ci dobbiamo di quelli che abbisognano di dimostrazione.

2.° Ma nemmeno tutti quelli che in questa sfera abbisognano di dimostrazione debbono entrare in questo Trattato, ma solamente quelli che per il progresso delle nostre ricerche divengono di uso universale.

3.° Che debbono essere dimostrati in guisa, che veggansi appoggiati senz'ambiguità ai fatti evidenti primitivi e sperimentali dell'intimo senso.

4.° Che la loro trattazione non dev'essere protratta in guisa, che s'innoltrino nelle parti interiori dell'Opera, ma bensì che debbano ad esse parti trovarsi così vicini, che se ne possa far uso senza trattenersi in uno svolgimento preparatorio per tessere la dimostrazione dell'assunto attuale. E però debbono essere per maniera preparati, che con uno dei loro estremi tocchino il confine insormontabile e primitivo della sperienza sentimentale; e coll'altro estremo giungano ad occupare, dirò così, il vestibolo ossia il confine delle materie proprie di quest'Opera, il di cui campo almeno in generale è stato anticipatamente determinato. In questo modo è chiaro che per una parte l'Opera intiera riuscir dovrebbe a guisa d'una grande catena, i di cui anelli tutti appoggiano sopra un punto d'una inconcussa solidità; e dall'altra parte i pezzi integranti non solamente sarebbero allogati a dovere, ma inoltre dilatati e (se mi è lecito il dirlo) impinguati in guisa, ond'essere scambievolmente in un giusto avvicinamento, anzi in un contatto logico, per cui produrre la facilità e la certezza tanto in me, quanto in ogni altro sensato leggitore.

§ 623. Si è detto di sopra, che non tutte le primitive nozioni, che per sè stesse abbisognassero di dimostrazione o di sviluppo, debbono aver parte in questo nostro Trattato dei fondamenti, ma solamente quelle che in progresso riescono d'un uso universale. Ora come faremo noi a disceverarle dalle altre, onde farne la scelta, e sottoporle alla nostra meditazione?

§ 624. Qui ci è d' uopo d'un colpo d'occhio, che almeno ci faccia prevedere ad un tratto la sfera d'influenza di questi fondamenti in tutta la macchina che abbiamo divisato di fabbricare.

§ 625. Esiste egli per avventura un punto centrale di vista, che ci possa guidare a questa scelta? Se esiste, egli pare che dovrebbe essere l' idea universale stessa della scienza, dello scopo di lei, e del modo con cui l'acquistiamo o la possiamo acquistare.

§ 626. Analizzando diffatti la nozione medesima della scienza, noi vi scopriamo tantosto due grandi parti: la prima riguarda i dati primi, i quali nel soggetto universale dello scibile non sono che fatti; la seconda riguarda il ragionamento che sui fatti medesimi si va tessendo. Così la cognizione dei primi appellar si potrebbe la erudizione, o la storia, o i materiali, o i dati della scienza. La cognizione poi, o, a dir meglio, l'uso del secondo appellar si dovrebbe l'esercizio dell' attenzione umana sopra dei fondamenti, a fine di scoprire il vero di qualsiasi genere. La prima parte diffatti corrisponde alla sensazione, all'esperienza, all'osservazione; la seconda corrisponde alla riflessione, al raziocinio, alla teoria.

§ 627. Per quello poi che concerne ai mezzi coi quali acquistiamo o acquistar possiamo la cognizione dei fatti, non ve n'ha che di due maniere; vale a dire o per propria esperienza, o per altrui tradizione, la quale deriva appunto in ultima analisi dall' esperienza fatta da altri. Di queste diremo qui sotto. Ora torniamo a contemplare la scienza in sè stessa, cioè facendo astrazione dal modo col quale l'acquistiamo.

§ 628. In ogni scienza, e principalmente in quelle che hanno per oggetto di conoscere lo stato delle cose, due sono gli argomenti precipui delle umane ricerche, il di cui uso è universale; cioè:

1.° Le qualità e circostanze costituenti l' entità, sia reale, sia fittizia, delle cose di *fatto*, o siano permanenti, o transitorie, o assolute, o relative, ec.; lo che appellasi anche *stato* o *tenore* d' una cosa.

2.° Le derivazioni delle cose medesime; lo che riguarda la cognizione tanto delle cagioni loro, quanto del modo col quale le cagioni operano nel produrre questi loro effetti.

§ 629. Nel nostro Trattato adunque dei fondamenti è mestieri in primo luogo trascegliere quei dati primitivi abbisognanti di dimostrazione,

i quali hanno una relazione necessaria ed universale colla cognizione vera e certa tanto del tenore quanto delle derivazioni degli oggetti tutti di *fatto* fondamentale dello scibile.

§ 630. Ciò premesso, consultando lo stato primo e fondamentale della più pura e più certa esperienza, l'uomo non trova in sè medesimo altro che sentimento, e coscienza di sentimento. Dove passa a giudicare, tosto nasce la possibilità dell'errore; a meno che il giudizio non cada sulla più semplice e vicina identità o diversità: nel qual caso il giudizio altro non è che un indivisibile primitivo sentimento d'identità o di diversità, così semplice, così necessario, così vero, quanto lo è la percezione medesima diretta dell'idea.

§ 631. Ma il cercare del tenore e della derivazione d'una cosa presuppone l'esistenza della qualità e delle cagioni, e per ciò stesso l'esistenza reale della cosa medesima. Ora o queste ricerche versano sulla propria nostra persona, o sono rivolte ad altri esteriori oggetti. Sulla verità e sulla certezza della nostra propria esistenza, e di tutto quello che noi sentiamo, non è necessario far parola; ma rapporto alle cose esterne non è più lo stesso.

§ 632. Altro è la certezza del sentimento d'una cosa, altro la certezza della di lei realità. La prima è un fatto di esperienza; ma la seconda inchiude un giudizio, mercè il quale affermiamo l'esistenza reale d'una cosa fuori di noi, cagione del sentimento che ne abbiamo, od almeno corrispondente a lui. Questa esistenza è un fatto posto fuori di noi, e però non può involgere nel suo concetto un evidente e sperimentale sentimento di verità.

§ 633. Di più, anche supposta l'esistenza reale d'una cosa qualunque, altro è la certezza di sentire un'impressione di lei, ed altro è che noi possiamo assicurare che a queste impressioni diverse veramente corrispondano negli oggetti altrettante qualità o modi reali. La ragione è la medesima che per l'articolo dell'esistenza.

§ 634. Ma anche supposta l'esistenza reale di queste diverse qualità o modi reali corrispondenti, altro è la certezza di sentire le tali e le tali, ed altro è che noi le sentiamo, ossia le conosciamo o le possiamo conoscere tutte. Per la ragione medesima sovra recata questo punto è vieppiù complicato.

§ 635. Anzi tanto è lungi che quegli articoli possano essere certamente decisi mercè d'una sola occhiata di senso comune, quanto più è certo ch'essi tutti sono ancora, dalla nascita della greca filosofia in qua, soggetti a disputa. Nè si può dire che questa sia una petulanza di alcuni in-

gegni o visionarii o temerarii, benchè si opponga al consenso, dirò così, di tutto il genere umano, mentre da alcuni stimabili pensatori moderni, cioè D'Alembert, Diderot ec., fu anzi giudicata una quistione insolubile, in cui un certo istinto sentimentale, anzichè la ragione convinta, può servire di unica prova.

§ 636. Con tutto questo però ben volentieri io mi esimerei dall'aggirarmi su questo orlo estremo del mondo intellettuale, se fare il potessi senza ledere gl'interessi della verità; o, a dir meglio, se questo punto non avesse un influsso decisivo sopra molte cose di cui debbo trattare in progresso. Io non parlo della certezza o della incertezza fondamentale di tutta quella parte dello scibile che riguarda l'universo intiero. La questione tutta sarebbe, se la realità di tutto quello ch'esiste fuori di noi si debba riguardare come ipotesi, o come verità; se avrebbesi altro da ricercare, o da decidere. Io parlo dell'influenza sopra molte regole di pratica nelle scienze derivanti dalla decisione di questi articoli.

§ 637. E per verità, benchè sembri chiaro che in qualunque ipotesi la convenienza e la disconvenienza delle idee, la loro forma di astratte, di generali ec., e tutte le deduzioni ed i sistemi di riflessione, in conseguenza della semplice forma o numero delle idee medesime, e di tutti i loro rapporti che ne derivano, possano avere una verità, una certezza, anzi un'evidenza incontrastabile, anche riguardando l'universo tutto come un fenomeno puramente ideale; e che però quelle che dai nostri vecchi denominaronsi *verità subbiettive* non soffrano alcuna scossa dall'incertezza di questo punto: tuttavia se ci volgiamo a quella classe di idee che riguardano la potenza o l'impotenza, il possibile o l'impossibile reale, le cagioni o gli effetti, le origini, le successioni, e fin anche a tutta la fondamentale sfera dell'ontologia; non possiamo più trovare questa indifferenza nella decisione dei mentovati articoli, come appunto vedremo nel progresso di quest'Opera. Ora quante cose ne derivano dall'uno o dall'altro partito? Apprezzare giusta il loro valore vero le idee tutte ontologiche, sulle quali riposano tante fabbriche anche importanti di valentissimi pensatori, ed assegnare indi l'uso logico che far se ne può; valutare non solo l'intrinseco, ma il progetto solo di tutte le cosmogonie, sulle quali gli uomini dall'infanzia della ragione in qua si sono preso diletto di occuparsi; dar retta o rigettare certe generali quistioni sui principii motori, e su quello che può o non può fare la natura; avere od essere privi di una parte almeno delle osservazioni sulla ignoranza necessaria o sulla scienza ottenibile, e quindi una fonte di precetti sulla moderazione dell'umano ingegno, per non disperdere la sua attività in fru-

stranee ricerche, ed occuparsi delle fruttifere; decidere se esista o non esista un punto di vista nel fare il vero albero enciclopedico di cui tuttavia manchiamo, onde inserire od escludere dal corpo delle scienze certi oggetti per eccitare gli uomini ad occuparsene, o per rilegarli nella storia dei fenomeni, o, a dir meglio, delle aberrazioni della mente umana: tutte queste ed altrettali cose interessar debbono certamente il filosofo che si occupa delle leggi di *fatto*, di *potenza* e di *dovere* dell' umana perfettibilità rapporto alle scienze ed alle arti. Ora questi sono oggetti, sui quali, a mio credere, non si potrà mai prendere un partito decisivo, se prima non si decidano i tre articoli sopra mentovati, e se ne deducano i conseguenti corollarii.

§ 638. Ecco perchè io mi sono determinato a farli entrare nel trattato dei fondamenti dell' Opera da me divisata, adducendone appunto una mia soluzione dedotta dai principii primi di ragione, comuni ed incontroversi tanto all' idealista che al pirronista, e dai quali anche la parte interna della celebre ipotesi dell'armonia prestabilita si dimostra assurda; senza per altro convenire ne' miei risultati coi filosofi del contrario partito, nè cogli altri in generale in quello che concerne la cognizione della realità.

§ 639. Qui si sente che io dovrò spingere le ricerche verso i risultati, ed in questi cercare lo scopo comune a tutte le scienze, cioè l' unità e i di lei fondamenti. E siccome essa ha per iscopo in questi oggetti la *realità;* quindi la *verità*, di cui qui trattar si deve, è quella che denominasi *di sensazione*, ossia, come i nostri antenati l'appellarono, *verità obbiettiva:* perciò converrammi definirla e valutarla, per potere da questo lato apprezzare lo scibile intiero. Ma prima di tutto sarà mestieri raffigurare e valutare la *verità* in genere, che abbraccia tanto questa specie, quanto l'altra detta *di riflessione*, ossia *verità subbiettiva*, così dagli scolastici appellata, ed al lume di un senso più semplice fissarne l' idea.

§ 640. Scarsa, io lo confesso, è la luce di chiarezza che in cotanta profondità può risplendere sopra questi argomenti, e l'aspetto loro non è punto fatto per piacere: solo può interessare per la relazione alla solidità ed all' economia di quello che viene in progresso. Ciò non ostante io mi studierò di raddoppiare il lume, per quanto sarà da me. Così mi lusingo che agli intendenti non riescirà discaro di aggirarsi meco entro questi ultimi fondamentali recessi di tutto lo scibile umano. Così un abile architetto, che brama istruirsi in tutte le parti dell' arte sua, non si contenta solamente di visitare, come fanno i viaggiatori di diletto, le parti esposte di un vasto e ardito edificio; ma affrontando l' incomodo d' incontrare

oscurità, umidità, ed un camminar chino, discendendo per lungo ordine di anguste, disagevoli ed oscure scale, si porta a ricercare tutto il sotterraneo, dove le basse vôlte, i frequenti ed enormi colonnati, i rozzi muri, l'apparente disordine, e la mancanza della dilettevole simmetria punto no 'l ributtano; ed anzi le scorge inevitabili, e le approva di buon grado, purchè giunga a scoprire con quale artificio le parti nobili e magnifiche di tutto l'edificio superiore vengano sostenute, onde recare ai risguardanti quell'imponente meraviglia che risvegliano, e possa così trarre una nuova regola del come le leggi della gravità si possano far cospirare alla maggiore magnificenza, senza nuocere alla maggiore solidità.

§ 641. Dopo la trattazione di questi punti fondamentali, quali altri entrar debbono in questo trattato preliminare? Un solo momento di attenzione sulla prima parte della scienza ci rende avvertiti che la cognizione delle qualità e delle circostanze dei fatti, sia apparente, sia reale, è universalmente necessaria per le scienze e per le arti tutte.

§ 642. Io in questi preliminari non mi debbo occupare specialmente di quello che far debbono o possono o fanno le nazioni per acquistare la più vera e la più completa cognizione del tenore dei fatti che servono singolarmente a certi rami di scienza; ma bensì debbo primieramente indagare se, prima di trattare di quello che riguarda l'intrinseco dei fatti in genere, sia necessario assicurare qualche altro principio primitivo di ragione, onde procedere poi speditamente e con solidità alla trattazione loro intrinseca. Ora esaminando i mezzi coi quali tanto le nazioni quanto i privati acquistano ed acquistar possono cognizione del tenore dei fatti, tali mezzi, come si è già detto, si riducono a due; e questi sono:

1.° La propria sperienza, la quale produce la scienza propria dei fatti, e che riguardasi anche come la più certa.

2.° L'informazione o relazione o tradizione altrui. Questa in luogo della scienza propria produce la *credenza*. Essa ha per fondamento l'altrui *autorità* (1).

§ 643. Quello che pensar si deve intorno ai fondamenti della certezza della propria sperienza ci viene appunto somministrato dai risultati sugli articoli espressi di sopra. Ma cosa pensar si deve intorno ai fondamenti della credenza? Questione importante e d'un uso universale, mentre non si troverà quasi scienza alcuna risguardante tanto l'ordine fisico, quanto

---

(1) Io ne darò anche la definizione tratta dalla di lei generazione, ossia dal modo con cui si forma in noi, dal quale si rileverà una verità importante, e di un uso pratico per le scienze e per le arti.

l'ordine morale, i di cui fatti fondamentali in massima parte, per gl'inventori, per gl'istruttori e per gli addottrinati particolari, non riposino sulla fede altrui.

§ 644. È chiaro per l'altra parte, che nell'*arte di verificare i fatti*, specialmente del genere dei *transitorii*, consiste appunto quello che far debbono gli uomini per ottenere quella maggiore certezza che è possibile. Ma quest'arte suppone un fondamento primitivo, teoretico e naturale, giustificante nell'uomo l'assenso all'asserzione altrui: in una parola, suppone in natura una base di *fatto* solida della *credenza*. Di questa base non è certamente acconcio il trattare là dove si deve solamente parlare di quello che deve e può far l'uomo per verificare criticamente i fatti.

§ 645. D'altronde non tanto di queste regole critiche sarebbe vano l'usare in qualsiasi argomento, quanto sarebbe anche impossibile all'uomo il trovare verun fondamento di certezza autorizzante la *credenza* specialmente dei fatti passaggeri, se prima non esistesse in natura un principio di ragione certamente dimostrabile, che almeno, poste certe condizioni, l'asserzione altrui si può riguardare come certa, ossia che esista la *veracità;* e che, poste certe circostanze, affermare si deve che essa viene fedelmente osservata. Questa mia proposizione non può soffrire controversia. Diffatti, posto dall'un canto l'uomo privo della notizia intuitiva dei fatti; e posto dall'altro questo stesso uomo, che non può entrare nell'interno del suo simile per vedere se i fatti siano veramente stati da lui veduti e sperimentati in genere, e come lo siano; e però se la di lui esposizione corrisponda alla di lui esperienza, e la di lui esperienza sia stata fatta a dovere: è troppo evidente che se per un altro proprio principio di ragione non esistesse un fondamento di *credibilità*, la nostra fede sarebbe per lo meno sempre precaria, o, a dir meglio, sarebbe avventurata ad un sentimento di un ragionevole perpetuo dubbio.

§ 646. È dunque mestieri in questa parte preliminare dei fondamenti l'esporre colla dovuta forza e chiarezza questo principio; locchè è tanto più necessario, quanto meno i pensatori si sono occupati di lui. Così il trattato su di questo argomento, inserito nei nostri preliminari, dovrà finire là dove appunto gli altri trattati di critica incominciano.

§ 647. Non debbo per altro ommettere un'avvertenza. L'*arte di osservare* riguarda i fatti che cadono sotto alla propria esperienza; l'*arte critica* propriamente detta versa intorno ai fatti conosciuti per altrui tradizione. Ora qui si presenta un'importante riflessione. L'*arte di osservare* ha per oggetto di verificare la *realtà* della cosa stessa; per lo contrario l'*arte critica* non ha altro scopo, che di verificare la verità della

testimonianza. Ma se l'autor primo della tradizione non può avere notizia del fatto che mercè la propria sperienza; dunque l'*arte di osservare* è tanto necessaria a lui per iscoprire e quindi esprimere tutta la verità, e per non prendere abbaglio, e quindi trarre in inganno anche altri, quanto è necessaria a qualunque altro che osserva *per solo proprio conto* il tenore dei fatti medesimi (1).

§ 648. Ciò stante, se contro la verità e la certezza dell'*esperienza propria* può sorgere il conflitto degli errori di una osservazione mal eseguita, contro la verità e la certezza della *credenza* possono militare tanto questi errori di osservazione, quanto la menzogna avvertita. Là abbiamo la sola nostra testa a dirigere; qui abbiamo la testa e il cuore altrui da esplorare e da valutare.

§ 649. Da ciò ne nasce, che prima dei *canoni critici* propriamente detti conviene aver notizia dell'*arte di osservare*, ed esporre le regole, onde trarne indi per l'*arte critica* una seconda sorgente delle di lei regole, qual'è quella che concerne l'accuratezza dell'osservazione fatta dall'autore della tradizione nel rilevare il tenore dei fatti notificati. Amendue queste arti, in quanto vengono specificate (e conviene anche farlo), appartengono a quella parte dell'Opera, dove si tratta di quello che debbono fare le nazioni per il progresso delle scienze e delle arti. Quindi a questa parte preliminare non riserveremo se non le cose generali, e la ricerca se veramente e certamente nella natura dell'uomo esista una forza impellente ad osservare i fatti in generale, e quali ne siano le leggi, e quali finalmente i risultati di cognizioni che ne possono derivare per la cognizione del vero completo tenore dei fatti.

§ 650. Ottenuti questi schiarimenti, ci sarà facile in progresso, esaminando lo stato non solo degli uomini particolari, ma delle nazioni medesime, e ponendo mente alle circostanze operanti o ordinatamente, o disordinatamente, o per eccesso, o per difetto, o per giusta proporzione sulla loro *attenzione*, e calcolando lo stato reale delle cose e delle persone medesime, ci sarà, dissi, facile il trarne una moltitudine di risultati non

---

(1) Tutti i primarii precetti per gli storici primitivi, sia dei fatti della natura, sia dei fatti umani, derivano da queste basi. Dopo manca solo additare l'arte di esporre in quanto all'ordine ed allo stile.

La storia primitiva altro non può essere che un sussidio all'osservazione sperimentale dei fatti per un ente come l'uomo, che non può vederli tutti in un medesimo istante, nè esistere in luoghi diversi, nè occuparsi nel raccogliere simultaneamente i fatti, e fabbricare un sistema.

Quello adunque che deve dirsi dell'osservazione, con maggior ragione dir si deve della storia, dove un muto foglio deve porre l'uomo al fatto degli avvenimenti.

solo concernenti la critica dei fatti, ma eziandio risguardanti gli oggetti di tutte e tre le parti dell' Opera che progettiamo. Diffatti tutta intiera l'*arte di ragionare* in tutte le scienze possibili; tutta l'educazione concernente lo spirito, tanto per le scienze quanto per le arti; tutte le risorse e gli eccitamenti per isvegliare ed estendere i lumi ed il gusto; cosa altro sono veramente, che impulsi, soccorsi, direzioni date all' umana *attenzione* (1)? Cosa sono inoltre tutti gli errori, se non che effetti immediati d'una mal esercitata *attenzione?* A cosa si riducono infine in massima parte i poteri degli uomini e delle nazioni per inoltrarsi nelle scienze e nelle arti, se non che a quello dell'*attenzione?*

§ 651. Cercare adunque dell'esistenza, dell' indole, delle leggi di *fatto* sperimentali e naturali di questa facoltà umana; dimostrare solidamente e distinguere accuratamente i risultati, dev' essere un oggetto precipuo di questa parte preliminare della mia Opera concernente lo stato naturale dell' uomo con tutti gli oggetti dello scibile e del praticabile.

§ 652. L'importanza di quest'oggetto viene tanto più sentita, quanto più è manifesto che l'opera della *perfettibilità* dello spirito umano anche *in fatto* riducesi in sostanza all'esercizio dell'*attenzione*. Esame fatto, si giunge al grande ed unico risultato che spiega la legge suprema di *fatto*, cioè che il principio attivo dell' umana perfettibilità è l'*attenzione*.

§ 653. Ma analizzando le leggi dell'*attenzione*, noi ci troviamo necessariamente condotti a parlare degli effetti che ne derivano. Quindi le astrazioni, le idee generali, i raziocinii, le teorie divengono oggetto delle nostre ricerche. L' ordine stesso delle cose altronde ci guida a questo punto.

§ 654. Proseguiamo, e proseguiamo con ordine. Qual è il punto di prospettiva, sotto del quale rimiriamo noi ora lo scibile? Egli è pari a quello col quale contempleremmo l'aspetto della terra in un planisferio, nel quale tutte le masse fossero poste giusta le loro proporzionate dimensioni; oppure egli è pari a quello, sotto del quale vedremmo l'orbe lunare in vicinanza di alcune centinaja di leghe.

§ 655. Tutto sta sotto il nostro sguardo, e nulla veggiamo d' individuale. Solo le grandi masse rendonsi visibili; ma tutto vi è confuso. Quello che ne otteniamo non è che la universalità del complesso e le grandi differenze. Conviene qui adunque insistere per determinare gli oggetti ch'entrar debbono nei fondamenti.

---

(1) Sarà bene il vedere un'Opera d'uno Spagnuolo, il quale con una vastissima ma superflua erudizione ha studiato di provare questo punto rapporto all'*educazione*.

§ 656. Egli è vero che per l'utilità delle scienze e delle arti conviene discendere da questi punti di vista cotanto elevati, ed approssimarsi agli oggetti reali; e che queste viste generali non sono di *valore*, se non sono il risultato piano, succoso, e quasi direi un perfetto compendio delle cose particolari analiticamente indagate, paragonate e recapitolate. Niuno più di me può essere persuaso di questa verità. Ed anzi, per quanto mi verrà concesso dal tempo e dalle forze, io procurerò:

1.° Di agevolare il modo più certo, o almeno più chiaro, onde ottenere siffatti risultati generali.

2.° Di accennare l'arte difficilissima di far uso delle stesse nozioni generali nelle materie concernenti la pratica.

3.° Finalmente, nell'eseguire l'Opera ch'io progetto, gradatamente discendendo dalle più confuse, vaste ed uniformi viste generali, alle più distinte, ristrette, differenti e particolari; distinti prima i rami principali dello scibile umano, e separatili da quelli che abusivamente furono intrusi nel corpo di lui; io mi sforzerò di accennare in ognuno quello che far debbono gli uomini tanto per l'invenzione, quanto per l'istruzione.

Ma con tutto questo io persisto tuttavia a sostenere esser d'uopo, anzi essere indispensabile per ora, d'intrattenerci in questo punto di vista elevatissimo, malgrado che noi veggiamo solamente in confuso; e ciò appunto per ottenere di vedere dappoi tutto distintamente, e trarne valevoli sussidii per la verità, e per il più completo progresso delle scienze e delle arti.

§ 657. Diffatti le viste generali e confuse di assunto precedono l'analisi, e ne danno il tema; le generali, figlie dell'esame, e che io denominai *di risultato*, la seguono, e ne somministrano un distinto compendio. Le prime presentano tutto il campo dell'osservazione; le seconde ne apportano il frutto. Senza le prime l'analisi non si potrebbe aggirare con ordine, nè essere avvertito se rimanga tuttavia o no qualche cosa ad esaminare; e quindi rimarrebbe dubbio se le nozioni generali di risultato siano complete. Senza le seconde non si potrebbe mai avere una distinta notizia dello stato delle cose; e però saremmo soggetti agli errori, ai pregiudizii, ed alle teorie azzardate. Le seconde adunque alla perfine debbono coincidere col corpo delle prime, cioè avere la medesima estensione delle prime, senza averne la confusione o la precarietà. Le prime adunque assicurano il compimento alle seconde; le seconde danno il giusto valore e schiarimento alle prime.

§ 658. Da ciò ne viene, che delle prime non si può far uso che per preparare le ricerche alla ragione, ma che su di esse non è lecito pro-

nunciare sul vero stato delle cose; che l' abuso consiste nel sostituirle a quelle che debbono risultare dall' analisi. Che all' opposto incominciare un' analisi senza di quelle, egli è un esporsi al rischio di farla tumultuariamente, e che il risultato rimanga incompleto; e però tale risultato venendo valutato come *generale*, riesca *falso*. L'analisi non può che separare le parti; ma per sè saper non può di avere il tutto sott'occhio, o no. Dunque tali viste generali sono necessarie, anzi indispensabili nell' intraprendere qualunque lavoro, specialmente là dove il *concetto ideale* della cosa tiene il luogo della cosa medesima da analizzare.

§ 659. Se diffatti io abbia sott' occhio un animale od una pianta, io assicurare mi posso di averla ben notomizzata in tutte le parti, e posso da una in altra procedere ordinatamente, per la ragione appunto che i miei sensi m' assicurano di tutto il suo complesso. Ma se il soggetto stesso fosse, come il nostro, per sè astratto e intellettuale, è evidente che conviene appunto incominciare dal raffigurarlo per una prima vista nel totale e nelle sue grandi parti, per assicurarsi di non ommetter nulla, e di procedere con ordine.

§ 660. Allora l'analisi procede con compiacenza; allora ne sorgono le buone nozioni generali, che sono la recapitolazione in compendio dei particolari giudizii rettamente instituiti. Questo paralello, sebbene verissimo, è ancor troppo compatto per potere ravvisare tutti i rapporti delle nozioni generali tanto di assunto quanto di risultato nelle provincie tutte dello scibile. Egli basterebbe, se una scienza sola fosse l' oggetto delle umane cognizioni. Ma essendo molte le scienze, e le une essendo più vicine, e le altre più remote dalla storia pura dei fatti; le une essendo logicamente anteriori ed autrici, le altre logicamente posteriori e dipendenti; ne viene di necessaria conseguenza, che le nozioni generali di risultato di una o più scienze diventano come elementi integranti delle nozioni generali di puro *assunto* di altre più complesse e vaste scienze. Allora nasce un nuovo corpo di nozioni, in cui sebbene le parti, prese individualmente, siano conosciute colla dovuta distinzione; tuttavia il complesso unito producendo nuove idee relative che inchiudono nuovi ed incogniti rapporti, egli è d' uopo sottomettere il corpo stesso ad analisi; e però tali nozioni speciali, nel loro carattere non di risultati d'elementi costituenti, ossia come costituenti un tutto, diventano puri argomenti proposti alla decomposizione intellettuale.

§ 661. Tali sono quasi tutte le scienze pratiche, ma particolarmente le morali. Se si ponga mente tanto all' indole delle nozioni che la scienza susseguente prende, dirò così, ad imprestito dall' antecedente, quanto al-

l'ordine materiale con cui si succedono, sembra a prima vista che il magistero sia sintetico. Ma ciò che risulta non si verifica. Affinchè ciò avvenisse converrebbe che le nozioni generali di risultato si riversassero, dirò così, entro la sola provincia da cui furono estratte, e cui virtualmente rappresentano. Ma allorchè esse vengono impiegate coll' unione di altre ad una nuova provincia dello scibile, lungi d'usare di una sintesi, altro veramente non si fa che un vero progresso, cioè un nuovo e più esteso uso non tanto di queste medesime nozioni, quanto anche di altre con cui si accoppiano per formare il têma di un altro corpo di scienza più complessa, che riveste nuovi caratteri, nuovi rapporti, e che produce una nuova arte ed altri speciali effetti. Ad onta dunque dell'astratta generalità colla quale si presentano le nozioni particolari delle scienze successive, che fanno uso delle parti metafisiche d'una scienza anteriore, tali nozioni non costituiscono propriamente la vera metafisica della scienza posteriore, ma unicamente certe parti singolari, e nulla più.

§ 662. Laonde parlando delle nozioni ch'entrano nel corpo delle scienze *pratiche*, le quali sono sempre derivanti dai risultati di *fatto* dello stato ossia delle qualità e delle leggi delle cose tutte, egli deve sempre avvenire che le loro prime teorie sembrino metafisiche, ad onta che rispettivamente alla scienza in cui s'impiegano non lo siano veramente.

§ 663. Ecco quello che si verifica nelle scienze di Diritto, e particolarmente in quella del Diritto pubblico. Esse fanno uso della cognizione dei risultati proprii dell'andrologia, e delle relazioni fisico-morali degli uomini; ma nello stesso tempo si occupano a determinare un sistema di azioni particolari, di cui esse costituiscono un corpo di scienza separato, e che si fonda sulla pura osservazione, dirò così, storica ed immediata dei fenomeni fisici, morali e misti, che nascono nell'*ordine di fatto* dell'universo. Così affinchè le sue prime nozioni fossero *metafisiche per lei*, converrebbe ch'esse esprimessero almeno in generale il sistema risultante dalla considerazione degli uomini in società, avuto riguardo al fine ch'essi debbono conseguire. Ma nulla di tutto questo avviene, nè può avvenire, se non che nella ricomposizione progettata.

§ 664. Non si può, è vero, negare che un vero premesso generale di risultato particolare d'analisi non avvenga nei dati di *fatto* ch'entrano nella scienza del Diritto pubblico; ma ciò non viene praticato pel carattere essenzialmente costitutivo della scienza medesima, ma solamente sopra di un ordine parziale d'idee del di lei soggetto. Il di lei carattere essenziale e costitutivo è propriamente finale e precettivo, perchè il carattere proprio e speciale delle di lei teorie è quello di addurre un sistema

di *fini*, di *azioni* e di *effetti* più o meno subordinati al fine generale, e quindi dedurne delle regole per l'arte fisico-morale di far gli uomini felici, o meno infelici che si può, mercè l'azione pubblica delle società e dei privati. L'ordine adunque graduato dei fatti dal generale al particolare, quale fu esposto, è una concomitanza necessaria bensì, ma che non viola l'indole dell'analisi che s'impiega per le competenze proprie della scienza medesima. Perlochè le viste generali proprie delle scienze proposte, prima dei dettagli analitici, sono nozioni di pura *proposta*, ossia di *assunto*, le quali è d'uopo analizzare, e quindi ricomporre, per rilevare gli effetti in senso unito.

§ 665. Per le scienze pratiche quindi abbiamo un punto normale generale ben provato, di cui non rimane che una felice applicazione. Quella pertanto che appellasi *sintesi* presuppone tre altre operazioni: 1.° la preliminare veduta generale e provvisoria dell'oggetto; 2.° la di lui analisi; 3.° i risultati, ossiano i principii generali. Da questi poi si procede all'applicazione, ed il metodo onde farlo costituisce appunto la *sintesi*. Non è dunque nè di sintesi, nè di principii sintetici, di cui io fo uso in questo piano, e di cui intendo prevalermi nell'esporre effettivamente i fondamenti dell'Opera: all'opposto io mi prefiggo di far uso dei soli fatti reali e delle cose ben provate, senza ulteriori raggiri. Qui poi altro non fo che preparare il campo alle meditazioni, e dare la ragione degli oggetti che io trascelgo tanto per formare il corpo del soggetto, quanto per preparare i dati che servano di fondamento. Ma ciò basti per quest'oggetto. Ritorniamo in sentiero.

§ 666. Dopo la notizia dei fatti, e dopo le ricerche sulla certezza della verità loro, sia intrinseca, sia estrinseca, e prescindendo per ora da ogni specificazione sulla qualità dei fatti medesimi, qual altro oggetto d'una pari influenza universale e della stessa categoria dobbiamo noi scegliere, il quale si possa veramente dire che appartenga ed anzi che faccia parte dello stato naturale dell'uomo collo scibile intiero, e che, giusta le condizioni sovra proposte, debba entrare nell'Opera preliminare dei fondamenti? In conseguenza della cognizione dei fatti, come si è già osservato, in ogni scienza si formano le deduzioni, ossia il *ragionamento*, mercè il quale appunto si fabbrica la scienza medesima.

§ 667. L'oggetto del ragionamento è la *verità*. Questa è appunto quella che risulta dai paragoni moltiplici e di vario genere che fa la mente umana fra le idee che da prima ne ricevette: questi paragoni, eseguiti in una maniera, somministrano la *verità*; tessuti in una maniera diversa, producono l'*errore*. Questa *verità*, la quale nasce da tali operazioni del-

l'intendimento, appellasi *di riflessione* o *di deduzione*. È ben chiaro che i requisiti di questa, come anche dell'*evidenza* che la può accompagnare, entrar debbono nella trattazione dei fondamenti. Sarà quindi opportuno notar qui un importante risultato di un caso universale che ne deriverà; qual è, che l'*evidenza* rigorosamente tale può appartenere a tutte le materie di *riflessione*, comunque complesse, ossia a tutte le scienze, i cui dati si possano analizzare e paragonare fra loro.

§ 668. Esposto lo scopo, si fa passaggio al mezzo, cioè al raziocinio; fenomeno della mente umana, il quale fa fede così della di lei estrema piccolezza, come della di lei meravigliosa industria. Se lo scopo ultimo di lui si è, come si disse, la cognizione della verità, è chiaro che il di lui tenore consiste appunto nei paragoni evidenti ed accurati, recapitolati poi e ristretti nel più piccolo spazio possibile. Locchè appunto costituisce lo *spirito* di tutti i metodi possibili utili per l'uomo in ogni ramo dello scibile.

§ 669. Ma quante cose debbono precedere prima di potere apprezzare, giusta il suo vero valore ed estensione, questo magistero della mente umana, e prima di assegnarne le naturali ed artificiali leggi di *fatto*, di *potenza* e di *dovere!*

§ 670. Misurare la forza comprensiva naturale stabile, e non mai aumentabile, dello spirito umano relativamente allo stato reale degli oggetti dello scibile, d'onde nasce appunto la *necessità* del raziocinio, delle idee generali, dei metodi, e delle troppo voluminose scienze, che sarebbero assai più brevi e più piene di risultati, se l'uomo di gambe cotanto corte non dovesse prima far tanti passi per giungere alle conchiusioni; determinare in conseguenza le leggi di *fatto* e di *potere* di questa forza, per acquistare la cognizione delle cose; indicare ad un tempo stesso i sussidii delle facoltà umane, e delle circostanze che di fatto concorrono o concorrer possono alla più completa e pronta cognizione delle cose: ecco il gran campo che ci si presenta in questa parte dello stato reale naturale della mente umana da percorrere, prima d'indicare le leggi di *dovere* del ragionamento per servire al progresso delle scienze e delle arti; ed ecco pur anche quello che per altri riflessi ci convien prima meditare, onde preparare in questa parte dei fondamenti quelle basi solide, quelle nozioni direttrici, e quelle connessioni sistematiche, senza delle quali l'Opera riuscirebbe, a guisa di un accozzamento fortuito di staccati pezzi, inutile all'intento.

§ 671. Qui ci sarà d'uopo per altro di molta antiveggenza e di una somma economia, sì per non ommetter nulla di quello che dopo ci sarà

necessario d'aver già preparato, e sì ancora per non lasciarci trasportare a trascorrere avanti tempo entro il campo proprio dell'Opera che succede ai preliminari. E siccome i soggetti della meditazione d'entrambe le parti hanno fra di loro una grandissima affinità; così sarà bene distinguerli, per avere avanti agli occhi una chiara norma di contegno nella trattazione. Perlochè, incominciando da quelle che concernono la *potenza comprensiva* dello spirito umano, conviene aver presenti le considerazioni che seguono.

§ 672. 1.ª Considerazione. Evvi nell'ordine naturale e reale delle cose un confine, il quale, quand'anche ci figurassimo l'uomo dotato d'una comprensione quanto si vuole più vasta (1), non sarebbe mai possibile di oltrepassare, attesochè ripugna alla natura ed ai rapporti naturali della cognizione, ossia alla nozione che della *cognizione* noi ci possiamo formare. Per *cognizione* intendo l'acquisto, il sentimento dell'idea di qualsiasi cosa: per *comprensione* poi intendo la simultanea cognizione di cui è capace la mente umana in un solo atto. Tal è diffatti anche la forza del vocabolo *comprendere*, che esprime *abbracciare in uno* le cose.

§ 673. Da questa prima considerazione nasce l'idea di una potenza e rispettiva impotenza assoluta comprensiva, propria dell'ente pensante in genere, e che appellar si potrebbe *metafisica*. La *potenza* abbraccia tutto il campo che sta entro al confine; l'*impotenza* principia da questo confine, e si estende a tutto l'infinito.

§ 674. 2.ª Considerazione. Contemplato l'uomo colla quantità di forza comprensiva di cui egli è realmente dotato, ma ad un tempo stesso prescindendo da qualsiasi angustia derivante da esteriori impedimenti, evvi un confine, oltre il quale ei non può estendere la sua comprensione. Determinati tali confini, noi avremo tutta l'ampiezza della comprensione naturale effettiva dello spirito umano in qualunque possibile situazione, cioè quand'anche l'uomo fosse dotato di maggior numero di sensi, o se anche ne fosse spogliato, e che ciò giovar potesse a spiegare la massima di lui naturale comprensione. Questa ci fornisce l'idea d'una seconda misura di quella *potenza* o *impotenza*. Questa è tutta propria dello spirito umano: in lei veggiamo il *maximum* effettivo della sfera a cui si può

(1) Questa finzione è un tratto di connivenza che io uso al comun modo di pensare, per agevolare il punto di vista dell'oggetto che presento. Del resto, parlando filosoficamente, io non so se quella finzione si possa figurare nemmeno possibile, senza violare altre nozioni e relazioni troppo note sull'essere nostro pensante, il solo a noi veramente cognito, e che servir ci possa di norma in tutte le ipotesi apprezzabili soltanto a quel lume della ragione che risulta dalle cognite e fondamentali leggi di lei.

estendere la di lui forza comprensiva in qualunque stato. Quindi la *potenza* e la rispettiva *impotenza*, che ne seguono, sono assolute del pari che le antecedenti, perchè non è possibile, senza cangiare la costituzione naturale dell'uomo, variarne i limiti.

§ 675. Se per altro il concetto di questa misura è assoluto, e in forza del concetto filosofico della cosa stessa è veramente tale; pure considerando una tale potenza relativamente alla situazione di *fatto* del genere umano, calcolando cioè tanto il complesso delle umane facoltà, quanto le condizioni alle quali in realtà l'esercizio loro deve soggiacere, si vedrà che il concetto di questa *potenza* è veramente ipotetico.

§ 676. 3.ª Considerazione. Ponendo questa forza reale accompagnata e determinata da tutto il complesso delle facoltà che costituiscono l'essere umano, ma ad un tempo stesso collocando l'uomo nelle migliori circostanze possibili per la sua completa comprensione delle cose, evvi un *confine reale* cui lo spirito umano non può oltrepassare, e vi sono delle *condizioni* alle quali è forza sottomettersi nell'esercizio della forza comprensiva. Ecco una terza maniera di considerare la *potenza* o l'*impotenza* della forza intelligente dell'uomo.

§ 677. Se qui non viene diminuita o aumentata la forza intrinseca dell'ente pensante umano, ne viene però legato l'esercizio a certe determinate condizioni, e sottomesso all'influsso delle determinazioni d'un essere misto dotato di certi sensi e d'una certa struttura.

§ 678. Quindi la esposizione di quello che può fare l'uomo in quella considerazione deve essere un risultato derivante in ragion composta del concorso di tutti gli elementi che compongono l'ipotesi, ossia di tutte le condizioni che costituiscono l'essere reale umano collocato per altro nelle migliori possibili circostanze.

§ 679. Questa per altro meno astratta e più prossima considerazione non si può riguardare ancora come esprimente il *fatto* universale delle nazioni. Dallo stato in cui si considera qui l'uomo, allo stato reale in cui egli fu, è e sarà su questo globo, vi passa tanta distanza e differenza, quanta si può figurare che ne passi dalla situazione del più grand'uomo di genio, preso nelle ore della sua meditazione occupato intorno ad un soggetto, i cui dati ei conosca perfettamente, e che di più sia nel più bel fiore degli anni (vale a dire di cervello il meglio temperato possibile, e che abbia tutti i soccorsi possibili, e ne approfitti il meglio che sia possibile), alla situazione comune della vita umana nelle società [1].

---

(1) Cioè *alla situazione degli ingegni ordinarii collocati nelle circostanze comuni.* (DG)

§ 680. 4.ª Considerazione. Riguardando finalmente quella forza comprensiva dello spirito umano, collocata e modificata come realmente e di fatto sta nelle diverse nazioni della terra, senza per altro discendere ai minuti dettagli storici, ma solamente contemplandole nei passaggi che subir debbono e dovettero, o rispettivamente dovranno fino alla scoperta del buon metodo; e proposto e scoperto l'oggetto dello scibile, e computando in questa considerazione lo stato di una società incivilità, ed i bisogni, le vicende, i soccorsi e le relazioni indispensabili, sia fisiche, sia morali, che costantemente l'accompagnano; valutato specialmente il diverso ipotetico temperamento ed eccitamento mentale (1); evvi pur anche un confine reale, o, a dir meglio, una legge imperiosa ed indeclinabile, alla quale questa forza, qualunque siasi, è d'uopo che si sottoponga, e proceda in consonanza nei progressi delle scienze e delle arti. Ecco una quarta maniera di considerare la forza comprensiva dell'uomo, per determinare quindi quello ch' egli può o non può fare rapporto allo scibile. Questa considerazione è veramente più concreta della precedente, ed anzi la rinchiude in sè tutta, coll'aggiunta di altre condizioni più vicine all'uso pratico. Ed anzi se tutti gli elementi di questa considerazione verranno scelti a dovere, e tutti compresi nel di lei tenore, ardisco dire essere essa appunto quella che potrà servire di norma onde valutare la forza intellettuale delle nazioni e del genio, e suggerir potrà in conseguenza quello che conviene provvedere.

§ 681. In tutta questa serie di considerazioni, se poniamo mente a questa forza comprensiva, noi rileviamo che il concetto di essa dal più semplice punto di vista passa successivamente al più composto, ed a guisa quasi della cima d'una piramide, discendendo dal più astratto e generale al più speciale e complesso, va via via aumentando di volume; talchè i risultati debbono riuscire in proporzione vieppiù complessi. Diffatti nella prima considerazione abbiamo sott'occhio la forza intelligente, senza che vi sia mescolata circostanza alcuna imaginabile, avendole levato persino ogni limite che ne possa determinare la quantità. In questo punto di vista i caratteri di lei sono universalissimi; e tali caratteri si possono estendere

---

(1) Sotto di questa denominazione, ed in questo caso in cui si contemplano i fondamenti del *raziocinio*, io non comprendo se non le condizioni della *memoria*, cioè una memoria più o meno fedele, più o meno rapida, più o meno vivace; a cui appartiene anche l'*imaginazione*, la quale per lo spirito umano è la miglior serva e la peggiore padrona.

Nel progresso di questo Piano si sentirà la decisiva influenza di questo temperamento per l'*invenzione*, e si potrà arguire quanto la natura debba contribuire per formare l'uomo di genio.

ad ogni imaginabile intelligenza: ma è pur anche vero, che in questa elevatissima categoria ella è spogliata di tutti quei caratteri reali, coi quali ella esiste in natura, per non ritenere che quello solo ch' è indispensabile, e senza del quale sarebbe distrutta ogni di lei idea. Onde si può dire che ella, a proporzione che acquista di estensione estrinseca, perde altrettanto di realità intrinseca.

§ 682. Nella seconda considerazione poi ella viene vestita de' suoi limiti naturali, ed acquista così un grado di approssimazione allo stato suo naturale; ma ad un tempo stesso perde il carattere superiore di universalità suprema ch' essa in quel grado aveva, ossia il di lei carattere non può convenire ad ogni genere d'intelligenza.

§ 683. Nella terza e nella quarta accade lo stesso in proporzione; e divenendo intrinsecamente più complessa, di pari passo cessa d'essere più generale.

§ 684. In fine nella prima considerazione la forza comprensiva umana viene figurata come quella di un Dio; nella seconda come quella di un angelo; nella terza come quella di un uomo perfettissimo ed eruditissimo; nella quarta finalmente come suole realmente esistere nelle diverse popolazioni della terra.

§ 685. Ora venendo al nostro proposito, dico che le tre prime maniere di raffigurare la forza comprensiva dell' uomo appartengono appunto a questa parte preliminare dei fondamenti; la quarta appartiene alle parti interiori dell' Opera progettata.

§ 686. Parlando poi delle leggi di *fatto* e di *dovere*, che anticipatamente si possono e debbono esporre, io fo osservare quanto segue. Per quale ragione premetto queste considerazioni? Certamente per potere dappoi con chiarezza, con certezza, e con tutta estensione spiegare, dimostrare e determinare quello che far debbono e possono gli uomini pei progressi delle scienze e delle arti, dopo di aver fatta la storia di *fatto* dello sviluppo dell' umana perfettibilità, ed assegnata la cagione dei fenomeni che nello svolgimento di lei si presentano all'osservatore. Ciò posto, sarebbe cosa inutile, anzi stravagante, l' imaginare fatti puramente ipotetici che non abbiano una vera influenza su quello che in progresso si dovrà meditare.

Dunque se può essere cosa interessante il rilevare i limiti della *potenza* o *impotenza* di questa forza nelle due prime ipotesi, per conchiudere solidamente e con maggior ragione i limiti di lei in atto pratico, non potrebbe certamente essere del pari interessante il fantasticare in dettaglio sulle operazioni di tali situazioni, cui d' altronde determinare

non potremmo che gratuitamente, per non essere noi mai stati nè Dei, nè angeli.

§ 687. Non può essere adunque conveniente il ragionare di quello che fa o far deve l'uomo se non nella terza ipotesi, cioè in quella in cui si considera l'uomo reale e naturale nella migliore situazione possibile. Ma il fine per cui anticipatamente ci occupiamo in questo esame qual è?

1.° Per dare la ragione dei fenomeni reali naturali della perfettibilità umana in atto pratico, ossia per poter trovare le leggi di *fatto* del costume delle nazioni nell'avvezzarsi nella carriera dello scibile, e dimostrare che tal legge è vera, naturale, indeclinabile.

2.° Per potere indicare la conformità o le aberrazioni della mente umana dalle traccie del vero, e così avere come una modula di paragone, onde valutare il *metodo naturale* della mente umana abbandonata, dirò così, al destino delle cose.

3.° Per potere dappoi dire in concreto quello che le nazioni far debbono e possono per giungere nella maniera più breve, più facile, più certa e più fruttifera allo scopo inteso delle scienze e delle arti.

§ 688. Ciò stante, è chiaro che in questo trattato preliminare dei fondamenti io debbo identificare quello che può far l'uomo sulla terra, ipotesi la più perfetta, con quello che far deve nel ragionamento, per avere un punto di vista che serva a questi fini consecutivi.

§ 689. Ma qui nasce un dubbio. Come dunque si distingue quello che far debbono le nazioni, di cui trattar si deve qui in progresso, da quello che far deve l'uomo nella situazione assunta in questi preliminari, a fine di ottenere la cognizione della verità? Se il metodo che si assegna è il solo ottimo, se tutto è fondato sui rapporti reali dell'uomo, se la verità è invariabile, se deve servir quindi d'unico modello all'uomo in ogni stato; cosa rimarrà più oltre a dire su questo proposito?

§ 690. Prima di tutto io rispondo: che rimarrebbe sempre ad esporre quello che far deve l'uomo in tutti i rami principali dello scibile, di cui mi sono prefisso ragionare; sebbene anche in quelli non rimanga che l'applicazione del metodo universale. Ma siccome quest'applicazione deve per ciò stesso abbracciare degli oggetti più concreti ancora, così anche il metodo diviene più complesso, quantunque abbia in sè stesso un'invariabile conformità alla massima generale, che serve come di bussola nell'immenso oceano delle scienze.

§ 691. In secondo luogo, prendendo anche lo scibile in massa, cioè sotto di un unico concetto generale, tuttavia passando alla considerazione del genere umano, come sta esposto nella quarta considerazione, non

può il metodo risultante dai rapporti dello stato più semplice antecedente così nudo bastare per far produrre alle nazioni gl' incrementi desiderati nelle scienze e nelle arti. Rimane ancor molto a fare per ottenere l'intento. Ora questo, che rimane, è un'aggiunta di più di quello che debbono fare. Ond'è, che sebbene il metodo sia lo stesso in entrambe le situazioni, vale a dire ch'egli in tutta la sua struttura soffrir non debba mutazione alcuna nel passare all'atto pratico; tuttavia non è da sè solo capace, quando sia anche atto a produrre l'intento voluto, e però vi occorrono altri sussidii che debbono essere impiegati. Per conseguenza ne viene, che quello che realmente far debbono le nazioni per l'avanzamento delle scienze e delle arti consiste nell'unione di questo metodo con tutti gli altri sussidii a quello relativi. Questo complesso costituisce un corpo di scienza pratica, ossia meglio di arte, che io chiamerei *Legislazione*, ossia *Politica scientifica*, tanto per l'invenzione, quanto per la istruzione nelle scienze e nelle arti.

§ 692. Ecco la grandissima differenza che passa fra quello che far debbono gli uomini, nella considerazione astratta propria di questa parte dei fondamenti, e quello che veramente debbono fare le nazioni nelle situazioni complesse in cui si trovano nell'universo.

§ 693. Quello che viene esposto nella detta parte preliminare su questo punto (che per altro non è che un ramo solo di lei) abbracciar deve il meglio, e quello ancora che manca d'importante, e direi quasi di capitale, ai più celebri Trattati di Logica, alle arti di pensare, agli organi delle scienze, che dai filosofi fino al di d'oggi ci sono stati forniti. Diffatti in essi si contempla l'uomo in altra forma, o almeno non si assumono altri elementi, che quelli che convengono all'uomo ipotetico, che nella terza considerazione abbiamo rappresentato. E però con ciò veniamo avvertiti, che comunque eccellenti possano essere i loro precetti, manchiamo però tuttavia di quei suggerimenti, ossia di quel corpo complesso e ben dedotto di metodo e di leggi, che più largamente e più davvicino e con vera efficacia contribuir deve all'incremento delle scienze e delle arti.

§ 694. Quello poi che esporre si deve nella terza parte interiore dell'Opera racchiuder deve tutto il complesso del metodo dei fondamenti, senza ripeterlo; e solo riassumendo i risultati finali antecedenti, che a vicenda servir debbono di altrettanti principii per avanzare più oltre, aggiunger dovrassi tutta la collezione dei sussidii e dei mezzi che sono praticamente indispensabili alle nazioni per effettuare i progressi intesi. Questi sussidii non debbono essere imaginati a forma di progetti possibili, ma bensì debbono essere dedotti dall'intima cognizione delle circo-

stanze reali in cui furono, in cui sono, e in cui potranno o dovranno sempre essere le nazioni della terra.

§ 695. Ciò tutto schiarito, tanto per propormi una norma certa, in cui le linee di demarcazione vengano fortemente contrassegnate e le parti esattamente subordinate, quanto anche per far comprendere il segreto magistero dello stesso lavoro, e darne come il tipo, si vede ormai fino a qual punto possa essere nei preliminari innoltrata la trattazione sul *ragionamento*, e quali oggetti possano esservi più specialmente compresi.

. . . .

DISCORSO

DI

G. D. ROMAGNOSI

SULL' ORDINAMENTO DELLA FILOSOFIA MORALE.

PARTE I.

PREPARAZIONE DEI FONDAMENTI.

I.

Indole generale della filosofia morale.

§ 696. In tre sensi diversi si suole comunemente assumere la parola *morale* e *moralità*. Nel primo si vuole denotare la capacità in genere di conformare le proprie azioni interessanti sè stesso e gli altri ad una regola preconosciuta. Da questa capacità viene costituita quella che appellasi *libertà morale*, distinta dalla mera spontaneità; perocchè una volontà illuminata da una norma preconosciuta ed interessante, ed una forza esecutiva esente da ostacoli, può sottrarsi dalla direzione dei ciechi appetiti, ed uniformarsi alla norma preconosciuta. In questo senso la *moralità* forma il *fondamento* della così detta *imputazione morale*, in vista della quale si ascrive a merito o a demerito un' azione onesta o colposa, doverosa o criminosa.

§ 697. Nel secondo senso la parola *morale* si assume come ATTRIBUTO degli atti umani; e come dicesi *bella* o *brutta* una cosa, dicesi *morale* o *non morale* un atto. Qui si verificano due concetti: il primo è quello di essere conforme o non conforme ad una data norma; e il secondo di essere o no praticato in una maniera imputabile. Quando è imputabile, l'azione forma un atto così detto *umano*, nel senso dei moralisti, sia filosofi, sia teologi.

§ 698. Il terzo senso usitato della parola *morale* si è quello di *regola*, ossia di norma delle azioni interessanti sia sè stesso, sia gli altri. Così dicesi, per esempio, la *morale pitagorica*, la *stoica*, la *peripatetica*, per

significare le dottrine direttive dei costumi secondo gl' insegnamenti di queste tre scuole: così pure dicesi la *morale evangelica*, la *munsulmanica*, ec.

§ 699. In tutti questi sensi però conviene por mente all'*oggetto* unico e proprio sempre sottinteso e sempre contemplato. Questo si è quello che viene denominato il *costume* ossia *i costumi*, chiamati in latino *mores*, da cui derivarono la *morale* e la *moralità*. E qui, per cogliere esattamente i caratteri proprii di quest'idea, convien distinguerla da altre, colle quali può avere rassomiglianza ed affinità. Non basta che l'uomo faccia qualche cosa in vista di una norma preconosciuta, perchè pratichi la così detta *morale;* ma richiedesi inoltre che quest' azione riguardi i *diritti*, i *doveri*, le *virtù* e i *vizii*, e in generale l'*onestà* e la *turpitudine:* locchè tutto versa sulla pratica delle azioni buone o triste verso sè stesso e verso gli uomini conviventi. Colla semplice conformità o deformità di un' azione con una norma preconosciuta praticata liberamente, non si eseguisce un' azione buona o triste, ma si richiede la relazione, ossia meglio l' esercizio del così detto *giusto* ed *onesto* e quanto a sè e quanto agli altri. Taluno scrive un buono od un cattivo libro di logica; taluno eseguisce una buona o cattiva manifattura, una bella o brutta pittura. In tutti questi casi è vero o no ch'egli pratica atti liberi a lui imputabili, che gli eseguisce dietro una norma qualunque preconosciuta, o almeno viene giudicato in vista di una cotal norma? Eppure, secondo il senso comune, non si dirà mai che un teorema, una piramide fabbricata dall' uomo presentino la pratica della morale, ossia di buoni o mali costumi: si dirà bensì che il suo autore fu o perito o imperito, ma non mai ch' egli fu morale o immorale.

§ 700. Posto questo concetto, che cosa ne emerge? Che nel senso comune la *moralità* e la *immoralità* si riferisce essenzialmente ed unicamente alla *pratica dei doveri* e *delle virtù*, come dei delitti e delle colpe. Quest' oggetto, questo concetto, quest' allusione costituisce propriamente il caratteristico proprio e differenziale fra la morale pratica e gli altri modi delle azioni libere umane. Può esistere un merito intellettuale e teorico come morale. La perizia, la destrezza, l' ingegno, il metodo possono formare quella specie di merito intellettuale e teorico; ma questo merito non è quello dell' onestà, della virtù, del buon costume, dell'eroismo; in breve, di quello di cui si tratta nella Morale.

§ 701. Un' altra differenza ancora più intrinseca e più propria si ravvisa, onde cogliere più perfettamente l' idea della Morale comunemente intesa. Ognuno sa che l'amore, l'amicizia, la tenerezza paterna, materna

o filiale, e persino l'amore stesso della patria, possono condurre, ossia meglio servire di motivo e d'impulso ad azioni biasimevoli e perfino a delitti positivi. Ciò avviene tutte le volte che, a motivo di simili affetti, vengono violati i diritti altrui, o quelli che il contemperamento sociale esige da ogni cittadino. Il bisogno, per esempio, di alimentare una famiglia spinge un padre ed una madre, senza un' urgentissima necessità, a rubare e a defraudare; un' ingiuria ricevuta da un amico spinge l'altro amico alla vendetta; l'onor nazionale vilipeso muove, per esempio, un cittadino a far violenza ad un altro. Questi ed altri simili atti derivano certamente da un motivo lodevole e virtuoso: ma ciò non ostante essi sono condannati dalla buona Morale, e vengono dal senso comune qualificati come *immorali*.

§ 702. Poste queste considerazioni, che cosa ne segue? Che in ultima analisi il concetto di *moralità* e d'*immoralità* viene atteggiato dalla *conformità* o *deformità* di un atto coll'ordine voluto e dettato da una norma direttrice degli atti liberi ed interessanti; talchè non basta che il motivo ne sia plausibile, ma si esige che l'atto eseguito sia regolare.

§ 703. Affinchè però questi motivi lodevoli non sieno traviati, ed affinchè le passioni non sieno cieche, si esige che la volontà sia illuminata, e mediante l'intelletto venga sospinta giusta le direzioni dell'*ordine* normale di ragione. Con questo mezzo si opera anticipatamente sulla sorgente delle azioni morali; con questo mezzo si opera sulle cause stesse de' costumi. E siccome per far ciò si esige la cognizione dell'agire umano dedotta dalle sue cagioni, così si esige quella che dicesi *morale filosofica*. Conoscere le cose per via delle loro cagioni assegnabili costituisce ciò che appellasi *filosofia:* assegnare e suggerire i motori e le direzioni delle opere in conseguenza delle leggi naturali di questi motori costituisce la *filosofia pratica.* Volendo quindi dirigere la volontà umana giusta una data norma, convien parlare alla ragione, e mostrare e far sentire i motivi impellenti di questa norma.

§ 704. Quale dunque sarà l'UFFICIO *della morale filosofia?* = Parlare alla coscienza di un uomo ragionevole, mostrandogli le norme del ben vivere, dettate non dall'arbitrio, ma dalle necessità interessanti, indotte dall'ordine naturale delle cose. = Ecco l'*ufficio proprio* essenziale e caratteristico della morale filosofia. Con questa enunziazione generale la morale filosofia non pare distinguersi dalla scienza del diritto; ma più accuratamente considerando le cose, si trovano molti tratti che diversificano l'una dall'altra dottrina. Prima di tutto nella scienza del diritto non si assumono che gli atti i quali nel commercio degli uomini

possono toccare gli scambievoli interessi; e però col diritto si regolano solamente le azioni verso gli altri uomini. Nella filosofia morale, per lo contrario, si contempla l'uomo in tutte le posizioni, in tutte le relazioni; di modo che a lui si mostra come fin anche nel governo del suo pensiero egli proceder debba onde godere tranquillità e soddisfazione.

§ 705. In secondo luogo nella dottrina dei diritti e dei doveri reciproci conviene attenersi alla *verità estrinseca*, e talvolta comandare cose che la Morale trova indifferenti; e viceversa lasciarne libere alcune che la Morale disapprova, ed abbandonarle al sindacato dell'opinione ed alle sanzioni della convivenza. La sicurezza sociale da una parte, e il rispetto alla padronanza naturale di ognuno dall'altra, obbligano a scegliere partiti ne' quali al minimo d' inconvenienti sia accoppiato il massimo de' vantaggi del tutto. Nella morale filosofica per lo contrario, se pensate ai *limiti*, voi vedete che, dopo aver accolto tutto quello che la giustizia sociale comanda, si sorpassano i gretti confini del diritto, e si tratta delle virtù e dei vizii, del merito e del demerito, delle buone e delle ree intenzioni, delle sane e delle nocive opinioni. Se poi pensate al fondo, voi vi accorgerete di non ragionare sullo stato esternamente dimostrabile delle cose, ma sopra l' essere ed il fare loro intrinseco; e sopra tutto di considerare gl' interni motivi degli umani voleri, dei buoni o tristi effetti derivanti realmente dalle umane azioni. Finalmente nel Diritto si tratta di afforzare la colleganza; nella Morale di santificare l' umanità. Sì nell' esempio del diritto che in quello della morale personale agiscono gli stessi motori; ma nel Diritto essi piegano alla necessità della convivenza ed alla forza dei tempi. Per lo contrario nella Morale essi dominano colla convinzione della loro intrinseca bontà, e si giunge al segno di mostrare l'uomo innalzato e potentemente agitato da emozioni scevre da mire così dette *interessate*. Questo trionfo della ragione, questa elevazione dell'umana natura, per la quale l'uomo si emancipa in certa guisa dai ceppi dell' autorità terrena per sovranamente dettare a sè stesso le leggi de' suoi voleri; questa elevazione sopra la sfera del mondo fortunoso, per cui l'uomo si accosta al carattere della Divinità, non sarebbe possibile, se la natura non avesse dotato l'uomo di certe tendenze della mente e del cuore: perocchè la specie umana non può operare verun bene stabile o abituale, se Dio non è con lei. Come l'arte di ben pensare altro non è che la logica naturale perfezionata, così l'arte di ben vivere non è che la morale naturale (*sovranaturalmente*) perfezionata. E siccome l'arte di ben pensare pare esercitarsi nei meditati pensieri, e nel rimanente supplisce l'abituale buon senso; così l'arte di ben volere pare esercitarsi nelle me-

ditate azioni, e nel rimanente supplisce un senso morale comune. Diciamo di più: quando si giunge ad abituare la mente ed il cuore a ben pensare e a ben sentire, sembra essersi ottenuto il miglior frutto della educazione.

§ 706. Ma benchè una buona coscienza sia il più bel dono del Cielo, ciò non ostante rimane esposta a traviamenti, quando non sia soccorsa dalla ragione. *Decipimur specie recti.* Altri uomini poi esistono, pei quali una buona azione diviene un affare di calcolo. È dunque necessario che la ragione si armi di possenti motivi, onde dirigere tutti coloro che travierebbero, se mancassero di lumi ossia di motivi illuminati. Tutto considerato, l'ufficio dell'Etica consiste più nel dissipare l'ignoranza e nel rattenere l'intemperanza, che nell'eccitare ai doveri ed alla virtù. Or ecco la necessità della morale filosofia, nella quale si distinguono due grandi parti, la prima delle quali versa sull'*ordine normale* del libero arbitrio individuale, e la seconda nell'*istruire la mente* sulla necessità di mezzo di quest'ordine. La cognizione di quest'ordine non si vuole solamente a modo di autorità o di morale istinto, ma a modo di dimostrazione, come la cognizione delle teorie fisiche e meccaniche. L'attributo di *filosofica* importa la cognizione delle cose per via delle loro *cagioni assegnabili.* Queste cagioni assegnabili non sono che effetti ossia leggi più note e generali, assegnate come tanti *perchè* di altri effetti o leggi meno note e particolari; perocchè le cagioni prime e propriamente tali non sono da noi assegnabili. Nella filosofia de' costumi queste cause assegnabili sono i così detti *motivi*, i quali nelle azioni libere eccitano la volontà. La cognizione dei vantaggi procacciati dall'osservanza dell'ordine non sarebbe sufficiente, se non si aggiungesse anche quella de' guai che vanno annessi alla di lui violazione. Socrate, che, al dir di Cicerone, trasse la dottrina morale dal Cielo, fu sollecito nell'insegnare che i mali seguono l'infrazione dell'ordine, come l'ombra segue il corpo. Senza la doppia sanzione dei beni e dei mali, la giustizia diventa una speculativa norma destituita d'ogni forza motrice dei cuori umani. La sapienza del dolore forma la precipua salvaguardia della Morale.

§ 707. Benchè la morale filosofia non sia scienza contemplativa, ma bensì *operativa;* benchè insegni ad essere operatori e non meri contemplatori; ciò non ostante essa si occupa nel conoscere, per operare secondo l'ordine necessario dei beni e dei mali. In essa si vuole ben conoscere, attesochè conoscere il vero egli è lo stesso che conoscere il reale; e quindi possedere il vero è lo stesso che possedere il modo di far servire le forze reali delle cose, e, a dir meglio, di prevalersi dell'ordine ef-

fettivo. Per questo mezzo l'uomo diventa veramente possente. Così la sapienza diviene per l'uomo madre della possanza, e l'una e l'altra autrici del godimento. Questa parte della scienza forma il fondamento della teorica della morale filosofia. Ma questo stesso fondamento della teorica riposar deve sopra un principio operativo di fatto e di ragione, il quale predomina tutta quanta la dottrina. Questo principio operativo consiste nella cognizione della forza motrice perpetua ed universale che interviene in tutte le umane azioni, e delle leggi, per noi irrefragabili, colle quali questa forza suole operare. Come importa conoscere e dimostrare le leggi naturali delle acque, per dirigerle con utilità e divertirne i danni; così importa conoscere le leggi naturali del libero arbitrio, onde dirigere gli atti umani a procacciare i beni e ad allontanare i mali. La tendenza assoluta ad uno stato felice, e l'avversione ad uno stato infelice, è un fatto d'immediata coscienza, del quale è impossibile dubitare. Questa tendenza viene assunta come principio certo, operativo, assoluto, dal quale dipende tutta la certezza, tutto il valore, tutta l'efficacia della morale filosofia. Senza di esso la dottrina riesce o illusoria o assurda.

§ 708. Ma questa cognizione non basta; si esige eziandio la *cognizione dei mezzi possibili* di agire di questa forza. Dal desiderio di guarire non viene suggerita la medicina opportuna. La tendenza suddetta è dunque principio, ma non direzione, nè caratteristica della scienza. Coll'amore del bene si compiscono ogni sorta di azioni anche estrinseche alla scienza del giusto e dell'onesto. Non è dunque l'amor del bene principio direttivo, ma semplicemente impulsivo. S'egli è finale, egli però non suggerisce la via. Non qualifica dunque la scienza, ma solamente la spinge e la rinforza.

II.
Opinioni disparate sui fondamenti.

§ 709. Dopo una lunga serie di secoli, durante i quali gli uomini e le genti insegnarono precetti e leggi dettate da incognite ispirazioni del senso morale, accolte ed applaudite dalla coscienza comune, finalmente domandarono il perchè tali precetti e tali leggi obbligar dovessero gli uomini. Allora il consenso, comunque rispettabile, ai proverbii, alle massime ed ai precetti di Morale, fu sottoposto a sindacato, come qualunque altro ramo dell'umano sapere; e prima di tutto fu domandato, se tutto l'edificio della morale avesse basi certe e dimostrabili, talchè l'uomo si dovesse realmente tener obbligato a seguire certe vie, e a lasciarne certe altre. Allora le dottrine morali dal dominio del cuore passarono sotto

quello dell'intelletto; o, a dir meglio, al dominio del senso morale comune si volle aggiungessero quello della ragione dimostrativa, onde comunicare ai rispettivi dettami la certezza, la probabilità o il dubbio che meritavano. Allora fu che si disputò sulla natura del libero arbitrio; allora si propose il problema del come il *giusto* e l'*utile* si associano o si escludono; allora si parlò delle azioni interessate e delle disinteressate; allora fu trattato della concordia e del conflitto fra la morale sociale e la individuale; allora si disputò delle sanzioni naturali e delle soprannaturali: in breve, le questioni sugli articoli fondamentali della Morale furono poste in discussione. L'esame di questi articoli, come ognun vede, forma uno studio preparatorio e preliminare alla teorica stessa della morale filosofia, come nella costruzione di un edificio l'accertarsi della solidità del terreno preceder deve il gettare dei fondamenti.

§ 710. La necessità di questo studio fu sentita fino dalla più alta antichità, come si può vedere, fra gli altri libri, in quelli di Cicerone; ma l'unico risultato che se ne ottenne fu, essere necessario di accertarsi fermamente dei fondamenti logici dell'Etica. L'Etica sta al volere, come la [logica sta al ragionare. La logica fu detta arte di ben ragionare; così l'Etica dire si può l'arte di ben volere. E siccome la logica trae la sua solidità ed il suo valore da una scienza anteriore che ci assicura della verità degli umani giudizii; così l'Etica trae la sua solidità e il suo valore da una scienza anteriore della norma obbligatoria degli umani voleri. Come dunque esiste una *protologia logica*, così pure esiste una *protologia etica*. In questa appunto si tratta degli articoli fondamentali sovra annoverati, sui quali gli scrittori non sono fra loro d'accordo; e però la filosofia morale non è ancora riconosciuta come vera scienza, ossia dottrina dimostrata con logico rigore.

§ 711. Queste dissensioni per altro presso gli Europei non influirono sensibilmente sul regime pratico delle genti, sì perchè i disputanti riconoscevano che nella vita pratica conveniva obbedire al senso morale e comune, e sì perchè per buona sorte l'autorità delle leggi, della religione e dell'opinione comandavano i buoni costumi ed i buoni esempii. Guai ai popoli se dovessero essere ballottati a grado delle scuole diverse! La differenza de' costumi non armò gli uomini gli uni contro gli altri, come fece la differenza de' culti. Se fu forza respingere le invasioni, se si dovettero reprimere i facinorosi, la diversità delle opinioni morali non eccitò quel fanatismo e quelle persecuzioni che informarono le diverse sêtte religiose. La morale pratica rimase sempre ferma, e le dispute dei filosofi furono rilegate nelle aule accademiche e ne' licei.

III.

Necessità di richiamare il passato.

§ 712. Siccome però importa che le grandi conclusioni penosamente raccolte da una lunga tradizione fra le genti incivilite, non sieno dimenticate, specialmente in mezzo alla maggior complicazione e le divisioni degli interessi di un'alta civiltà; così giova richiamare alla memoria la parte più solida di quella Morale, la quale infiltrata nelle leggi, nella religione e nelle massime volgari, ci richiama la sapienza de' nostri antenati. Turpe e nocivo si è il non usare della migliore eredità de' nostri maggiori: questa trascuranza siccome equivale ad una ripudiazione, così ridonda a nostra vergogna ed a nostro danno. E quand'anche dall'antica sapienza non si potesse a' dì nostri ritrarre dogmi pratici proporzionati allo stato nostro attuale, ciò nonostante lo studio delle scuole antiche farebbe fede come a bel bello si fosse proceduto nella dottrina de' costumi. Meditando lo spirito e l'andamento delle antiche scuole, non solamente ci vien fatta palese la cagione delle apparenti discrepanze delle medesime, le quali pur troppo sussistono tuttavia fra le moderne; ma ci si rivela eziandio un altissimo punto di vista, il quale domina tutta l'economia degli agenti morali, e dimostra la possibilità di elevare l'uomo interiore più amato dal Cielo ad una specie di sereno e tranquillo Olimpo, dal quale si ravvisano sotto i piedi le nubi e le tempeste dominatrici nella bassa sfera, entro la quale si avvolge una moltitudine bisognosa di direzione, e nella quale d'altronde la fantasia robusta e non disseccata può sospingere a gagliarde ed utili imprese. Colla morte filosofica del Pitagorico s'incominciava la vita del sapiente non ascetico, non isprezzatore degli interessi materiali, non trascurante il bene de' suoi concittadini e dell'umanità; ma del sapiente convivente e dirigente questi materiali interessi senza essere schiavo de' medesimi, e che si vale dell'opinione volgare per condurre i suoi simili a convivere con industria, con dignità e con cordialità. La scuola stoica si può a buon diritto riguardare come un ramo della pitagorica, e i dogmi stoici professati dai sapienti di Roma, hanno formato l'eccellenza dei loro responsi. Non parmi che questa opinione si possa sospettare come dettata da boria nazionale, perchè emerge da prove positive di fatto già conosciute.

§ 713. Se i moderni, i quali si sono occupati cotanto di chimica psicologica, si fossero egualmente occupati a considerare le scuole antiche non dal solo canto delle loro esterne divise, ma eziandio dal canto del

loro spirito e dell'occulta loro filiazione e del loro effetto, forse avrebbero prevenuto sia un umiliante sensualismo, sia un desolante ascetticismo, sia una trascendentale nullità, sia un'esecranda versatilità nella parte pratica della Morale. Se dunque lodevoli furono le loro mire nell'accertarsi dei fondamenti, fu dall'altra parte biasimevole la loro trascuratezza a non tener vive le buone tradizioni. Perchè calare il sipario sul passato, e chiamare l'attenzione degli spettatori su di una polemica inconsiderata, nella quale da una parte vedesi il divorzio fra gl'interessi materiali e gl'interessi morali, e dall'altra una guerra fra gl'individuali ed i sociali; da una parte le affezioni generose sacrificate ad un egoismo dissolvente, dall'altra fissate norme senza impulso; e così discorrendo? Io non sono per condannare le discussioni e le controversie; ma dico che era un dovere degli scrittori di non lasciar cadere in dimenticanza quel meglio che nell'antica filosofia contribuisce ad elevare ad una sfera, dirò così, celestiale il saggio, e renderlo augusto a sè stesso, sia quando diffonde al di fuori le delizie delle virtù, sia quando sta fermo contro l'avversa fortuna. Essi tutti dovevano dire ai loro lettori: eccovi le lezioni che la sapienza de' nostri maggiori ci hanno trasmesse, e che l'esperienza de' secoli ha confermate. Fino a qui esse hanno per sè l'autorità de' maestri e l'applauso delle buone coscienze. Vero è che a' dì nostri sono insorte dispute sul loro logico valore; ma questa è una lite pendente e non finita. Frattanto la presunzione della verità milita pei dettami dell'autorità e della integra coscienza. Dall'altra parte e voi e noi abbisogniamo di massime pratiche e di precetti speciali non rivocati in disputa. Noi vi raccomandiamo d'informarvi dei medesimi, di penetrarvi della loro rettitudine, e di riguardare le nostre dispute fondamentali come puro spettacolo, o come una lite che aspetta ancora la sua decisione. Con questo contegno gli scrittori moderni avrebbero saviamente proceduto.

§ 714. Fra le dispute sugli articoli fondamentali e i dettami dell'antica sapienza sta il tessuto primordiale della morale filosofia propriamente detta, cioè di quello studio nel quale si vogliono conoscere le cose per via delle loro cagioni assegnabili. Queste cagioni vengono rese manifeste col doppio studio dell'ordine necessario dei beni e dei mali, e dell'indole e leggi naturali di fatto dell'uomo interiore, considerato sì in senso assoluto, che sotto l'impero del tempo e della fortuna. Col primo studio si rivela la cognizione dell'ordine normale necessario onde ottenere il vivere migliore; col secondo si scuoprono le tendenze del cuore umano, sia propizie, sia contrarie, e le disposizioni indotte dall'impero del tempo in relazione alla pratica possibile dell'ordine suddetto. Avvertiamo che qui

si tratta d'una scienza operativa; rammentiamoci di dover dipendere dall'ordine della natura, della quale formiamo parte. Posto ciò, la vera e completa morale filosofia consisterà essenzialmente nel doppio studio ora divisato.

§ 715. Dopo un Picolomini ed un Paruta, che scrissero più distintamente in Italia nel XVI. secolo intorno l'Etica, lo Stellini, nato sulla fine del XVII. secolo, illuminò la Morale suddetta primordiale colla psicologia la più accertata. Se Bacone tracciò il metodo della fisica, egli non indicò come trattar si dovesse la Morale. I suoi *Sermones fideles* sono pensieri staccati esposti alla maniera degli antichi; i suoi Cenni psicologici non sono che riproduzioni della maniera di vedere l'uomo interiore insegnata dagli scolastici della sua età. Dopo lo Stellini l'Italia ebbe la Diceosina del Genovesi; ebbe ripetitori e compendiatori; ma un lungo letargo succedette, e libri rimarchevoli sulla morale filosofia in Italia non comparvero più. Se almeno si fosse pensato a volgere nella favella italiana la grand'opera dello Stellini, si avrebbe forse contribuito a risvegliare l'industria di altri ingegni; ma nemmen questo venne fatto; talchè una vergognosa infingardaggine oscura al dì d'oggi il nome italiano.

§ 716. A fine di scusare questa mancanza, taluno dir mi potrebbe: a che vi querelate voi perchè sia stato ommesso ogni nuovo tentativo, mentre confessate che dura ancora la disputa sopra gli articoli fondamentali? Mentre il terreno ci trema sotto i piedi, come si può fabbricare? A che servir può l'istruzione, se manca il fondamento della credenza? Forsechè almeno il dubbio non intacca tutti i singoli dettami, allorchè esso si aggira sui fondamenti? Voi accusate il bisogno di direzione morale; ma colla religione e colle leggi non si provvede forse abbastanza?

§ 717. La religione e le leggi, io rispondo, sono cose eccellenti ed indispensabili; ma esse amano di non avere meri servi, ma bramano di avere quanti più compagni trovar si possano. La religione e le leggi sanzionano, ma non dimostrano razionalmente la Morale. L'una e l'altre debbono comandare, e non disputare: l'una e l'altre poi invocano la illuminata coscienza là dove tacciono. Ora il formare un'illuminata coscienza, il mostrare i motivi necessarii e naturali, il rendere l'uomo non servo, ma compagno dell'autorità, a chi appartiene?

§ 718. Voi dite che il terreno ci trema sotto i piedi per le dispute sugli articoli fondamentali dell'Etica, e quindi spargete la nebbia del dubbio sopra tutto l'andamento della vita. Ma io vi domando se siate autorizzato a far valere le parole di alcuni pensatori fra loro discordi, a fronte dell'autorità e della vostra stessa coscienza? Forsechè i dissidenti impugnano

i dettami pratici della Morale? No certamente. Forsechè la presunzione logica sulla solidità de' fondamenti non milita a favore della comune opinione? Or bene: nella stessa guisa che voi non potreste dispensarvi da un viaggio necessario al vostro ufficio per la mera astratta possibilità di una procella o di un assalto, voi non potete dispensarvi dal ripigliare lo studio ragionato della morale filosofia.

IV.

Primo fondamento logico di verità e di potenza dell'Etica.

§ 719. Io confesso per altro che le dispute insorte fanno mal pro alla proficuità della dottrina, ed augurar ci dobbiamo che da qualche ingegno potente venga a tali dispute posto fine almeno col mostrarne il come. In aspettazione di questa importante impresa io mi fo coraggio, per quanto i limiti di questo Discorso mi permettono, ad anticipare qualche veduta che parmi opportuna.

§ 720. Una e identica è la paternità de' pensieri e de' voleri, e però la protologia logica e la protologia etica si consolidano nello stesso nocciuolo primordiale. Tutto l'uomo interviene nel ragionare, come tutto l'uomo interviene nell'operare. Le idee, considerate nella loro mera esistenza di fatto, si possono considerare come altrettanti caratteri di stamperia. Chi dà loro la forma di parole, la connessione di frasi, il complesso del discorso, si è l'intelletto esercitato coll'attenzione, la quale essa stessa è provocata dall'*interessante*, che forma una dispensazione della natura, e pone i motori e i freni morali in mano della Provvidenza. Questo *interessante* nelle cose intellettuali e morali, come presta gli impulsi e volge l'attività umana, così pure forma lo scopo delle funzioni intellettuali e volitive del medesimo. E siccome ci preme di non essere delusi nelle nostre aspettative; così il vero ed il reale sono condizioni richieste da noi tanto nel pensare, quanto nell' operare. Allora il corso delle idee e delle volizioni si può bensì riguardare come un fenomeno di fatto, ma non come mezzo prescelto allo scopo proposto di procacciare la verità e il bene reale. Per lo contrario sorge la necessità del *metodo*, il quale segna il procedimento verso la meta proposta. Ecco allora la logica e l'etica artificiale distinte dalle naturali.

§ 721. Ma se, in onta de' nostri desiderii, noi non potessimo raggiungere le verità di fatto e di ragione; se coll'usare delle opinioni vere non ci venisse fatto di cogliere il reale esistente; egli è manifesto che noi saremmo perpetuamente agitati dal dubbio, e però frustranea riuscirebbe

la nostra logica e la nostra Etica. Qual' è la conseguenza che ne deriva? Importare prima di tutto di assicurarci del nesso reale fra l'azione della forza nostra psicologica e quella delle cose sulle quali possiamo agire; di modo, che noi operando sui veri concetti delle cose in conseguenza dei medesimi, diventiamo certi di operare sulla natura reale, e quindi ottenere l'intento di procacciare le cose desiderate ed allontanare le temute. Il punto vitale della scienza contemplativa e operativa sta qui. Senza di esso non esiste unità reale fra la filosofia contemplativa e l' operativa. Questo punto non fu côlto dal Kant; e quindi, malgrado lo sforzo di un' alchimia trascendentale, non riuscì a porre un nesso nemmeno apparente fra la filosofia dei pensieri e quella de' costumi. Questa sconnessione è notoria, e confessata da' suoi stessi seguaci.

§ 722. Ma questa sconnessione scientifica non poteva essere prevenuta, se non mediante la soluzione aspettata da secoli del problema massimo e fondamentale di tutto l'umano sapere. Fatta la distinzione del *me* dal *non me*, vale a dire dell' *io* senziente dalle *cose esterne*, rimaneva a provare razionalmente che queste cose esterne realmente esistono e agiscono sull' insieme, e questo reagisce su di loro; e però, che ragionando ed operando colla credenza di questa esistenza e di questa azione, noi ragioniamo ed operiamo con un supposto vero e reale. Quando tale dimostrazione venga eseguita, si ottiene la dimostrazione tanto della reale influenza in bene o in male delle cose esterne su di noi, quanto della potenza di certi atti nostri a produrre o tosto o tardi un bene od un male sotto attuali apparenze contrarie. Allora le azioni libere stanno sotto una legge reale effettiva, potente di fatto, la quale domina sì la mente che il cuore. Allora si può dall'ordine dei beni e dei mali ricavare e trascegliere un ordine normale, nel quale la filosofia del pensiero e quella della volizione si può disciplinare collo stesso principio e colla stessa possanza. All'opposto se si potesse sol dubitare che questa reciproca influenza sia un'illusione, ne seguirebbe che la consistenza logica della morale svanirebbe, per lasciarci in preda ad un desolante pirronismo. Qual freno poi avrebbero gli ardimenti dei soverchiatori quando potessero lusingarsi o sol dubitare di non aver contro di loro la forza onnipotente della natura, e l' ira presta o tarda del Nume?

§ 723. Il capo saldo adunque massimo ed unico, al quale sta raccomandata tutta la dottrina dimostrativa del conoscere e del volere umano, consiste nella dimostrazione della reale esistenza e della reciproca azione delle cose esterne sul *me* umano, e di questo *me* sul mondo esteriore. Io non mi occuperò in questo Discorso a tessere tale dimostrazione,

che io mi lusingo di aver già data nella prima Parte del mio Discorso *Sulla mente sana;* e però procedo oltre.

V.

Necessità di accertare la possibile influenza delle lezioni dell'Etica.

§ 724. Il secondo punto scientifico assicurativo dell'Etica consiste nel formarsi una giusta e distinta idea della potenza interiore dell'uomo sotto il regime dell'ordine reale del mondo da lui abitato. L'Etica si propone di guidare le azioni col movere la volontà; ma se questa volontà fosse cosa che sfuggisse sempre dalle mani senza che si potesse mai colpire col discorso, o che fosse trascinata da fatali impulsi che mai vincere io potessi colle mie ragioni, è vero o no che le mie parole sarebbero gettate al vento? Frustranea allora sarebbe la dottrina, e stolida la pretesa di guidare la umana volontà con qualunque discorso. Ora se voi figuraste la volontà o trascinata da un ferreo fatalismo, o sempre indipendente dall'impero della persuasione, è vero o no che vi mancherebbe la possibilità di rendere proficue le lezioni della Morale? Dunque prima di aprire il corso di queste lezioni conviene assicurarci se dalle dimostrazioni e dai precetti avvalorati come quelli dell'agricoltura possiam ripromettercí qualche frutto. La possibilità o impossibilità di far frutto non si può scoprire, se voi non proviate la pieghevolezza della volontà umana alla impressione dei motivi presentati alla ragione sviluppata; e però se non conosciate a dovere quale sia la natura ossia la LEGGE di FATTO naturale che distingue la *spontaneità* dalla *libertà*. Questa legge venne disegnata dai moralisti col nome di LIBERO ARBITRIO, sol proprio dell'uomo già reso ragionevole; e che si distingue dall'istinto, ossia dalla spontaneità animale.

§ 725. Duole al filosofo d'internarsi nel tenebroso recesso sul quale cotanto fu disputato dalle scuole, e su cui in oggi stesso si discorre senza discernimento. I legislatori e gli uomini d'affari si ridono con ragione di queste controversie, e a dirittura operano sugl'interessi come su qualunque altro oggetto industriale. Ma chiamato il filosofo ad appagare l'intelletto, egli è condannato a sostenere la lotta tanto delle illusioni di buona fede, quanto dei sofismi di obbliqua intenzione.

§ 726. L'importanza e l'uso pratico dell'argomento della libertà morale, ossia del libero arbitrio, negli affari civili e di coscienza, a fronte della confusione e dei dispareri delle scuole, e di storte apologie soste-

nute dai difensori dei delinquenti, obbligano l'espositore dell' Etica a stabilire un'idea chiara e dimostrata sull' indole propria del libero arbitrio. Dovrà dunque il maestro di Etica prendere le mosse dai dati certi e conceduti, e progredire a segno di far sortire la genuina nozione del libero arbitrio.

§ 727. Voi accordate (egli dir potrà) che in esseri irragionevoli non regna, nè regnar può il libero arbitrio. Ma l'essere fornito di ragione non si verifica solamente coll' essere capace a divenir ragionevole, ma bensì col possedere effettivamente l'uso della ragione. La libertà dunque morale, ossia il libero arbitrio, non può essere attribuito al bambino, al pazzo, al rimasto stupido, ec. ec. Niuno diffatti sognò mai di giudicare costoro imputabili di merito o demerito, nè di dar loro abilità a scacciare le tentazioni degli appetiti.

§ 728. Ma il bambino pensa, vuole e agisce per energia sua intima e personale, e gradatamente giunge al possesso della ragionevolezza. In questo intervallo qual è il carattere che attribuite a' suoi voleri ed alle sue azioni? Quello della *spontaneità*, ma non quello della *morale libertà*. L'uso dunque di questa libertà è acquisito come l'uso della ragione, e mediante la ragione. Dunque la libertà morale, ossia il libero arbitrio, non è un potere primitivo sostanziale innato dell'essere senziente, ma un modo di essere dell'umano sviluppamento.

§ 729. Posta questa prima qualificazione, mi si domanderà come la libertà morale si distingue dalla mera spontaneità. Rispondo colle seguenti osservazioni. Altro è un impulso esterno accompagnato da piacere o da dolore, ed altro è un *motivo di volere*, nel quale interviene l'azione tutta dell'uomo che usa della ragionevolezza. Altro sono poi in quest' uomo ragionante i motori di prima azione, ed altro i *motori bilanciati* e in fine prevalenti. Sì gli uni che gli altri possono assumere il nome di *motivi;* ma gli uni operano in un modo assai diverso dagli altri. A dir meglio, l'uno agisce con modo ben diverso. L'uomo sensuale agisce da schiavo degli appetiti; l'uomo ragionante, all'opposto, agisce da padrone. Io mi spiego.

§ 730. Il nome di *motivo*, sinonimo di *motore*, quale idea esprime? Quella di una forza morale impellente o repellente della volontà. Se figurate l'animo umano come una monade la quale riceve un dato impulso esterno, voi non potete supporre un' azione contraria a quest' impulso; ma se all'occasione di quel tale impulso si suscitano altri impulsi interni contrarii, pari o prevalenti, voi prevedete che l'atto sarà rattenuto, o ne seguirà il contrario.

§ 731. Ora contro disordinati o ciechi appetiti somministrare impulsi coibenti o debellanti è opera della educazione, ossia delle idee acquistate dell'educazione, madre della ragionevolezza. Allora voi vedete l'intelletto che pondera, la volontà che oscilla finchè abbia deliberato; allora vedete l'agitazione e l'irresolutezza che viene abilmente espressa nei buoni drammi; allora insomma vedete l'esercizio della morale libertà.

§ 732. Volete voi sapere come ciò si operi? Rispondo, che ciò si fa col gioco dell'associazione delle idee prodotte dall'educazione e rafforzate dall'abitudine. Quando voi educate il vostro cavallo e fa una mossa inconveniente, voi adoperate la sferza, e nello stesso tempo gli fate eseguire il dato movimento regolare. Col ripetere alcuna volta queste pratiche che cosa ne nasce? Che l'idea dell'incóndito movimento si associa all'idea dolorosa della frustata, e però il cavallo si astiene dal ripetere il vietato movimento: la frusta allora sta, dirò così, nel cervello, ed agisce per prevenire in futuro il cattivo movimento del cavallo. Questa frusta mentale esercita o no una forza ripulsiva di questo cattivo movimento? Con quest'ufficio merita o no il nome di *motore* ossia di *motivo?* Ciò che dicesi d'un motivo doloroso e repellente, dir si deve di uno piacevole ed impellente.

§ 733. Or bene, ecco come nell'uomo ragionevole si possono considerare svegliarsi ben altri motivi distinti, e contrarii a quelli di prima azione, sia dei sensi, sia della fantasia. Questi debbono essere preparati; e ciò si fa sia coll'istruzione, sia colla riflessione dell'uomo educato.

§ 734. Nel cavallo io no'l posso fare che colla frusta; nell'uomo per lo contrario ciò si fa coll'istruzione, sia comunicata, sia procacciata da lui stesso: da ciò l'uomo può prevedere ciò che aspettar si deve dall'azione proposta.

§ 735. Questa previdenza costituisce l'uomo *agente morale;* e quando non sia violentato, lo rende risponsabile del suo operato: ciò che dir non potete del fanciullo, del pazzo, dell'insensato, nel quale preparar non potete questa previdenza e questo corredo di motivi preconosciuti.

§ 736. Voi dunque vedete la diversità fra la spontaneità animale e la morale libertà. Da questa diversità risulta il vero, unico e concepibile concetto del libero arbitrio; da ciò intendete come io, dotato di ragione, sia libero autore degli atti miei, come sono libero espositore de' miei pensieri. Allora voi vedete come io sia imputabile delle mie azioni, e come le leggi divine ed umane, e la fede storica e la morale sicurezza riposino sulla stessa base, e concordino col senso comune.

§ 737. Bastino questi pochi cenni per indicare il têma della trattazio-

ne sul libero arbitrio. Se la capacità di volere mille e mille cose diverse ed anche contrarie suppone necessariamente una facoltà che abbisogna di essere piegata da determinate idee interessanti, e se l'animo umano non è un Dio, che abbia il principio e il fine dell'agir suo in sè stesso; ne consegue che il libero arbitrio sarà un effetto, e l'agir suo dovrà formar parte del grande movimento dell'universo, al quale l'essere umano appartiene, ed in lui riceve e rimanda le impressioni sue giusta le sue forze limitate.

VI.

Controversie sul principio direttivo, e quindi sul merito della Morale.

§ 738. Posto l'uomo in commercio sostanziale col mondo della natura e degli uomini che lo circonda, e conosciuta la legge colla quale le facoltà sue interiori effettuano i di lui liberi voleri, convien passare a vedere il modo col quale agire dovrà al di fuori la di lui moralità.

§ 739. Or eccoci ad un altro campo di dispute e di sentenze contrastanti, tuttavia vigenti sulla regola degli atti liberi degli uomini e delle genti, e specialmente nei vicendevoli loro ufficii.

§ 740. Qui si tratta di sapere qual sia la vera forza e podestà della Morale, considerata come *regola* degli atti umani; e ciò prima di esaminarne i dettami particolari. Se tu dimandi all'agricoltore se esiste un'arte di coltivare la terra; se lo ecciti a decidere se quest'arte sia reale o immaginaria; quale risposta ti puoi tu aspettare? Se poi gli domandassi se tutti i terreni, in qualunque luogo ed in qualunque clima, debbano essere trattati allo stesso modo, quale concetto formerebbe di te? Eppure in fatto di Morale queste ed altre simili questioni furono e sono trattate sul serio, e i dispareri sono tuttora vigenti a danno immenso della vita civile e politica.

§ 741. Niuno ignora che prima che la Morale fosse trattata come scienza, la quale riposa sui fatti al pari della idraulica e dell'agricoltura, alcuni negarono esistere un ordine di cose, che viene espresso col nome di *naturale diritto*, da cui nasce la relazione del giusto ed ingiusto morale. Essi asserirono essere tutte queste cose parti dell'opinione imaginati all'opportunità di governare gli uomini. Con questo ateismo morale s'impugnò un fatto visibile e palpabile dell'economia reale dell'umanità, e si tentò di annientare il potere della coscienza.

§ 742. Altri confondendo l'opera dell'umana ragione nell'economia di fatto dell'universo, e non pensando che all'Etica, fattosi l'uomo centro di

un sistema, van tessendo la tela mentale dell'arte del miglior vivere. Questi imaginarono una contraddizione interna reale ed universale nell'economia stessa di fatto della natura, e però introdussero una specie di manicheismo morale, il quale suscita acerbe querele contro la naturale provvidenza.

§ 743. Altri finalmente non avvertendo che le leggi morali sono bensì di *ragione necessaria*, ma di posizione contingente (non però arbitraria all'uomo), e che questa posizione è tanto ampia quanto la necessità e l'ordine della natura operante sull'uomo nei luoghi e nei tempi, imaginarono certi modelli spolpati, inflessibili, uniformi di Morale, ai quali sottoposero la vita privata e pubblica delle genti viventi nel tempo e sotto il vario impero d'una prepotente fortuna.

§ 744. Da ciò ne seguirono due alternative del pari disastrose. Fai tu valere le assolute e rigide formole stabilite? Ecco la vita umana trattata sul letto di Procuste. Vuoi tu per lo contrario dispensarti dalle dette forsmole? Eccoti gettato nell'arbitrario; eccoti una morale secondo le passioni, ed un diritto secondo la forza.

§ 745. Alla perfine che cosa pretendete voi dalla Morale? Voi mi risponderete di voler adempiuto il voto degli uomini, i quali nelle reciproche loro relazioni invocano pace, equità e sicurezza, e nel loro interno tranquillità e contentezza. Ottima risposta, io replico; ma soggiungo nello stesso tempo di non lasciarvi trascinare ad astrazioni ed a raffinamenti che conducono ad un misticismo inconcepibile, o, dirò meglio, ad un vero controsenso. Guardatevi dall'attribuire alle frasi vaghe e sfumate di *felicità* e di *sommo bene* altro senso, che quello che possono avere in natura; guardatevi dal confondere i canoni di ragione dedotti dall'intelletto col procedimento di fatto della natura medesima, e le condizioni strumentali dei beni prefissi alla scelta degli uomini (denominate *necessità di mezzo*) col regime positivo e prepotente di questa stessa natura. Con questa confusione voi uscireste dal mondo per gettarvi senza posa nel cieco caos dell'idealismo, onde lottare senza frutto colla servitù o colla licenza.

§ 746. Ma l'amore della felicità non è forse cosa reale, ingenita, permanente, invincibile nell'uomo? Io rispondo che questa tendenza si trova nei singoli atti umani, i soli possibili in natura; ma che l'amor separato e generale suddetto nè esiste, nè può esister giammai. L'amore della felicità non è che conseguente degli atti concreti umani. Desiderare di sentire sempre più aggradevolmente e lungamente che si può, ridotto a formola generale, altro non è che un'astrazione intellettuale. L'amore

della felicità realmente non è che un desiderio sempre riprodotto; ma non è che desiderio, ossia meglio una serie di singolari desiderii.

§ 747. Che cosa fa la fantasia? Essa finge uno stato di continuo pretto godimento; ed a questo stato impone il nome di *sommo bene*, cui riguarda come scopo supremo ed ultimo degli umani desiderii. Allora invoca dalla economia della natura questo stato quasi come partaggio dovuto alla specie umana. Ma qui vi domando se, filosoficamente parlando, il concetto di questo sommo bene da voi figurato esprima un senso ragionevole. Nell'economia della vita attuale noi veggiamo il dolore necessario al pari del piacere; perocchè per mezzo del dolore siamo avvertiti di ciò che nuoce o minaccia la nostra conservazione, e per mezzo pure del dolore patito da altri e ripercosso su di noi soffriamo in compagnia, ossia compassioniamo, e, per liberarci dalla nostra pena, soccorriamo gli altri.

§ 748. Oltracciò, il godimento stesso consistendo quasi sempre nella soddisfazione di un desiderio, non presenta la beatitudine che come una successione di desiderii e di soddisfazioni.

§ 749. Coll' assenza del dolore o col desiderio soddisfatto qual vero godimento rimane? È vero o no che infine dubitiamo se l'ultimo punto di tendenza del cuore umano sia il godimento o il riposo?

§ 750. Con quale ragione pertanto potremo figurare come possibile il sommo bene foggiato dall' astrazione? Nulla certamente conosciamo che ci possa assicurare nemmeno della possibilità di uno stato di godimento scevro da pena, il quale possa essere durevole e perpetuo (1).

§ 751. Ma se la cosa è così, io domando per quale titolo e con quale senno si possa assumere la mentale e puramente fantastica astrazione del preteso sommo bene come scopo della morale filosofia? D'altronde poi questa ed ogni altra simile astrazione comune a tutto il vivere umano, se può presentare una generica tendenza, non somministra veruna *nozione direttrice* per la morale filosofia, la quale insegnar deve *per quali azioni ed ommissioni ottener possono gli uomini la pace, l'equità e la sicurezza dagli altri, e la personale propria conservazione e perfezionamento accompagnati dalla tranquillità e dalla soddisfazione dell' animo.*

§ 752. Ciò che fu detto intorno al fine si verifica pur anche circa ai mezzi. Un sistema di agricoltura, ben inteso e ben verificato, forma un tessuto di mezzi per ottenere col minimo di spesa e di fatica il più di prodotti. Ora rendete un po' conto a voi stesso che cosa importi questo

(1) È evidente dalle premesse (§ 747) che l'Autore qui intende parlare soltanto della vita attuale (DG).

concetto. Prima di tutto, a chi l'agricoltura o non cale o riesce impossibile, come al Beduino del deserto, un sistema agrario non può mai servire di legge: dunque sarà di ragion necessaria, ma di posizione arbitraria; locchè significa che questo sistema sarà di elezione, e non di coazione.

§ 753. Da ciò nasce la prima conseguenza, che un sistema vero agrario forma legge per chi può e per chi vuol trarre il maggior profitto da un terreno. La sua necessità sarà dunque di mezzo. Ma la natura fa senza l'opera dell'uomo nascere, crescere e fruttificare su terreni suscettivi di vegetazione piante di cui l'uomo non abbisogna, e non molte di quelle da lui ricercate. Parimente la natura non opera la scelta, le cure e la conservazione bisognevoli alle mire dell'uomo.

§ 754. Da ciò nascono molte conseguenze. La prima si è, esistere un sistema naturale ed un sistema artificiale di vita vegetabile. Il primo praticato dalla natura sola senza l'intervento dell'uomo; il secondo dalla stessa natura sotto il regime dell'uomo. Si noti bene la precisione: amendue sono eseguiti dalla natura, e colle forze e tendenze di lei; ma nell'uno la direzione è in balía, direm così, della sola fortuna; nell'altro viene modificata dall'azione dell'uomo giusta certe norme. *Naturale* dicesi la prima direzione; *artificiale* la seconda: l'una e l'altra direzione però è cosa fatta dalla natura mediante le forze proprie dirette dalla fortuna o dall'uomo giusta un certo ordine di mezzi trascelti. Dunque quest'ordine non è arbitrario, ma determinato dai rapporti stessi delle cose. Questo è così vero, che migliaja di metodi umani possono essere frustrati, ed uno solo può essere l'efficace.

§ 755. La seconda conseguenza si è, che, propriamente parlando, il metodo ottimo artificiale altro in sè stesso non è che un modello ideale; e però non merita il nome di *legge anteriore* e *di natura*, in senso di procedimento di fatto positivo imperante come il corso delle stagioni. Egli altro non è che una collezione di canoni agricoli dedotti dalla ragione in vista del corso della natura. Ma egli è vero del pari che questi canoni agricoli, se formano un *modello ideale* di procedimento eletto, non sono arbitrarii, ossia di *ragione arbitraria* all'uomo, ma di condizione necessaria onde ottenere lo scopo voluto. Essi sono vere necessità di mezzo, e quindi si figurano a guisa di tante condizioni imposte all'uomo. Razionale, e non di fatto positivo; di rapporto necessario, e non di esecuzione forzata, si è dunque il sistema intiero della bramata migliore agricoltura.

§ 756. Tale è il sistema tutto dei mezzi contemplati dalla morale filosofia, avuto riguardo alle esigenze dello scopo a cui tendono gl'indivi-

dui e le genti. Più grave è la difficoltà che sorge nell'unificare la individualità colla socialità, e conciliare le sentenze dei così detti *egoisti* e degli *utilitarii sociali* con quelle dei platonici creatori di archetipi eterni anteriori all'uomo, e con quelle dei direttori maestri dei gabinetti. In vista di queste discordanze si foggiano le divise delle diverse scuole al pari di quelle degli Epicurei, degli Stoici, dei Peripatetici e degli altri dell'antichità. Ma questo procedimento è poi giudizioso? È poi vero che queste opinioni diverse sieno realmente inconciliabili? Non dobbiamo forse piuttosto pensare che i partiti non s'intendono fra di loro senza essere realmente ripugnanti? Impegnate ognuno di essi a render conto a sè stesso del punto di vista sotto il quale contempla l'argomento; soggiungete qualche mezzo termine sottaciuto o non osservato, e voi vedrete per una specie d'incantesimo sparire tutte le contrarietà, e conciliarsi tutti i dispareri.

§ 757. Tutto considerato, si può dire che tutti hanno ragione e tutti hanno torto. Hanno ragione per l'aspetto parziale, ossia di smembrata verità carpita e acconsentita; hanno poi torto per la pretesa di farla valere come intiera, assoluta ed esclusiva. Un breve esame di ognuna di dette scuole pone in chiaro la verità di questo giudizio necessario per ordinare finalmente lo studio della morale filosofia. Prima che queste controversie sieno ultimate, e prima che i pareri sieno soggiogati con una irrefragabile dimostrazione, vano è il pensare ad ordinare la morale filosofia. Qui si tratta di fondamenti che non debbono vacillare, e debbono essere proporzionati alla fabbrica.

§ 758. E, per avvicinarsi all'idea di procedimento, qui si tratta del metodo di dirigere la forza viva di una corrente tendente all'equilibrio col peso della sua massa o colla pendenza datale dalle località. Quando vengano tolte di mezzo le controversie fondamentali, dir si può essere stato fatto il più bel lavoro; o almeno si può dire allontanata l'influenza de' casisti, i quali in mezzo alle controversie fondano il loro monopolio. Come mai i dettami sono divenuti cotanto versatili da poter pronunciare *sì* e *no* sullo stesso punto? come mai le coscienze possono essere ballottate al punto, che è meglio far valere l'integra coscienza dell'idiota, che valersi delle arguzie dei dottori? Tutto questo potè essere fatto e si farà ancora, perchè sui fondamenti ardono miserande controversie.

§ 759. A togliere di mezzo i dispareri fa d'uopo, prima di tutto, fissare i veri e diretti concetti delle idee madri adoperate, e verificare i fatti colle loro qualità, colla loro forza, colla loro influenza irreformabile dalla umana potenza. Nei Trattati di legislazione civile e penale di Geremia

Bentham, redatti dal Dumont, havvi il primo risguardante i principii di Legislazione. Il Capo XIII., intitolato *Esempii delle false maniere di ragionare in materia di legislazione*, racchiude vedute eccellenti, che noi dobbiamo raccomandare ai nostri lettori. Ivi all'Articolo 10. di questo Capo, intitolato *Loi imaginaire n'est pas raison*, si tratta del concetto della legge morale di natura. Le cose dette da quel celebre pensatore meritano di essere sottoposte ad esame, perocchè appunto presenta una di quelle conclusioni le quali derivano da molte verità e da molte confusioni (1).

---

(1) L'Autore parla diffusamente degli errori del Bentham, e della confusione d'idee che si trova nei fondamenti del suo sistema, nei §§ 994 e seg. della *Genesi del Diritto penale.* (DG)

PARTE II.

CORPO DELLA DOTTRINA.

VII.

Dello studio pieno dell' Etica.

§ 760. Or eccoci condotti allo studio pieno dell' Etica. Tutto il disegno fin qui tracciato non riguarda realmente fuorchè la prima Parte, e piuttosto l' introduzione, e non la esposizione competente della scienza. Non il corpo della dottrina, ma la radice e le direzioni sole vengono somministrate dalla trattazione generale usitata fin qui. La cosa coll' andar del tempo fu ridotta a tale, che i limiti di questa scienza furono ristretti a mano a mano; e troncata la parte tutta della civile sapienza, tutto il campo fu ridotto ad una esposizione più imperativa che dimostrativa dei doveri verso gli altri e verso sè stessi; ed oltracciò fu spolpata di modo, che sotto l' alchimia dialettica di Kant fu mandata in fumo. Quanto poi alle altre scuole nelle quali fu trattata con basi più larghe, essa non sorpassò i confini della parte che io riguardo come solamente primordiale e introduttiva della morale filosofica. Il punto di vista, sotto del quale è necessario di trattare la scienza, si è quello che somministra la ragione dell'ordine reale più o meno progressivo dell'economia divina risguardante la natura umana; e però dopo l' ordine normale di ragione discende alle disposizioni degli uomini considerati nel loro vero stato naturale, che non fu nè potè essere mai l' insociale. L' uomo individuale interiore si può nell' ordinazione naturale appellare figlio del suo secolo, e le sue opinioni e i suoi costumi riguardar si possono come altrettanti frutti di stagione. Quella graduale dissoluzione dei poteri originali individuali, gretti e compatti; quella divisione, direm così, delle capacità personali colla contemporanea fusione nel tutto sociale; quella successiva tradizione dell' eredità intellettuale e morale de' nostri maggiori a mano a mano aumentata, e insieme purgata e concentrata; quella continuità di funzioni effettuata negli umani consorzii civili, e per la vita stessa stabilmente fissata sui territorii; quella formazione di grandi Stati sôrti da tribù ignoranti e barbare; quell' ordinamento, in una parola, lento, recondito, possente, che si appella *vita degli Stati*, nei quali si ravvisa un conoscere, un volere, ed un potere solidale, e ne sorge una vera morale

personalità nata dalla cospirazione dei voleri, dei poteri e dei doveri dei più; è vero o no che presenta il vero e reale stato degli uomini e delle genti? Qui il volere, il potere e il dovere umano, concepiti in astratto, si trovano, per dir così, talmente trasformati dal processo vitale organico operato in società e per la convivenza in società, che la filosofia morale usitata si trova trasportata come in un mondo nuovo, benchè realmente sia il mondo da lei supposto.

§ 761. Nel mondo delle nazioni si eccitano e dirigono i motori morali in una maniera così assorbente, così determinata e così propria, che gli appetiti, i desiderii personali e le affezioni verso degli altri acquistano o perdono di vigore, pigliano una retta o storta direzione, compiscono un moto ascendente o retrogrado, o rimangono stazionarii, a norma delle varie circostanze predominanti. I tre motori dei beni, dell'opinione e dell'autorità imperante sono o no gli eminenti nella vita sociale delle nazioni? Le sole aspettative incoraggiate o scoraggiate, le opinioni comuni rette o storte non esercitano forse una possente decisiva influenza nel vivere civile? Sieno dunque pur veri gli avvertimenti normali dei moralisti e dei politici; siano pur sante le massime proclamate: sarà sempre vero che tali avvertenze e massime riscuoteranno sempre una fredda approvazione ed applausi speculativi, tutte le volte che l'onda degl'interessi ed i fantasmi dell'opinione non saranno, almeno all'ingrosso, concordi con quelli dell'onda morale.

§ 762. Ora col modo fin qui tenuto nello studiare e nell'esporre le dottrine morali, vien forse reso manifesto come le suste ed il movimento naturale sociale possono concorrere all'esecuzione dell'ordine normale di ragione? Diciamo di più: apparisce almeno come dev'essere tracciato questo stesso ordine morale sociale di ragione? Si dimostrano forse i contemperamenti degl'interessi e dei poteri indispensabili alla socialità, di modo che la teoria della vita civile si vegga trattata come l'animale, certamente assai più difficile a stabilirsi? Dall'altra parte è vero o no non esistere nè ragionevolezza nè umanità senza società, e senza una data società? L'unica dunque filosofia morale vera e possibile naturale si è quella nella quale interviene la dottrina della vita degli Stati, e non quella che viene dettata dalle consuete astrazioni, o dai soli dettami privati.

§ 763. Non mi si dica che questo punto di vista formi un *ramo speciale* della scienza generale, e che in esso si faccia un'*applicazione* dei principii della scienza. Come mai, io rispondo, potete considerare quale *ramo* un processo di fatto, per cui la natura va creando *voleri*, *poteri* e *doveri*, che nel punto di vista astratto non erano contemplati?

Forsechè la specie umana si può pareggiare alle rondini ed ai castori, i quali in oggi fabbricano i loro nidi e le loro case come al tempo d'Adamo? Forsechè le ostinate fantasie e gli educati costumi, rattenuti anche da freni politici, agiscono colle compatte illusioni e colla violenza di una fanciullezza sbrigliata o di una adolescenza sconsigliata? Dall'altra parte poi sarebbe grave errore figurare che nel punto di vista da me inteso si tratti solamente dei doveri verso gli altri, e non piuttosto delle relazioni tutte dell'uomo, e dell'azione e reazione fra tutto l'uomo collettivo e tutto l'uomo individuale. Quell'amore immenso del vero, e di un vero, direm così, disinteressato di un Archimede, di un Galileo e di un Newton, per cui le storie ci presentano fino abdicazioni fatte al principato; quella caldissima carità sociale ricordata negli Ateniesi e nei Romani, per la quale l'individuo sembra rinunciare alla stessa sua personalità; quella elevazione augusta e religiosa, per la quale l'uomo sembra dimenticare la terra; si riferiscono o no alla triplice relazione verso sè stesso, verso gli altri, e verso la suprema Provvidenza? Or bene, ditemi se sia possibile sperare cotali sensi fra i Boschmans e gli Eschimesi.

§ 764. Voi mi parlate di applicazione de' principii astratti. Perchè non parlarmi piuttosto di aggiunte sostanziali? Mi direte forse che nelle comuni dottrine si comprendono tacitamente le vedute da me accennate? Qui vi rispondo, che ciò che espressamente non viene contemplato non esiste in una dottrina; vi rispondo, che da principii astratti e generali non derivano che conseguenze astratte e generali; vi rispondo, che dovendo maneggiare oggetti reali, i quali per necessità di natura non esistono sempre in una data maniera, non interessano in una data maniera, non soccorrono in una data maniera, le formole generali riescono insufficienti e disastrose: insufficienti, perchè mancano di speciali direzioni; disastrose poi, se vengono applicate colla loro cruda generalità. Potrei anche soggiungere l'irruzione dell'arbitrario non prevenuta da codeste formole astratte, atteso che si lasciano negli affari vastissimi campi non disciplinati, e però non guardati da sanzione dimostrabile, costituente motivi efficaci alle coscienze: ma questo è un inconveniente abbastanza noto, e pur troppo sentito colle desolanti dottrine de' casisti.

VIII.

Quanto sia necessario questo studio della civile filosofia.

§ 765. Per la qual cosa ognuno può giudicare se a ragione o a torto io riguardi i Trattati morali fino al dì d'oggi conosciuti come altrettanti

prolegomeni della vera ed integra morale filosofia. Resta dunque ancora a trattarsi del merito naturale pieno e proprio di questa scienza. Il proporne il têma esige per sè solo una vastità di vedute ed un accorgimento di scelte, che non possono derivare fuorchè dallo studio di quella ch'io chiamo *civile filosofia*.

§ 766. La sua necessità nello studio delle dottrine morali si può dire dimostrata, quando questa necessità sia dimostrata nelle dottrine intellettuali. Ognuno sa che non si possono avere buone volizioni senza buone cognizioni; ognuno sa che il coltivare l'intelletto forma una parte degli ufficii dell'Etica; ognuno sa che il discernimento morale onde valutare rettamente un bene ed un male, e quindi la possanza pratica del libero arbitrio, consiste nella coltura intellettuale oltre gl'impulsi della coscienza. Allorchè dunque la necessità della civile filosofia sia dimostrata per ben conoscere le leggi reali della mente sana, questa necessità si deve riconoscere anche per ben conoscere le leggi reali del cuore umano. Io mi credo dispensato di tessere la dimostrazione domandata, dopo quello che ne ho scritto negli ultimi cinque num.[i] dell'Opuscolo *Della suprema economia dell'umano sapere in relazione alla mente sana*. Tutto questo riguarda la connessione intima ed indispensabile fra le funzioni intellettive e le volitive. Ma qui non sta ancora tutta la cosa. Voi mi parlate nell'Etica dell'amor dell'ordine, di quello della giustizia, della patria, e così discorrendo. Ma l'amore si può forse comandare, o non piuttosto inspirare? L'amore anche spontaneo non viene forse raffreddato, e in fine ributtato da un'odiosa corrispondenza? Più ancora: colla coscienza che altri debba in certi oggetti prestarci ufficii corrispettivi cui effettivamente non presta, si potrà forse al tribunale della coscienza accusare taluno di non essere affezionato ad un ingannatore e ad uno sleale? Ora il vedere e il dimostrare come la natura proceda nell'attivare e nello sviluppare i motori morali, e come essa somministri l'ordinamento fondamentale, o, a dir meglio, i mezzi ed i poteri sia fisici, sia morali di questo ordinamento, appartiene essenzialmente ed esclusivamente alla civile filosofia. Dunque essa è la vera madre della morale adatta agli uomini individuali e collettivi, posto che l'individuale, in forza di naturale necessità, riesce privo di valore senza del collettivo. Lo stimolo non manca; solamente vi occorre di conoscere la strada sicura, e di essere in grado di affrontare la lotta di potenze avverse. L'istruzione non può che illuminarvi; il potere della coscienza deve compiere l'impresa. Allorchè i suggerimenti di un buon cuore erano sufficienti a provvedere ad un cerchio ristretto di circostanze, la testa, il cuore, il braccio

si trovavano collegati nella loro azione in virtù di una naturale bontà; ma allorchè col progresso si allargò quel cerchio, allorchè fu necessaria la sperienza e la tradizione, questo collegamento non si potè omai più effettuare che mediante la dimostrazione scientifica. Questa dev'essere tanto più convincente, specificata e connessa, quanto meno è ovvia, quanto più contrastata e più importante. Ecco l'opera che rimane ancora a compiersi. Il successo di lei non può mancare, perchè la verità è la più forte di tutte le cose.

§ 767. Frattanto ponendo mente all'ordinamento dello studio della morale filosofia, io osservo essere questione capitale: *se gli uomini nascono buoni o cattivi.* Questa quistione di fatto è stata pur troppo decisa contro l'umanità; e l'opinione sinistra adottata suggerì dottrine desolanti. La questione doveva esser posta in altri termini, e domandar si doveva: — se l'ignoranza e l'appetenza indefinita umana nell'economia della natura si possano per fatto generale opporre all'effezione dell'ordine morale di ragione; ed in caso affermativo, in quali oggetti, dentro a quali circostanze, e fino a qual segno valer possa questa opposizione. —

§ 768. La soluzione di questo quesito, siccome necessariamente involge la posizione degli umani individui in uno stato di sociale convivenza, così avrebbe condotto necessariamente ad indagare quale sia la legge suprema dell'umano incivilimento sotto il regime naturale del tempo. Or ecco lo studio della civile filosofia ripartito ne' suoi tre rami essenziali; cioè l'*economico*, il *morale* ed il *politico*. Senza di questa cura la morale filosofia si aggira negli spazii imaginarii; e non conoscendo la provvidenza naturale, non solamente avventura la sorte umana ad un cieco empirismo, ma ancora non si trova in grado di combattere dottrine maligne o soverchianti.

§ 769. Volendo voi trattare della migliore coltura di una pianta, potreste mai prescindere di trattare e del terreno e del clima più opportuno? La suscettività stessa della pianta a fruttificare non è forse affetta da queste circostanze? Mirate nelle nostre serre la pianta della noce moscada, e rispondete.

§ 770. E qui si apre un'altra grande considerazione, che dimostra la necessità dello studio della civile filosofia. Figuratevi un uomo, il quale non abbia veduto la pianta della noce moscada fuorchè nei nostri paesi, e ignori d'onde sia venuta, e non sappia che nel suo clima e terre native reca frutto: che cosa direbbe quest'uomo? Io non ho mai veduto piante di noce moscada a far frutti: dunque codesta pianta è infruttifera. Ecco quello che per solito avviene a coloro che intraprendono a

trattare della Morale senza la precedente cognizione della civile filosofia. Colpiti dalla folla dei fatti della storia, la quale quasi sempre non rammentò che le opere dell'ignoranza e dell'intemperanza umana, pronunziano sentenze sinistre contro il carattere ingenito dell'umanità; e se per sorte si rammentano loro esempii di sode ed alte virtù, essi li riguardano come eccezioni, ed a guisa delle mostruosità del mondo fisico. Di mala ed instabile natura sono gli uomini, dicono essi; e però conviene rattenerli e fermarli colla forza.

§ 771. Ma questo modo di vedere è poi giusto? Se all'uomo figurato nel sovra recato esempio voi presentaste il frutto della pianta noce moscada; se con moltiplici testimonianze lo convinceste non essere quella pianta europea, ma orientale; che cresce nelle isole indiane, e che produce il frutto da voi mostrato; è vero o no che cangierebbe opinione sulla *suscettività* naturale della pianta suddetta? Or bene, ecco l'effetto naturale della civile filosofia, quando venga mostrata e provata a dovere; e, quel ch'è meglio, quando si vegga l'andamento della natura, la quale se tende a cangiare, è per migliorare.

§ 772. Ponete (dice questa filosofia) gli uomini sul terreno e sotto il clima propizio, e voi scoprirete di quale bontà, vigore e sublimità sia suscettiva la natura umana, e con quanta inconsideratezza voi confondiate le provvide innovazioni del tempo con una insana e riprovevole instabilità. Voi vi querelate che la natura vi sia stata matrigna, e gridate per le battiture che soffrite nel mondo delle nazioni. Ringraziatela piuttosto (risponde la civile filosofia) che adoperi il flagello, per avviarvi sul terreno e sotto il cielo da lei destinato.

§ 773. Io preveggo che questo mio modo di vedere incontrerà molti increduli. Io li scuserò; ma tempo verrà che questa incredulità sarà dissipata, e i detrattori rimarranno certamente disingannati, semprechè questa filosofia civile venga loro mostrata col suo corredo e colla sua possanza. Frattanto io non posso dispensarmi dall'eccitare lo studio di lei, tanto per riempiere l'immensa lacuna che ancor rimane nello studio delle morali dottrine, quanto per dar vigore all'Etica medesima, la quale senza la posizione di uno stato normale di fatto riesce pressochè nulla.

Milano, 6 Maggio 1830.

Brano sul *Talento logico*, che può servire di sviluppo a qualche luogo delle *Vedute fondamentali sull'arte logica*, e specialmente al Capo VII. del Lib. II. pag. 315.

---

§ 774. Il nome di TALENTO non esprime una facoltà o una disposizione qualunque a pensare o a fare qualche cosa, ma bensì a pensarla o a farla *bene*. Questo *ben fare* o *pensare* costituisce un tipo normale dell'opera o del pensiero. L'*imaginazione* è nome di potenza di puro fatto generico, sia o non sia ordinata, bene o male disposta. Per lo contrario il *talento* dir si potrebbe una imaginazione bene disposta a pensare o ad operare qualche cosa. Ciò serva a spiegazione della parola.

§ 775. Il talento *logico* pertanto dir si potrebbe una disposizione dell'imaginazione a ben pensare, ossia meglio un'imaginazione disposta a porre insieme pensamenti veri. L'ingegno e il genio logico stanno dentro a questo concetto. Il potere dell'imaginazione dentro di noi fa lo stesso ufficio di quello della sensualità fuori di noi. Come nel mondo esteriore la natura fabbrica le opere successive della sua attività, e le spiega avanti a noi; così l'imaginazione fabbrica le opere ideali, e le affaccia alla nostra conoscenza. L'imaginazione è una specie di natura interiore che produce, riproduce e conserva quel che può sotto determinate leggi connesse, e corrispondenti a quelle della natura universale.

§ 776. Ma questa natura interiore è assai più maravigliosa dell'esteriore, perocchè non manifesta i limiti uniformi e costanti del movimento degli astri, del volgere delle stagioni, della vita dei vegetabili e degli animali; ma sorpassa questi limiti col potere misterioso ed immenso della *perfettibilità* propria al mondo delle nazioni. Le radici occulte e reali stanno riposte entro le viscere di questa interiore natura, della quale il potere imaginativo dir si può il rappresentante e l'agente palese.

§ 777. Quali sono le *condizioni potenziali e naturali* del talento logico? — Io prego a porre attenzione ai termini precisi della domanda. Qui si parla del *talento*, e non del nudo ed astratto potere della ragionevolezza; qui si parla del complesso delle disposizioni positive preparate dalla natura, a guisa di temperamento fisiologico atteggiato a ben pen-

sare. *Idoneità logica* si potrebbe denominare questo talento, avente gradi diversi. Per la teoria convien vedere la sua potenza conforme al tipo razionale, per potere determinare tutta la scala delle attitudini e tutti i gradi di questo talento.

Io parlo di condizioni potenziali e naturali; e però io assumo non facoltà educate, ma da educarsi e da ridursi a perizia logica positiva. Così l'agricoltore determina anticipatamente la fecondità virtuale del terreno considerando la sua composizione e posizione naturale. Del *virtuale* talento pertanto si parla per ora, e non della perizia, alla quale si suole volgarmente dare il nome di *talento*.

§ 778. Ciò premesso, dico che le primarie condizioni potenziali del logico talento sono una memoria ben temperata ed una ben assortita estetica sensibilità. Sotto il nome di *estetica sensibilità* intendo indicare la facoltà di sentire l'interessante di qualunque specie. Questo interessante deriva dai motori dell'attenzione e delle altre operazioni dell'uomo interiore. Quali poi sieno le condizioni di una memoria ben temperata e di una sensibilità estetica ben assortita, ecco ciò che ci rimane ad esporre.

§ 779. Coll'attributo di *ben temperata*, dato alla memoria, noi indichiamo certe attitudini famulative agli ufficii logici, e per correlazione contrassegniamo i contrarii difetti. Le esigenze logiche pertanto danno norma ad assegnare queste attitudini. Fra queste esigenze noi ne trasceglieremo solamente alcune comuni tanto all'istruzione, quanto all'invenzione.

§ 780. *Distinguere*, *connettere*, *esprimere* sono le funzioni simultanee ed inseparabili di qualunque invenzione ed istruzione possibile umana. Esse sono indispensabili alla limitata nostra *comprensione;* perocchè ad un sol tratto non possiamo ben cogliere colla mente se non quanto cape una nostra mano. All'intelligenza suprema queste successive funzioni non sono necessarie, come necessarie non sono quelle forme simboliche che denominiamo *idee generali*, le quali realmente non sono che monogrammi per ajutare la limitata nostra comprensione.

§ 781. Distinguere, connettere, esprimere nella maniera la più *facile*, la più *breve* e la più *proficua* all'intento che ci siamo proposto, forma il merito dei buoni talenti sì d'invenzione che d'istruzione. L'effetto primo ed intrinseco il più segnalato di essi si è quello di ridurre le idee ai minimi loro termini. Con ciò intendo dinotare quell'operazione, per la quale si estraggono e s'incorporano i concetti, e si rannodano a pochi centri di richiamo, per mezzo dei quali tutte le idee principali risguardanti quel tal soggetto logico vengono risvegliate ad un tratto. Da ciò

nasce quello che dicesi *colpo d'occhio*, il quale forma il merito eminente dell'ingegno; e quando coglie gli estremi più lontani e li unisce, costituisce il *genio*.

§ 782. Il *distinguere* si può prendere in due sensi; il primo come puro fatto, ed il secondo come operazione destinata. Il *distinguere*, considerato come puro fatto, altro non significa che quell'atto mentale pel quale facciamo sortire le idee differenti componenti i nostri concetti. Questo risalto puramente mentale deriva dall'esercizio della nostra attenzione, ossia dall'attività dell'animo nostro, il quale nelle masse delle percezioni, sia interne, sia esterne (le quali a prima giunta si presentano confuse, uniformi, incorporate), si sforza di discernere sia le parti che le compongono, sia i limiti che le separano, sia le relazioni che le connettono, e cose simili. Fino a che non figurate uno scopo a questo esercizio, egli rimane un'operazione di puro fatto; ma tosto che voi volete con questo esercizio scoprire la verità, la operazione di *distinguere* esige d'essere fiancheggiata da quelle funzioni, senza le quali sarebbe impossibile di conseguire la cognizione del vero. Posto questo scopo, conviene avvertire che altro è il *distinguere*, ed altro è il *disgiungere*. La prima operazione altro non importa, che di avvicinare l'occhio, o adoperare una lente per vedere in una maniera distinta e propria ciò che veggiamo in confuso; il *disgiungere*, per lo contrario, importa il segregare un oggetto e costituire una cosa avente o un'esistenza propria, o un'attività isolata. In ambi i casi interviene un nostro giudizio: nel primo si attribuisce un'*essenza* ed *esistenza* puramente logica, propria all'oggetto; nel secondo lo si considera non come un'appartenenza non avente esistenza propria, ma come oggetto che può stare da sè, benchè veggasi associato ad un altro.

§ 783. È più che noto che non tutti gli oggetti logicamente distinti possono essere realmente esistenti, e che non tutti gli oggetti realmente esistenti sono effettivamente *disgiunti*. Eppure un rozzo istinto ha tratto e trae ancora alcuni pensatori a confondere questi concetti. La famosa setta dei Nominalisti, combattuta e fin condannata dalla Sorbona, mostra quanto grossa o illusa (benchè astrattissima, o meglio sfumatissima) fosse la filosofia dominante di quel secolo. Le produzioni poi moderne di alcuni cervelli lenti e grossi ci somministrano le prove attuali. Per ben distinguere e per ben disgiungere ricercansi gli occhi e le ale dell'aquila, e non gli occhi e le gambe della talpa. I cervelli grossi e lenti non potranno mai e poi mai nè ben *colpire* le *differenze*, nè ben *abbracciare* il *complesso* degli oggetti logici. Il loro ufficio dunque nel mon-

do scientifico è quello di occuparsi di que' lavori che si fanno coll'arco della schiena, e non col cervello. Quando, violando la loro vocazione, si vogliono ingerire in ufficii superiori, e dal portar sassi e calcina vogliono passare a far da architetti, le loro produzioni sono moli informi, slogate, rovinose, oltre di essere meschine, goffe e senza splendore. Voi diffatti non ravvisate che brani staccati di concetti compatti; voi vedete che colle loro pretese astrazioni non iscompongono le idee, ma le pigliano pei capelli, e le palpano al di fuori, limitandosi quasi sempre o al davanti o al di dietro o al fianco, e mai abbracciando il tutto della cosa.

§ 784. Da ciò deve nascere, come nasce diffatti, che niun osservatore si trovi d'accordo coll'altro; e quindi, se egli ha seguaci, si formano tante scuole le quali si combattono a vicenda, e sono tutti orbi che giuocano alle bastonate. Fino a che essi si limitano all'anfiteatro dell'idealismo puro, essi non presentano che uno spettacolo ridicolo; ma allorchè invadono le scienze e le discipline *interessanti*, il loro procedere diventa intollerabile non solamente per le mostruosità che partoriscono, ma per la boria colla quale deprimono e rigettano le cose veramente eccellenti non configurate alla loro maniera.

§ 785. Al ben dinstiguere, al ben disgiungere ostano pure i cervelli vivaci, sottili, ma puerili, i quali pigliano i concetti a volo di uccello. La vivacità, la varietà e la disinvoltura abbagliano, ma non creano opere che reggano al crogiuolo d'un pieno e solido esame. Anch'eglino hanno il loro orgoglio; ma è più scusabile e più tollerabile di quello dei primi. Se consideriamo diffatti le loro produzioni, esse non hanno l'aria goffa e pesante, ovvero stentata e strana dei primi. Essi a fianco di un concetto pieno non pongono un'appiccicatura, nè dopo un pensiero nobile soggiungono una trivialità. Leggendo le loro opere non vi sembra camminare su d'una grossa ghiaja, ma su d'un terreno sebben disuguale, ciò non ostante agevole, spedito e circondato di amenità. Il loro orgoglio poi è più tollerabile; perocchè se essi non vi offrono le produzioni di un genio vasto, possente, profondo e solido, ciò non ostante hanno l'attitudine di sentire almen di lontano il pregio, e di stimarlo anche col plagio. Che se poi passiamo alla sfera dell'interessante, essi non hanno la balorda pretesa di violentare la natura e di trattarla sul letto di Procuste, come fanno i primi, ma si piegano alle voci della medesima; e se mancano di grandi principii, suppliscono almeno colla finezza d'un senso morale che nobilita e raccomanda i loro divisamenti.

§ 786. Vi sono altri cervelli, i quali hanno una profondità parziale, ma mancano di quella *libera spiritualità*, la quale non solamente sa sol-

levarsi alle grandi vedute colle quali ben si connette e ben si disgiunge, ma eziandio si spoglia da quelle illusioni e sgombra quei fantasmi che circondano la sfera dell' uomo interiore. Di ciò fan fede le loro produzioni, nelle quali vedete profondità e disordine, indipendenza e pregiudizii, presentimenti morali e violenza, e sogliono mancar sempre di varietà, di finezza, di amenità e di armonia. Anche questi hanno il loro orgoglio; ma esso non impedisce loro di stimare e di riconoscere il buono, quand' anche non sia fatto alla loro maniera, e di accoglierlo con stima.

§ 787. Sonovi altri cervelli di una tempra viva, ma riposata, armonica ed estesa, i quali presentano le cose con isplendore, finitezza, armonia e connessione, quale si ricerca per la scienza completa: tali erano, per esempio, quelli dei Greci.

Sonovi finalmente cervelli, nei quali unendosi le vedute intellettuali con quelle della moralità, sanno consolidare il talento percettivo col morale, e quindi concepire, sentire e praticare quella che gli antichi chiamarono *sapienza*. — Se la perfezione viene determinata da ciò che è più desiderabile, ne consegue che i cervelli disposti a sapienza otterranno il primato fra tutti gli altri. Essi diffatti si associano completamente con tutto il meccanismo della natura positiva, la quale se istruisce coll' intelligenza, move coll' interessante, e premia coi soli intieri frutti della sapienza.

Il cuore ha la sua parte anche nei pensieri, e però fa associare idee che non vengono suggerite dal cervello contemplatore. Colla vista estesa dell' interessante la mente sa accogliere e respingere i partiti. Lo spirito umano acquista un' ampiezza e solidità di giudizio, che non può essere somministrata dal solo ingegno e dal gusto raffinato.

§ 788. Ho detto che per ben distinguere sono necessarie alcune funzioni *sussidiarie*. La prima di queste funzioni consiste nella PROPOSTA della *materia*, o dell'oggetto della data scienza o disciplina.

Se senza presentare un oggetto al vostro sguardo voi non lo potete esaminare, egli sarà egualmente vero che se no 'l presentate tutto, non lo potrete esaminare per intiero. Ma non esaminandolo per intiero, l' idea ultima particolareggiata, che ne risulterà, non costituirà giammai l' intiero concetto distinto della cosa. Ora mancando una parte di ciò che cercavate, voi siete realmente defraudato nel vostro intento: esso anzi manca intieramente; perchè l'unità vera abbraccia il tutto, sia di essenza, sia di potenza.

§ 789. La PROPOSTA dunque dell'intiero soggetto ed oggetto è la prima condizione assoluta per ben distinguere. La proposta dell'oggetto non può dirsi logicamente intiera fino a che non lo presenterete co'suoi estre-

mi. Vi sono estremi *intrinseci* ed estremi *estrinseci:* i primi costituiscono l'unità possente delle cose; i secondi ne segnano la *latitudine*, e però più propriamente meritano il nome di *limiti* o di *confini*. Questi però non sono che rispettivi alla nostra intelligenza ed ai rapporti che noi sosteniamo colla natura. Col non conoscerli si tralascia di ottenere tutto quel bene che la Provvidenza offre alla nostra potenza; col volerli trascendere si dà di cozzo contro un muro di bronzo. Ma quando si conoscono non si pensa di oltrepassarli. Parlando della prima proposta scientifica, io non esigo altro che gli estremi estrinseci; perocchè gl' intrinseci non si possono conoscere se non dopo l'esame.

§ 790. Non ogni proposta scientifica si può fare colla stessa facilità. Questa facilità cresce o decresce a norma del posto che la data scienza o disciplina occupa nell'albero enciclopedico. Infatti inoltrandoci in esso si trova in molte parti non solo che i risultati di più scienze antecedenti formano le radici d' una stessa scienza conseguente, ma eziandio che i limiti d'una data scienza sono fissati dai limiti delle altre confinanti.

La prima proposta puerile e sensibile della Matematica è fatta dalla stessa natura coll' averci dato cinque dita per mano, ed un sole ed una luna che ci illuminano. La prima proposta filosofica per lo contrario non può essere dettata fuorchè dalla cognizione profonda delle leggi che governano la nostra intelligenza. Queste leggi debbono essere esplorate con esperimenti certissimi e concatenati, i quali ci additino i veri limiti della scienza. La proposta data in esame agli apprendenti deve riunire l' apparenza puerile ed il valor filosofico: quella deve condurre alla scoperta di questo.

§ 791. Il valor filosofico della proposta dev' essere eminente; io voglio dire ch'egli deve virtualmente comprendere tutta la sfera dell' oggetto, in modo che l' esame che si farà somministri i risultati che si ricercano. Dunque la proposta apparente dovrà essere espressa in modo da abbracciare virtualmente tutta la sfera suddetta. Una buona proposta pertanto non può essere fatta da un mero erudito in una data scienza o disciplina, ma solamente da colui che conosce il valor complessivo della medesima. Quello che i Latini dicevano *vim et potestatem tenere* è così indispensabile, che niuno potrà nemmen dare il vero succo di un libro senza possedere la materia di cui egli tratta; o almeno senza quel colpo d'occhio, il quale sappia cogliere le idee fondamentali e radunarle in un compendio ordinato.

§ 792. Benchè si parli di una sola proposta, ciò non ostante molte consecutive adoperar si possono nel corso di una trattazione. Ciò av-

viene tutte le volte che si cangia il punto di vista più o meno generale dell' oggetto assunto. È necessario che un pensatore renda ben conto a sè stesso, e ponga mente a questi passaggi, onde non confondere le vedute di un ordine con quelle dell' altro, e scambiare i valori dei risultamenti.

§ 793. Il distinguere logico ha per iscopo la formazione d' idee *distinte* e adequate degli oggetti proposti: queste idee, che dir si potrebbero *secondarie*, formano le richezze nostre intellettuali. La loro formazione complessa dunque costituisce una specie di manifattura dei materiali greggi somministratici dalla natura. Qui parliamo di singoli pensieri, ognuno dei quali può avere il suo processo. La *proposta*, l' *analisi* e la *ricomposizione* ne formano le parti: la proposta presenta tutto il soggetto, l' analisi lo esamina partitamente, e la ricomposizione lo riproduce distinto e vestito di segni opportuni a richiamarlo come fu in fine prodotto. Con ciò in ogni parte del regime intellettuale si eseguiscono le leggi del tutto. Queste leggi sono comuni alla ricerca delle verità tanto di osservazione, quanto di speculazione. Nelle prime dobbiam molte volte dipendere dalla fortuna; nelle seconde non dipendiamo che dalla nostra industria.

§ 794. Tutte queste funzioni non sono che parti di quel meccanismo che finir deve colla convinzione. Evvi una meccanica intellettuale, come ve n' ha una materiale. La logica è una specie di dinamica, la quale si consuma colla convinzione. Allora il movimento finisce come il roteggiare intorno di un oriuolo a ripetizione. L' indole naturale di questa dinamica si manifesta nella prepotenza della convinzione, contro la quale la volontà tenta invano di recalcitrare in tutti i casi spiacevoli. Un conflitto positivo di forza si sente, per cui il nostro assenso viene soggiogato. Esso non sarebbe tale, se gl' impulsi dinamici non fossero di forza prepotente.

§ 795. Col *distinguere* si *generano* le ricchezze intellettuali, col *connettere* si *cumulano*, e coll' *esprimere* si *assicurano* e si maneggiano. Queste ricchezze sono di quattro specie; cioè *buone definizioni*, *buone divisioni*, *buoni principii* e *buone regole*. Ciò è comune a tutte sorta di scienze e di discipline. La definizione altro non è che la enumerazione dei caratteri essenziali d' una cosa qualunque. Essa è dunque frutto dell' esame fatto, e non principio del medesimo. Le definizioni, quando sono ben generate, sono anche ben intese e ben possedute. Ma se non si veggano, dirò così, spuntare e formarsi sotto alla mano, esse non si possono insinuare nella mente nostra in modo da servire a tutti gli ufficii dello scibile.

§ 796. Col ben distinguere si prepara il ben *connettere*. La buona connessione non si restringe solamente a collegare le idee secondo i veri loro rapporti, ma eziandio ad estendere convenientemente il legame a tutto il soggetto esaminato. Ogni buona connessione scientifica dunque dev'essere naturale, graduata e completa. Essa è *naturale* quando è indicata e sospinta, dirò così, dalla forza stessa dei rapporti logici del soggetto. Ogni altra connessione dunque è un' appiccicatura, non una connessione naturale. Deve, in secondo luogo, essere *graduale:* il saltuario è contro natura; ogni lacuna è un posto d'ignoranza, ed una causa di errori, o almeno di frustrazione dello studio fatto. La fecondità di una scienza risulta precipuamente dal concorso delle idee relative; ma queste esigono la presenza avvicinata di tutti i termini di paragone. Questa presenza vien tolta col progresso saltuario; dunque senza la conessione graduata non si può ottenere la vera, feconda ed intiera scienza. Essa finalmente non si ottiene fermandosi a mezza strada, come è per sè evidente. La catena scientifica deve dunque abbracciare da capo a fondo il dato assunto: con ciò la connessione diventa completa.

§ 797. È cosa impossibile in tutti i soggetti, ma specialmente negl' invisibili e meno usitati, di ben distinguere e ben connettere senza la conveniente *espressione*. Qui l'espressione non si restringe solamente alla verbale, ma abbraccia eziandio qualunque rappresentazione ed associazione ad un segnale che richiami fedelmente un dato concetto. Due sono gli ufficii dell' espressione: l'uno interviene nella funzione di distinguere, e l'altro in quella di connettere. In quella di distinguere essa lega l'idea o il concetto separato ad un segnale estrinseco. Con ciò non lo lascia più ricadere nella massa compatta dalla quale fu estratto, ma invece lo fa comparire in grembo della medesima colla sua forma distinta. Il secondo ufficio poi si è quello di prestare all'anima le redini, dirò così, per maneggiare a nostro beneplacito questi estratti; e quando ne facciamo un composto, di vestire con segni questo nuovo composto. Per la qual cosa il processo ultimo e permanente delle nostre operazioni mentali si compie coll'espressione. La parola mentale è perduta, e la ragione umana è spenta senza l'espressione.

§ 798. Havvi un'altra funzione la quale interviene in alcuni lavori: e questa consiste nel ridurre e compendiare i pensieri. Con questa si chiamano sotto la potestà intellettiva le cognizioni articolate di rapporto cospirante, rendendole maneggiabili dall'intelletto a guisa di altrettante somme finali. A ciò per un occulto e possente istinto tende lo spirito umano, come vien dimostrato dall' indole delle lingue nel corso di molti secoli.

Ma di questa funzione particolare si parlerà a suo luogo. Ora attener mi debbo a quelle che intervengono in tutti i pensieri.

§ 799. Da tutto ciò è manifesto che le funzioni di *distinguere, connettere* e d'*esprimere* intervengono in ogni parte dei processi logici. Esse sono associate in modo, che l'effetto loro si può dire solidale di tutte. L'operazione prende ora un nome ed ora un altro; ma in atto pratico le funzioni suddette intervengono sempre, ed operano congiunte. Ciò posto, debbono essere tutte e tre perfette nel loro genere; altrimenti il difetto di una si comunica alle altre due, e l'effetto che ne nasce non è la buona scienza, ma un centone, una larva, un mostro o un rottame, e nulla più. Allora questa specie di scienza diventa peggiore dell'ignoranza, specialmente nelle materie le quali regolano gli affari umani. Per la qual cosa apparisce che tutta la parte dimostrativa dell'istruzione riducesi a quattro grandi funzioni, cioè:

1.° Ben proporre; 2.° ben distinguere; 3.° ben connettere; 4.° ben esprimere.

§ 800. Dico *la parte dimostrativa dell'istruzione*, perocchè nell'invenzione si aggiunge la ricerca dei fatti i quali somministrano la scoperta e ne provano la verità. Tutte le scienze hanno più o meno bisogno di questa ricerca; e però a tutte è necessario la sua logica critica, l'arte di verificare i fatti. Allora si comincia colle osservazioni singolari; indi seguono gli aforismi comprovati; e finalmente si conchiude col corpo del sistema.

Quando una scienza non è giunta alla sua pienezza ha sempre luogo l'invenzione. Le buone invenzioni debbono sempre prendere la mossa *ab ovo*, e non fidarsi di ciò che è stato detto e fatto dagli altri. Così si ha sempre il vantaggio o di far nuove scoperte, o almeno di comporre i dispareri di coloro che non conobbero fuorchè alcuni profili della verità.

AVVERTIMENTO

Nel ms. dal quale fu tratto questo brano gli tien dietro un altro intitolato: *Della memoria e della sensibilità estetica in relazione al ben pensare*. Questo si omette, perchè leggesi testualmente nell' *Introduzione allo studio del Diritto pubblico* ai §§ 221-422. (DG)

OSSERVAZIONI

DI

ALESSANDRO DE GIORGI

SOPRA

ALCUNI LUOGHI DELLE OPERE FILOSOFICHE

DI

G. D. ROMAGNOSI

Intorno ai §§ 650 e 651 delle *Vedute fondamentali sull'arte logica*, pag. 241-242; e al § 2 degli *Opuscoli filosofici*, pag. 472.

Il sig. Ab. Rosmini, nella sua Opera sul *Rinnovamento della filosofia in Italia* ec. (Lib. III. Cap. XLVIII. pag. 566-567, ediz. II.), dice molte cose intorno alle opinioni manifestate dal nostro Autore in questi luoghi; e specialmente rispetto alle parole del § 2 degli Opuscoli filosofici così si esprime: « Io vorrei dimandare se sia in potere di alcun uomo il » definire, che v'abbia una sola fra le verità a noi conoscibili, che si pos- » sa dire al tutto inutile. A credersi autorizzati di pronunciare una somi- » gliante sentenza, o convien conoscere l'incatenamento di tutte le verità » quante esse sono, o convien essere un ignorante — Per altro il Roma- » gnosi è coerente al principio: tolta la verità assoluta, resta la sola verità » pratica, che non è verità: la contemplazione è inutile in questo sistema; » tutto si riduce alla vita attiva; che è appunto il sistema contrario di- » rittamente a quello di colui che disse dell'amante contemplatrice, che » *optimam partem elegit.* »

Si potrebbe osservare primieramente che, senza essere ignorante, e senza bisogno di conoscere l'intiera connessione di tutte le verità, si può ben dire che vi sieno delle verità inutili, proprio inutili.

Poniamo, a cagion d'esempio, due uomini, uno dei quali si propon- ga di voler trovare il numero de' sassi che coprono una certa porzione del letto di un torrente; e l'altro invece la natura dei terreni circostanti e la coltura ad essi adattata. Tutti due cercano una verità: il primo trova

che quei sassi sono 100,000; l'altro trova il modo di rendere fertili delle pianure prima incolte; e il senso comune giudica stolto il primo, saggio e benefico il secondo: giudica cioè inutile la prima verità, utile la seconda; quel senso comune che dettava la nota antica massima: *nisi utile est quod facimus, stulta est gloria.*

Ma lasciando da parte tutto ciò (giacchè in queste osservazioni è mio scopo trattenermi soltanto di quello si riferisce direttamente alla dottrina religiosa del Romagnosi), mi pare che l'osservazione del Rosmini, fatta in fine del brano riferito, sia del tutto insussistente. Infatti il Romagnosi parla soltanto relativamente all'ordine naturale, e quindi non è da opporgli una sentenza risguardante l'ordine soprannaturale. E poi, questa evangelica sentenza è ella veramente opposta al principio, che il valore del sapere consista nell'opera proficua, e che ogni speculazione dalla quale non derivino cognizioni utili sia vanità? A me pare che no. Diffatti la *contemplazione* non è sinonimo di *speculazione*, perchè la contemplazione non esclude certo l'*amore;* anzi la vita contemplativa è apprezzata a preferenza della vita attiva, perchè appunto giova a condurre l'uomo ad una maggior perfezione di carità.

La stessa fede è morta, se dall'amore scompagnata; tanto più lo sarebbe la nuda speculazione, scompagnata dalla carità e dalla fede.

La scienza gonfia, e la carità edifica; dunque la contemplazione non è apprezzata se non in quanto la scienza che procura serve alla edificazione. Ora edificare, amare è sì o no opera, ed opera proficua? Il bene morale sta egli forse nella sola speculazione? Il premio è egli promesso alla nuda scienza, o non piuttosto all'amore? Dunque la contemplazione è scienza accompagnata da opera proficua; ha valore per l'opera proficua, ch'è appunto la carità; e qualora si riducesse a nuda speculazione, sarebbe vanità. — Pare dunque che ogni dubbio in proposito cessi, quando si avverta che la vita contemplativa non esclude l'opera; anzi la esige tanto, che senza questa si ridurrebbe a vana speculazione.

Intorno al § 669 delle *Vedute fondamentali* ec., pag. 248.

Il ch. sig. Ab. Rosmini, al proposito della parola *utilità* adoperata dall'Autore in questo paragrafo, e riferendosi anche ai §§ 650 e 651, dice: « La morale filosofia del Romagnosi non mostra *quasi mai* alcun » altro fondamento, se non quello dell'utilità, e dirò anco dell'utilità ma- » teriale. » E nella nota: « Alcuni col vocabolo di *utilità* comprendono » anche i beni morali, cioè la virtù e la giustizia. Il Romagnosi, non par- » lando che di que' beni che nascono dall'azione di noi sulla natura e

» della natura su noi, ci toglie fin anco la possibilità d'interpretare il suo » detto in un senso meno abbietto. » (*Rinnov.* ec., Lib. III. Cap. XXXV. pag. 424. ed. II.)

Io non entrerò qui a parlare diffusamente intorno al senso in che il Romagnosi adoperò la parola *utilità*, sì perchè sarebbe cosa troppo lunga per una semplice osservazione, sì perchè ne ho detto a sufficienza nelle note alla *Genesi del Diritto penale* e in quelle all'*Assunto primo del Diritto naturale*, sì perchè infine avrò campo di trattare più di proposito quest'argomento nel *Saggio* promesso. Dirò adunque poche cose.

In primo luogo la censura del Rosmini, cadendo sopra un brano staccato, non merita di venir calcolata, perchè il senso delle parole di un autore deve risultare da tutta l'opera, e non da brani trascelti.

(Si osservi di passaggio che il censore usa la frase restrittiva *quasi mai:* e di queste espressioni se ne vuol tenere gran conto!)

In secondo luogo, quando pure alcuna volta il Romagnosi avesse parlato dell'utilità in senso vago, ed anche materiale (ciò che però non concedo), non ne verrebbe per giusta conseguenza ch'egli avesse ammesso il principio dell'utilità in tutta la sua estensione, e con tutte le sue conseguenze: potrebbe nelle deduzioni e applicazioni aver offeso la logica, e salvate delle esigenze molto più sante.

In terzo luogo non è poi vero che le espressioni di questo paragrafo, anche prese isolatamente, inchiudano quel senso abbietto che loro attribuisce il Rosmini.

La parola *natura* si prende in senso latissimo, che abbraccia tanto la natura fisica che la natura spirituale e morale; e mi pare che il tenore dei paragrafi seguenti, e specialmente del 672 e 673, tolgano ogni dubbio sul senso latissimo in cui si prende in questo la parola *natura*.

Ora se parliamo, a cagione d'esempio, dei beni morali, della virtù, delle azioni le più sublimi, noi potremo giustamente dire che essi ci sono procurati dall'azione di noi sulla natura e della natura su noi (o sulla mente nostra, come dice il Romagnosi).

Infatti, se l'atto virtuoso è tale che si limiti alla sola intenzione, esso è il risultato di un'azione nostra (della volontà) sulla natura morale dell'uomo, colla quale azione vien diretta la mente a quei pensieri o giudizii che sono moralmente buoni, ossia il bene morale.

Se poi l'atto morale è anche esteriormente manifestato, egli non può esserlo se non a condizione che l'uomo agisca sulle cose esterne, ossia sulla natura materiale.

Reciprocamente dalle cose esterne possono venire degli eccitamenti

anche al bene morale, come avviene mediante l'esempio, gli scritti, l'educazione ec.; e questi eccitamenti sono un'azione della natura esteriore su noi.

Questo cenno, a mio credere, basta per provare l'assunto propostomi, che in questo paragrafo non vi è quel senso abbietto che crede vedervi il Rosmini.

Intorno al § 704 delle *Vedute fondamentali* ec., pag. 262,
nella nota.

Piacque al ch. Ab. Rosmini richiamare a serio esame la nota del Romagnosi a questo paragr. 704, e interpretatala nel senso in cui egli intese altri luoghi del nostro Autore, gli parve poterne trarre delle conseguenze così serie, che meritano un imparziale e diligentissimo esame. Ecco come egli si esprime nella sua Opera *Il rinnovamento della Filosofia* ec., Lib. III. Cap. XXXIII. pag. 383-385. Ediz. II.

« Uno dei poco dignitosi artificii del Romagnosi si è pur quello di » avvolgere insieme alcuni sistemi manifestamente erronei e strani con » delle verità religiose certe, ed anco dogmatiche; gittando poi queste » e quelli in un fascio fra le cose inutili, e peggio. A ragion d'esempio, » trae in beffa quelle ch'egli chiama *ultra-astrazioni*. Fino che per noi » non si sa che cosa egli intenda per codeste *ultra-astrazioni*, niuno » adombramento ci nasce della sua dottrina; ma non così ove si ricer» chi che voglia significare con quel vocabolo nuovo, opportuno all'in» tento d'avvolgere in un cotal velo quanto intende d'insegnare con esso. » Udiamo noi adunque la spiegazione ch'egli stesso dà di quel vocabolo.»

= Sotto il nome di *ultra-astrazioni* io intendo que' prodotti imaginarii, ne' quali l'uniformare e l'aggrandire vengono spinti all'ultimo segno escogitabile. Tale è, per esempio, la sostanza unica di Spinoza; lo spazio immenso per tutti i versi, da Newton appellato *sensorio di Dio*; la durata senza tempo; la perfezione somma astratta; in fine l'assoluto. Tutti questi concepimenti derivano in sostanza dal convertire una relazione in entità, e ragionarvi sopra, come appunto fanno i matematici colle loro infinità, le quali appartengono appunto a queste ultra-astrazioni. Io non voglio per ora dir nulla del loro valor ontologico, e però non definisco se entrar possano nel conto di merci logiche. L'istinto mentale non basterebbe a soddisfare alla decisione; perocchè allora il politeismo e ogni altra illusione si dovrebbero assumere come fonti di verità: dirò solamente ciò che Leibnitz disse dell'infinito matematico, cioè che queste ultra-astrazioni non istanno dentro, ma fuori del calcolo. =

= Ad ogni modo io sono autorizzato a lasciarle da una parte, a farne conto come gli scolastici della loro chimera, di cui così spesso facevano menzione nelle loro logiche dottrine, e a lasciarle a chi vuole camminare nelle tenebre e correre dietro ad ombre di morte. =

« Merita questo brano, che gli si dia tutta l'attenzione, a fine d'in-
» tender bene la mente del Romagnosi, e di conoscer la sua maniera di
» esprimersi. Osserviamo adunque, che

« 1.° In esso egli ci mette insieme un sistema panteistico, quello
» di Spinoza, e un'ardita e gratuita opinione di Newton, con due o tre
» proposizioni, che per molti altri filosofi sono verità delle più inconcus-
» se, e per tutti i Cristiani sono dei veri dogmi religiosi; cioè: 1.° la du-
» rata senza tempo, ossia l'eternità; 2.° la perfezione somma astratta, e
» l'assoluto, ossia Dio. Questo amalgama di veri così rispettabili ed au-
» gusti non meno in filosofia che in religione, con delle empietà e delle
» stranezze, è cosa che sola basta a dar notizia chiara di un uomo che
» non è sciocco, e che non può credersi non avvertire a quello che dice. »

« 2.° Or egli dichiara di tutte queste dottrine di così diverso gene-
» re affastellate insieme, ch'egli = non vuol dir nulla del loro valore
» ontologico, e non vuol definire se entrar possano nel conto di merci
» logiche. = Ma però notate bene, che nello stesso tempo ch'egli vi fa
» questa dichiarazione, vi dice ancora francamente: *a*) che quelle dot-
» trine sono *prodotti imaginarii; b*) che tutti questi concepimenti deri-
» vano dal convertire una relazione in entità, il che è quanto dire in er-
» rori madornali, come è appunto il prendere una mera relazione per
» una cosa reale; *c*) che non istanno dentro, ma fuori del calcolo; *d*) che
» si può lasciarli da parte, risguardandoli come la chimera degli scola-
» stici, cioè come un essere fantastico, privo al tutto di realtà; *e*) = final-
» mente ch'egli crede di poter lasciare quelle dottrine a chi vuol cam-
» minare nelle tenebre e correre dietro ad ombre di morte!! = »

« Ora leggendo tutte queste belle cose, accompagnate dalla solenne
» protesta di non voler dir nulla sul valore ontologico e logico di tali
» dottrine, è egli possibile che ad un uomo di buon senso non corra to-
» sto alla mente la filosofia beffarda dei sofisti francesi del secolo scorso;
» e che non ravvisi nel Romagnosi i vizii dell'età in cui crebbe, e i ve-
» stigi di una scuola che, per grazia di Dio, pute nauseosamente al nuo-
» vo secolo in cui viviamo? »

« 3.° Dopo di tutto ciò, viene quasi superfluo l'osservare, che il Ro-
» magnosi non solo limita la conoscenza del vero alle cose sensibili, e
» n'esclude le soprasensibili; ma non concede neppure, come fa il C. M.,

» che a queste si possa giungere coll' istinto, il quale, dice, se aver po-
» tesse autorità, convaliderebbe fin anco le stravaganze del politeismo.
» Ma che è ciò, dopo ch' egli già disse, che l' eternità, la somma perfe-
» zione, l' assoluto, sono tenebre ed ombre di morte? Nè possiamo ri-
» spondere che il Romagnosi nomina Iddio con rispetto in molti luoghi
» delle sue Opere; perocchè non ci siam noi accorti di aver che fare
» con una filosofia beffarda? »

E nel suo *Saggio sulla dottrina religiosa di Romagnosi*, inserito anche nel Volume delle Opere di *Apologetica*, così parla (pag. 8 del *Saggio* separato, e 304 dell'*Apologetica*)

« Il Romagnosi dice, che la *durata senza tempo*, ossia l'eternità, la
» *perfezione somma astratta*, e l'*assoluto*, che non è altro che Dio stes-
» so, sono *ultra-astrazioni;* e dichiarasi = autorizzato a lasciarle da una
» parte, e di farne conto come gli scolastici delle loro chimere, di cui
» così spesso facevano menzione nelle loro logiche dottrine, e lasciarle
» a chi vuole camminare nelle tenebre e correre dietro ad ombre di
» morte. = »

« Ma l'eternità, la perfezione somma, e Dio, sono i fondamenti del
» Cattolicismo, come anco della religion naturale. »

« Dunque la dottrina del Romagnosi in questi punti è anticattolica.»

Ometto tutto ciò che può essere questione di sola filosofia, com'è mio costume; perchè sulla moralità della polemica ho dei gran dubbii, quando non vi sia una grave necessità di usarne, anche se si rispettino quei confini che la decenza e qualche altra cosa ancora prescrivono; i quali credo di non avere oltrepassato in questa, nella quale fui obbligato ad impegnarmi dal convincimento di fare opera giusta e santa. Limito quindi le mie osservazioni a ciò che risguarda le capitali verità che il Rosmini crede offese dalle espressioni del Romagnosi.

Si potrebbe innanzi tutto notare, che un'accusa di simil fatta porta già con sè un certo sospetto d'inesattezza; perchè se il Romagnosi (come confessa il Rosmini) nominò con rispetto Iddio in molti luoghi delle sue Opere; se egli, come risulta dai passi che ho citato nella seguente osservazione (al § 841 delle *Vedute fondamentali*), ammise chiaramente ed esplicitamente la vita futura, cioè l'eternità; non è a presumere ch'egli voglia con parole velate insegnare il contrario di ciò che disse con parole aperte, le quali per lo meno sarebbero state da lui omesse, ove avesse avuto in animo d'insegnare il contrario in modo non facilmente intelligibile. Pare adunque che in tali circostanze un passo oscuro dovrebbe essere inteso in buona parte, almeno per non far torto al

buon senso dei lettori imparziali. Ma lasciando questo argomento, dirò così, *a priori*, andiamo al fondo della questione. Spremendo il succo di tutto il discorso del Rosmini, noi ricaviamo che la sua censura va in fine a cadere sulla qualificazione di prodotti imaginarii ec., data da Romagnosi a queste tre cose, che chiama *ultra-astrazioni*. Ciò sono:

La durata senza tempo. La perfezione somma astratta. L'assoluto.

Analizziamole una alla volta.

La *durata senza tempo* viene dal Rosmini presa puramente e semplicemente come sinonimo di *eternità*. E ciò posto, quale conseguenza più giusta di quella ch' egli ne trae? Ma l'imbroglio non istà già nell'ammettere la sua conseguenza, accordata la premessa: l'imbroglio sta appunto nell'accordargli la premessa; giacchè non credo che ad alcuno sia mai caduto in mente di definire l'eternità — *la durata senza tempo*; — e quand' anche questa definizione fosse stata data, non ne seguirebbe che fosse giusta.

La parola *eternità* si prende in due sensi: nel primo indica la esistenza senza principio e senza fine, e questo concetto dell'eternità non può applicarsi che a Dio; nel secondo indica la continuazione senza fine dell'esistenza attuale ch'ebbe principio, e si applica, a cagion d'esempio, alle pene della vita futura.

Tanto nell'uno che nell'altro senso la parola *eternità* non può esattamente tradursi nella frase *durata senza tempo*. Infatti la *durata* esprime la continuazione dell'esistenza anteriore, ma non esclude i concetti di *principio* o di *fine*: il *tempo* poi esprime un complesso finito d'istanti. Ed è ciò così vero, che anche nel comune linguaggio si contrappone il *tempo* all'*eternità*.

Ora l'idea di *eternità* nel primo senso esclude l'idea di ogni limite, e nel secondo senso esclude l'idea del fine. Volendo dunque tradurre la parola *eternità* in un'altra espressione, bisognerebbe chiamarla *durata senza limiti* nel primo significato, e *durata senza fine* nel secondo, e non mai *durata senza tempo*. Io me ne appello a quanti sanno apprezzare il valore delle parole, anzi al linguaggio comune.

Ma v'è qualche cosa di più. Se le parole *durata* e *tempo* hanno il significato sopra stabilito, com'è fuor di dubbio, esse in sostanza sono idee così connesse, che l'una non può stare senza dell'altra; non potendosi concepire la continuazione dell'esistenza precedente, se non in un complesso d'istanti successivi. Perciò la *durata senza tempo* è un concetto contradditorio, come sarebbe quello di *quadrupede bipede*, nè più nè meno; o, per parlare più chiaramente, e con maggior relazione

alle frasi del Romagnosi nel luogo che esaminiamo, il volere separare dall'idea di durata, cioè di continuazione dell'esistenza precedente, l'idea di tempo, è un astrazione viziosa, un' ultra-astrazione, che conduce a un concetto contraddittorio, vale a dire a una chimera. Che se esaminiamo ancor più intimamente questi concetti, quello di tempo non è che un'idea di relazione, nel quale necessariamente si unisce all'idea di durata: se questa relazione noi la convertiamo in una realtà, e vogliamo separarla dal concetto nel quale si compenetra non come attributo reale, ma come semplice relazione, noi andiamo, come si diceva, nell'assurdo, nel contraddittorio, andiamo dietro ad ombre vane.

Tanto è lungi adunque che l'idea di *eternità* sia traducibile in quella di *durata senza tempo*, che anzi, ammettendo la possibilità di questa versione, si verrebbe a stabilire che l'idea di eternità fosse assurda, contraddittoria, e quindi impossibile; perchè appunto assurda, contraddittoria, impossibile è l'idea di *durata senza tempo*.

Ma poniamo che tutto questo ragionamento fosse falso, cioè che le nozioni di *durata* e di *tempo*, come io le diedi sull'appoggio del comun modo di adoperare questi vocaboli, non fossero giuste: sarebbe sempre da vedere se quelle parole avessero nella fraseologia del Romagnosi il significato che io loro attribuiva, giacchè alla fine poi le parole adoperate da un autore vanno intese in quel senso in cui le usava. Per accertarci su questo punto, vediamo com'egli definisca la durata e il tempo. Io trascrivo le parole sue dai §§ 312 e 313 degli *Opuscoli filosofici*, pag. 613.

= Tutto il mistero (in qualunque cosa capace di più e di meno) consiste nell'unità continua, a cui si aggiunge il nostro giudizio di poter crescere o diminuire all'infinito. Questo giudizio, speculativamente e metafisicamente concepito, viene di fatto applicato alle cose reali esistenti fuori di noi, senza avvertire se questo modo e se questo giuoco delle nostre idee possa o no effettuarsi in natura. Un'analisi più esatta dell'idea del *tempo*, e quindi della durata, potrebbe vieppiù rendere chiara questa verità. Siccome il numero altro non è che una pluralità compresa sotto di un solo concetto, così pure il tempo si può dire essere una pluralità di istanti compresi sotto di una sola nozione. =

= Il carattere precipuo dell'idea del tempo consiste nell'idea di *successione;* e questa idea si forma colla *compresenza* di un'idea stabile e di altre variabili. Così, per esempio, da una parte sento il movimento prolungato di un carro, e simultaneamente sento molti tocchi di una campana, che si succedono l'uno all'altro. Durante il romore del carro conto dieci colpi di campana; questi si associano all'idea unica del ro-

more del carro: ed ecco che io mi formo l'idea di un periodo. Io incontro più casi simili presentatimi dall'esperienza, e quindi passo ad estrarne l'idea generale; e con questa estrazione generale nasce l'idea del *tempo* in generale. Per quella funzione poi ordinaria del mio intelletto di togliere i limiti, formo l'idea di un tempo indefinito e di una durata senza fine. =

Risulta da questo passo, che Romagnosi intendeva la durata e il tempo nel modo che ho sopra spiegato, cioè secondo sono intese queste parole nel comune linguaggio, giacchè egli viene a stabilire:

1.° Che l'idea di durata è correlativa a quella di tempo, poichè dice = un'analisi più esatta dell'idea di tempo, e QUINDI della durata. =

2.° Che il tempo si può dire una pluralità d'istanti compresi sotto una sola nozione, come appunto io lo definiva.

3.° Che l'idea del tempo e della durata inchiude dei limiti, i quali bisogna togliere quando si vuol formare l'idea di *tempo indefinito*, di *durata senza* FINE. Dunque il significato che Romagnosi dava alle parole *durata* e *tempo* conferma quanto dissi; e perciò resta fermo, che l'espressione *durata senza tempo* è assurda, perchè colle funzioni della nostra mente non possiamo formarci che l'idea di *tempo indefinito* e di *durata senza fine*, e non mai quella di *durata senza tempo*, perchè non possiamo formarci idee contradditorie.

Ma di ciò basta. Passiamo alla seconda frase da Romagnosi qualificata per ultra-astrazione, che è la *perfezione somma astratta.*

Io non saprei ben dire se il Rosmini censuri queste parole prese da sè, oppure le consideri unite colle altre, *durata senza tempo* e l'*assoluto.*

Pare dai due brani sopra riferiti, ch'egli prenda l'espressione di *perfezione somma astratta* unita alla seguente, l'*assoluto*, come sinonimo di *Dio;* e se si guardi al modo con cui espone nuovamente nell'*Apologetica* alla pag. 315 questo luogo del Romagnosi, ripetendo ciò che aveva detto nel *Rinnovamento* ec., pare anzi che le unisca insieme tutte tre, perchè così discorre. « Il Romagnosi dice, che della *durata senza* » *tempo*, della *somma perfezione astratta*, e dell'*assoluto*, il che è quan- » to dire dell'eternità di Dio, egli fa quel conto che della chimera face- » vano gli scolastici ec. » (*Saggio sulla dottrina religiosa* ec., pag. 19.)

Che che però ne sia, egli è evidente che quelle frasi sono dal Romagnosi prese disgiuntamente; e ad ogni modo, se non hanno, isolate, quel senso che loro dà il Rosmini, non lo avrebbero neppure unite.

Venendo dunque ad esaminare questa seconda frase; la perfezione somma la consideriamo o in Dio, o nell'uomo.

La perfezione in Dio esprime quell'attributo essenziale della divinità, il quale consiste nell'esclusione d'ogni difetto, d'ogni limite in tutti i sensi; e quindi la perfezione somma non può, a parlare propriamente, convenire che a Dio. La perfezione nell'uomo, ente finito, non indica che il continuo accrescimento o sviluppo in qualsiasi sua facoltà, e specialmente l'avanzamento sempre crescente nel bene morale, nella virtù, ed inchiude sempre l'idea di limite, essendo l'uomo un essere finito; per cui la perfezione nell'uomo non può mai dirsi somma. Dunque la perfezione somma non può ammettersi che in Dio.

Ma quale idea possiamo aver noi mai della perfezione di Dio? Quando abbiamo detto che in Dio non havvi alcun limite nè alcun difetto, abbiamo detto tutto. Il filosofo e il teologo asseriscono Dio perfettissimo; ma, se sono sani di mente, non intendono con questo vocabolo altro che l'esclusione da Dio di ogni difetto in tutti i sensi: e se qualche filosofo vuol parlare della perfezione somma astratta, e pensa di comprendere che cosa sia, e ne discorre come se ne avesse l'idea distinta; egli spinge la sua mente a cercare l'incomprensibile, e parla di ciò che non conosce, nè può conoscere; egli ingrandisce oltre la misura delle forze della ragione umana quell'idea di perfezione limitata, e quindi impropriamente detta, che si è formata coll'astrazione; e questa sua perfezione somma astratta si può giustamente lasciarla da parte, perchè è fuori del dominio della mente umana.

Malebranche, che certamente non era ateo, nè aveva un'idea bassa e vile della Divinità, diceva molto giustamente:

Vous devez savoir que pour juger dignement de Dieu il ne faut lui attribuer que des attributs incompréhensibles. Cela est évident puisque Dieu est l'infini en tout sens; que rien de fini ne lui convient; et que tout ce qui est infini en tout sens, est en toutes manières incompréhensible à l'esprit humain. (Entretiens de Metaphysique. Entr. VII. *De Dieu et de ses attributs.*)

Ora, se nessuno può dubitare che la perfezione, come attributo di Dio, è infinita; se nessuno può negare che l'infinito sia incomprensibile alla mente umana finita; ne segue che molto a ragione il Romagnosi collocò fra le ultra-astrazioni la perfezione somma astratta, in quanto con queste parole si pretenda esprimere un'idea distinta della perfezione somma considerata in sè, e si pretenda di *ragionarvi sopra*, come si farebbe in quelle cose che stanno nei limiti delle forze della mente umana. Non saprei come si potesse trovare in ciò nulla che offenda la Religione, la quale, ben lungi dall'ingiungerci di occupare la mente no-

stra nella ricerca di cose incomprensibili, ci avverte anzi che: *scrutator majestatis opprimetur a gloria.*

Riflettendo un momento a questo brano del Romagnosi, che *nomina Iddio con rispetto in molti luoghi delle sue Opere* (e la confessione del Rosmini mi dispensa da ogni citazione), e che, al dire del censore medesimo, *non è sciocco, e non può credersi non avvertire a quello che dice;* si vede apertamente ch' egli pensava di lasciare a chi vuole camminare nelle tenebre quei concepimenti che sono assurdi e contradditorii, ovvero incomprensibili, i quali tutti *stanno fuori del calcolo*, cioè non possono essere oggetto dell' umano pensiero, alcuni perchè importano l'assurdo, altri perchè sorpassano le forze della mente umana.

Io credo che queste riflessioni rendano così evidente non essere nel passo che esaminiamo nulla che offenda le cattoliche verità, che più non si potrebbe ragionevolmente desiderare.

Ci resta a parlare dell'*assoluto*, da Romagnosi pure chiamato *ultra-astrazione*, prodotto imaginario.

Io non so come mai il Rosmini, conoscitore profondo qual egli è dei sistemi filosofici, abbia potuto credere che con questo vocabolo venisse significato solamente ed esattamente Dio.

Io non andrò cercando nella storia della filosofia le molte significazioni nelle quali si prese la parola *assoluto:* questa fatica, quantunque poca, sarebbe gettata, poichè resterebbe ancora a stabilire in quale di queste significazioni lo intendesse il Romagnosi. Adunque riferirò qui a dirittura un brano del nostro Autore, dal quale rileveremo apertamente in che senso egli intendesse l'assoluto, e se avesse ragione di non farne alcun conto. Si noti che questo brano è tratto da un articolo sulla filosofia di Kant, stampato tre anni prima (1829) che si pubblicassero le *Vedute fondamentali sull'arte logica* (1832), nelle quali si legge questa nota sulle ultra-astrazioni censurata dal Rosmini. Ciò avvertito, ascoltiamo le parole del Romagnosi.

= Dapprima Senofane fra i Greci antichi, indi Spinoza un secolo e mezzo fa, e finalmente alcuni successori di Kant in Germania, si avvisarono di annientare la reale esistenza della pluralità degli esseri, per ritenerne un solo che fosse senza limiti e senza condizioni, e che fu denominato *assoluto*, il quale avendo in sè stesso il principio e il fine di tutte le esistenze, non abbisognava di accattare il sapere da veruna potenza. Ecco il così detto *sistema dell'identità* e *dell'idealismo trascendentale;* sistema il quale, come osservò l'Ancillon, non è che una modificazione dello spinozismo. È noto che Spinoza sostenne non esistere che una so-

stanza unica, che fa la figura di mondo, di uomo e di Dio. Or bene, alcuni maestri alemanni annientano l'individuo, « e si posano nel seno dell'assoluto, dal quale sortono poi mediante diversi atti liberi della loro onnipotenza, per dar nuova vita agl' individui e per generare le scienze. Se l'assoluto inghiottì tutto, ciò fu per restituire la sua preda. Hanno ridotto tutto al nulla, ed anche loro stessi in qualità d'individui, onde arricchire l'assoluto; e l'assoluto si mostra riconoscente a questo servigio col riprodur tutto. Questo sistema si è quello dell' *idealismo trascendentale.* » =

= Si domanda che cosa sia questo assoluto, che assorbisce tutte le esistenze individuali per formarne una sola. O è un nulla, o è qualche cosa. Se è qualche cosa, egli sarà un ente reale ed una sostanza unica. L'idealismo dunque trascendentale altro non è che lo spinozismo sublimato. Ancillon qui descrive i modi di questo sistema; ma la tesi è: non esistere fuorchè una sostanza unica, la quale si pascola colle sue fantasie. L'idealismo di Fichte, ristretto agl' intelletti umani, fu trasportato alla sostanza unica universale, che fa la figura di mondo, di uomo, di Dio, annientando l'universo tutto, compreso l'*io* umano. Leggansi le Opere di Schelling, di Villers, di Krug, di Bardili ec., e si troverà quest'ultima gradazione dell'aseismo elevato all'infinito. = (*Opusc. filos.*, § 293. 294, p. 604.)

Questo assoluto infine non è dunque altro che la relazione di dipendenza del finito, del contingente dall'Essere infinito e necessario, convertita in entità reale, per cui quest'assoluto si figura essere il tutto.

Ora non pare che Romagnosi s'ingannasse, dicendo che l'assoluto è un prodotto imaginario!

Ecco a che si riduce tutta la censura del Rosmini. Io credo che non possa più restar dubbio sul senso vero di quelle tre espressioni che erano l'oggetto delle nostre ricerche; e quindi, riassumendo, arriviamo a queste conseguenze:

1°. La *durata senza tempo* non vuol dire *eternità.*

2°. La *perfezione somma* vien giustamente collocata fra le ultra-astrazioni, non in quanto si limiti ad indicare l'esclusione da Dio di ogni difetto in tutti i sensi, ma in quanto la perfezione somma astratta è incomprensibile.

3°. L'*assoluto* non è per molti filosofi che un'espressione equivalente a quella di sostanza unica; e il Romagnosi lo intende e censura in questo senso.

4.° Dunque la dottrina di Romagnosi non è in questi punti anticattolica.

Se la giustizia vuole che le parole oscure di un Autore d'intemerata fama sieno intese nel miglior senso, ne segue che le espressioni di questa nota dovrebbero essere prese in buona parte, anche se fossero veramente oscure, anche se non avessimo altri luoghi delle Opere sue che le rischiarassero. Che si dovrà adunque fare quando le frasi, ch' egli dichiara prodotti imaginarii, sono tali realmente, e non hanno che fare coi dogmi cattolici; e quando abbiamo de' luoghi chiari delle Opere sue nei quali parla di Dio con rispetto, e si professa veneratore delle grandi e sublimi verità cattoliche, dall'esprimere le quali le frasi da lui riprovate sono tanto lontane, quanto la luce dalle tenebre?

Intorno al § 841 delle *Vedute fondamentali*, pag. 313; ed ai §§ 1 e 41 degli *Opuscoli filosofici*, pag. 471 e 486.

Delle cose dette dal Romagnosi in questi paragrafi il Rosmini ne parla nell'Opera *sul rinnovamento della filosofia* ec., Lib. III. Cap. 33. pag. 385-387, ediz. II.; e nell'opuscolo *sulla dottrina religiosa* di Romagnosi, pag. 8 (pag. 304 dell'*Apologetica*).

Nel primo luogo egli si esprime di questa maniera:

« Il Romagnosi dice che sulle disposizioni della economia divina » riguardante la natura umana = convien far punto =, soggiungendo » di poco buon umore: = e che perciò? vorreste forse colle tenebrose » vostre cosmologie gettar ancora la filosofia nelle larve analogiche niente » più valevoli delle cosmogonie caldaiche, indiane, cabalistiche? A » che pro trascinarci in un pelago oscuro, infinito, inutile alla mentale » educazione? (*Vedute fondamentali*, § 841.) = »

« Ora questa maniera di parlare è, a dir vero, non poco equivoca. » Si nominano, è vero, con dispregio le sole cosmogonie caldaiche, in» diane e cabalistiche; non si parla dell' ebraica: ma che intende egli » per cosmogonie caldaiche? io non voglio rilevarne il mistero. Dico bensì » che quella maniera di parlare esclude tutte le cosmogonie, e non le » sole nominate. Se ad una sola egli facesse grazia, se avesse voluto ser» bare l'ebraica, e almeno come documento storico non potea preterirla, » l'avrebbe assai probabilmente nominata. Ma egli vuole che sull' econo» mia divina riguardante il genere umano si taccia del tutto. Or questo » assoluto, questo profondo silenzio sopra ciò che forma e formerà sem» pre l' interesse massimo dell' umanità, e di cui si parlerà sempre, chec» chè si faccia o si dica, non solo è impossibile, non solo non istà con » chi professa la religione di Gesù Cristo, ma non è degno nè pure di » un filosofo: e chi proibisce a' suoi simili il ricercare onde provennero,

» e a quale destinazione vanno, il meno che dir si possa di costui si è,
» ch'egli professa una filosofia assai povera, e al tutto insufficiente ai bi-
» sogni dell'umanità, una filosofia a cui egli medesimo dà ben poco va-
» lore, quando non la crede atta a travalicare di un passo il breve cir-
» colo della materia segnato alla vita presente. »

« E però non fa maraviglia se dica in un luogo, che = il limite del-
» l'impenetrabile riguarda le cause prime = (*Opusc. filos.*, § 1), dopo
» aver detto che = l'impenetrabile è assoluto, perchè non si può tra-
» scendere da veruna potenza umana = (ivi). E tuttavia fa maraviglia la
» maniera onde esclude la filosofia dell'economia divina sulla vita futu-
» ra, perocchè dice che = essa non abbisogna delle arguzie della filoso-
» fia per assicurare il suo trionfo = (ivi, § 41). Anche coloro i quali so-
» no persuasissimi di questa sentenza converranno meco, che ella non
» può essere sincera in bocca del Romagnosi; ch'ella pare anzi conte-
» nere un dispregio affettato della filosofia, alla quale in tanti luoghi lo
» stesso Romagnosi commette l'umano perfezionamento. Piuttosto il di-
» videre sì fattamente la filosofia dalla religione, e il non volere che quel-
» la si mescoli punto nè poco delle *cause prime* e degli eterni destini
» dell'uomo, potrebbe indurre altri a credere, che si voglia con ciò sta-
» bilire una filosofia al tutto materiale, e, mi si permetta il vocabolo per
» ributtante ch'egli possa parere, atea. »

E nell'opuscolo sulla *dottrina religiosa* di Romagnosi (*Apologetica*):
« Il Romagnosi dice che = l'impenetrabile è assoluto, perchè non si
» può trascendere da veruna potenza umana =; e poi dice che = l'im-
» penetrabile riguarda le cause prime =; e che sulle disposizioni del-
» l'economia divina risguardante la natura umana = convien far punto =,
» escludendone anche le cognizioni positive e storiche, non solo le filo-
» sofiche. »

« Ma il Cattolicismo ci svela l'economia divina risguardante la na-
» tura umana; anzi non tratta, si può dire, che di questa sublime e
» consolante economia, e ci dà in mano dei documenti storici, che ci di-
» chiara infallibili, i quali manifestano inoltre le disposizioni divine e po-
» sitive circa i destini dell'umana specie. »

« Dunque la dottrina del Romagnosi in questa parte non si concilia
» colla dottrina cattolica. »

Ora se abbiamo ascoltato pazientemente queste amare parole, ascol-
tiamo anco il Romagnosi. Egli nel luogo in parte citato dal Rosmini dice
precisamente: = accordo che il mondo della natura non viene compreso
fuorchè nei rapporti dell'economia divina risguardante la natura umana,

e però convien far punto sulle dispensazioni di questa economia. E che perciò? Vorreste forse colle tenebrose vostre cosmologie ec. =

Negli *Opuscoli filosofici* poi (§ 39. 40. 41) così solennemente si esprime, ch'io reputo conveniente riferirli qui, onde dall'immediato confronto tra la censura rosminiana sopra qualche frase ambigua od oscura, e le parole esplicite e positive del Romagnosi risulti all'evidenza provato il contrario di ciò che asserisce l'illustre filosofo roveretano.

Ecco dunque come discorre il Romagnosi. Egli, dopo aver detto dell'insussistenza dei sistemi dell'*armonia prestabilita*, delle *cause occasionali* e dello *spiritualismo puro*, prosegue così:

= Rispettabile fu l'intenzione degli autori di queste ipotesi, e mirabile il loro ingegno; ma non si avvidero che le loro speculazioni divenivano o inutili o pericolose per il fine pel quale erano state imaginate: essi non avvertirono che si deve ammettere la spiritualità dell'anima come dogma filosofico, e la di lei vita futura come dogma religioso: confondere questi due aspetti egli è lo stesso che porre in contingenza la sanzione suprema della Morale. Posto il dogma sacrosanto e consolante della vita futura, il materialista ha perduto irreparabilmente la causa senza che sia d'uopo abbattere le sue obbiezioni, o vincere il suo pirronismo: quanto poi al teologo, egli non ha guadagnato la causa sua se non fa valere il dogma della vita futura, indipendentemente dalla natura dell'anima umana. =

= E per verità, che cosa avrebbe guadagnato il materialista quando anche mi provasse che l'anima sia dissolubile? Nulla del tutto: gli rimarrebbe sempre a provare non esistere un Reggitore supremo dell'universo, il quale voglia il premio del giusto, e la punizione del malvagio. Egli provar dovrebbe, che come Dio gli conservò l'anima per un tempo finito, non la possa conservare per un tempo indefinito (come il Cristiano crede del corpo glorioso dopo la finale risurrezione). Finalmente provar dovrebbe, che Dio potendo conservare quest'anima materiale, egli non voglia assegnarle una sorte corrispondente ai meriti acquistati. Viceversa, che cosa avrebbe guadagnato il teologo quand'anche provasse che l'anima è indisolubile? Nulla del tutto: gli rimarrebbe sempre a provare che quest'anima non sia abbandonata a dormire per sempre in un seno della terra, o ad errare a caso nell'aria; ma che all'opposto Dio vuole sottoporla ad una vita corrispondente a' suoi meriti. =

= A che dunque si riduce la cosa? All'unico articolo della divina economia sulla vita futura: su questa base riposa tutta la sanzione religiosa; essa non abbisogna delle arguzie della filosofia per assicurare il

suo trionfo. Quando dunque Berkeley imaginò l'idealismo per appuntellare la religione, rispondere gli si poteva, come si può rispondere ad ogni suo pari: *non talibus auxiliis nec defensoribus istis tempus eget.* Tutto questo fu detto di passaggio, per avvertire che non conviene sostenere l'opera stabile divina come se si trattasse di un'opera meno che umana; e però che conviene lasciare ad ogni scienza le sue competenze. =

Dal semplice tenore di questi passi, senza bisogno di alcuna interpretazione, risulta che Romagnosi ammetteva:

1.° la divina economia riguardo alla natura umana;

2.° che il mondo della natura non viene compreso fuorchè nei rapporti di questa economia;

3.° che la spiritualità dell'anima è un *dogma* filosofico;

4.° che l'immortalità dell'anima, o la vita futura, è un *dogma* religioso *sacrosanto* e *consolante;*

5.° che questo dogma basta per sè solo a far perdere irreparabilmente la causa al materialista;

6.° che l'articolo dell'economia divina sulla vita futura, base su cui riposa la sanzione religiosa, trionfa senza bisogno dei puntelli delle umane sottigliezze;

7.° che non bisogna confondere ciò che spetta alla filosofia con ciò che spetta alla teologia, ec. ec.

Ora domando se tutte queste proposizioni facciano supporre che chi si esprime così chiaro ed aperto non creda alla rivelazione. Domando se un luogo oscuro possa essere interpretato così aspramente, a fronte di confessioni di questa fatta. Domando infine se una filosofia, la quale conduce chi la professa a simili conseguenze, possa essere sospetta di ateismo, di materialismo!

Potrei aggiungere, che le oscure parole tanto temute dal Rosmini significano in sostanza, che quantunque si debba ammettere una divina economia riguardo alla natura umana, tuttavolta non si deve spignere la curiosità fino all'intemperanza, e pretendere di scandagliare colla ragione gli abissi di questa economia.

Potrei soggiungere che il Cattolicismo, a parlar propriamente, non ci *svela l'economia divina* risguardante la natura umana; ma ci *svela solo gli effetti, i decreti, le disposizioni di questa economia*, che servono a nostra guida e conforto; mentre quando c'instruisce, a cagion d'esempio, sulla redenzione, sulla grazia, sulla predestinazione, ce li dichiara *misterii* incomprensibili all'umana ragione; e l'insegnar dei misterii non è certo svelarli.

Potrei dire queste e molte altre cose, potrei addurre altre testimonianze del Romagnosi; ma ciò non mi è concesso dalla brevità che mi proposi, e temo di aver violata anche troppo in queste osservazioni; e non è poi neppure domandato dalla necessità di convincere i più ritrosi della verità di quella proposizione che ho tante volte ripetuta e spero provata, non essere, cioè, anticattolica la dottrina di Romagnosi.

Io dovrò altresì ritornare un tratto sulle cose dette dal Rosmini in una nota al luogo sopra riferito, ed altrove, riguardo ai *Cenni* di Romagnosi *sui limiti e direzione degli studii storici*, e confido di recare altre prove della medesima consolante verità testè accennata.

Intorno ai §§ 804, 805 e 871. delle *Vedute fondam.* ec., pag. 300-301 e 324; e al § 179 degli *Opuscoli filosofici*, pag. 551.

Il Rosmini riferendo alcune frasi di questi paragrafi, crede poterle interpretare in modo da essere condotto a pensare che la dottrina di Romagnosi penda, e non poco, al materialismo. Io riferirò per intero le parole sue, come al solito; sembrandomi che in dispute cosiffatte il lettore, per giudicare rettamente, abbia bisogno di aver sott'occhio le frasi scelte a base dell' accusa e il preciso tenore di questa.

Il Rosmini adunque nell'Opera più volte citata: *il Rinnovamento* ec., Lib. III. Cap. XXXIV. pag. 398-400. ediz. II., adduce le seguenti espressioni del Romagnosi, ove parla del potere della ragione:

= Quando tu saprai dirmi che cosa intrinsecamente sia la vita, allora pure dir mi potrai che cosa intrinsecamente sia questo potere. Forse fra amendue esiste una comunione ed un nesso segreto che finora non fu rivelato. (*Vedute fond.*, § 871)=; poi prosegue: « Con dei semplici » *forse*, si può trarsi molto innanzi nell' indagine di un' assoluta certez» za? Per altro queste parole assai chiaro dimostrano, che il Romagnosi » non afferrò l'essenziale distinzione fra il *conoscere* e il *vivere animale;* » e però non vide l'opposizione che il primo tiene al secondo per sì fatta » guisa, che la natura dell' uno esclude la natura dell'altro. Sospettò dun» que che il conoscere sia qualche cosa di simile ad una funzione anima» le; il che solo basta a mostrare che la sua certezza non è concepita da » lui come dotata di vera razionalità, e però non è punto nè poco cer» tezza. » E nella nota così discorre:

« Quanta attenzione io credo doversi porre a non attribuire agli scrit» tori opinioni men rette, le quali non appariscano chiare nelle loro » scritture; altrettanto estimo non doversi dissimulare o velare quello » che v' ha d' erroneo e di pernicioso per entro alle opere loro fatte di

» pubblica ragione; il che darebbe in noi mostra o di vile adulazione, o
» di pusillanimità, o di piccolo amore pel pubblico bene. Dirò dunque
» di nuovo, secondo il mio costume, assai francamente quello che io
» penso della dottrina del Romagnosi: penso ch' essa penda, e non poco,
» al materialismo. Intanto qui si vede, che fra il potere razionale, e la
» vita animale, egli non trova una essenziale differenza; anzi vien sospet-
» tando fra loro una comunione, un nesso secreto. Questo già è molto,
» perciocchè è un disconoscere nell' intelligenza quell' elemento immuta-
» bile e veramente eterno che la costituisce; quando nella vita animale
» nulla v' ha che non sia distruttibile. Ma che concetto s' è poi egli for-
» mato della vita animale? Quindi conosceremo il concetto che s' è for-
» mato anche dell' intelligenza, che con quella sospetta aver secreta co-
» munione. Il nostro autore dà manifesto segno di credere che la vita
» animale sia un risultamento di atomi e di gaz! In un luogo egli vuol
» mostrare che tutte le idee sono derivate. Ora fa l' obbiezione a sè stes-
» so, che le idee hanno de' caratteri opposti a quelli delle sensazioni, p.
» e. la semplicità. Ma egli risponde, che non si può da questo dedurre,
» quelle idee non essere un prodotto di più forze anche estese, perocchè
» = un effetto di nozione semplicissima può derivare da cause compo-
» stissime = (*Vedute fond.* § 804.); e reca in esempio la vita che risul-
» ta dagli atomi e dai gaz, sebbene con essi ella non mostri alcuna ras-
» somiglianza, = Vorreste forse, dice egli, darmi la vostra impotenza a
» conciliare le cause delle cose sperimentali per pronunziare sulle ori-
» gini? Allora io comincierei col dirvi non esistere vita alcuna, perchè
» cogli atomi e coi gaz non posso vedere come nasca la vita. = (*Vedute*
» *fond.*, § 805). In un altro luogo esprime lo stesso pensiere, dicendo
» contro quelli che dall' analisi delle idee vogliono indurne che non ven-
» gon tutte dai sensi: = nei composti razionali di unità complessa fanno
» scomposizioni dialettiche, — come se si trattasse di scoprire semplici rap-
» porti di quantità. Ma è noto che come sotto all' azione della chimica la
» vita sparisce, e la forza vitale non si coglie giammai; così sotto la chi-
» mica dialettica si dissipa la forza razionale, e la generazione mentale
» non si raggiunge giammai =. (*Opusc. filosofici* § 179). Queste parole
» non avrebbero nessun senso e valore, dove non si supponesse per cer-
» to, che la vita è un prodotto di elementi chimici, ragionando l' autor
» nostro così: — Come gli elementi chimici e temperati insieme a certa
» foggia producono la vita, ma scomponendoli questa si perde; così scom-
» ponendo il pensiero umano, ci restano tali elementi, coi quali non veg-
» giamo il modo di ricostruirlo. — L' argomento è antilogico, come ognun

» vede; e, a dire solo alcuni dei molti peccati che gli pesano addosso:
» 1.° In esso si suppone per certo che la vita animale sia un risultamen-
» to di elementi materiali: or questo è meno che un'ipotesi, è meno che
» un'affermazione gratuita, è un errore. La parità dunque non vale, non
» prova nulla, non esiste in natura. 2.° Nella scomposizione chimica la
» vita ci sfugge, e ci restano in mano delle particelle materiali morte. Non
» è già così nella scomposizione dialettica; anzi in questa ci restano in
» mano degli elementi vivi, e tanto vivi, che son questi appunto, queste
» nozioni e idee, che involgono una contraddizione *in terminis*, a voler-
» le dichiarar sensazioni. L'argomento avrebbe qualche forza, se dopo
» aver noi analizzati e scomposti i pensieri, non ci restasse che sensazio-
» ni, e ci svanisse tutto ciò che è razionale; allora si potrebbe dire in qual-
» che modo: ecco qua gli elementi del conoscere: è vero che il razionale
» è svanito; ma ciò sarà avvenuto, perocchè egli dee essere un risulta-
» mento di questi elementi fra di sè congiunti, noi non sappiamo in che
» modo. All'opposto, facciasi ciò che si vuole, la parte razionale non si per-
» de mai; sta sempre là innanzi agli occhi dei sensisti, ferma come uno
» scoglio: taglia, assottiglia, lambicca; la parte razionale non si fa che più
» pura dal senso, più inesplicabile. Il fatto adunque riesce per appunto al
» contrario di ciò che afferma il Romagnosi, e prova dirittamente contro di
» lui. Convien riflettere che le ultime, le più elementari idee non hanno
» nulla di comune colla sensazione: ove fossero solo differenti da questa,
» si potrebbe rampinarsi; ma che nature intrinsecamente contrarie sieno
» prodotte da altre nature intrinsecamente contrarie, ciò cozza non solo
» col principio di causalità, ma ben anco con quello di contraddizione.
» Molti altri errori potrei osservare; ma me 'l vieta la brevità di una no-
» ta. Raccoglierò piuttosto l'argomento, e dirò: 1.° il Romagnosi sospetta
» una comunità fra la vita animale e il principio razionale dell'uomo;
» 2.° la vita animale è considerata dal Romagnosi come un accoppia-
» mento di particelle al tutto materiali. Dunque la sua dottrina precipita
» verso il materialismo. — Recherò altrove delle altre prove della me-
» desima increscevole conclusione, e tutto ciò in avviso alla buona gio-
» ventù italiana. »

Abbiamo già veduto nella nota precedente quale materialismo di nuovo conio sia quello del Romagnosi: gioverà però rifarsi un tratto sull'argomento, che è, per verità, di grandissima importanza.

Analizziamo adunque le frasi sulle quali il Rosmini appoggia queste sue censure, onde vedere qual senso abbiano, specialmente quando si leghino alle precedenti o alle successive.

In queste parole: *quando tu saprai dirmi che cosa intrinsecamente sia la vita, allora pure dir mi potrai che cosa intrinsecamente sia questo potere* (della ragione), io non so vedere che il Romagnosi sospetti il conoscere essere qualche cosa di simile ad una funzione animale. Parmi che egli voglia dire soltanto, che l'intrinseca natura di questo potere è incognita, com'è incognita l'essenza della vita; cioè che la natura di quello e di questa hanno ciò di comune, d'essere entrambe incognite. *Forse* (soggiunge il Romagnosi) *fra amendue esiste una comunione ed un nesso segreto che finora non fu rivelato.* La quale espressione s'intende benissimo nel senso, che tra la vita e il potere della ragione vi sia un nesso, un legame, una relazione ancora ignota: ma non mi pare se ne possa inferire che il Romagnosi non trovasse alcuna essenziale differenza fra il potere razionale e la vita animale. Tanto più ch'egli tosto soggiunge: *ma siccome, a fronte dell'ignoranza dell'essere intimo della vita, si può distendere una igiene ed una chimica; così pare che, malgrado l'ignoranza dell'indole intima del senso razionale, stabilir si possano le condizioni dei buoni metodi scientifici, della buona educazione morale, e dei confacenti ordinamenti sociali.* Nelle quali parole mi sembra confermato il senso che io credo, fuor di dubbio, doversi dare alle altre testè riferite, e segnata evidentemente la separazione dell'ordine materiale dal morale, e non già confusa la vita animale colla ragionevolezza.

Il Rosmini stesso nota, che le parole del Romagnosi: *un effetto di nozione semplicissima può derivare da cause compostissime*, sono tratte da quel luogo, ov'egli vuol mostrare che tutte le idee son derivate. Che ne segue dunque? Ne segue che quel paragrafo (804) fu inteso dal Rosmini a rovescio di quel che suona, perchè l'Autore evidentemente vuol dire, non potersi dalla semplicità delle idee dedurre che una o più sieno innate, potendo bene un effetto di nozione semplicissima, com'è il pensiero, derivare da cause compostissime, cioè dalla percezione avuta col ministero dei sensi e dalle operazioni dell'anima su queste percezioni. L'attributo di *composta* non si riferisce certamente ad alcuna di queste cause presa separatamente, ma all'azione loro unita; esso cioè significa soltanto il concorso, l'unione di più cause a produrre un effetto semplice. Ciò si conferma anche dalle altre parole di questo medesimo paragrafo, che così suonano: *di tutti i pretesi trascendentali si dimostra la genesi dallo sperimentale fatta dall'astrazione e dalla imaginazione.*

Quanto poi alla similitudine ch'egli nuovamente adopera nel successivo § 805 e nel 179 degli *Opuscoli filosofici*, tratta dagli elementi della

vita, io non disputerò sul suo valore scientifico; dirò bensì che non so vedere alcuna tendenza materialistica in queste espressioni (se mai a tal senso volesse trarle il Rosmini), perchè il dire che scomposta la vita si hanno i tali elementi, e scomposta la forza razionale restano i tali elementi, non è confondere la natura degli elementi stessi, nè del risultato della rispettiva loro composizione.

Riassumendo adunque il fin qui detto, risponderemo alle ultime conclusioni del Rosmini:

1.° Che Romagnosi prende la vita animale come similitudine ad ispiegare i suoi pensamenti circa il potere della ragione, e non già come cosa che si possa confondere con questo potere.

2.° Che la comunità da lui accennata fra la vita animale e il principio razionale non è identità o somiglianza di natura, ma solo nesso, legame fra l'una e l'altro; e quindi, qualunque sia il modo, anche erroneo, nel quale egli intenda la vita materiale, non può questo essere argomento per dire che la sua dottrina precipiti verso il materialismo.

E, a maggior conferma di tutto ciò, sentiamo ancora una volta delle splendidissime dichiarazioni del nostro Autore. Egli nel § 11 degli *Opuscoli filosofici* così discorre sull'idea dell'anima.

= Studiando sè stesso, e fissando l'esame sul *me* interiore, l'uomo scopre in questo *me* tre funzioni massime psicologiche. Queste sono: il *conoscere*, il *volere* e l'*eseguire*. Egli sente di possederle in proprio, e quindi le riguarda come attributi proprii di sè medesimo. Le dice poi *essenziali*, perchè mancando di alcuna di esse non esisterebbe più un *me* che intende, vuole ed eseguisce, ma bensì un essere di diversa natura. Queste tre funzioni generali sono tre modi d'essere di una sola ed individua sostanza; perocchè l'*io* pensante sente d'essere un solo ed individuo ente senziente, volente ed operante. Al non essere non possiamo attribuire facoltà veruna. Ora siccome io sento di pensare, di volere e di operare; così conchiudo esistere in me un *che* reale che compie tutto questo. Dall'altra parte poi sento di essere uno; e però conchiudo che questo *che* reale è un solo ed individuo ente, una sola e individua sostanza, e non una pluralità di sostanze. Ciò è sinonimo di *semplice*, *spirituale*, *indivisibile*, *indistruttibile*, ec. =

= Ecco l'idea dell'*anima*. Questa idea è dedotta da fatti indubitati quanto la stessa mia esistenza; talchè il sentimento complessivo di questi fatti è inseparabile dal concetto univoco della mia esistenza. Questa idea mi somministra un'essenza logica pari a quella di ogni altro oggetto. Tu definisci l'*anima* non in conseguenza della cognizione della di lei

intima realità, ma bensì della cognizione delle di lei costanti e certe operazioni. In questa guisa ci formiamo il concetto delle forze conosciute della natura. Quando nominiamo la forza motrice, l'attrattiva, la ripulsiva, esprimiamo noi forse che cosa sieno in sè stesse? No certamente: altro non diciamo, se non che esiste una forza che fa movere, una forza che avvicina, una forza che allontana, senza saper dire che cosa intrinsecamente sieno in sè medesime. Un *che* incognito sta sotto di questi concetti. Lo stesso avviene rispetto alla cognizione dell'anima nostra. Un *che* incognito sta sotto di quell'*io* unico ed individuo, il quale pensa, vuole ed eseguisce; e però io non posso definirlo se non mediante il concetto delle sue operazioni da me conosciute. =

Le riflessioni sono ovvie: il lettore le farà da sè. Io credo di aver detto troppo più che non era necessario per produrre in lui il fermo convincimento dell'insussistenza delle accuse del Rosmini.

Termino queste Osservazioni rinnovando la protesta che ho fatto altre volte, di non voler cioè recare alcuna offesa alle intenzioni dell'illustre Ab. Rosmini. Io mi proposi soltanto di far vedere il torto ch'egli ebbe nel reputare anticattoliche certe proposizioni del Romagnosi. Quanto al modo col quale adoperò l'arme della critica contro un uomo celebre, che non potea più difendersi perchè era morto, io converrò con tutti essere riprovevole, perchè questo è un fatto che balza agli occhi alla semplice lettura dei passi che ho riferito; e l'ammettere i fatti, e il dire ad un uomo *voi siete uomo*, non è fargli ingiuria.

Però siccome anche dai falli altrui possiamo trarre degli utili ammaestramenti, così dai difetti che si scorgono nella polemica rosminiana possiamo imparare, che la polemica anche sotto la penna dei grandi uomini e religiosissimi non perde la sua natura, di essere facile a trascorrere all'ingiustizia, e a varcare i confini segnati dalla moderazione. (Si veggano le mie Prefazioni alla *Genesi del Diritto penale* e alle *Opere sul Diritto filosofico*, e fra queste le Note all'*Assunto primo del Diritto naturale*, pag. 673 e seg. del Volume relativo; e la nota a pag. 466 di questo Volume.)

Padova 30 Marzo 1842.

FINE DEL PRIMO VOLUME.

PROSPETTO DELLE OPERE

CONTENUTE

IN QUESTO PRIMO VOLUME

LA LOGICA PEI GIOVANETTI

DELL' AB. ANTONIO GENOVESI.

LIBRO IV. — Della ragionatrice.

LIBRO V. — Della ordinatrice.

VEDUTE FONDAMENTALI SULL'ARTE LOGICA
di Giandomenico Romagnosi
aggiunte alla Logica del Genovesi.

LIBRO I. — Del conoscere con verità.

LIBRO II. — Dell'operare con effetto.

LIBRO III. — Del provare con certezza.

LIBRO IV. — Veduta fondamentale sull' incivilimento.

OPUSCOLI FILOSOFICI EDITI.

Che cosa è la mente sana? Indovinello massimo, che potrebbe valere poco o niente.

PARTE I. — Dati estrinseci.

PARTE II. — Dati intrinseci.

Della suprema economia dell'umano sapere in relazione alla mente sana.

PARTE I. — Procedimento naturale del sapere umano.

PARTE II. — Stato moderno della filosofia mentale e della protologia.

OPUSCOLI FILOSOFICI INEDITI.

RICERCHE SULLA VALIDITÀ DEI GIUDIZII DEL PUBBLICO A DISCERNERE IL VERO DAL FALSO.

SEZIONE II. — Di quello che possono fare gli uomini per conoscere la verità.

DELLO

INSEGNAMENTO PRIMITIVO DELLE MATEMATICHE.

DISCORSO I. — Sull'indole e generazione naturale dei primitivi concetti matematici.

DISCORSO II. — Sull' oggetto, sulle parti e sullo spirito delle dottrine matematiche.

DISCORSO III. — Dell'unificazione matematica sì logica che morale.

DISCORSO IV. — Considerazioni generali sul metodo dell' insegnamento.

DISCORSO V. — Tratti principali del metodo da me proposto.

DISCORSO VI. — PARTE I.

PARTE II. — OSSERVAZIONI SULL'OPERA DEL SIGNOR WRONSKI.

Saggio filosofico sull'Algebra elementare. Considerazioni ed esempii risguardanti l'insegnamento primitivo di questa scienza, di A. D. G., per servire di appendice e schiarimento all'Insegnamento primitivo delle Matematiche di G. D. Romagnosi.

NOTE ED OSSERVAZIONI PRINCIPALI

AGGIUNTE IN QUESTA EDIZIONE

E CHE SI TROVANO NEL PRESENTE VOLUME.

NB. Le note presegnate con asterisco * non sono dell'Editore.

Nella Logica del Genovesi.

Nelle Vedute fondamentali sull' arte logica.

Negli Opuscoli filosofici.

CORREZIONI E VARIANTI

Nella Vita dell'Autore, alla pag. VIII dopo la linea 24, fu omesso in alcune copie il seguente periodo.

Molte accademie vollero ascritto il Romagnosi al loro consorzio, e noteremo fra tante l'Istituto Reale di Francia, che lo nominava suo socio per la classe delle scienze morali con diploma del 14 Dicembre 1833. Si mostrò egli riconoscente a questo ben meritato non comune onore, mandando ad esso Istituto una Memoria intitolata *Vedute eminenti per amministrare l'economia suprema dell'incivilimento*, e lasciandogli colla sua disposizione di ultima volontà una grande medaglia col suo ritratto a cesello, opera di Desiderio Cesari, che una società di estimatori suoi gli aveva offerto poco tempo prima della sua morte.

Secondo un ms. dell'Opera *Sull'insegnamento primitivo delle Matematiche*, alla pagina 1470, in luogo di ciò che sta dalla lin. 10 alla 19, dovrebbe leggersi come segue:

I politici poi riguardarono le innovazioni del tempo come attentati di una rea intemperanza, e quindi suggerirono un regime reprimente e retrogrado (4). Niuno quindi rese omaggio alla suprema provvidenza della natura e a quella divina economia, nella quale è cosa assurda ed empia il supporre cose fra loro cotanto ripugnanti. Più ancora: con questa specie di morale manicheismo non si avvidero di ragionare secondo impulsi plebei.

L'ordine morale fu da loro configurato ec.

Pag.		Credo si trovi	*leggi*	Si trova
Pag.	37. nella nota.	Credo si trovi	*leggi*	Si trova
„	61.	Capo IV.	—	Capo III.
„	66.	Capo V.	—	Capo IV.
„	70. lin. ult.	§ 18	—	§ 43
„	74.	Capo VI.	—	Capo V.
„	96. lin. 13-14. nota.	si scoprirono	—	egli scoprì
„	107. „ 19.		—	Che giova nelle fata dar di cozzo? *Inf.* Canto IX. *v.* 97.
„	145. „ penult. nota.	pel punto	—	sul punto
„	149. „ 4.	per regola	—	per la regola
„	155. „ ult.	§ 363	—	§ 364
„	242. „ 13.	del fato		Forse si dee leggere — del fatto — Veggasi un' espressione simile a pag. 355, lin. 18.
„	263. „ ult. nota.	psicologioi	—	pricologici
„	490. „ 32.	importanti	—	importati
„	604. „ 28.	Villers		Nell' edizione originale si legge *Veiller*. Sembra però che vi sia errore. Vedi la nota alla pag. 621.
„	1600. „ 19.	Villers		
„	1511. „ 9.	vedemmo formarsi	—	si formano
„	1539 „ penult. nota.	reudizione	—	erudizione

Impresso in Padova coi tipi di Angelo Sicca.
Luglio 1842.